

Araştırma Makalesi

Gelişmiş ve Gelişmekte Olan Piyasalarda Ortalama-Varyans ve Tek Endeks Optimizasyon Yöntemlerinin Karşılaştırılması¹

Oktay ÖZKAN

*Sorumlu Yazar, Tokat Gaziosmanpaşa Üniversitesi İİBF İşletme Bölümü,
oktay.ozkan@gop.edu.tr, ORCID: 0000-0001-9419-8115*

Recep ÇAKAR

*Hitit Üniversitesi SBMYO Finans Bankacılık ve Sigortacılık Bölümü,
recepcahar@hitit.edu.tr, ORCID: 0000-0002-4069-7653*

Öz

Bu çalışmanın amacı, gelişmiş ve gelişmekte olan ülke piyasalarında Ortalama-Varyans ve Tek Endeks yöntemlerine göre oluşturulan optimum portföylerin performanslarını karşılaştırmaktır. Çalışmada Amerika, Asya ve Avrupa kıtalarındaki gelişmiş ve gelişmekte olan ülke piyasalarında işlem gören, verilerine ulaşılabilen hisse senetlerinin 2017 yılına ait günlük verileri kullanılmıştır. Gerçekleştirilen analiz bulgularına göre, gelişmiş ülke piyasalarında Ortalama-Varyans Modeli'nin, gelişmekte olan ülke piyasalarında ise Tek Endeks Modeli'nin daha iyi performans gösterdiği söylenebilir. Çalışmaya dahil edilen gelişmiş ülke piyasalarında işlem gören hisse senetleri ile optimum portföy oluşturmak isteyen yatırımcıların Ortalama-Varyans Modelini, çalışmaya dahil edilen gelişmekte olan ülke piyasalarında işlem gören hisse senetleri ile optimum portföy oluşturmak isteyen yatırımcıların ise Tek Endeks Modelini kullanmalarının rasyonel olacağı söylenebilir.

Anahtar Kelimeler: Ortalama-Varyans, Tek Endeks, Portföy, Optimizasyon.
JEL Sınıflandırma Kodları: C61, G11, G15, G17

Comparison of Mean-Variance and Single Index Optimization Methods in Developed and Developing Markets²

Abstract

The aim of this study is to compare the performances of the optimum portfolios created according to the Mean-Variance and Single Index methods in developed and developing country markets. In the study, the daily data of the 2017 year of stocks traded in developed and developing countries markets in America, Asia, and European Continents and whose data are available are used. According to the analysis findings, it can be said that the Mean-Variance Model performs better in developed country markets and the Single Index Model performs better in emerging markets. It can be said that it would be rational to use the Mean-Variance Model of investors who want to create an optimum portfolio with the stocks traded in the developed country markets included in the study and to use the Single Index Model of investors who want to create an optimum portfolio with the stocks traded in the developing countries markets included in the study.

Keywords: Mean-Variance, Single Index, Portfolio, Optimization.

JEL Classification Codes: C61, G11, G15, G17

¹ Bu çalışma 08-10 Nisan 2017 tarihleri arasında İktisadi Kalkınma ve Sosyal Araştırmalar Derneği (İKSAD) tarafından Batum-Gürcistan'da düzenlenen 1. Uluslararası Mesleki ve Teknik Bilimler Kongresi'nde sözlü olarak sunulan çalışmanın gözden geçirilmiş ve genişletilmiş halidir.

² Extended abstract is presented at the end of the article.

Geliş Tarihi (Received): 05.07.2018 – Kabul Edilme Tarihi (Accepted): 30.05.2020

Atıfta bulunmak için/Cite this paper:

Özkan, O. ve Çakar, R. (2020) Gelişmiş ve gelişmekte olan piyasalarda ortalama-varyans ve tek endeks optimizasyon yöntemlerinin karşılaştırılması. *Çankırı Karatekin Üniversitesi İİBF Dergisi*, 10 (1), 63-79. Doi: 10.18074/ckuiibfd.441098.

1. Giriş

Modern Portföy Teorileri içerisinde, tasarruflarını menkul kıymetlere yatırmak isteyen yatırımcıların amaçlarına uygun bir şekilde portföy oluşturabilmesini sağlayan uygulama kolaylığı ve yaygınlık açısından iki farklı portföy optimizasyon yöntemi bulunmaktadır. Bu modellerden ilki Markowitz (1952) tarafından geliştirilen Ortalama-Varyans Modeli'dir. Markowitz (1955) ayrıca geliştirmiş olduğu Ortalama-Varyans Modeli'nin uygulanmasını kolaylaştırmak amacıyla Karesel Programlama Modelini de geliştirmiştir. Bir diğer portföy optimizasyonu modeli ise Sharpe (1963) tarafından temelleri atılan ve Elton ve Gruber (1976) tarafından geliştirilen Tek Endeks Modeli'dir. Sharpe, Ortalama-Varyans Modeli'nin çok fazla parametreye ihtiyaç duyması ve uygulanmasında karşılaşılan güçlükleri gidermek amacıyla Tek Endeks Modeli'ni geliştirmiştir. Sharpe'a göre bazı fiyat endeksleri, gayri safi milli hasıla vb. şeklinde belirlenen herhangi bir faktör ile menkul kıymetler arasındaki ilişki kullanılarak, menkul kıymet getirileri ve riskleri hesaplanabilmektedir. Sharpe ayrıca, geliştirmiş olduğu model sayesinde portföy optimizasyonu için gerekli olan parametre sayısının önemli ölçüde azaltılabildiğini belirtmektedir. Sharpe'ın geliştirmiş olduğu Tek Endeks Modeli daha sonra Elton ve Gruber tarafından portföy optimizasyonu modeli haline getirilmiştir. Elton ve Gruber, Ortalama-Varyans Modeli içerisinde yer alan ve oluşturulması karmaşık ve çok zaman alıcı olan kovaryans matrisini ortadan kaldırmak için bir takım formüller geliştirmişlerdir. Elton ve Gruber'e göre, yatırımcılar bu formüller vasıtasıyla kovaryans matrisini oluşturmadan portföy optimizasyonu gerçekleştirebilecektir.

Elton ve Gruber tarafından geliştirilen Tek Endeks Portföy Optimizasyon Modeli, bir birimlik riske karşılık elde edilecek olan pazar risk primini gösteren Sharpe Oranı'nı (Aksoy ve Tanrıöven, 2007, s. 659) maksimum yapan optimum portföyü vermektedir. Bu model kullanılarak hedeflenen bir beklenti düzeyinde en düşük riske sahip olan portföyü ya da hedeflenen bir risk düzeyinde en yüksek getiriye sahip olan portföyü oluşturabilmek mümkün değildir. Her ne kadar portföy optimizasyonu için gerektirdiği parametre sayısı fazla olsa da, Ortalama-Varyans modeli kullanıcılarını çok büyük esneklik sağlamaktadır. Ortalama-Varyans Modeli kullanılarak, herhangi bir beklenen getiri düzeyinde en düşük riske sahip olan portföy veya herhangi bir risk düzeyinde en fazla getiriye sahip olan portföy oluşturulabilir. Ayrıca, en yüksek Sharpe Oranı'nı veren portföy de Ortalama-Varyans Modeli ile bilgisayar programları yardımıyla rahatlıkla hesaplanabilmektedir. Bu iki yöntem birbirlerine karşı sahip olmuş olduğu avantajlardan dolayı yatırımcılar ve portföy yönetim şirketleri tarafından günümüzde de kullanılmaktadır. Bu bilgiler ışığında bu çalışmanın amacı, Ortalama-Varyans ve Tek Endeks Portföy Optimizasyon Modelleri'nin gelişmiş ve gelişmekte olan ülkelerdeki performanslarını karşılaştırmaktır. Bu amaç

doğrultusunda, üç farklı kıtadan ve her bir kıtadan bir gelişmiş ve bir gelişmekte olan ülke olmak üzere verilerine ulaşılabilen ve rastgele seçilen toplamda altı farklı ülkenin piyasalarında işlem gören hisse senetlerinin 2017 yılına ait günlük verileri kullanılarak Ortalama-Varyans ve Tek Endeks Modellerine göre optimum portföyler oluşturmaya çalışılmıştır. Bu bağlamda çalışmanın diğer bölümlerinde sırasıyla literatür özeti, yöntem, veri seti ve bulgular ve son olarak sonuç ile ilgili bilgiler yer almaktadır.

2. Literatür Özeti

Çalışmanın bu kısmında Ortalama-Varyans ve/veya Tek Endeks Modeli çerçevesi içerisinde oluşturulan optimum portföylerin karşılaştırılması üzerine gerçekleştirilen çalışmalar ile ilgili literatür özeti yer almaktadır. Söz konusu çalışmalar ile ilgili literatür özeti aşağıdaki gibidir:

Cohen ve Pogue (1967) çalışmalarında alternatif portföy seçim modellerini (Ortalama-Varyans, Tek Endeks, Endeks Modeli ve Çapraz Formlu Çoklu Endeks Modeli) değerlendirmişlerdir. 1947-1964 yılları arasında 75 ve 150 yatırım aracı üzerinde analizler gerçekleştirmişlerdir. Analizler neticesinde Tek Endeks Modeli'nin belirli dönemler için diğer modellere göre daha başarılı sonuçlar verdiğini fakat genel olarak yatırım formlarının performansının söz konusu modellerden daha başarılı olduğunu vurgulamışlardır.

Blank (1991) çalışmasında tarım piyasasında Tek Endeks Modeli'nin geçerliliğini incelemiştir. 1958-1986 yılları arasında 20 farklı tarım firmasına ait hisse senetleri verilerini kullanarak analizler gerçekleştirmişlerdir. Analizler sonucunda tarım piyasası için Tek Endeks Modeli yerine Çoklu Endeks Modeli'nin kullanılması gerektiğini belirtmiştir.

Cheng (2001), çalışmasında Olumsuz Risk (downside risk) ile Ortalama-Varyans yöntemlerini karşılaştırmıştır. 1970 ile 1998 yılları arasındaki Amerika Birleşik Devletleri'ndeki dört farklı varlığa (ticari gayrimenkul, şirket tahvilleri, hazine bonoları ve hisse senetleri) ait endekslerin yıllık verilerini kullanarak gerçekleştirmiş olduğu analizler neticesinde Olumsuz Risk yaklaşımı ile oluşturulan portföylerin Ortalama-Varyans portföyleri tarafından sağlanamayan bir takım özelliklere sahip olduğu sonucuna ulaşmıştır.

Bozdağ, Altan ve Duman (2005), çalışmalarında Ortalama-Varyans ile Minimaks Modelleri'nin performanslarını karşılaştırmışlardır. 2004 yılına ait İMKB 30 Endeksi'ne ait günlük veriler kullanılarak analizler gerçekleştirmişlerdir. Analizler neticesinde literatürde her iki yöntemin aynı sonuçlar verdiğini iddia eden çalışmadan farklı olarak söz konusu iki yöntemin de birbirinden farklı sonuçlar verdiğini vurgulamışlardır.

Kıyılar ve Eroğlu (2005), çalışmalarında Tek Endeks Modeli ve subjektif kriterlere göre oluşturulan portföylerin performanslarını karşılaştırmışlardır. İMKB Ulusal 30 Endeksi içerisinde yer alan hisse senetlerinin 2003 yılına ait günlük kapanış fiyatları kullanılarak analizler gerçekleştirmişlerdir. Analizler sonucunda Tek Endeks Modeli ile oluşturulan portföyün subjektif kriterlere göre oluşturulan 24 adet portföyden daha etkin olduğu vurgulanmıştır.

Terol, Gladish ve Ibias (2006), çalışmalarında Sharpe'ın Tek Endeks Modeli'ni geliştirerek yeni bir portföy oluşturma modeli geliştirmişler ve söz konusu modelin başarısını değerlendirmişlerdir. 31 İspanyol yatırım fonunun 1999-2003 yılları arasındaki verileriyle gerçekleştirmiş oldukları analizler neticesinde kendi geliştirmiş oldukları yöntemin Ortalama-Varyans Modeli ve Tek Endeks Modeli şeklindeki klasik yöntemlerden daha fazla bilgi içerdiği sonucuna ulaşmışlardır.

Birgili ve Tuna (2010), çalışmalarında İMKB'de Tek Endeks ve Markowitz yöntemlerinin uygulanabilirliğini incelemişlerdir. İMKB 30 endeksi içerisinde yer alan 28 adet hisse senedinin 2007 yılına ait günlük kapanış fiyatlarını kullanarak gerçekleştirdikleri analizler sonucunda Tek Endeks Modeli'nin Markowitz Modeli'nden daha başarılı sonuçlar verdiğini vurgulamışlardır.

Hoe, Hafızah ve Zaidi (2010), çalışmalarında Ortalama-Varyans, Mutlak Sapma, Minimaks ve Yarı Varyans optimum portföy oluşturma yöntemlerinin performansını karşılaştırmışlardır. Kuala Lumpur Bileşik Endeksi içerisindeki 54 hisse senedinin Ocak 2004 - Aralık 2007 tarihleri arasındaki aylık verilerini kullanarak gerçekleştirmiş oldukları analizler neticesinde Minimaks yönteminin diğer yöntemlerden daha iyi performans sergilediği sonucuna ulaşmışlardır.

Kaya ve Kocadağlı (2012), çalışmalarında Ortalama-Varyans, Tek Endeks Modeli ve Mutlak Sapma Modelleri ve beta kısıtları kullanılarak portföy seçim modeli önermişlerdir. İMKB 30 içerisinde yer alan işletmelerin hisse senetlerinin Eylül-Ekim 2011 arasındaki günlük kapanış fiyatları ile analizler gerçekleştirmişlerdir. Analizler sonucunda ortalama getiri hedefleyen yatırımcılar zarar ediyorken Pazar eğilimi ve etkin portföyleri göz önünde bulunduran yatırımcıların kâr edebilmesinin olası olduğu vurgulanmıştır.

Tse, Forsyth, Kennedy ve Windcliff (2013), çalışmalarında Ortalama-Varyans ile Ortalama-Kuadratik-Varyasyon yöntemlerini karşılaştırmışlardır. Analizler sonucunda değişken bir strateji için Ortalama-Varyans modelinin tercih edilmesi, daha az değişken bir strateji için ise ortalama Ortalama-Kuadratik-Varyasyon yönteminin tercih edilmesi gerektiğini belirtmişlerdir.

Akçayır, Doğan ve Demir (2014), çalışmalarında Tek Endeks ile Ortalama-Varyans Modelleri'nin uygulanabilirliğini BİST 50 üzerinde incelemişlerdir. BİST 50 içerisinde bulunan hisse senetlerinin 1 Ağustos-30 Eylül 2013 tarihleri arasındaki günlük kapanış fiyatlarını kullanarak analizler gerçekleştirmişler ve

Tek Endeks Modeli'nin Ortalama-Varyans Modeli'nden getiri, risk ve dolayısıyla Sharpe Oranı açısından daha başarılı olduğu sonucuna ulaşmışlardır.

Hadiyoso, Firdaus ve Sasongko (2015), çalışmalarında Endonezya Sharia Borsası'nda bulunan hisse senetleri ile Tek Endeks Modeli aracılığıyla oluşturulan portföy ile Endonezya Borsası'nı temsil eden endekslerin performansını karşılaştırmışlardır. İlgili senetlerin 12 Mayıs 2011 4 Temmuz 2014 tarihleri arasındaki günlük verileri kullanılarak Tek Endeks Modeli ile oluşturulan portföyün, Endonezya Borsası'nı temsil eden endekslerden daha iyi performans gösterdiğini ve söz konusu portföyün yatırımcılar tarafından kullanılması gerektiğini vurgulamışlardır.

Shah (2015), çalışmasında Hindistan BSE15 endeksi içerisinde bulunan hisse senetlerini kullanarak Tek Endeks Modeli ile Sermaye Varlıkları Fiyatlandırma Modeli'ni (CAPM) karşılaştırmıştır. İlgili senetlerin Ocak 2000 - Mart 2015 dönemleri arasındaki verilerini kullanarak gerçekleştirmiş olduğu analizler neticesinde Tek Endeks Modeli'nin portföy oluşturması ve portföy içerisinde bulunması gereken varlıkları ağırlıkları ile birlikte vermesinden dolayı CAPM'e göre daha başarılı olduğunu belirtmiştir.

Chasanah, Lesmana ve Purnaba (2017), çalışmalarında Ortalama-Varyans ve Tek Endeks Modelleri kullanılarak oluşturulan optimum portföylerin sonuçlarını değerlendirmişlerdir. Jakarta İslami Enkeksi'nin 1 Aralık 2015 - 30 Kasım 2016 tarihleri arasındaki günlük kapanış fiyatları kullanılarak analizler gerçekleştirilmiştir. Söz konusu endeks için Ortalama-Varyans Modeli ile oluşturulan optimum portföy sonuçlarının Tek Endeks Modeli'ne göre daha başarılı olduğu sonucuna ulaşmışlardır.

Varghese ve Joseph (2018), çalışmalarında Ortalama-Varyans ile Tek Endeks Modeli'ni karşılaştırmışlardır. Herhangi bir amprik analiz içermeyen çalışmada her iki yöntemin birbirlerine göre üstün olan tarafları tartışılmıştır.

Literatürdeki çalışmalar incelendiğinde ilgili modellerin genellikle tek bir ülke piyasası üzerinde uygulandığı görülmektedir. Bu çalışma ilgili modelleri farklı ülke piyasalarında bulunan varlıklar üzerinde uygulaması ve elde edilen bulguları piyasa bazında karşılaştırması noktasında literatürdeki çalışmalardan farklılaşmaktadır. Çalışmanın bu yönleriyle literatüre önemli katkılar sağlayacağı düşünülmektedir.

3. Yöntem

Modern Portföy Teorileri içerisinde yer alan portföy optimizasyonu modellerinin gelişmiş ve gelişmekte olan ülke piyasalarındaki performanslarını karşılaştırmak için gerçekleştirilen bu çalışmada, ilk olarak çalışma dahilinde analizlere tabi olan her bir ülkeye ait veri seti içerisinde yer alan hisse senetlerinin 2017 yılına ait

günlük getiri oranları hesaplanmıştır. İlgili veriler Investing³ internet adresinden elde edilmiştir (Erişim Tarihi: 04.01.2018). Getiri oranlarının hesaplanmasında Eşitlik 1 kullanılmıştır (Sharpe, Alexander ve Bailey, 1999, s. 140).

$$Getiri = \frac{Menkul Kıymetin Dönem Sonu Değeri - Menkul Kıymetin Dönem Başı Değeri}{Menkul Kıymetin Dönem Başı Değeri} \quad (1)$$

Çalışmada ikinci adım olarak, hisse senetlerinin getiri oranları kullanılarak Ortalama-Varyans ve Tek Endeks Modelleri'ne göre, her bir veri seti içerisinde yer alan hisse senetlerinin ortalama (beklenen) getirileri ve standart sapmaları hesaplanmıştır. Ortalama-Varyans Modeline göre hesaplamalarda Eşitlik 2 ve 3, Tek Endeks Modeli'ne göre hesaplamalarda Eşitlik 4 ve 5 kullanılmıştır. Tek Endeks Modeli'ne göre hisse senetlerinin beklenen getiri ve standart sapmalarını hesaplayabilmek için, çalışma kapsamında analizleri gerçekleştirilen ülke piyasalarını temsil ettiği literatürde belirtilmiş olan Pazar endeksleri kullanılmıştır. İlgili veri seti içerisinde yer alan hisse senetleri ve Pazar endekslerinin 2017 yılına ait günlük getiri oranları arasında regresyon işlemi gerçekleştirilmiş ve her bir hisse senedinin alfa, beta ve hata varyansı değerleri hesaplanmıştır.

$$BG_i = \frac{\sum_{t=1}^n G_{it}}{n} \quad (2)$$

$$\sigma_i = \sqrt{\frac{\sum_{t=1}^n (G_{it} - BG_i)^2}{n}} \quad (3)$$

$$BG_i = a_i + B_i * BG_m \quad (4)$$

$$\sigma_i = \sqrt{B_i \sigma_m^2 + \sigma_{hi}^2} \quad (5)$$

Eşitlik 2, 3, 4 ve 5'te yer alan:

BG_i : i'inci hisse senedinin beklenen getirisi,

G_{it} : i'inci hisse senedinin t dönemindeki getirisini,

n : Analizlerde kullanılan toplam periyod sayısını,

σ_i : i'inci hisse senedinin standart sapmasını,

a_i : i'inci hisse senedinin alfa değerini,

B_i : i'inci hisse senedinin beta değerini,

BG_m : Pazar endeksinin beklenen getirisini,

σ_m^2 : Pazar endeksinin varyansını,

³ <https://www.investing.com/>

σ_{hi}^2 : i'inci hisse senedinin hata varyansını,

ifade etmektedir (Oğuz, 2001, 6-8; Sharpe, 1963, 281-284).

Üçüncü adım olarak çalışmada, Microsoft Excel 2010 programı vasıtasıyla Karesel Programlama kullanarak Ortalama-Varyans Modeli'ne göre her bir veri seti için maksimum Sharpe Oranı'nı veren optimum portföyler oluşturulmuştur. Bu adımda Eşitlik 6 kullanılarak Sharpe Oranı hesaplanmış, 7 ve 8 numaraları Eşitlikler kullanılarak portföyün beklenen getirisi ve riski hesaplanmış ve 9 ve 10 numaralı Eşitlikler ve kısıtlamalar kullanılarak Karesel Programlama gerçekleştirilmiştir.

$$\text{Sharpe Oranı} = \frac{BG_p - F_r}{\sigma_p} \quad (6)$$

$$BG_p = \sum_{i=1}^n BG_i * w_i \quad (7)$$

$$\sigma_p = \sqrt{\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n w_i * w_j * Kov_{i,j}} \quad (8)$$

$$\max \text{Sharpe Oranı} = \frac{BG_p - F_r}{\sigma_p} \quad (9)$$

$$\sum_{i=1}^n w_i BG_i \geq BG_h, \quad \sum_{i=1}^n w_i = 1, \quad w_i \geq 0, \quad i = 1,2,3, \dots \dots \dots n \quad (10)$$

Eşitlik 6, 7, 8, 9 ve 10'da yer alan:

BG_i : i'inci hisse senedinin beklenen getirisi,

BG_p : Portföyün beklenen getirisini,

F_r : Risksiz faiz oranını,

n : İlgili veri seti içerisindeki toplam hisse senedi sayısını,

σ_p : Portföyün standart sapmasını,

w_i : i'inci hisse senedinin portföy içerisindeki ağırlığını,

w_j : j'inci hisse senedinin portföy içerisindeki ağırlığını,

$Kov_{i,j}$: i ve j'inci hisse senetleri arasındaki kovaryans değerini,

BG_h : Hedeflenen beklenen getiri oranını,

ifade etmektedir (Sharpe vd., 1999, 846; Karan, 2013, 241; Markowitz, 1952, s. 81; Markowitz, 1955, ss. 5-22).

Dördüncü adım olarak çalışmada, Tek Endeks Modeline göre her bir veri seti için optimum portföyler Microsoft Office Excel 2010 programıyla oluşturulmuştur. Bu aşamada ilk olarak 11 numaralı Eşitlik kullanılarak her bir veri seti içerisinde

yer alan hisse senetlerinin bir birimlik sistematik risk için hisse senedinin ek getirisini gösteren S_i değerleri hesaplanmıştır. S_i değerleri hesaplanan hisse senetleri eşik değerin (C^*) belirlenebilmesi için S_i değerlerine göre büyükten küçüğe doğru sıralanmış ve bu sıralama doğrultusunda her bir hisse senedinin eşik değerini temsil eden C_i değerleri 12 numaralı Eşitlik kullanılarak hesaplanmıştır. S_i değeri C_i değerinden büyük olan hisse senetleri portföye dahil edilmiş ve her bir veri seti içerisinde portföye dahil edilen en son hisse senedinin C_i değeri eşik değer (C^*) olarak belirlenmiştir. Eşik değer (C^*) vasıtasıyla 13 numaralı Eşitlik kullanarak her bir hisse senedinin portföy içerisindeki ağırlığının belirlenebilmesi için gerekli olan ve her bir hisse senedi için göreceli yatırımı gösteren Z_i değerleri hesaplanmıştır. 14 numaralı Eşitlik kullanarak her bir veri seti için oluşturulan portföy içerisinde yer alan hisse senetlerinin portföy içerisindeki ağırlıkları hesaplanmıştır. Oluşturulan optimum portföylerin Sharpe Oranı 6 numaralı Eşitlik kullanılarak hesaplanmıştır.

$$S_i = \frac{BG_i - F_r}{B_i} \quad (11)$$

$$C_i = \frac{\sigma_m^2 \sum_{i=1}^n \frac{(BG_i - F_r) * B_i}{\sigma_{hi}^2}}{1 + \sigma_m^2 * \sum_{i=1}^n \left(\frac{B_i^2}{\sigma_{hi}^2}\right)} \quad (12)$$

$$Z_i = \frac{B_i}{\sigma_{hi}^2} * \left(\frac{BG_i - F_r}{B_i} - C^*\right) \quad (13)$$

$$w_i = \frac{Z_i}{\sum_{i=1}^n Z_i} \quad (14)$$

Eşitlik 11, 12, 13 ve 14'te yer alan:

BG_i : i'inci hisse senedinin beklenen getirisi,

F_r : Risksiz faiz oranını,

n : İlgili veri seti içerisindeki toplam hisse senedi sayısını,

w_i : i'inci hisse senedinin portföy içerisindeki ağırlığını,

σ_m^2 : Pazar endeksinin varyansını,

σ_{hi}^2 : i'inci hisse senedinin hata varyansını,

B_i : i'inci hisse senedinin beta değerini,

ifade etmektedir (Kıyılar ve Eroğlu, 2004, 5; Kaya ve Kocadağlı, 2012, s. 25; Bırgılı ve Tuna, 2010, s. 7; Uzuner, 2002, s. 149).

Her bir veri seti için Sharpe Oranı'nı maksimum yapan portföyler oluşturulduktan sonra, çalışma kapsamındaki her bir kıtada yer alan bir gelişmiş ve bir gelişmekte olan ülke piyasalarında Ortalama-Varyans ve Tek Endeks Modellerine göre

oluşturulan optimum portföylerin değerleri karşılaştırılmış ve elde edilen bilgiler yorumlanmıştır. Çalışmada Sharpe Oranı'nın kullanılmasının nedeni, Ortalama-Varyans ve Tek Endeks Modelleri'nin sadece bu oran üzerinde karşılaştırılabilir olmasıdır.

4. Veri Seti ve Bulgular

Çalışma kapsamında gerçekleştirilen analizlerde kullanılan veri setleri, her bir veri seti içerisinde yer alan hisse senetlerinin ve ilgili veri setini temsil eden Pazar endekslerinin işlem kodları Tablo 1'de yer almaktadır. Analizler için toplam 171 hissenin 2017 yılı günlük kapanış verileri (yaklaşık 43.250 gözlem) kullanılmıştır.

Tablo 1: Çalışmada Kullanılan Finansal Varlık Kodları

Amerika Kıtası		Asya Kıtası		Avrupa Kıtası	
ABD	Arjantin	Japonya	Malezya	İngiltere	Türkiye
S&P 500	BOLSA G	NIKKEI 225	KLCI	FTSE 100	BIST 100
MMM	AGR	6857	AMMB	III	AKBNK
AXP	ALU	2502	ASTR	ADML	ARCLK
AAPL	CARC	9502	AXIA	AAL	BIMAS
BA	CEL	6367	BATO	ANTO	CCOLA
CAT	CEC	5714	CIMB	AHT	DOAS
CVX	CEPU	7270	DSOM	ABF	ENKAI
CSCO	COM	1808	GENT	AZN	EREGL
KO	CON	6501	GENM	AV	FROTO
DD	CRE	1605	HAPS	BAB	SAHOL
XOM	EDN	6473	HLBB	BAES	KRDMD
GE	FRA	9009	HLCB	BARC	KCHOL
GS	GFG	3405	IHHH	BDEV	OTKAR
HD	JMI	6508	IOIB	BKGH	PETKM
IBM	BMA	9301	KLCC	BLT	SODA
INTC	MIR	5706	KLKK	BP	GARAN
JNJ	PAM	7731	MBBM	BATS	SISE
JPM	APBR	5401	MXSC	BLND	TAVHL
MCD	SMI	3105	MISC	BT	TKFEN
MRK	SID	1802	PCGB	BNZL	TOASO
MSFT	TEC2	6752	PETR	BRBY	TUPRS
NKE	TENA	3382	PGAS	CPI	THYAO
PFE	TRA	9412	PEPT	CCL	TTKOM
PG	TGS2	7269	PUBM	CNA	TCELL
TRV	YPFD	4506	SKPE	CCH	HALKB
UTX		6762	SIME	CPG	ISCTR
UNH		5101	TLMM	CRH	VAKBN

VZ		9501	TENA	DCC	ULKER
----	--	------	------	-----	-------

Tablo 1: Çalışmada Kullanılan Finansal Varlık Kodları (Devam)

Amerika Kıtası		Asya Kıtası		Avrupa Kıtası	
ABD	Arjantin	Japonya	Malezya	İngiltere	Türkiye
S&P 500	BOLSA G	NIKKEI 225	KLCI	FTSE 100	BIST 100
V		6502	WPHB	DGE	YKBNK
WMT		4208	YTLS	DLGD	
DIS		6841		WPP	

Gelişmiş ülke olarak gelişmiş ülkeleri temsilen verilerine ulaşılabilen ABD, Japonya ve İngiltere; gelişmekte olan ülke olarak gelişmekte olan ülkeleri temsilen verilerine ulaşılabilen Arjantin, Malezya ve Türkiye çalışma kapsamına dahil edilmiştir.

Amerika kıtasından gelişmiş ülke olarak seçilen ABD veri seti kullanılarak Ortalama-Varyans ve Tek Endeks Modelleri'ne göre maksimum Sharpe Oranı'nı veren optimum portföylerin bilgileri Tablo 2'de yer almaktadır.

Tablo 2: ABD Veri Seti İçin Oluşturulan Optimum Portföy Bilgileri

	Ortalama-Varyans Modeli	Tek Endeks Modeli
Beklenen Getiri Oranı	0,001087656	0,001054548
Standart Sapma	0,008090105	0,008123093
Sharpe Oranı	0,131683839	0,127073331

Tablo 2'ye bakıldığında, ABD piyasasında işlem gerçekleştirilen hisse senetleri ile Ortalama-Varyans Modeli'ne göre oluşturulan optimum portföyün performansının, Tek Endeks Modeli'ne göre oluşturulan optimum portföyden daha başarılı olduğu görülmektedir.

Amerika kıtasından gelişmekte olan ülke olarak seçilen Arjantin veri seti kullanılarak Ortalama-Varyans ve Tek Endeks Modelleri'ne göre maksimum Sharpe Oranı'nı veren optimum portföylerin bilgileri Tablo 3'de yer almaktadır.

Tablo 3: Arjantin Veri Seti İçin Oluşturulan Optimum Portföy Bilgileri

	Ortalama-Varyans Modeli	Tek Endeks Modeli
Beklenen Getiri Oranı	0,003846031	0,004016703
Standart Sapma	0,017352169	0,016625214
Sharpe Oranı	0,220810925	0,240732001

Tablo 3'e bakıldığında, Arjantin piyasasında işlem gerçekleştirilen hisse senetleri ile Tek Endeks Modeli'ne göre oluşturulan optimum portföyün performansının, Ortalama-Varyans Modeli'ne göre oluşturulan optimum portföyden daha başarılı olduğu görülmektedir.

Asya kıtasından gelişmiş ülke olarak seçilen Japonya veri seti kullanılarak Ortalama-Varyans ve Tek Endeks Modelleri'ne göre maksimum Sharpe Oranı'nı veren optimum portföylerin bilgileri Tablo 4'de yer almaktadır.

Tablo 4: Japonya Veri Seti İçin Oluşturulan Optimum Portföy Bilgileri

	Ortalama-Varyans Modeli	Tek Endeks Modeli
Beklenen Getiri Oranı	0,002771743	0,002814153
Standart Sapma	0,021173555	0,021729423
Sharpe Oranı	0,130905888	0,129508859

Tablo 4'e bakıldığında, Japonya piyasasında işlem gerçekleştirilen hisse senetleri ile Ortalama-Varyans Modeli'ne göre oluşturulan optimum portföyün performansının, Tek Endeks Modeli'ne göre oluşturulan optimum portföyden daha başarılı olduğu görülmektedir.

Asya kıtasından gelişmekte olan ülke olarak seçilen Malezya veri seti kullanılarak Ortalama-Varyans ve Tek Endeks Modelleri'ne göre maksimum Sharpe Oranı'nı veren optimum portföylerin bilgileri Tablo 5'de yer almaktadır.

Tablo 5: Malezya Veri Seti İçin Oluşturulan Optimum Portföy Bilgileri

	Ortalama-Varyans Modeli	Tek Endeks Modeli
Beklenen Getiri Oranı	0,000936971	0,000889228
Standart Sapma	0,005780308	0,005405247
Sharpe Oranı	0,147856249	0,149283097

Tablo 5'e bakıldığında, Malezya piyasasında işlem gerçekleştirilen hisse senetleri ile Tek Endeks Modeli'ne göre oluşturulan optimum portföyün performansının, Ortalama-Varyans Modeli'ne göre oluşturulan optimum portföyden daha başarılı olduğu görülmektedir.

Avrupa kıtasından gelişmiş ülke olarak seçilen İngiltere veri seti kullanılarak Ortalama-Varyans ve Tek Endeks Modelleri'ne göre maksimum Sharpe Oranı'nı veren optimum portföylerin bilgileri Tablo 6'da yer almaktadır.

Tablo 6: İngiltere Veri Seti İçin Oluşturulan Optimum Portföy Bilgileri

	Ortalama-Varyans Modeli	Tek Endeks Modeli
Beklenen Getiri Oranı	0,002518275	0,002207004
Standart Sapma	0,015188588	0,014317134
Sharpe Oranı	0,165670635	0,154013538

Tablo 6'ya bakıldığında, İngiltere piyasasında işlem gerçekleştirilen hisse senetleri ile Ortalama-Varyans Modeli'ne göre oluşturulan optimum portföyün performansının, Tek Endeks Modeli'ne göre oluşturulan optimum portföyden daha başarılı olduğu görülmektedir.

Avrupa kıtasından gelişmekte olan ülke olarak seçilen Türkiye veri seti kullanılarak Ortalama-Varyans ve Tek Endeks Modelleri'ne göre maksimum Sharpe Oranı'nı veren optimum portföylerin bilgileri Tablo 7'de yer almaktadır.

Tablo 7: Türkiye Veri Seti İçin Oluşturulan Optimum Portföy Bilgileri

	Ortalama-Varyans Modeli	Tek Endeks Modeli
Beklenen Getiri Oranı	0,002079075	0,002082878
Standart Sapma	0,014006732	0,013781238
Sharpe Oranı	0,13050157	0,132912833

Tablo 7'ye bakıldığında, Türkiye piyasasında işlem gerçekleştirilen hisse senetleri ile Tek Endeks Modeli'ne göre oluşturulan optimum portföyün performansının, Ortalama-Varyans Modeli'ne göre oluşturulan optimum portföyden daha başarılı olduğu görülmektedir.

Çalışma kapsamında gerçekleştirilen analizler sonucunda elde edilen bilgilerle, gelişmiş ülke piyasalarında Ortalama-Varyans Modeli'nin, gelişmekte olan ülke piyasalarında ise Tek Endeks Modeli'nin daha iyi performans gösterdiği rahatlıkla söylenebilmektedir.

5. Sonuç

Tasarruf sahiplerinin birçoğu, tasarruflarını menkul kıymet piyasalarında değerlendirmektedir. Fonlarının miktarını artırmak için yatırımcıların kendi risk veya getiri algılarına göre en uygun optimum portföyleri oluşturabilmeleri gerekmektedir. Modern Portföy Teorileri içerisinde yatırımcıların optimum portföyleri oluşturabilmelerini sağlayan uygulama kolaylığı ve yaygınlığı açısından iki farklı portföy optimizasyon modeli bulunmaktadır. Bu çalışmanın amacı, portföy optimizasyon modellerinden olan Ortalama-Varyans ve Tek Endeks Modelleri'nin gelişmiş ve gelişmekte olan ülke piyasalarındaki

performanslarını karşılaştırmaktır. Bu amaç doğrultusunda gerçekleştirilen analizlerde, Amerika, Asya ve Avrupa kıtalarında bulunan üç gelişmiş ve üç gelişmekte olan ülke piyasasında işlem gerçekleştirilen hisse senetlerinin 2017 yılına ait günlük verileri kullanılmıştır. Gerçekleştirilen analizlerden elde edilen bilgilere göre, gelişmiş ülke piyasasında Ortalama-Varyans Modeli'nin, gelişmekte olan ülke piyasalarında ise Tek Endeks Modeli'nin daha iyi performans gösterdiği söylenebilmektedir. Çalışmanın bulguları Tek Endeks Modelinin optimum portföy çözümü yapabildiği açısından Cohen ve Poe (1967), Kıyılar ve Eroğlu (2005) bulgularıyla kısmen örtüşmektedir. Gelişmekte olan piyasalardan biri olarak kabul edilen Türkiye piyasasında optimum çözümü sunması açısından Tek Endeks Modeli'nin tercih edilmesinin rasyonel oluşu bulgusu Akçayır vd. (2014) bulgularıyla örtüşmektedir. Diğer taraftan gelişmekte olan piyasalarda Tek Endeks Modeli'nin rasyonel olmadığı sonucuna varan Birgili ve Tuna (2010), Chasanah vd. (2017) bulgularıyla örtüşmemektedir. Bu bilgiler ışığında, çalışma kapsamında gelişmiş ülke piyasası bağlamındaki piyasalarda işlem gören menkul kıymetlerle portföy oluşturmak isteyen yatırımcıların Ortalama-Varyans Modeli'ni kullanmaları, gelişmekte olan ülke piyasalarında işlem gören menkul kıymetlerle portföy oluşturmak isteyen yatırımcıların ise Tek Endeks Modeli'ni kullanmalarının rasyonel olacağı söylenebilir. Bundan sonra gerçekleştirilecek çalışmalar, optimizasyon yöntemlerinin gelişmiş ülke piyasalarındaki performanslarını değerlendirmek için gerçekleştirilebilir.

Kaynakça

- Akçayır, Ö., Doğan, B. ve Demir, Y. (2014). Elton-Gruber Kısıtlı Markowitz Kuadratik Programlama Modeli İle Portföy Optimizasyonu: BIST-50 Üzerine Bir Uygulama. *Süleyman Demirel Üniversitesi İktisadi ve İdari Bilimler Fakültesi Dergisi*, 19(3), 333-352.
- Aksoy, A. ve Tanrıöven, C. (2007). *Sermaye Piyasası Yatırım Araçları ve Analizi*. Ankara: Gazi Kitabevi.
- Birgili, E. ve Tuna, G. (2010). Markowitz ve Tek Endeks Modellerinin Uygulanması: İmkb 30 Endeksi Üzerinde Karşılaştırmalı Analiz. *Süleyman Demirel Üniversitesi İktisadi ve İdari Bilimler Fakültesi Dergisi*, 15(3), 1-18.
- Blank, S.C. (1991). The Robustness of Single Index Models in Crop Markets: A Multiple Index Model Test. *Western Journal of Agricultural Economics*, 16(2), 259-267.
- Bozdağ, N., Altan Ş. ve Duman S. (2005). Minimax Portföy modeli ile Markowitz Ortalama Varyans Portföy Modelinin Karşılaştırılması. *VII. Ulusal Ekonometri ve İstatistik Sempozyumu*, İstanbul.

- Chasanah, S.I.U., Lesmana, D.C. ve Purnaba, I.G.P. (2017). Comparison of The Markowitz and Single Index Model Based on M-V Criterion in Optimal Portfolio Formation. *International Journal of Engineering and Management Research*, 7(4), 323-328.
- Cheng, P. (2001). Comparing Downside-Risk and MeanVariance Analysis Using Bootstrap Simulation. *Journal of Real Estate Portfolio Management*, 7(3), 225-238.
- Cohen, K.J. ve Pogue, J.A. (1967). An Empirical Evaluation of Alternative Portfolio-Selection Models. *The Journal of Business*, 42(2), 166-193.
- Elton, J.E., Gruber, J.M. ve Padberg, W.M. (1976). Simple Criteria for Optimal Portfolio Selection. *The Journal of Finance*, 31(5), 1341-1357.
- Hadiyoso, A., Firdaus, M. ve Sasongko, H. (2015). Building an Optimal Portfolio on Indonesia Sharia Stock Index (ISSI). *Bisnis & Birokrasi Journal*, 22(2), 111-121.
- Hoe, L.W., Hafizah, J.S. ve Zaidi, I. (2010). An Empirical Comparison of Different Risk Measures in Portfolio Optimization. *Business and Economic Horizons*, 1(1), 39-45.
- <https://www.investing.com> (Er. Tar.: 04.01.2018).
- Karan, M.B. (2013). *Yatırım Analizi ve Portföy Yönetimi*. Ankara: Gazi Kitabevi.
- Kaya, C. ve Kocadağlı, O. (2012). Etkin Sınır ve Beta Katsayı Kısıtlı Portföy Seçim Modeli Üzerine Bir Uygulama. *İstanbul Ticaret Üniversitesi Fen Bilimleri Dergisi*, 11(22), 19-35.
- Kıyılar, M. ve Eroğlu, E. (2005). Tek Endeks Modeli ve Modelin İstanbul Menkul Kıymetler Borsasında Uygulanması. *İşletme Fakültesi İşletme İktisadi Enstitüsü Yönetim Dergisi*, 16(52), 17-25.
- Markowitz, H. (1952). Portfolio Selection. *The Journal of Finance*, 7(1), 77-91.
- Markowitz, H. (1955). The Optimization of a Quadratic Function Subject to Linear Constraints. *Naval Research Logistics Quarterly*, 3, 111-133.
- Oğuz, Y. (2001). *Portföy Optimizasyonu*. (Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi). İstanbul: İstanbul Teknik Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü.
- Shah, C. A. (2015). Construction of Optimal Portfolio Using Sharpe Index Model & Camp for BSE Top 15 Securities. *International Journal of Research and Analytical Reviews*, 2(2), 168-178.

- Sharpe, W.F., Alexander, G. J. ve Bailey J. V. (1999). *Investments*. United States of America: Prentice Hall Publisher.
- Sharpe, F.W. (1963). A Simplified Model For Portfolio Analysis. *Management Science*, 9(2), 277-293.
- Terol, A.B., Gladish, B.P. ve Ibias, J.A. (2006). Selecting the Optimum Portfolio Using Fuzzy Compromise Programming and Sharpe's Single-Index Model. *Applied Mathematics and Computation*, 182(1), 644-664.
- Tse, S.T., Forsyth, P.A., Kennedy, J.S. ve Windcliff, H. (2013). Comparison Between the Mean-Variance Optimal and the Mean-Quadratic-Variation Optimal Trading Strategies. *Applied Mathematical Finance*, 20(5), 415-449.
- Uzuner, H. (2002). *Tek Endeks Modeli ve 1995-2000 Yıllarında İMKB Üzerine Bir Uygulama. (Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi)*. İstanbul: İstanbul Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü.
- Varghese, J. ve Joseph, A. (2018). A Comparative Study on Markowitz Mean-Variance Model and Sharpe's Single Index Model in the Context of Portfolio Investment. *PESQUISA*, 3(2), 36-41.

Comparison of Mean-Variance and Single Index Optimization Methods in Developed and Developing Markets

Extended Abstract

1. Introduction

In Modern Portfolio Theories, there are two different portfolio optimization methods in terms of ease of application and prevalence that enable investors who want to invest their savings in securities to create portfolios in accordance with their objectives. The first of these models is the Mean-Variance model developed by Markowitz (1952). Another portfolio optimization model is the Single Index model, which was founded by Sharpe (1963) and developed by Elton and Gruber (1976). Sharpe developed the Single Index model to address the difficulties encountered in applying and requiring too many parameters of the Mean-Variance model. The Single Index model developed by Sharpe was later developed into a portfolio optimization model by Elton and Gruber. Elton and Gruber have developed a number of formulas to eliminate the covariance matrix, which is involved in the Mean-Variance model and which is complex and very time-consuming to construct. According to Elton and Gruber, investors will be able to perform portfolio optimization without creating the covariance matrix through these formulas. Although the number of parameters required for portfolio optimization is large, the Mean-Variance model provides users with enormous flexibility. Using the Mean-Variance model, the portfolio with the lowest risk at any expected level of return, or the portfolio with the most return at any level of risk, can be created. In addition, the portfolio with the highest Sharpe Ratio can be easily calculated with the Mean-Variance model using computer programs. These two methods are used today by investors and portfolio management companies because of the advantages they have against each other. The purpose of this study in light of this information is to compare the performance of Mean-Variance and Single Index portfolio optimization models in developed and developing countries. For this purpose, it is tried to create optimum portfolios according to the Mean-Variance and Single Index models using the daily data for 2017 of stocks traded in developed and developing countries markets in the Americas, Asia, and Europe Continents.

2. Literature Analysis

When studies in the literature are examined, it is observed that Mean-Variance and Single Index portfolio optimization models are usually applied to in a single country market. This study differs from the literature in that it applies the relevant models on assets in different country markets and compares the findings on a market basis. We think that these aspects of the study will make significant contributions to the literature.

3. Method

In the study, firstly the daily return rates of stocks in each country's data set for 2017 are calculated. As a second step in the study, the average (expected) returns and standard deviations were calculated using the rates of return of stocks compared to both the Mean-Variance and Single Index models. In the third step, using Quadratic Programming through Microsoft Excel 2010, optimum portfolios are created that give the maximum Sharpe Ratio for each set of data according to the Mean-Variance model. In the fourth step, the optimum portfolios for each data set based on a Single Index model are created with Microsoft Office Excel 2010. After creating portfolios that make the Sharpe Ratio maximum for each set of data, the values of the optimal portfolios created according to the Mean-Variance and Single Index models are compared and the information

obtained is interpreted in the markets of one developed and one developing country on each continent in the study.

4. Conclusion

As a result of the analyses performed, we determined that the performance of the optimal portfolios created according to the Mean-Variance model with the stocks traded in the US, Japan, and UK markets is more successful than that of the optimum portfolios created according to the Single Index model. On the other hand, we found that the performance of the optimal portfolios created according to the Single Index model with the stocks traded in the Argentina, Malaysia, and Turkey markets is more successful than that of the optimum portfolios created according to the Mean-Variance model. With these results, it can be said that the Mean-Variance Model performs better in the developed countries' markets and the Single Index Model performs better in the developing countries' markets. According to the results, it is recommended to use the Mean-Variance Model of investors who want to create an optimum portfolio with stocks traded in developed country's markets, and the Single Index Model of investors who want to create an optimal portfolio with stocks traded in developing country's markets.