POLİTEKNİK DERGİSİ

JOURNAL of POLYTECHNIC

ISSN: 1302-0900 (PRINT), ISSN: 2147-9429 (ONLINE)
URL: http://dergipark.org.tr/politeknik

VFP-soft kümeler ve karar verme problemleri üzerine uygulaması

VFP-soft sets and its application on decision making problems

***Yazar(lar) (Author(s))**: Orhan DALKILIÇ[1], Naime DEMİRTAŞ[2]*

ORCID[1]: 0000-0003-3875-1398

ORCID[2]: 0000-0003-4137-4810

Bu makaleye şu şekilde atıfta bulunabilirsiniz(To cite to this article): Dalkılıç O. Ve Demirtaş N., "VFP-soft kümeler ve karar verme problemleri üzerine uygulaması", ***Politeknik Dergisi***, 24(4): 1391-1399, (2021).

Erişim linki (To link to this article): http://dergipark.org.tr/politeknik/archive

DOI: 10.2339/politeknik.685634

VFP-Soft Kümeler ve Karar Verme Problemleri Üzerine Uygulaması

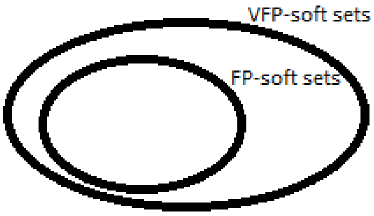
VFP-Soft Sets and Its Application on Decision Making Problems

Önemli noktalar (Highlights)

- *FP-soft kümelerin belirsizlik problemlerini çözmedeki yetersizlikleri / The inadequacies of FP-soft sets in solving uncertainty problems*
- *Daha ideale yakın sonuçların eldesi için VFP-soft kümelerin önerilmesi / Suggesting VFP-soft sets to achieve more ideal results*
- *FP-soft kümeler ve VFP-soft kümeler arasındaki farkı daha iyi bir şekilde ifade edebilmek için bir karar verme algoritmasının sunulması / Presentinng a decision making algorithm to better express the difference between the VFP-soft sets and FP-soft sets.*

Grafik Özet (Graphical Abstract)

Bu çalışmada FP-soft kümelerin bazı belirsizlik problemlerinin çözümündeki yetersizlikleri ifade edilmiş ve FP-soft kümelerin bir genellemesi olarak VFP-soft kümeler önerilmiştir. / In this study, the inadequacies of FP-soft sets in solving some uncertainty problems have been expressed and VFP-soft sets have been proposed as a generalization of FP-soft sets.



Şekil. Kümeler arasındaki ilişkiler **/Figure.** Relations between sets

Amaç (Aim)

FP-soft kümelerin bazı belirsizlik problemlerindeki yetersizliğini çözmek. / To solve the inadequacy of FP-soft sets in some uncertainty problems.

Tasarım ve Yöntem (Design & Methodology)

Bir uygulama ile, kümeler arasındaki fark ifade edilir ve en ideal sonuçları elde etmek için VFP-soft kümelerin kullanılması gerektiği tespit edilmiştir. / With an application, the difference between the sets is expressed and it was identified that VFP-soft sets should be used to obtain the most ideal results.

Özgünlük (Originality)

Bu çalışmada önerilen VFP-soft kümeler sayesinde FP-soft kümelerin birçok yetersizliği aşılmıştır. / Thanks to the VFP-soft sets proposed in this study, many deficiencies of FP-soft sets have been overcome.

Bulgular (Findings)

Önerilen VFP-soft kümelerin birçok belirsizlik probleminin çözümünde fayda sağlayabileceği açıktır. / It is clear that the proposed VFP-soft sets can be helpful in solving many uncertainty problems.

Sonuç (Conclusion)

Bu çalışmada belirsizlik problemlerini en ideal şekilde çözmek amaçlanmış ve önerilen küme teorisinin başarılı bir şekilde uygulanabileceği belirlenmiştir. / In this study, it was aimed to solve uncertainty problems in the most ideal way and it was determined that the proposed set theory can be applied successfully.

Etik Standartların Beyanı (Declaration of Ethical Standards)

Bu makalenin yazarları çalışmalarında kullandıkları materyal ve yöntemlerin etik kurul izni ve/veya yasal-özel bir izin gerektirmediğini beyan ederler. / The authors of this article declare that the materials and methods used in this study do not require ethical committee permission and/or legal-special permission

VFP-Soft Kümeler ve Karar Verme Problemleri Üzerine Uygulaması

Araştırma Makalesi / Research Article

Orhan DALKILIÇ*, Naime DEMİRTAŞ

Fen Edebiyat Fakültesi, Matematik Bölümü, Mersin Üniversitesi, Türkiye

(Geliş/Received : 06.02.2020 ; Kabul/Accepted : 05.06.2020 ; Erken Görünüm/Early View : 08.06.2020)

ÖZ

Bu çalışma FP-soft kümelerin bazı belirsizlik problemlerinin çözümündeki yetersizliklerini aşmak için yapılmıştır. Bunun için VFP-soft kümeler tanımlanarak teorinin önemli bazı özellikleri verilmiştir. Daha sonra, belirsizliğin ideal çözüme yaklaştırılmasında VFP-soft küme teorisinin FP-soft küme teorisinden daha başarılı olduğu bir algoritma yardımıyla gösterilerek benzeri problemlerin çözümü için VFP-soft kümelerin kullanılması önerilmiştir. Ayrıca çalışmadaki özel parametre kümeleri, belirsizlik problemlerinin çözümünde daha fazla alternatif çözüm yolunu mevcut kılmaktadır. Bu sayede birçok çözüm yolundan en ideale yakın olanı seçmeyi kolaylaştırmaktadır.

Anahtar Kelimeler: FP-soft küme, VFP-soft küme, karar verme.

VFP-Soft Sets and Its Application on Decision Making Problems

ABSTRACT

This study was conducted to overcome the inadequacies of FP-soft sets in solving some uncertainty problems. For this purpose, VFP-soft sets are defined and some important properties of the theory are given. Then, it is proposed to use VFP-soft sets to solve similar problems by using an algorithm to show that VFP-soft set theory is more successful than FP-soft set theory in approximation of uncertainty to the ideal solution. In addition, in this study, specific parameter sets make more alternative solutions available for solving uncertainty problems. This makes it easier to choose the most ideal solution from many solutions.

Keywords: FP-soft set, VFP-soft set, decision making.

1. GİRİŞ (INTRODUCTION)

Son yıllarda sağlık, eğitim, mühendislik gibi özellikle insanın içerisinde bulunduğu sosyal alanlarda karşılaşılan belirsizlik problemlerine yönelik birçok çalışma yapılmıştır. Bu çalışmalardan en temeli ve ilk olanı Zadeh tarafından ortaya konulan fuzzy küme teorisidir (Zadeh, 1965). Ancak fuzzy küme teorisinin belirsizlik problemlerine objektif olarak uygulanması zor bir süreçti. Bu nedenle bu zorluğu ortadan kaldırmak için Molodsov tarafından soft küme teorisi verildi (Molodtsov, 1999). Daha sonra, Maji vd. fuzzy soft küme kavramını ortaya attılar (Maji vd, 2001). Böylece fuzzy kümeler mantığı soft kümeler ile birlikte incelenmeye başlandı. Ayrıca Çağman vd. çalışmalarında fuzzy soft kümeler için yeni bir bakış açısı sundular (Çağman vd, 2011). Fuzzy küme teorisi ve soft küme teorisinin birleştirilerek sunulması ile belirsizlik problemlerinin çözümüne yönelik faklı algoritmaların gelişimine olanak sağlanmış oldu.

2011 yılında Çağman vd. tarafından fuzzy parametreli soft küme (FP-soft küme) kavramı tanımlandı (Çağman vd, 2011). Fuzzy soft kümede her parametrenin görüntü, bir fuzzy küme iken FP-soft kümede her parametre için bir soft görüntü bir de $[0,1]$ kapalı aralığında bir görüntü elde edilmektedir. Böylece karar vermede daha ideale yakın sonuçlar elde edilmeye çalışılmıştır.

Bu çalışmamızda daha önce üzerinde çalışılan ve karar verme problemlerinde kendisinden yararlanılan FP-soft kümelerden daha genel olan VFP-soft küme (Virtual (sanal) fuzzy parametreli soft küme) teorisi ortaya atılmıştır. Bu teori, FP-soft kümelerin karar verme problemlerindeki kısıtlamalarını ortadan kaldırarak daha ideale yakın çözüm elde etme amacıyla geliştirilmiştir. Bu amaçla çalışmamızın son bölümünde bir algoritma yardımıyla bir belirsizlik probleminin çözümü örneklendirilmiştir. Ayrıca VFP-soft küme teorisi için bazı özellikler verilmiş olup bazı uyarılar ve örneklerle verilen özellikler desteklenmiştir.

*Sorumlu Yazar (Corresponding Author)
e-posta : orhandlk952495@hotmail.com

2. MATERYAL VE METOD (MATERIAL and METHOD)

Bu bölümde belirsizlik problemlerinin çözümü için ortaya konulan bazı küme teorileri üzerine hatırlatmalar yapılacaktır.

U bir başlangıç evreni ve E, U evrenine göre olası tüm parametrelerin kümesi olsun. Genellikle parametreler; çeşitli karakteristikler ya da U evrenindeki nesnelerin özellikleridir.

Tanım 2.1: $\boldsymbol{U}$ boştan farklı bir küme ve $\mu_A: U \to [0,1]$ bir fonksiyon olmak üzere $A = \{(u, \mu_A(u)): u \in U\}$ kümesine U üzerinde bir fuzzy küme denir (Zadeh, 1965). Burada $\mu_A(u)$ değeri, u elemanının üyelik derecesini belirtir.

Bu çalışma boyunca U üzerindeki tüm fuzzy kümelerin ailesini I^U sembolü ile göstereceğiz.

Tanım 2.2: X ve Y, U üzerinde iki fuzzy küme olsun. Her $u \in U$ için $\mu_X(u) \leq \mu_Y(u)$ ise X fuzzy kümesi, Y fuzzy kümesinin alt kümesidir denir ve $X \subseteq Y$ ile gösterilir (Zadeh, 1965).

Tanım 2.3: X ve Y, U üzerinde iki fuzzy küme olsun. Her $u \in U$ için $\mu_X(u) = \mu_Y(u)$ ise X ve Y fuzzy kümeleri eşittir denir ve $X = Y$ ile gösterilir (Zadeh, 1965).

Tanım 2.4: X ve Y, U üzerinde iki fuzzy küme olsun. X ve Y fuzzy kümelerinin birleşimi de bir Z fuzzy kümesidir. Her $u \in U$ için $\mu_Z(u) = max\, \{\mu_X(u), \mu_Y(u)\}$ ile tanımlanır ve $Z = X \cup Y$ ile gösterilir (Zadeh, 1965).

Tanım 2.5: X ve Y, U üzerinde iki fuzzy küme olsun. X ve Y fuzzy kümelerinin kesişimi de bir Z fuzzy kümesidir. Her $u \in U$ için $\mu_Z(u) = min\, \{\mu_X(u), \mu_Y(u)\}$ ile tanımlanır ve $Z = X \cap Y$ ile gösterilir (Zadeh, 1965).

Tanım 2.6: $P(U)$, U'nun güç kümesini göstersin ve A, E'nin boştan farklı bir alt kümesi olsun. $F: A \to P(U)$ bir dönüşüm olmak üzere $G = (F, A)$ ikilisine U üzerinde bir soft küme denir (Molodtsov, 1999).

Tanım 2.7: A, E parametre kümesinin bir alt kümesi ve $f: A \to I^U$ bir fonksiyon olmak üzere (f, A) ikilisine U üzerinde bir fuzzy soft küme denir. Yani, her bir $e \in A$ için $f(e)$'yi, (f, A) fuzzy soft kümesinin e −yaklaşımlı elemanlarının kümesi olarak düşünebiliriz (Maji vd, 2001).

Maji, Biswas ve Roy (Maji vd., 2001) tarafından verilen tanım operatörlerde kolaylık sağlaması açısından Roy ve Samanta (Roy ve Samanta, 2012) tarafından aşağıdaki şekilde genişletilmiştir.

Tanım 2.8: A, E parametre kümesinin bir alt kümesi olsun. Buna göre $F_A: E \to I^U$,

$$F_A(e) = \begin{cases} F(e), & e \in A \\ 0_U, & e \notin A \end{cases} \quad (1)$$

bir fonksiyon olmak üzere F_A, U üzerinde bir fuzzy soft kümedir (Roy ve Samanta, 2012). $FS(U)_E$ ile (U, E) üzerindeki tüm fuzzy soft kümelerin ailesi gösterilmektedir.

Tanımlardan anlaşılacağı üzere; Maji, Biswas ve Roy tarafından tanımlanan fuzzy soft küme tanımında parametrelerin tümü hakkında bilgiye ulaşamayabiliriz. Fakat Roy ve Samanta tarafından verilen fuzzy soft kümede evrensel parametre kümesindeki her bir eleman hakkında bilgiye sahip oluruz.

Tanım 2.9: A, E parametre kümesinin bir alt kümesi ve X, E üzerinde bir fuzzy küme olsun. U evrensel kümesi üzerindeki bir F_X FP-soft kümesi

$$F_X = \{(\mu_X(x)/x, f_X(x)) : x \in E\} \quad (2)$$

ile elde edilir. Burada $f_X: E \to P(U)$ fonksiyonu yaklaşım fonksiyonu olarak adlandırılır. $\mu_X: E \to [0,1]$ fonksiyonu ise FP- soft kümesinin üyelik fonksiyonu olarak adlandırılır. Burada $\mu_X(x) = 0$ ise $f_X(x) = \emptyset$ dır. $\mu_X(x)$ değeri x parametresinin karar veren kişi için önemlilik derecesini belirtir (Çağman vd, 2011).

U üzerinde tanımlanabilecek tüm FP-soft kümelerin kümesi $FPS(U)$ ile gösterilecektir.

Tanım 2.10: $F_X \in FPS(U)$ olsun. Her $x \in E$ için $f_X(x) = \emptyset$ ise F_X, X −boş FP-soft küme olarak adlandırılır ve $F_{\emptyset_X}$ ile gösterilir. Eğer $X = \emptyset$ ise F_X boş FP-soft küme olarak adlandırılır ve $F_\emptyset$ ile gösterilir (Çağman vd, 2011).

Tanım 2.11: $F_X \in FPS(U)$ olsun. Eğer X, E'nin bir kesin alt kümesi ve her $x \in X$ için $f_X(x) = U$ ise F_X, X −evrensel FP-soft küme olarak adlandırılır ve $F_{\tilde{X}}$ ile gösterilir. Eğer $X = E$ ise F_X, X −evrensel FP-soft kümesi evrensel FP-soft küme olarak adlandırılır ve $F_{\tilde{E}}$ ile gösterilir (Çağman vd, 2011).

Tanım 2.12: $F_X, F_Y \in FPS(U)$ olsun. Eğer her $x \in E$ için $\mu_X(x) \leq \mu_Y(x)$ ve $f_X(x) \subset f_Y(x)$ ise, o zaman F_X, F_Y nin FP-soft altkümesidir ve $F_X \sqsubseteq F_Y$ ile gösterilir (Çağman vd, 2011).

Tanım 2.13: $F_X \in FPS(U)$ olsun. F_X FP-soft kümesinin tümleyeni her $x \in E$ için $\mu_{X^c}(x) = 1 - \mu_X(x)$ ve $f_{X^c}(x) = U - f_X(x)$ olmak üzere F_{X^c} ile gösterilen FP-soft kümesidir (Çağman vd, 2011).

Tanım 2.14: F_X, $F_Y \in FPS(U)$ olsun. Eğer her $x \in E$ için $\mu_X(x) = \mu_Y(x)$ ve $f_X(x) = f_Y(x)$ ise, o zaman F_X ve F_Y kümeleri FP-soft eşittir denir ve $F_X = F_Y$ ile gösterilir (Çağman vd, 2011).

Tanım 2.15: F_X, $F_Y \in FPS(U)$ olsun. F_X, F_Y FP-soft kümelerinin birleşimi, her $x \in E$ için $\mu_{X \cup Y}(x) = max\{\mu_X(x), \mu_Y(x)\}$ ve üyelik fonksiyonu $f_{X \cup Y}(x) = f_X(x) \cup f_Y(x)$ yaklaşım fonksiyonu yardımıyla elde edilir ve $F_X \sqcup F_Y$ olarak gösterilir (Çağman vd, 2011).

Tanım 2.16: F_X, $F_Y \in FPS(U)$ olsun. F_X, F_Y FP-soft kümelerinin kesişimi, her $x \in E$ için $\mu_{X \cap Y}(x) = min\{\mu_X(x), \mu_Y(x)\}$ ve üyelik fonksiyonu $f_{X \cap Y}(x) = f_X(x) \cap f_Y(x)$ yaklaşım fonksiyonu yardımıyla elde edilir ve $F_X \sqcap F_Y$ olarak gösterilir (Çağman vd, 2011).

3. SANAL FUZZY PARAMETRELİ (VFP) SOFT KÜMELER (VIRTUAL FUZZY PARAMETRIZED SOFT SETS)

Bu bölümde, FP-soft kümelerden daha genel olan VFP-soft kümeler tanımlandı. Yeni tanımlanan küme teorisi için alt küme, birleşim, kesişim, tümleyen gibi işlemler ve bazı özellikler verilerek örneklerle desteklendi. Ayrıca bu küme teorisi için dikkat edilmesi gereken bazı noktalar vurgulandı.

Tanım 3.1: A, $E=\{x_1,x_2,\ldots,x_n\}$ parametre kümesinin bir alt kümesi ve X, E üzerinde bir fuzzy küme olsun. Bu durumda $1\le i\le n$ değeri için her $0\le \underline{\alpha_i}<\mu_X(x_i)$ değerine karşılık gelerek yazılabilecek parametre kümesine, bir alt sanal parametre kümesi denir ve

$$\underline{E}=\left\{x_1^{\underline{\alpha_1}},x_2^{\underline{\alpha_2}},\ldots,x_n^{\underline{\alpha_n}}\right\} \qquad (3)$$

şeklinde ifade edilir. Burada $x_i^{\underline{\alpha_i}}$ parametresi şu anlama gelmektedir: "x_i parametresinin α_i sayısınca OLUMSUZ YÖNDE GELİŞİM PARAMETRESİ". Ayrıca; $\underline{X}$'i, $\underline{E}$ üzerinde bir fuzzy küme olarak alalım. Dikkat etmek gerekir ki, $\underline{f_X}:\underline{E}\to P(U)$ alt yaklaşım fonksiyonu olarak alındığında ve $\underline{\alpha_i}$ değeri bir reel sayı olduğundan $\underline{f_X}\left(x_i^{\underline{\alpha_i}}\right)$ ifadesi, evren kümede karşılık gelebilecek nesnelerin kümesini değiştirebilir. Ayrıca $1\le i\le n$ değeri için her $0\le\overline{\alpha_i}\le 1-\mu_X(x_i)$ değerine karşılık gelerek yazılabilecek parametre kümesine bir üst sanal parametre kümesi denir ve

$$\overline{E}=\left\{x_1^{\overline{\alpha_1}},x_2^{\overline{\alpha_2}},\ldots,x_n^{\overline{\alpha_n}}\right\} \qquad (4)$$

şeklinde ifade edilir. Burada $x_i^{\overline{\alpha_i}}$ parametresi şu anlama gelmektedir: "x_i parametresinin α_i sayısınca OLUMLU YÖNDE GELİŞİM PARAMETRESİ". Ayrıca; $\overline{X}$'i, $\overline{E}$ üzerinde bir fuzzy küme olarak alalım. Dikkat etmek gerekir ki, $\overline{f_X}:\overline{E}\to P(U)$ üst yaklaşım fonksiyonu olarak alındığında ve α_i değeri bir reel sayı olduğundan $\overline{f_X}\left(x_i^{\overline{\alpha_i}}\right)$ ifadesi, evren kümede karşılık gelebilecek nesnelerin kümesini değiştirebilir.

Ancak $\mu_X(x_i)$ değerinin sıfır olması durumunda $\underline{\alpha_i}$ ve $\overline{\alpha_i}$ değeri incelenemez. Çünkü üyelik derecesi olmayan bir parametrenin sanal parametrelerinden bahsedilemez.

Tanım 3.2: A, E parametre kümesinin bir alt kümesi ve X, E üzerinde bir fuzzy küme olsun. U evrensel kümesi üzerindeki bir VF_X VFP-soft kümesi

$$\underline{F_X}=\{((\mu_X(x)-\underline{\alpha})/x,\underline{f_X}(x^{\underline{\alpha}})) : x\in E, x^{\underline{\alpha}}\in\underline{E},\underline{f_X}(x^{\underline{\alpha}})\in P(U),\mu_X(x)\in[0,1],0\le\underline{\alpha}<\mu_X(x)\} \qquad (5)$$

$$F_X=\{(\mu_X(x)/x,f_X(x)) : x\in E, f_X(x)\in P(U),\mu_X(x)\in[0,1]\} \qquad (6)$$

$$\overline{F_X}=\{((\mu_X(x)+\overline{\alpha})/x,\overline{f_X}(x^{\overline{\alpha}})) : x\in E, x^{\overline{\alpha}}\in\overline{E},\overline{f_X}(x^{\overline{\alpha}})\in P(U),\mu_X(x)\in[0,1],0\le\overline{\alpha}\le 1-\mu_X(x)\} \qquad (7)$$

$$VF_X=\underline{F_X}\cup F_X\cup\overline{F_X} \qquad (8)$$

ile elde edilir. Burada $\underline{f_X}:\underline{E}\to P(U)$ fonksiyonu alt yaklaşım fonksiyonu, $f_X:E\to P(U)$ fonsiyonu yaklaşım fonksiyonu ve $\overline{f_X}:\overline{E}\to P(U)$ fonksiyonu ise üst yaklaşım fonksiyonu olarak adlandırılır. $\mu_X:E\to[0,1]$ fonksiyonu ise VFP-soft kümenin üyelik fonksiyonu olarak adlandırılır. Burada $\mu_X(x)=0$ ise $f_X(x)=\emptyset$ dır.

U üzerinde tanımlanabilecek tüm VFP-soft kümelerin kümesi $VFPS(U)$ ile gösterilecektir.

Uyarı 3.1: Tanım 3.2'den de anlaşılacağı üzere her FP-soft küme için çok sayıda VFP-soft kümenin varlığından bahsedilebilir. Ancak bir VFP-soft kümede yazılabilecek olan her parametre kümesi için bir tane FP-soft küme tanımlanır.

Özellik 3.1: $VF_X\in VFPS(U)$ olsun. Her $x\in E, x^{\underline{\alpha}}\in\underline{E}, x^{\overline{\alpha}}\in\overline{E}$ ve her belirlenen $\underline{\alpha},\overline{\alpha}$ değerleri için $s(\overline{f_X}(x^{\overline{\alpha}}))\subseteq s(f_X(x))\subseteq s\left(\underline{f_X}(x^{\underline{\alpha}})\right)$ kapsaması doğrudur.

İspat. $\mu_X:E\to[0,1]$ üyelik fonksiyonu bir parametrenin aidiyetlik derecesini bize bildiriyordu. Eğer bir parametrenin aidiyetlik derecesi azalırsa bu durumda U evrenindeki nesnelerin bu parametreye karşılık gelebilme ihtimali artacaktır. Yani yaklaşım fonksiyonuyla daha çok nesneye ulaşabiliriz. Bu yüzden $\mu_X(x)-\underline{\alpha}$ üyeliğine karşılık yaklaşım fonksiyonu ile daha fazla nesneye ulaşılır. Bunun yanında $\mu_X(x)+\overline{\alpha}$ üyeliğine karşılık da daha az nesne karşılık gelmelidir. En kötü ihtimalle üç yaklaşım fonksiyonunun eşit olması beklenir. Bundan dolayı kapsamanın doğruluğu Tanım 3.1 ve Tanım 3.2'den açıktır.

Uyarı 3.2: Bir VFP-soft kümede seçilen $\underline{\alpha_1}$ ve $\underline{\alpha_2}$ değerleri $\underline{\alpha_1}<\underline{\alpha_2}$ eşitsizliğini sağlasın. Bu durumda $\mu_X(x)-\underline{\alpha_2}<\mu_X(x)-\underline{\alpha_1}$ olacağından Özellik 3.1'den $s\left(\underline{f_X}(x^{\underline{\alpha_1}})\right)\subseteq s\left(\underline{f_X}(x^{\underline{\alpha_2}})\right)$ kapsaması gerçeklenir. Benzer şekilde seçilen $\overline{\alpha_1}$ ve $\overline{\alpha_2}$ değerleri $\overline{\alpha_1}<\overline{\alpha_2}$ eşitsizliğini sağlasın. Bu durumda $\mu_X(x)+\overline{\alpha_1}<\mu_X(x)+\overline{\alpha_2}$ olacağından Özellik 3.1'den $s(\overline{f_X}(x^{\overline{\alpha_1}}))\subseteq s(\overline{f_X}(x^{\overline{\alpha_2}}))$ kapsaması gerçeklenir.

Örnek 3.1: $U=\{u_1,u_2,u_3,u_4,u_5,u_6,u_7,u_8,u_9\}$ evrensel küme ve $E=\{x_1,x_2,x_3\}$ parametrelerin kümesi olsun. O halde sanal parametrelerimiz $\underline{E}=\left\{x_1^{\underline{\alpha_1}},x_2^{\underline{\alpha_2}},x_3^{\underline{\alpha_3}}\right\}$, $\overline{E}=\left\{x_1^{\overline{\alpha_1}},x_2^{\overline{\alpha_2}},x_3^{\overline{\alpha_3}}\right\}$ şeklinde olacaktır. Ayrıca yaklaşım fonksiyonlarının aşağıdaki şekilde verildiğini varsayalım:

$\underline{X}=\{0.4/x_2, 0.21/x_3\}$ ve $\underline{f_X}(x_2^{0.2})=\{u_2,u_3,u_5,u_7,u_9\}$, $\underline{f_X}(x_3^{0.19})=\{u_1,u_3,u_6,u_7,u_8\}$,

$X=\{0.6/x_2, 0.4/x_3\}$ ve $f_X(x_2)=\{u_3,u_5,u_7,u_9\}$, $f_X(x_3)=\{u_1,u_3,u_6\}$,

$\overline{X}=\{0.87/x_2, 0.65/x_3\}$ ve $\overline{f_X}(x_2^{0.27})=\{u_3,u_9\}$, $\overline{f_X}(x_3^{0.25})=\{u_1,u_6\}$.

Burada dikkat edilecek olursa x_2 parametresi için $\underline{\alpha_2}$ değeri $0 \leq \underline{\alpha_2} < 0.6$ aralığında ve x_3 parametresi için $\underline{\alpha_3}$ değeri $0 \leq \underline{\alpha_3} < 0.4$ aralığında olup $\underline{\alpha_2} = 0.2$ ve $\underline{\alpha_3} = 0.19$ seçilmiştir. Ayrıca x_2 parametresi için $\overline{\alpha_2}$ değeri $0 \leq \overline{\alpha_2} \leq 0.4$ aralığında ve x_3 parametresi için $\overline{\alpha_3}$ değeri $0 \leq \overline{\alpha_3} \leq 0.6$ aralığında olup $\overline{\alpha_2} = 0.27$ ve $\overline{\alpha_3} = 0.25$ seçilmiştir.

Buradan üç parametreyle elde edilen FP-soft kümeleri belirtelim:

$$\underline{F_X} = \{(0.4/x_2, \{u_2, u_3, u_5, u_7, u_9\}), (0.21/x_3, \{u_1, u_3, u_6, u_7, u_8\})\},$$
$$F_X = \{(0.6/x_2, \{u_3, u_5, u_7, u_9\}), (0.4/x_3, \{u_1, u_3, u_6\})\},$$
$$\overline{F_X} = \{(0.87/x_2, \{u_3, u_9\}), (0.65/x_3, \{u_1, u_6\})\}.$$

Dolayısıyla VF_X VFP-soft kümesi şöyle olur:

$$VF_X = \{(0.4/x_2, \{u_2, u_3, u_5, u_7, u_9\}), (0.21/x_3, \{u_1, u_3, u_6, u_7, u_8\}), (0.6/x_2, \{u_3, u_5, u_7, u_9\}), (0.4/x_3, \{u_1, u_3, u_6\}), (0.87/x_2, \{u_3, u_9\}), (0.65/x_3, \{u_1, u_6\})\}.$$

Tanım 3.3: $VF_X \in VFPS(U)$ olsun. Her $x^{\underline{\alpha}} \in \underline{E}$ için $\underline{f_X}(x^{\underline{\alpha}}) = \emptyset$, her $x \in E$ için $f_X(x) = \emptyset$ ve her $x^{\overline{\alpha}} \in \overline{E}$ için $\overline{f_X}(x^{\overline{\alpha}}) = \emptyset$ ise VF_X, $X -$boş VFP-soft küme olarak adlandırılır ve $VF_{\emptyset_X}$ ile gösterilir. Eğer $X = \emptyset$ ise VF_X boş VFP-soft küme olarak adlandırılır ve $VF_\emptyset$ ile gösterilir.

Tanım 3.4: $VF_X \in VFPS(U)$ olsun. Eğer X, E'nin; $\underline{X}$, $\underline{E}$'ın ve $\overline{X}$, $\overline{E}'$ün birer kesin alt kümesi ve her $x^{\underline{\alpha}} \in \underline{X}$ için $\underline{f_X}(x^{\underline{\alpha}}) = U$, her $x \in X$ için $f_X(x) = U$ ve her $x^{\overline{\alpha}} \in \overline{X}$ için $\overline{f_X}(x^{\overline{\alpha}}) = U$ ise VF_X, $X -$evrensel VFP-soft küme olarak adlandırılır ve $VF_{\tilde{X}}$ ile gösterilir. Eğer $\underline{X} = \underline{E}$, $X = E$ ve $\overline{X} = \overline{E}$ ise VF_X, $X -$evrensel VFP-soft kümesi evrensel VFP-soft küme olarak adlandırılır ve $VF_{\tilde{E}}$ ile gösterilir.

Tanım 3.5: VF_X, $VF_Y \in VFPS(U)$ olsun. Ayrıca VF_X VFP-soft kümesi için $0 \leq \underline{\alpha} < \mu_X(x)$, $0 \leq \overline{\alpha} \leq 1 - \mu_X(x)$ eşitsizlikleri ve VF_Y VFP-soft kümesi için $0 \leq \underline{\beta} < \mu_Y(x)$, $0 \leq \overline{\beta} \leq 1 - \mu_Y(x)$ eşitsizlikleri geçerli olsun. Bu durumda

i) Her $x \in E$ ve her $x^{\underline{\alpha}} \in \underline{E}$ için $\mu_X(x) - \underline{\alpha} \leq \mu_Y(x) - \underline{\beta}$ ve $\underline{f_X}(x^{\underline{\alpha}}) \subset \underline{f_Y}(x^{\underline{\beta}})$,

ii) Her $x \in E$ için $\mu_X(x) \leq \mu_Y(x)$ ve $f_X(x) \subset f_Y(x)$,

iii) Her $x \in E$ ve her $x^{\overline{\alpha}} \in \overline{E}$ için $\mu_X(x) - \overline{\alpha} \leq \mu_Y(x) - \overline{\beta}$ ve $\overline{f_X}(x^{\overline{\alpha}}) \subset \overline{f_Y}(x^{\overline{\beta}})$

şartları sağlanır ise, o zaman VF_X, VF_Y nin VFP-soft alt kümesidir ve $VF_X \tilde{\sqsubseteq} VF_Y$ ile gösterilir.

Örnek 3.2: $U = \{u_1, u_2, u_3, u_4, u_5, u_6, u_7\}$ evrensel küme ve $E = \{x_1, x_2\}$ parametrelerin kümesi olsun. O halde sanal parametrelerimiz $\underline{E} = \left\{x_1^{\underline{\alpha_1}}, x_2^{\underline{\alpha_2}}\right\}$, $\overline{E} = \left\{x_1^{\overline{\alpha_1}}, x_2^{\overline{\alpha_2}}\right\}$ şeklinde olacaktır. Şimdi VF_X, VF_Y şeklinde gösterilen VFP-soft kümelerini alalım ve bu kümelerin yaklaşım fonksiyonları sırasıyla aşağıdaki şekilde olsun:

$\underline{X} = \{0.1/x_2\}$, $\underline{f_X}(x_2^{0.15}) = \{u_1, u_2, u_4\}$,

$X = \{0.25/x_2\}$, $f_X(x_2) = \{u_2, u_4\}$,

$\overline{X} = \{0.45/x_2\}$, $\overline{f_X}(x_2^{0.2}) = \{u_2\}$,

$\underline{Y} = \{0.18/x_2\}$,

$\underline{f_Y}(x_2^{0.16}) = \{u_1, u_2, u_3, u_4, u_5\}$,

$Y = \{0.34/x_2\}$, $f_Y(x_2) = \{u_1, u_2, u_4\}$,

$\overline{Y} = \{0.57/x_2\}$, $\overline{f_Y}(x_2^{0.23}) = \{u_1, u_2\}$.

Bu durumda VF_X ve VF_Y VFP-soft kümeleri aşağıda verildiği şekildedir:

$$VF_X = \{(0.1/x_2, \{u_1, u_2, u_4\}), (0.25/x_2, \{u_2, u_4\}), (0.45/x_2, \{u_2\})\},$$
$$VF_Y = \{(0.18/x_2, \{u_1, u_2, u_3, u_4, u_5\}), (0.34/x_2, \{u_1, u_2, u_4\}), (0.57/x_2, \{u_1, u_2\})\}$$

Burada gerçekten $VF_X \tilde{\sqsubseteq} VF_Y$ kapsaması gerçeklenir. Çünkü,

$$0.1 = \mu_X(x_2) - 0.15 \leq \mu_Y(x_2) - 0.16 = 0.18,$$
$$\{u_1, u_2, u_4\} = \underline{f_X}(x_2^{0.15}) \subset \underline{f_Y}(x_2^{0.16}) = \{u_1, u_2, u_3, u_4, u_5\},$$
$$0.25 = \mu_X(x) \leq \mu_Y(x) = 0.34,\ \{u_2, u_4\} = f_X(x) \subset f_Y(x)) = \{u_1, u_2, u_4\},$$

$$0.45 = \mu_X(x) - 0.2 \leq \mu_Y(x) - 0.23 = 0.57,\ \{u_2\} = \overline{f_X}(x^{\overline{\alpha}}) \subset \overline{f_Y}\left(x^{\overline{\beta}}\right) = \{u_1, u_2\},$$

ifadeleri sağlanır.

Tanım 3.6: VF_X, $VF_Y \in VFPS(U)$ olsun. Ayrıca VF_X VFP-soft kümesi için $0 \leq \underline{\alpha} < \mu_X(x)$, $0 \leq \overline{\alpha} \leq 1 - \mu_X(x)$ eşitsizlikleri ve VF_Y VFP-soft kümesi için $0 \leq \underline{\beta} < \mu_Y(x)$, $0 \leq \overline{\beta} \leq 1 - \mu_Y(x)$ eşitsizlikleri geçerli olsun. Bu durumda

i) Her $x \in E$ ve her $x^{\underline{\alpha}} \in \underline{E}$ için $\mu_X(x) - \underline{\alpha} = \mu_Y(x) - \underline{\beta}$ ve $\underline{f_X}(x^{\underline{\alpha}}) = \underline{f_Y}(x^{\underline{\beta}})$,

ii) Her $x \in E$ için $\mu_X(x) = \mu_Y(x)$ ve $f_X(x) = f_Y(x)$,

iii) Her $x \in E$ ve her $x^{\overline{\alpha}} \in \overline{E}$ için $\mu_X(x) - \overline{\alpha} = \mu_Y(x) - \overline{\beta}$ ve $\overline{f_X}(x^{\overline{\alpha}}) = \overline{f_Y}(x^{\overline{\beta}})$

şartları sağlanır ise VF_X, VF_Y nin VFP-soft alt kümesi denir ve $VF_X = VF_Y$ ile gösterilir.

Tanım 3.7: $VF_X \in VFPS(U)$ olsun. VF_X VFP-soft kümesinin tümleyeni

i) Her $x \in E$ ve her $x^{\underline{\alpha}} \in \underline{E}$ için $\mu_{X^c}(x) = 1 - \left(\mu_X(x) - \underline{\alpha}\right)$ ve $f_{\underline{X}^c}(x^{\underline{\alpha}}) = U - \underline{f_X}(x^{\underline{\alpha}})$,

ii) Her $x \in E$ için $\mu_{X^c}(x) = 1 - \mu_X(x)$ ve $f_{X^c}(x) = U - f_X(x)$,

iii) Her $x \in E$ ve her $x^{\overline{\alpha}} \in \overline{E}$ için $\mu_{X^c}(x) = 1 - (\mu_X(x) - \overline{\alpha})$ ve $f_{\overline{X^c}}(x^{\overline{\alpha}}) = U - \overline{f_X}(x^{\overline{\alpha}})$

koşulları sağlanmak üzere $VF_{X^{\tilde{c}}}$ ile gösterilen VFP-soft kümesidir.

Tanım 3.7: VF_X, $VF_Y \in VFPS(U)$ olsun. Ayrıca VF_X VFP-soft kümesi için $0 \leq \underline{\alpha} < \mu_X(x)$, $0 \leq \overline{\alpha} \leq 1 - \mu_X(x)$ eşitsizlikleri ve VF_Y VFP-soft kümesi için $0 \leq \underline{\beta} < \mu_Y(x)$, $0 \leq \overline{\beta} \leq 1 - \mu_Y(x)$ eşitsizlikleri geçerli olsun. VF_X, VF_Y VFP-soft kümelerinin birleşimi

i) Her $x \in E$ ve her $x^{\underline{\alpha}} \in \underline{E}$ için $\mu_{X \cup Y}(x) - \gamma = max\{\mu_X(x) - \underline{\alpha}, \mu_Y(x) - \underline{\beta}\}$ ve $\underline{f_{X \cup Y}}(x^{\underline{\gamma}}) = \underline{f_X}(x^{\underline{\alpha}}) \cup \underline{f_Y}(x^{\underline{\beta}})$ fonksiyonları,

ii) Her $x \in E$ için $\mu_{X \cup Y}(x) = max\{\mu_X(x), \mu_Y(x)\}$ ve $f_{X \cup Y}(x) = f_X(x) \cup f_Y(x)$ fonksiyonları,

iii) Her $x \in E$ ve her $x^{\overline{\alpha}} \in \overline{E}$ için $\mu_{X \cup Y}(x) + \gamma = max\{\mu_X(x) + \overline{\alpha}, \mu_Y(x) + \overline{\beta}\}$ ve $\overline{f_{X \cup Y}}(x^{\overline{\gamma}}) = \overline{f_X}(x^{\overline{\alpha}}) \cup \overline{f_Y}(x^{\overline{\beta}})$ fonksiyonları

yardımıyla elde edilir ve $VF_X \tilde{\sqcup} VF_Y$ şeklinde gösterilir.

Tanım 3.8: VF_X, $VF_Y \in VFPS(U)$ olsun. Ayrıca VF_X VFP-soft kümesi için $0 \leq \underline{\alpha} < \mu_X(x)$, $0 \leq \overline{\alpha} \leq 1 - \mu_X(x)$ eşitsizlikleri ve VF_Y VFP-soft kümesi için $0 \leq \underline{\beta} < \mu_Y(x)$, $0 \leq \overline{\beta} \leq 1 - \mu_Y(x)$ eşitsizlikleri geçerli olsun. VF_X, VF_Y VFP-soft kümelerinin kesişimi

i) Her $x \in E$ ve her $x^{\underline{\alpha}} \in \underline{E}$ için $\mu_{X \cap Y}(x) - \gamma = min\{\mu_X(x) - \underline{\alpha}, \mu_Y(x) - \underline{\beta}\}$ ve $\underline{f_{X \cap Y}}(x^{\underline{\gamma}}) = \underline{f_X}(x^{\underline{\alpha}}) \cap \underline{f_Y}(x^{\underline{\beta}})$ fonksiyonları,

ii) Her $x \in E$ için $\mu_{X \cap Y}(x) = min\{\mu_X(x), \mu_Y(x)\}$ ve $f_{X \cap Y}(x) = f_X(x) \cap f_Y(x)$ fonksiyonları,

iii) Her $x \in E$ ve her $x^{\overline{\alpha}} \in \overline{E}$ için $\mu_{X \cap Y}(x) + \gamma = min\{\mu_X(x) + \overline{\alpha}, \mu_Y(x) + \overline{\beta}\}$ ve $\overline{f_{X \cap Y}}(x^{\overline{\gamma}}) = \overline{f_X}(x^{\overline{\alpha}}) \cap \overline{f_Y}(x^{\overline{\beta}})$ fonksiyonları

yardımıyla elde edilir ve $VF_X \tilde{\sqcap} VF_Y$ şeklinde gösterilir.

Örnek 3.3: Örnek 3.1'i ele alalım. Örnek 3.1'de verilen yaklaşım fonksiyonlarından faydalanarak VF_X VFP-soft kümesini oluşturmuştuk. Şimdi daha farklı yaklaşım fonksiyonlarının aşağıdaki şekilde verildiğini varsayalım:

$$\underline{Y} = \{0.3/x_1, 0.53/x_2\} \text{ ve } \underline{f_Y}(x_1^{0.33}) = \{u_1, u_5, u_7, u_8, u_9\},$$
$$\underline{f_Y}(x_2^{0.2}) = \{u_1, u_2, u_3, u_5, u_6, u_7, u_9\},$$
$$\mathrm{Y} = \{0.63/x_1, 0.73/x_2\} \text{ ve } f_Y(x_1) = \{u_5, u_8, u_9\},\ f_Y(x_2) = \{u_1, u_3, u_5, u_6, u_7, u_9\},$$
$$\overline{Y} = \{0.7/x_1, 0.96/x_2\} \text{ ve } \overline{f_Y}(x_1^{0.07}) = \{u_5, u_8\},\ \overline{f_Y}(x_2^{0.23}) = \{u_3, u_6, u_9\}.$$

Buradan üç parametreyle elde edilen FP-soft kümeleri belirtelim:

$$\underline{F_Y} = \{(0.3/x_1, \{u_2, u_3, u_5, u_7, u_9\}), (0.53/x_2, \{u_1, u_2, u_3, u_5, u_6, u_7, u_9\})\},$$
$$F_Y = \{(0.63/x_1, \{u_5, u_8, u_9\}), (0.73/x_2, \{u_1, u_3, u_5, u_6, u_7, u_9\})\},$$
$$\overline{F_Y} = \{(0.7/x_1, \{u_5, u_8\}), (0.96/x_2, \{u_3, u_6, u_9\})\}.$$

Dolayısıyla VF_Y VFP-soft kümesi şu şekildedir:

$$VF_Y = \{(0.3/x_1, \{u_2, u_3, u_5, u_7, u_9\}), (0.53/x_2, \{u_1, u_2, u_3, u_5, u_6, u_7, u_9\}),$$
$$(0.63/x_1, \{u_5, u_8, u_9\}), (0.73/x_2, \{u_1, u_3, u_5, u_6, u_7, u_9\}),$$
$$(0.7/x_1, \{u_5, u_8\}), (0.96/x_2, \{u_3, u_6, u_9\})\}.$$

$VF_{Y^{\tilde{c}}}$ VFP-soft kümesi ise şöyle elde edilir:

$$VF_{Y^{\tilde{c}}} = \{(0.7/x_1, \{u_1, u_4, u_6, u_8\}), (0.47/x_2, \{u_4, u_8\}),$$
$$(0.37/x_1, \{u_1, u_2, u_3, u_4, u_6, u_7\}), (0.27/x_2, \{u_2, u_4, u_8\}),$$
$$(0.3/x_1, \{u_1, u_2, u_3, u_4, u_6, u_7, u_9\}), (0.04/x_2, \{u_2, u_4, u_5, u_7, u_8\})\}.$$

Şimdi $VF_X \tilde{\sqcup} VF_Y$ birleşimini elde edelim. Burada ortak olan parametre x_2 olduğundan bu parametrenin üyelik fonksiyonları ve yaklaşım fonksiyonu şu şekilde elde edilir.

$$\mu_{XUY}(x_2) - \gamma = max\{\mu_X(x_2) - \underline{\alpha}, \mu_Y(x_2) - \underline{\beta}\} = 0.53,$$
$$\mu_{XUY}(x_2) = max\{\mu_X(x_2), \mu_Y(x_2)\} = 0.73,$$
$$\mu_{XUY}(x_2) + \gamma = max\{\mu_X(x_2) + \underline{\alpha}, \mu_Y(x_2) + \underline{\beta}\} = 0.96,$$
$$\underline{f_{XUY}}(x_2^{\frac{\gamma}{}}) = \underline{f_X}(x_2^{\alpha}) \cup \underline{f_Y}(x_2^{\beta}) = \{u_1, u_2, u_3, u_5, u_6, u_7, u_9\},$$
$$f_{XUY}(x_2) = f_X(x_2) \cup f_Y(x_2) = \{u_1, u_3, u_5, u_6, u_7, u_9\},$$
$$\overline{f_{XUY}}(x_2^{\overline{\gamma}}) = \overline{f_X}(x_2^{\overline{\alpha}}) \cup \overline{f_Y}(x_2^{\overline{\beta}}) = \{u_3, u_6, u_9\}.$$

Dolayısıyla

$$VF_X \tilde{\sqcup} VF_Y = \{(0.3/x_1, \{u_2, u_3, u_5, u_7, u_9\}), (0.53/x_2, \{u_1, u_2, u_3, u_5, u_6, u_7, u_9\}),$$
$$(0.63/x_1, \{u_5, u_8, u_9\}), (0.73/x_2, \{u_1, u_3, u_5, u_6, u_7, u_9\}),$$
$$(0.7/x_1, \{u_5, u_8\}), (0.96/x_2, \{u_3, u_6, u_9\}), (0.21/x_3, \{u_1, u_3, u_6, u_7, u_8\}),$$
$$(0.4/x_3, \{u_1, u_3, u_6\}), (0.65/x_3, \{u_1, u_6\})\}$$

birleşim VFP-soft kümesi elde edilir. Şimdi ise $VF_X \tilde{\sqcap} VF_Y$ kesişimini bulalım. Yine ortak parametre olan x_2'nin üyelik fonksiyonu ve yaklaşım fonksiyonları şöyle elde edilir:

$$\mu_{X\cap Y}(x_2) - \gamma = min\{\mu_X(x_2) - \underline{\alpha}, \mu_Y(x_2) - \underline{\beta}\} = 0.4,$$
$$\mu_{X\cap Y}(x_2) = min\{\mu_X(x_2), \mu_Y(x_2)\} = 0.6,$$
$$\mu_{X\cap Y}(x_2) + \gamma = min\{\mu_X(x_2) + \underline{\alpha}, \mu_Y(x_2) + \underline{\beta}\} = 0.87,$$
$$\underline{f_{X\cap Y}}(x_2^{\gamma}) = \underline{f_X}(x_2^{\alpha}) \cap \underline{f_Y}(x_2^{\beta}) = \{u_2, u_3, u_5, u_7, u_9\},$$
$$f_{X\cap Y}(x_2) = f_X(x_2) \cap f_Y(x_2) = \{u_3, u_5, u_7, u_9\},$$
$$\overline{f_{X\cap Y}}(x_2^{\overline{\gamma}}) = \overline{f_X}(x_2^{\overline{\alpha}}) \cap \overline{f_Y}(x_2^{\overline{\beta}}) = \{u_3, u_9\}.$$

Dolayısıyla

$$VF_X \tilde{\sqcap} VF_Y = \{(0.3/x_1, \{u_2, u_3, u_5, u_7, u_9\}), (0.63/x_1, \{u_5, u_8, u_9\}), (0.7/x_1, \{u_5, u_8\}),$$
$$(0.4/x_2, \{u_2, u_3, u_5, u_7, u_9\}), (0.21/x_3, \{u_1, u_3, u_6, u_7, u_8\}),$$
$$(0.6/x_2, \{u_3, u_5, u_7, u_9\}), (0.4/x_3, \{u_1, u_3, u_6\}),$$
$$(0.87/x_2, \{u_3, u_9\}), (0.65/x_3, \{u_1, u_6\})\}$$

kesişim VFP-soft kümesi elde edilir.

4. VFP-SOFT KÜMELERİN BİR UYGULAMASI (AN APPLICATION OF VFP-SOFT SETS)

Bu bölümde, karar verme problemlerinde, yeni tanımladığımız VFP-soft kümelerin FP-soft kümelerden daha ideal sonuçlar verebileceğini göstereceğiz. Bunun yanı sıra VFP-soft kümelerin belirsizlik probleminin çözümüne yönelik alternatif çözümler üretebilmesi, karar verici grubun işini kolaylaştırmaktadır. Bunun için VFP-soft kümelerden faydalanmanın önemi bir algoritma vasıtasıyla gösterilecek ve algoritmanın bir uygulama üzerindeki sonuçları incelenecektir.

Algoritma:

Adım 1. $A \subseteq E$ istenilen parametre kümesi, U evren kümesi ve X, E üzerinde bir fuzzy küme olacak şekilde temel kümeleri oluştur.

Adım 2. Her $x \in E$ ve $x^{\underline{\alpha}} \in \underline{E}$ için bir $0 \leq \underline{\alpha} < \mu_X(x)$ değeri seç ve $\mu_X(x) - \underline{\alpha}$ ifadesi için $\underline{f_X}(x^{\underline{\alpha}})$ yaklaşım fonksiyonunu hesapla.

Adım 3. Her $x \in E$'yi ve $f_X(x)$ yaklaşım fonksiyonunu hesapla.

Adım 4. Her $x \in E$ ve $x^{\overline{\alpha}} \in \overline{E}$ için bir $0 \leq \overline{\alpha} \leq 1 - \mu_X(x)$ değeri seç ve $\mu_X(x) + \overline{\alpha}$ ifadesi için $\overline{f_X}(x^{\overline{\alpha}})$ yaklaşım fonksiyonunu gir.

Adım 5. Yaklaşım fonksiyonlarından yararlanarak VFP-soft kümesini oluştur.

Adım 6. Her $1 \leq i \leq s(U)$ için $GT(u_i) = \underline{T}(u_i) + T(u_i) + \overline{T}(u_i)$ değerlerini hesapla.

$$\underline{R}(u_{ij}) = \begin{cases} \mu_X(x_j) - \underline{\alpha}, & u_i \in \underline{f_X}(x_j^{\underline{\alpha}}) \\ 0, & u_i \notin \underline{f_X}(x_j^{\underline{\alpha}}) \end{cases}, \quad \underline{T}(u_i) = \sum_{j=1}^{s(A)} \underline{R}(u_{ij}) \tag{8}$$

$$R(u_{ij}) = \begin{cases} \mu_X(x_j), & u_i \in f_X(x_j) \\ 0, & u_i \notin f_X(x_j) \end{cases}, \quad T(u_i) = \sum_{j=1}^{s(A)} R(u_{ij}) \tag{9}$$

$$\overline{R}(u_{ij}) = \begin{cases} \mu_X(x_j) + \overline{\alpha}, & u_i \in \overline{f_X}(x_j^{\overline{\alpha}}) \\ 0, & u_i \notin \overline{f_X}(x_j^{\overline{\alpha}}) \end{cases}, \quad \overline{T}(u_i) = \sum_{j=1}^{s(A)} \overline{R}(u_{ij}) \tag{10}$$

Adım 7. $GT(u_k) = max\{GT(u_i);\ 1 \leq i \leq s(U)\}$ değerini bul.

Adım 8. u_k nesnesi istenen parametreleri en iyi karşılayan elemandır.

Şimdi bu algoritmanın bir belirsizlik problemi üzerinde nasıl uygulanacağını ve elde edilen sonuçların ideal çözüme ne kadar yakın olabileceğini görelim.

Problem: Bir hastane, başvuran adaylar arasından en iyi personeli işe almak istiyor. Başvuran adaylar 10 kişi olup bu adayların kümesi $U = \{u_1, u_2, u_3, u_4, u_5, u_6, u_7, u_8, u_9, u_{10}\}$ olsun. Hastane yönetimi adayların $E = \{e_1 = yetenek,\ e_2 = tecrübe\}$ parametre kümesindeki niteliklere ne kadar uygun olup olmadığını belirlemek için 3 aşamalı bir test yapıyor. İlk test diğer iki teste göre daha kolay olup bu testi geçenler ikinci teste katılabiliyorlar. İkinci testte son yapılacak olan testten daha kolay olup ikinci testten başarılı olanlar üçüncü testte katılabiliyorlar. Testlerin zorlukları arttıkça o testten başarılı olunması halinde elde edilecek olan puan daha fazla olacaktır. Dolayısıyla daha fazla teste katılabilen adaylar daha fazla puan toplayabilme ihtimalini arttırmış olacaklardır. Sonuçta hastane yönetimi başvuran adaylar arasından en iyisini seçmek istiyor.

Hastane yönetimi tarafından ilk testte yer alan "yetenek" parametresinden başarılı olan adayların 0.23 puan, "tecrübe" parametresinden başarılı olan adayların ise 0.38 puan alacağı; ikinci testte yer alan "yetenek" parametresinden başarılı olan adayların 0.45 puan, "tecrübe" parametresinden başarılı olan adayların ise 0.57 puan alacağı ve son olarak üçüncü testte yer alan "yetenek" parametresinden başarılı olan adayların 0.68 puan, "tecrübe" parametresinden başarılı olan adayların ise 0.75 puan alacağı ilan ediliyor. Aslında bu puanlar, üyelik fonksiyonları yardımıyla aşağıda verildiği şekilde ifade edilebilir:

$\mu_X(x_1) - 0.22 = 0.23$, $\mu_X(x_2) - 0.19 = 0.38$,
$\underline{X} = \{0.23/x_1, 0.38/x_2\}$,

$\mu_X(x_1) = 0.45$, $\mu_X(x_2) = 0.57$,
$X = \{0.45/x_1, 0.57/x_2\}$,

$\mu_X(x_1) + 0.23 = 0.68$, $\mu_X(x_2) + 0.18 = 0.75$,
$\overline{X} = \{0.68/x_1, 0.75/x_2\}$.

Şimdi ise hastane yönetimi tarafından elde edilen test sonuçlarını yaklaşım fonksiyonları yardımıyla ifade edelim:

$\underline{f_X}(x_1^{0.22}) = \{u_2, u_4, u_5, u_7, u_9, u_{10}\}$,
$\underline{f_X}(x_2^{0.19}) = \{u_1, u_3, u_5, u_6, u_8, u_{10}\}$,
$f_X(x_1) = \{u_2, u_5, u_7, u_{10}\}$,
$f_X(x_2) = \{u_3, u_5, u_6, u_8, u_{10}\}$,
$\overline{f_X}(x_1^{0.23}) = \{u_5, u_7, u_{10}\}$,
$\overline{f_X}(x_2^{0.18}) = \{u_3, u_5, u_6, u_8\}$.

Bu problemimizi ifade edecek olan VF_X VFP-soft kümesi yukarıda ifade edilen yaklaşım fonksiyonlarından faydalanarak aşağıdaki şekilde verilir:

$$\underline{F_X} = \{(0.23/x_1, \{u_2, u_4, u_5, u_7, u_9, u_{10}\}), (0.38/x_2, \{u_1, u_3, u_5, u_6, u_8, u_{10}\})\},$$
$$F_X = \{(0.45/x_1, \{u_2, u_5, u_7, u_{10}\}), (0.57/x_2, \{u_3, u_5, u_6, u_8, u_{10}\})\},$$
$$\overline{F_X} = \{(0.68/x_1, \{u_5, u_7, u_{10}\}), (0.75/x_2, \{u_3, u_5, u_6, u_8\})\},$$

$$VF_X = \{(0.23/x_1, \{u_2, u_4, u_5, u_7, u_9, u_{10}\}), (0.38/x_2, \{u_1, u_3, u_5, u_6, u_8, u_{10}\}), (0.45/x_1, \{u_2, u_5, u_7, u_{10}\}), (0.57/x_2, \{u_3, u_5, u_6, u_8, u_{10}\}), (0.68/x_1, \{u_5, u_7, u_{10}\}), (0.75/x_2, \{u_3, u_5, u_6, u_8\})\}.$$

Problemi özetleyen VF_X VFP-soft kümesi için algoritmada verilen Adım 6'nın uygulanışının özetini aşağıda verilen Çizelge yardımıyla inceleyelim:

Çizelge 1. Her bir nesne için Adım 6'nın uygulanması (Applying of Step 6 for each object)

Nesneler	$\underline{f_X}(x_1^{\underline{\alpha}})$	$\underline{f_X}(x_2^{\underline{\alpha}})$	$f_X(x_1)$	$f_X(x_2)$	$\overline{f_X}(x_1^{\overline{\alpha}})$	$\overline{f_X}(x_2^{\overline{\alpha}})$	$GT(u_i)$
u_1	0	0.38	0	0	0	0	0.38
u_2	0.23	0	0.45	0	0	0	0.68
u_3	0	0.38	0	0.57	0	0.75	1.7
u_4	0.23	0	0	0	0	0	0.23
u_5	0.23	0.38	0.45	0.57	0.68	0.75	3.06
u_6	0	0.38	0	0.56	0	0.75	1.7
u_7	0.23	0	0.45	0	0.68	0	1.36
u_8	0	0.38	0	0.57	0	0.75	1.7
u_9	0.23	0	0	0	0	0	0.23
u_{10}	0.23	0.38	0.45	0.57	0.68	0	2.31

Buradan $GT(u_5) = max\{GT(u_i);\ 1 \le i \le 10\}$ olduğundan u_5 personelinin işe alınması önerilir. Ancak bu tip problemler için FP-soft kümeleri kullansaydık her zaman ideal sonuca ulaşamayabilirdik. Örneğin, verilen algoritmayı FP-soft kümeler için uygulayalım ve her bir personelin toplayabileceği tüm puanları hesaplayalım.

Çizelge 2. FP-soft kümelerin uygulama sonuçları (Application results of FP-soft sets)

Nesneler	$f_X(x_1)$	$f_X(x_2)$	$GT(u_i)$
u_1	0	0	0
u_2	0.45	0	0.68
u_3	0	0.57	0.57
u_4	0	0	0
u_5	0.45	0.57	1.02
u_6	0	0	0.57
u_7	0.45	0	0.45
u_8	0	0.57	0.57
u_9	0	0	0
u_{10}	0.45	0.57	1.02

Çizelge 2'den de görüldüğü gibi maksimum tek bir değer bulunamamıştır. Burada u_5 ve u_{10} personellerinden hangisinin işe alınacağı durumu belirsizdir. Bu yüzden bu tip belirsizlik durumlarında VFP-soft kümelerin kullanılmasını önerebiliriz.

6. SONUÇ (CONCLUSION)

Bu çalışmada VFP-soft kümeler tanımlanmış ve temel özellikleri incelenmiştir. Daha sonra VFP-soft kümelerin karar verme problemlerine nasıl uygulanabileceğine yönelik bir algoritma verilmiştir. Ayrıca VFP-soft kümelerin, bazı belirsizlik problemlerinin çözümünde yetersiz kaldığı tespit edilen FP-soft kümelere yönelik alternatif bir çözüm olarak uygulanabileceği gösterilmiştir.

Belirsizlik problemlerini en doğruya yakın şekilde çözmek her zaman bu alanda çalışan araştırmacıları heyecanlandırmıştır. Bu çalışma ile bu heyecanın bir ürünü sayılabilecek VFP-soft küme teorisi ile ideal çözüme yaklaşmaya çalışılmıştır. Bu sebeple tanımladığımız küme teorisinin gelecek çalışmalar için ilham verici olabileceğini düşünüyoruz ve karar verme aşamasında bu küme teorisinin kullanılmasını öneriyoruz.

ETİK STANDARTLARIN BEYANI (DECLARATION OF ETHICAL STANDARDS)

Bu makalenin yazarları çalışmalarında kullandıkları materyal ve yöntemlerin etik kurul izni ve/veya yasal-özel bir izin gerektirmediğini beyan ederler.

YAZARLARIN KATKILARI (AUTHORS' CONTRIBUTIONS)

Orhan DALKILIÇ: Deneyleri yapmış ve sonuçlarını analiz etmiştir. Ayrıca makalenin yazım işlemini gerçekleştirmiştir.

Naime DEMİRTAŞ: Deneyleri yapmış ve sonuçlarını analiz etmiştir.

ÇIKAR ÇATIŞMASI (CONFLICT OF INTEREST)

Bu çalışmada herhangi bir çıkar çatışması yoktur.

KAYNAKLAR (REFERENCES)

[1] Zadeh L.A., “Fuzzy sets”, ***Information and Control***, 8:338-353, (1965).

[2] Molodtsov D., “Soft set theory-first results”, ***Comput. Math. Appl.***, 37: 19-31, (1999).

[3] Maji P.K., Roy A.R. and Biswas R., “Fuzzy soft sets”, ***Journal of Fuzzy Mathematics***, 9(3): 589-602, (2001).

[4] Roy S. and Samanta T.K., “A note on fuzzy soft topological spaces”, ***Annals of Fuzzy Mathematics and Informatics***, 3: 305-311, (2012).

[5] Çağman N., Çıtak F. and Enginoğlu S., “FP-soft Set Theory and Its Applications”, ***Annals of Fuzzy Mathematics and Informatics***, 2: 219-226, (2011).

[6] Çağman N., Enginoğlu S. and Çıtak F., “Fuzzy Set Theory and its Applications”, ***Iranian Journal of Fuzzy Systems***, 8: 137-147, (2011).