

## ÇOKLU KORELASYON ANALİZİ İLE MALİYET SAPTANMASI\*

**Paul R. McCLENON**

**Çeviren :  
Doç. Dr. Semih BÜKER**

Çoklu korelasyon analizi, maliyet bulunması işlemi ile rekabet etmez, fakat bazı maliyet tahminlerinin başka yollarla belirlenemediği durumlarda faydalı bir alet olabilir. Bu makale, muhasebecilere teknikle ilgili basit bir örnek vermek ve muhtemel kullanım yerlerini göstermek amacını taşımaktadır. Bir istatistikçi ile tartışılması veya iyi ders kitabına başvurması da tavsiye edilir.

Analizlerinde istatistiki yöntemlere başvuranlar uzun zamandan beri çoklu korelasyonu bilmektedirler, fakat çok az muhasebeci bu aleti birim maliyeti tahmin etmede kullanılır. Belirli bir süreye ait dolar olarak maliyetler ve bu maliyetlerle ilgili çeşitli kalemlerin miktarlarına ait bilgilere sahip olunursa, çoklu korelasyon analizi tek tek birimlere ait maliyeti verebilir. Bu makale basitleştirilmiş bir örnekten başka tekniğin faydalı olabileceği durumlarla ilgili bir tartışmaya ve analiz işleminin tanımına yer vermiştir.

(\*) The Accounting Review, Temmuz 1963 s. 540-547.

## MALİYET BİLGİLERİNE NEDEN GEREKSİNME DUYULUR?

Şirketinizin büro makineleri de içinde olmak üzere çeşitli tamir işlerini yapan bir tamir atelyesi olduğunu kabul edelim. Kentteki başka bir işletmeden kendi hesap makinelerinin de tamirinin yapılması konusunda bir istek geldiğini varsayalım. Tamir atelyenizin, yazı makinelerinin, toplama makinelerinin ve hesap makinelerinin tamirini yaptığını ve atelyede yalnız bu işi yapan iki kişi olduğunu da kabul edelim. Beklenir müşteriniz, her makine için belirli bir ücret, artı gerekli parçaların bedelini ödemeyi öngören bir sözleşme yapmak istemektedir. Bu yaklaşım, direk işçilik ücretini iyi tahmin ettiğinizde doyurucu olacak ve temel ücreti belirleyebileceksiniz. Son muhasebe kayıtlarını gözden geçirmeniz gerekebilir. Analiz sonucunda, son haftalarda işlerin daha hızlı tamamlanmasına doğru bir eğilimin varlığı görülecektir, bunu aşağıdaki bilgilerden çıkarmaktayız :

Haftalar	Çalışılan Saatler	Tamamlanan Birim Sayısı	Her Birim Harcana
1	64	20	3,2
2	64	22	2,9
3	53	19	2,8
4	54	20	2,7
5	51	19	2,7
6	57	22	2,6
7	53	21	2,5
8	49	20	2,4
	445	163	2,7

Atelyenin ustabaşısından her makine için tahmini olarak üç saat hesap edilmesinin uygun olup olmayacağını sorduğumuzu varsayalım. Ustabaşısında beş saat hesap edilmesinin normal olacağını, çünkü, hesap makinelerinin tamirinin daha zor olduğunu söylediğini kabul edelim. Ustabaşı bunların tamirinin bazen yarım gün aldığını, fakat ayrıntılı kayıtların gerekebileceğini düşünemediklerini söylemiş olsun.

Yapacağınız sözleşmede, kayba uğramak ve de çok fazla istemek durumuna düşmemek isteyebilirsiniz, çünkü fazla istemekle

komşu işletmenin işletmenizle olan dostça ilişkilerini bozmuş olabilirsiniz.

Makine türlerine göre yaklaşık direk işçiliği nasıl bulabilirsiniz? Şimdi başlayacak dikkatli bir gözetim programı veya kayıt tutma, istediğiniz noktaları zamanında aydınlatamayacaktır. Atelyeniz makine türüne göre miktarlarla ilgili bilgiyi verecek olursa bu bilgiyi her tür için gerekli zamanı tahmin için kullanabilirsiniz. Aşağıdaki bilgiye sahip olduğunuzu varsayalım :

### Tamir Edilen Makineler

Haflalar	Toplam Makineleri	Yazı Makineleri	Hesap Makineleri	Toplam Saatler
1	5	7	8	64
2	7	9	6	64
3	9	5	5	53
4	9	7	4	54
8	8	8	3	51
6	9	10	3	57
7	9	10	2	53
8	9	10	1	49
	65	66	32	445

### BİR HİPOTEZ

Ustabaşı hesap makinelerinin herbiri için 5 saat hesaplanmasını önermiştir. Bu iyi bir tahmin olarak kabul edilecek olursa geçmiş sekiz haftada harcanan fazla süre aşağıdaki gibi dağılmış olabilir :

Direkt süre :

Hesap makineleri	32 X 5 saat	160 saat
Öteki makineler	131 X 2 saat	262 saat
Endirekt süre	8 hafta X 3 saat	24 saat
	Yaklaşık toplam	446 saat

Bunun iyi bir tahmin serisi olup olmadığını anlayacak bir yol var mıdır? Bu tahminlerin, elimizde, bilgi sahibi olduğunuz 8 haftanın herbirindeki gözlenen gerçek durumu açıklayıp açıklamadı-

ğini araştırmak yollarından biridir. Beklenen toplam saatlerin (bu tahminler güvenilir ise) gerçekleştiği bildirilen saatlerle karşılaştırıldığında aşağıdaki durumun ortaya çıktığını varsayalım :

Haftalar	Saatler		
	Tahmin Edilen	Gerçekleşen	Far
1	67	64	3
2	65	64	1
3	56	53	3
4	55	54	1
5	50	51	-1
6	56	57	-1
7	51	53	-2
8	46	49	-3
	446	445	

#### DAHA YAKIN BİR TAHMİN.

Yukarıdaki farkların ve makine turleri bakımından kayıtların gözden geçirilmesinden sonra tahminlerde yakınlık, yazı makinelerinin tamirinin toplama makinelere göre daha fazla süre aldığının ve hesap makinelerinin tamirinin zorluğunun kabul edilmesiyle sağlanacaktır. Makine turleri ile ilgili olarak yapılacak sınama-yanılma çalışmaları sonunda sekiz haftaya ait toplam süre aşağıdaki gibi bulunacaktır :

#### Direkt süre :

65 toplama makinesi	X 2 saat	130 saat
66 yazı makinesi	X $2\frac{1}{2}$	165 saat
32 hesap makinesi	X 4 saat	128 saat
Endirek süre	8 hafta X $2\frac{1}{2}$	22 saat
		<u>445 saat</u>

Bu tahminler haftalık alınan bilgilere uygulanacak olursa gerçekten harcanan süreye çok yakın bir sonuç buluruz.

### Saatler

Haftalar	Tahmini	Gerçek	Fark
1	62,25	64	-1,75
2	63,25	64	-0,75
3	53,25	53	0,25
4	54,25	54	0,25
5	50,75	51	-0,25
6	57,75	57	0,25
7	53,75	53	0,75
8	49,75	49	0,75
	445.00	445	0,00

Bu farklar oldukça küçüktür fakat daha da küçültülebileceği söylenebilir. Bu tahminler, hesap makinelerinin sayısı azaldıkça, yükselmektedir, buna göre hesap makinelerine  $4\frac{1}{2}$  saat verebilecek miyiz? Böyle yapmakla öteki makinelerden biri veya her ikisi için tahminleri azaltabilir veya üretim için harcanmamayan süreyi azaltabiliriz.

### EN İYİ CEVABI NASIL SEÇEBİLİRİZ ?

Bir denemeden ötekine ayarlama yolunu ve hangisinin doğru olduğunu bilmiyorsak tekrar eden denemeler birçok aritmetik işlemi gerektirir. Gerçektenden neler olduğunu açıklamak için öneriler bir tahmin serisinin etkinliğine karar verecek bir kritere gereksinmemiz vardır. Durum, gözlenen maliyet-değer ilişkilerini göstermek için bir dağılım diyagramı yaptığınızda karşılaşacağımız duruma benzemektedir. Böyle bir durumda ilişkileri en iyi gösterecek doğruyu nasıl seçeriz? Böyle bir dağılım diyagramı ile regresyon doğrusunu hesaplamak için uygulanan teknik, en küçük kareler tekniğidir. Bu teknik, tahmini ve gerçek maliyetler arasındaki farkların karesini en küçüğe indirir. Maliyet miktar dağılım diyagramında bir doğruyu belirlemek için iki değeri seçmek zorundayız: tahmini bir sabit imalât genel gideri ve birim başına direk maliyet.

Hizmet atelyesinin zaman sorununun çözümü için benzer bir yaklaşımdan yararlanabiliriz, bunun için de dört değeri bilmemiz gerekir: bir sabit üretken olmayan süreyi gösteren süre veya imalat genel gideri ve üç tür makinenin herbiri için direkt süre. Çoklu korelasyon analizi için standart istatistik tekniği eldeki verilere uygulandığında en küçük kareler esasına göre dört istenen değer bulunacaktır. Özel hesaplama biçimleri ekte gösterilmiştir. Geçmiş sekiz haftaya ait gerçek süre şöyledir.

Direkt süre :

Toplama makineleri	65 X 1,456	saat	94,64	saat
Yazı makineleri	66 X 2,407	saat	158,86	saat
Hesap makineleri	32 X 4,016	saat	128,51	saat
Endirekt süre	8 hafta X 7,878	saat	63,02	saat
	m tahmini süre		445,03	saat

Bu birim tahminlerinin hafta esasına göre, gerçek süreye uygulanması her hafta bildirilen gerçek saatlerin tahminine çok yakın çıkacaktır.

Aşağıdaki ayrıntılı tabloda her kalemin yüzdeleri yuvarlak hale getirilmiştir ve en büyük fark 10 dakika kadar olduğu görülmektedir.

#### Tahmini Saatler

Haftalar	Toplama Makine.	Yazı Makine.	Hesap Makine.	Üretken Olmayan	Toplam	Gerçek Saatler
1	7.28	16.85	32.13	7.88	64.14	64
2	10.19	21.66	24.10	7.88	63.83	64
3	13.10	12.04	20.08	7.88	53.10	53
4	13.10	16.85	16.06	7.88	53.89	54
5	11.65	19.26	12.05	7.88	50.84	51
6	13.10	24.07	12.05	7.88	57.10	57
7	13.10	24.07	8.03	7.88	53.08	53
8	13.10	24.07	4.02	7.88	49.07	49
	94.62	158.87	128.52	63.04	445.05	445

## BU SONUÇLARIN ANLAMI

Gözlenen gerçek toplam süre, bu yolla açıklandığında, birim tahminleri herhangi bir düşünülen karar için esas olarak kabul etmek zorunda kalabiliriz. Görüldüğü gibi, hesap makinesinin tamiiri dört saat alacaktır. Fakat aynı serinin süre tahminleri, bu siparişlerde hemen hemen haftaya sekiz saatlik bir imalat genel gideri olduğunu göstermektedir. Yönetimin tutumu, bu gider faktörünün de konusu işletmeye fiyat saptamada hesaba katılmasını gerektirir yönde olabilir.

## TAHMİNLERİN GÜVENİRLİĞİ

Korelasyon analizi uygulanacak bir rakam serisi için bu örnekteki veriler için uygulanan işlemler uygulanacaktır. Birim maliyetleri, zaman standartlarının ve öteki tiplerin en küçük kareler tahminleri geçmişe ait rakamlardan çıkarılabilir. Hesap işlemleri doğru yapılmışsa, tahmin edilen değerler herhangi bir başka tahmin serisinden daha iyi olacaktır. Fakat bazı durumlarda daha iyi, çok iyi değildir. Bir dağılım diyagramı yardımı ile eğimi gösterecek regresyon doğrusundan daha önce söz edilmişti. Dağılım diyagramında tek tek noktalar çok dağınıksa buna en iyi uyacak doğruyu yine bulabiliriz fakat geniş dağılım zayıf bir korelasyon gösterir. Böyle bir durumda doğruyu tahminlerde kullanmada önemli bir belirsizlikle karşı karşıya kalırız. Uygulamada, burada verilen örnekte olduğu gibi mükemmel sonuçlarla karşılaşmayabiliriz.

İstatistikçiler tahminlerinin güvenirliliği ve bunların standart hatalarının saptanması yoluyla karar verirler. Bundan sonra genişliği standart hata ile belirlenmiş bir belirsizlik alanı ve istenen bir güven derecesi içinde özel tahmin kabul edilmiş olur. Bazı muhasebeciler, buradaki gibi istatistik kavramları ile uğraşmayı çok zor bulurlar. Burada, istatistiki ölçülerin güvenilirliliklerinin her zaman kabul etmekte acele edilmemesi tavsiye edilir. İstatistiki aletleri daha iyi tanımak için uzun vadeli bir programda ilk yapılacak iş güven sınırları ile ilgili basit standartlara dayanarak tahminleri kullanmaya alışmaktır. İstatistikçinin bulunduğu sonuçların sınırları ile ilgili kararlarını ve bu kararların dayanaklarını anlamaya çalışmalıyız. Sınırlar ile ilgilenmekten çok yararlar üzerinde durmak daha çok tavsiye edilir bir yoldur.

## UYGULAMA KOŞULLARI

Hangi koşullarda korelasyon analizi muhasebecilere yararlı olabilir? Temel noktalarda anlaşılmayan birşey kalmadığını varsayalım. Bu makalede verilerin istatistiki analizinin mühendislik veya bilgimiz maliyet muhasebesinden sağlanan bilgiden daha iyi bilgi sağladığı savunulmamaktadır. Burada önerilen, bu tekniklerin kullanılmadığı fakat bazı bilgilerin sağlanmasının olumlu ve kararların hemen verilmesinin gerekli olduğu yerlerde korelasyon analizinin faydalı olabileceğidir.

Bir maliyet masrafı hesabında birden çok ürün söz konusu ise birim maliyetinin bulunması istenebilir. Grup içinde her ürün türü için miktarlar yanında toplam maliyetler bilinirse korelasyon analizi, türler için birim maliyeti en küçük kareler tahminini verebilir. Yukarıdaki örnek bu işin nasıl yapıldığını göstermektedir. (Üretken işçilik saati yerine dolar olarak maliyet kullanılabilir ve bu analiz yaklaşımını etkilemez). Bu biçimde birim maliyet tahminleri, fiyatlama kararlarında, yapma veya satın alma kararlarında veya daha pahalı bir analize gerek olup olmadığına karar vermede faydalı olabilir.

Örneğin bir atelyede birbirine oldukça benzer fakat, temizleme, parlatma işlemleri biraz farklı üç tür ürün yapıldığını varsayalım. Bunların her üçü bir maliyet merkezinde üretilmektedir. Resmi muhasebe kayıtları birim maliyetlerde artan bir eğilim gösteriyorsa, bu değişiklik etkinlikteki değişikliğe mi yoksa mamul karmasındaki değişikliğe mi bağlanacaktır? Çoklu korelasyon analizinden çıkarılmış birim maliyetler bu sorunun aydınlatılmasına yardım edecek midir? (Gerçek işlemlerin analizi de kuşkusuz gerekli aydınlatmayı yapacaktır. Eldeki verinin analizi daha ucuz ve daha derin araştırmalara görülen gereksinmenin yersizliğini gösterebilir).

Çoklu korelasyon analizi, faydalı birim maliyet tahminlerini, ancak önceden gerekli koşullar yerine getirilmişse, verecektir. Yerine getirilmesi gerekli koşul, verimin yeterli olmasıdır. Bu makaledeki örnekte kullanılan veri ekte bütün ayrıntıları gösterilen ve okuyucuyu, isterse hesaplamaları tekrar etmesine yardım edecek biçimde yalnız sekiz haftalıktır. Böyle küçük bir örnek bir güvenle kullanılacak sonuçlar vermez.



Başka bir ön koşul kullanılan bütün verinin tek bir «bütüne» ait olmasıdır. Başka bir deyişle, bulunacak birim maliyet hakkında bütün mümkün ipuçları bu tür analize başlamadan gözden geçirilmelidir. Eldeki verinin kapsadığı süre içinde giderlerde herhangi bir değişiklik olursa (örneğin mühendisliği ilgilendiren bir konuda veya analiz konusu ile ilgili fiyat değişikliği gibi) tahmini «ortalama» birim maliyetleri hesaplamak gereksiz olacaktır.

Önemli bir koşul işlemlerle ilgilidir. Bulunabilecek, miktarlarla ilgili bilgilerin (bu bilgiler genellikle tamamlanan veya gönderilen mal miktarlarına ait olur) gerçekleşen maliyetlerle ilişkisi kurulmalıdır. İşlem halindeki mallar önemli ise ve mamul türü olarak bileşimi değişiyorsa elde edilebilen veriyi giderler yapıldığında dönemlere eşit olarak bölmek için gerekli değişiklikler yapılmalıdır. Bu işi yapmanın zorluğu çoklu regresyonun faydasını azaltan bir husustur, bu nedenle buna ancak işlem halindeki mal miktarı fazla olduğunda başvurulmalıdır.

## KULLANILAN TEKNİĞİN AÇIKLANMASI

Yukarıdaki örnekte kullanılan tahminlerin bulunmasında izlenen temel yol burada açıklanacaktır. Teknik ek, kendi sorunlarında yararlanmak isteyenler için ayrıntılı noktaları göstermektedir.

Analiz, sabit birim maliyetin yüksek olduğu varsayımından hareketle başlamaktadır ve başlangıçta miktarlar bilinmemekle birlikte bulunabilir (örnekte maliyetler gereksinme duyulan saat cinsindedir). Şöyle bir tanım yapılabilir (bilinmeyen birim maliyetleri kullanarak) «herhangi bir dönemdeki toplam maliyet, imalat genel giderleri artı bu türden mamullerin sayısı çarpı birim maliyetten oluşur». Bir seri gözlem (örnekte sekiz) yaptığımızı ve bu gözlemlerin herbirinde yukardaki tanımın geçerli olduğunu kabul ettik. Bütün gözlemlerin toplanması «normal eşitliği» verir. Bilinmeyen dört değeri bulmak istersek bunları kullanan dört değişik eşitliğe ihtiyacımız olacaktır. Toplama işlemi sırasında her gözlemi bilinen miktarlarla çarparak gerekli duyduğumuz kadar «normal eşitlik» bulabiliriz. Örnekte, toplam saatleri ve bilinmeyen dört değerimizin türü halamından gerçek süreleri gösteren dört «normal eşitlik» bulduk. Eşitliklerin birbirine bağlı olarak çözümü istenen bilinmeyen değerleri verir.

Birbirine bağılı eşitlikler sisteminin direk çözümü belirleyiciler (determinants) kullanılarak kolayca tanımlanabilir, bunlar hep birlikte çarpım işlemine tabi tutulmuş birçok faktörü temsil eder rakamların karelerinden oluşmuş bir seridir. Bu noktada bir bilgisayar gerekebilir, (bizim dört bilinmeyenimizde direk çözüm onaltı elemanın herbirinin iki belirleyicisinin değerlendirilmesi gerektirebilir. Belirleyicilerin herbirinin değerlendirilmesi dört faktörün herbirinin yirmi dört ayrı çarpımını gerektirir. Bundan sonra bulunanlar yarısı eksi, yarısı artı ve doğru olmak koşuluyla biraraya getirilmelidir. Bilgisayar olmaksızın bu yaklaşım kullanılamaz).

Bilgisayarsız yapılacak çözümlerde bilinmeyenlerin ve eşitliklerin sayısını azaltmak için - ekte görüldüğü gibi - cebirsel hesaplama tekniği kullanılabilir. Bilgisayarsız çalışmada eldeki veri rakamları küçük rakamlar halinde yuvarlaklaştırılabilir. (Örneğin, matematik işlemlerden kurtulmak için yüz veya bin dolar olarak gösterilebilir). Bilgisayarsız yapılan hesaplama, kontrol için, özel defter tutma tekniği gerektirir.

#### SONUÇ — BAŞKA BİR FAYDALI ALET

Bu makale ile, çoklu korelasyon analizinin bazı durumlarda aynı verilerden geleneksel muhasebe teknikleri ile bulunamayacak maliyet tahminlerini bulmak için kullanılabileceğini göstermeğe çalışılmıştı. Bu nedenle, çoklu korelasyon analizi faydalı bir alettir. Fakat bazı aletler çok keskindir ve kullanılırken dikkatli olmak gerekir. Muhasebeciler, istatistik kitaplarından veya yetişmiş istatistikçilerden bu tür maliyet tahminlerinde yararlanabilirler. Akıllıca kullanılacak olursa, bu alet yönetim planlaması ve karar vermede faydalı olabilecek bilgiyi verebilir.

#### TEKNİK EK

Aşağıdaki bölüm, yukarıda kullanılan dört maliyetin bulunmasında izlenen yolları göstermektedir. Ayrıntılı yöntemi öğrenmek amacı dışında mutlaka okumak gerekmez, aynı zamanda birçok kitapta da bu örnekleri bulmak mümkündür.

Kullanılan Semboller :

Bulunacak bilinmeyenler :

W = Endirekt süre veya haftalık genel imalat giderleri (saat olarak)

X = Bir toplama makinesinin tamiri için süre (saat olarak)

Y = Bir yazı makinesinin tamiri için süre (saat olarak)

Z = Bir hesap makinesinin tamiri için süre (saat olarak)

Eldeki Veri :

A = Hafta içinde tamir edilen toplama makineleri

B = Hafta içinde tamir edilen yazı makineleri

C = Hafta içinde tamir edilen hesap makineleri

T = Hafta içinde harcanan toplam süre (saat)

Normal eşitlikler :

$$T = XA + YB + ZC + W$$

Sekiz gözlemin toplamı :

$$I. \Sigma T = X\Sigma A + Y\Sigma B + Z\Sigma C + 8W$$

$$II. \Sigma AT = X\Sigma A^2 + Y\Sigma AB + Z\Sigma AB + W\Sigma A$$

$$III. \Sigma BT = X\Sigma AB + Y\Sigma B^2 + Z\Sigma BC + W\Sigma B \quad \text{dir :}$$

$$IV. \Sigma CT = X\Sigma AC + Y\Sigma BC + Z\Sigma C^2 + W\Sigma C$$

Temel Sıra

Haftalar	A	B	C	T	Kontrol
1	5	7	8	64	64
2	7	9	6	64	86
3	9	5	5	53	72
4	9	7	4	54	74
5	8	8	3	51	70
6	9	10	3	57	79
7	9	10	2	53	74
8	9	10	1	49	69
	65	66	32	445	608

A ile Çarpım

Haftalar	A 2	AB	AC	AT	A'nın kontrolü
1	25	35	40	320	420
2	49	63	42	448	602
3	81	45	45	477	648
4	81	63	36	486	666
5	64	64	24	408	560
6	81	90	27	513	711
7	81	90	18	447	666
8	81	90	9	441	621
	543	540	241	3570	4894

B ile Çarpım

Haftalar	AB	B 2	BC	BT	B'nin kontrolü
1		49	56	448	588
2		81	54	576	774
3		25	25	265	360
4		49	28	378	518
5		64	24	408	560
6		100	30	570	790
7		100	20	530	740
8		100	10	490	690
	540	568	247	3665	5020

C ile Çarpım

Haftalar	AC	BC	C 2	CT	C'nin kontrolü
1			64~	512	672
2			36	384	516
3			25	265	360
4			16	216	296
5			9	153	210
6			9	171	237
7			4	106	148
8			1	49	69
	241	247	164	7856	2508

Değerlerin yerine konması

- I.  $445 = 65X + 66Y + 32Z + 8W$   
 II.  $3570 = 543X + 430Y + 241Z + 65W$   
 III.  $3665 = 540X + 568Y + 247Z + 66W$   
 IV.  $1865 = 241X + 247Y + 164Z + 32W$

Brüt toplamlar bilindiğinde sapmaların toplanmasının bulunması

1)  $A =$  gerçek miktar,  $A' =$  ortalama miktar ve  $a =$  ortalamadan sapma diyelim.

2) tanım gereğince  $a = A - A'$

3) Gerek duyduğumuz terimin 2 ab olduğunu kabul edelim.

$$\Sigma ab = \Sigma (A - A')(B - B')$$

4) Sağdaki ifadeyi açacak olursak

$$\Sigma ab = \Sigma (AB - AB' - A'B + A'B')$$

5) Bilinen aritmetik ortalamaları toplamın dışına çıkararak basitleştirelim.

$$\Sigma ab = \Sigma AB - A'\Sigma B - B'\Sigma A + NA'B'$$

6) Ortalamanın tanımı gereğince :  $\Sigma A = NA'$ ,  $\Sigma B = NB'$ 'dir ifadeyi yeniden yazacak olursak :

$$\Sigma ab = \Sigma AB - \frac{\Sigma A \Sigma B}{N} - \frac{\Sigma A \Sigma B}{N} + \frac{\Sigma A \Sigma B}{N}$$

7) Son iki terim birbirini götürür ve şu ifade kalır

$$\Sigma ab = \Sigma AB - \frac{\Sigma A \Sigma B}{N} = \Sigma AB - B'\Sigma A = \Sigma AB - A'\Sigma B$$

8) Bulunan genellikle faydalı bir ifadedir.  $a = b$  olduğu özel durumlarda

$$\Sigma a^2 = \Sigma A^2 - A'\Sigma A \text{ bulunur.}$$

Sapmalar bakımından üç «normal» esitlik şöyle yazılır.

- I.  $\Sigma at = X\Sigma a^2 + Y\Sigma ab + Z\Sigma ac + W\Sigma A$   
 II.  $\Sigma bt = X\Sigma ab + Y\Sigma b + Z\Sigma bc + W\Sigma B$   
 III.  $\Sigma ct = X\Sigma ac + Y\Sigma bc + Z\Sigma c + W\Sigma C$

$$A' = 65 \div 8 = 8\frac{1}{8} \quad C' = 32 \div 8 = 4$$

$$B' = 66 \div 8 = 8\frac{1}{4} \quad T' = 445 \div 8 = 55\frac{5}{8}$$

$$\Sigma A^2 = 543 \quad \left| \Sigma AB = 540 \right. \quad \left| \Sigma AC = 241 \right. \quad \left| \Sigma AT = 3570 \right. \quad \left| \text{Kontrol} \right.$$

$$4894$$

$$A' \Sigma A = 528\frac{1}{8} \quad A' \Sigma B = 536\frac{1}{4} \quad A' \Sigma C = 260 \quad A' \Sigma T = 3615\frac{5}{8} \quad 4940$$

$$\Sigma a^2 = 14\frac{7}{8} \quad \Sigma ab = 3\frac{3}{4} \quad \Sigma ac = -19 \quad \Sigma at = 45\frac{5}{8} \quad -46$$

$$\Sigma AB = 540 \quad \Sigma B^2 = 568 \quad \Sigma BC = 247 \quad \Sigma BT = 3665 \quad 5020$$

$$B' \Sigma A = 536\frac{1}{4} \quad B' \Sigma B = 554\frac{1}{2} \quad B' \Sigma C = 264 \quad B' \Sigma T = 3671\frac{1}{4} \quad \frac{5016}{4}$$

$$\Sigma ab = 3\frac{3}{4} \quad \Sigma b^2 = 23\frac{1}{2} \quad \Sigma bc = -17 \quad \Sigma bt = -6\frac{1}{4}$$

$$\Sigma AC = 241 \quad \Sigma BC = 247 \quad \Sigma C^2 = 164 \quad \Sigma CT = 1856 \quad 2508$$

$$C' \Sigma A = \frac{260}{19} \quad C' \Sigma B = \frac{264}{17} \quad C' \Sigma C = \frac{128}{36} \quad C' \Sigma T = \frac{1780}{76} \quad \frac{2432}{76}$$

$$\text{I.} \quad -45\frac{5}{8} = 14\frac{7}{8} X + 3\frac{3}{4} Y - 19 Z$$

$$\text{II.} \quad -6\frac{1}{4} = 3\frac{3}{4} X + 23\frac{1}{2} Y - 17 Z$$

$$\text{III.} \quad -76 = 19 X + -17 Y + 36 Z$$

Direk çözüm

- a)  $2023 X + 510 Y - 2584 Z = - 6,205$  (I çarpı 136)  
b)  $570 X + 3572 Y - 2584 Z = - 950$  (II çarpı 152)  
c)  $1453 X - 3062 Y = - 5,255$  (a eksi b)  
d)  $135 X + 846 Y - 612 Z = - 225$  (II çarpı 36)  
e)  $-323 X - 289 Y + 612 Z = - 1,292$  (III çarpı 17)  
f)  $-188 X + 557 Y = - 1,067$  (d artı e)  
g)  $809,321 X - 1,705,534 Y = 2,927,035$  ( c çarpı 557)  
h)  $-575,656 + 1,705,534 T = 3,267,154$  ( f çarpı 3062)  
i)  $233,665 X = 340,119$  ( g artı h)

Bu nedenle

$X = 1.45558$  (Son iki için X'in bulunan değerleri kullanılarak ayrıntılı basamaklar gösterilmiştir)

$Y = 2.40691$

$Z = 4.01589$

Normal dört eşitliğe dönecek olursak

Sabit W için çözüm :

$$\begin{aligned} \text{I. } 445 &= 65X + 66 Y + 322 + 8 W \\ 445 &= 94,61 + 158,86 + 128,51 + 8 W \\ 63,02 &= 8 W \\ 7,8775 &= W \end{aligned}$$

İkinci normal eşitlikte dört değerin yerlerine bulunan değerleri yazarsak :

$$\begin{aligned} \text{II. } \Sigma AT &= X \Sigma A^2 + Y \Sigma AB + Z \Sigma AC + W \Sigma A \\ 3570 &= 543 + 540 Y + 241 Z + 65 W \\ 3569,9 &= 790,3 + 1299,8 + 967,8 + 512,0 \end{aligned}$$