



## Matematiksel Modelleme Etkinlikleri Bağlamında Öğrenci Düşüncelerine Yönelik Öğretmen Farkındalığı ve Fark Etme Stratejileri\*\*

Belma TÜRKER BİBER\*\* , İ. Elif YETKİN ÖZDEMİR\*\*\*

• *Geliş Tarihi:* 01.07.2020 • *Kabul Tarihi:* 20.05.2021 • *Çevrimiçi Yayın Tarihi:* 24.05.2021

### Öz

Çalışmanın amacı, öğrencilerin matematiksel düşünme sürecine yönelik öğretmen farkındalıklarını ve fark etme stratejilerini incelemektir. Durum çalışması deseni kullanılan çalışma, Ankara'daki bir ortaokulun yedinci sınıf düzeyinde eğitim veren bir matematik öğretmenin derslerinde gerçekleştirilmiştir. Çalışmanın verileri öğretmenle yapılan yarı yapılandırılmış görüşmeler, sınıf içi video kayıtları, öğrenci gözlemleri ve öğrenci çalışmalarından elde edilen dokümanlar yoluyla toplanmıştır. Öğrenci düşüncelerini gözleme sürecinde istatistik konularını içeren dört modelleme etkinliği kullanılmıştır. Toplanan veriler içerik analizi ve betimsel analiz yöntemiyle analiz edilmiştir. Öğretmenin öğrenci düşüncelerine yönelik neleri fark ettiğine ilişkin 3 kategori elde edilmiştir: (a) Kavramsal anlama (b) işlemsel anlama ve (c) matematiksel dil kullanımı. Öğretmenin öğrenci düşünceleriyle ilgili farkındalıklarının çoğunlukla kavramsal anlamlar üzerinde yoğunlaştığı tespit edilmiştir. Öğretmenin fark ettiklerini nasıl ifade ettiğiyle ilgili ise şu kategorilere ulaşılmıştır: (a) Tanımlama ve açıklama, (b) değerlendirme ve yorumlama ile (c) gerekçelendirme. Öğretmen uygun model geliştirme sürecindeki öğrencilerinde fark ettiği durumları tekrarlama, fazladan duyma ve taraflı duyma şeklinde tanımlamıştır. Fark ettiği durumlarla ilgili süreci ya da sonucu yorumlamış, çeşitli değerlendirmeler yapmıştır. Öğretmen yorumlarını gerekçelendirirken de, öğrenci söylemleri/davranışlarından kanıtlar sunmuş veya öğrencileriyle ilgili bilgilerinden ve beklentilerinden yola çıkarak tahminde/varsayımlarda bulunmuştur.

**Anahtar sözcükler:** Öğretmen farkındalığı, öğretmenin fark etme stratejileri, matematiksel modelleme, matematiksel düşünme

### Atıf:

Türker Biber, B. ve Yetkin Özdemir, İ. E., (2021). Matematiksel modelleme etkinlikleri bağlamında öğrenci düşüncelerine yönelik öğretmen farkındalığı ve fark etme stratejileri. *Pamukkale Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi* 53, 521-554. doi: 10.9779/pauefd.761629

\* Araştırma birinci yazarın doktora tezinin bir kısmından hazırlanmıştır

\*\* Dr. Öğretim Üyesi, Aksaray Üniversitesi, Eğitim Fakültesi, Aksaray, Turkey, ORCID: 0000-0002-0374-9493, [belmaturkerbiber@gmail.com](mailto:belmaturkerbiber@gmail.com)

\*\*\* Doçent, Hacettepe Üniversitesi, Eğitim Fakültesi, Ankara, Turkey, ORCID: 0000-0001-8784-0317, [ozdemiry@hacettepe.edu.tr](mailto:ozdemiry@hacettepe.edu.tr)

## Giriş

Öğretmen farkındalığı, öğretmen yeterliklerinin önemli bir boyutudur ve etkili öğretim için gerekli bir etkidir (van Es ve Sherin, 2002). Farkındalık, Goodwin (1994) tarafından “mesleki bakış/dikkat”, Mason (2002) tarafından ise “kasıtlı fark etme” olarak adlandırılmıştır. Bir öğretmen için farkındalık, öğrencilerinin düşünceleriyle, söylemleriyle, davranışlarıyla, vb. şekillerde sınıftaki varlığının farkında olup, onların ne demek istediğini yorumlayarak eksiklerini ya da ihtiyaçlarını belirleyebilme becerisi olarak tanımlanmaktadır (Ball, 1997; Jacobs, Lamb, ve Philipp, 2010; van Es ve Sherin, 2002). Buna göre, öğretmenlerden ders anlatırken aynı zamanda, öğrencilerinin söylemlerine, davranışlarına, düşüncelerine, düşüncelerini ifade ederken hangi analogileri veya gösterimleri kullandıklarına dikkat etmesi beklenir (Barnhart ve van Es, 2015; van Es, Cashen, Barnhart ve Auger, 2017). Öğretmenlerin, özellikle öğrenci öğrenmesi ve anlamasına yönelik hemen her durumda farkındalıklar sergileyebilmeleri; fark ettikleri bu durumlarla ilgili öğrencileri hakkında sistematik bir örüntü oluşturabilmeleri ve eğer anlama eksikliği veya yanlış bir davranış gözlemlerlerse buna hızla müdahale edebilmeleri gerekmektedir (Leatham, Peterson, Stockero ve Van Zoest, 2015; Miller, 2011). van Es ve Sherin (2002), farkındalık becerisine sahip öğretmenlerin, (a) buldukları sınıfın durumu hakkında önemli ya da kayda değer bulunan noktaları belirleyebildiklerini, (b) sınıf içi etkileşimler ile öğrenme-öğretme stratejileri arasında bağlantılar kurabildiklerini, (c) sınıf içi etkileşimleri şekillendirme sürecinde, öğrencilerin konu hakkındaki bilgilerini kullanarak derslerini düzenleyebildiklerini vurgulamaktadır. Leinhardt, Putnam, Stein ve Baxter (1991) öğretmenin fark ettiği bu noktaları veya durumları zihnine kaydettiği “kontrol noktaları” olarak adlandırmaktadırlar. Öğretmen fark ettiği bu kontrol noktaları üzerinden değerlendirmeler yaparak, dersinde olumsuz giden bir durumu, öğrencilerinin anlamadığı bir konuyu veya yanlış anlamaları gidermek için anlık yanıtlar, çözümler oluşturabilmelidir. Ancak sınıf ortamları öğretmenlerin gözlemlemesi gereken oldukça fazla söylem, davranış ve durum içeren karmaşık ortamlar (Sherin, Russ ve Colestock, 2011) olması nedeniyle öğretmenlerin öğrenci öğrenmelerini destekleyecek önemli noktaları belirleyebilme ve buna göre derslerini düzenleyebilme becerisine sahip olması gerekir (Schoenfeld, 2011). Öğretmenlerin öğretimsel faaliyetlerini geliştirebilmek için sınıf ortamında dikkate almaları gereken önemli bir bileşen öğrenci düşünceleridir (Didiş Kabar ve Erbaş, 2019; Fernández, Llinares ve Valls, 2013; Leatham vd., 2015).

Etkili matematik öğretimi için öğretmenlerin, öğrenci düşüncelerini fark etmeleri ve geliştirmek üzere öğrenci öğrenmelerini destekleyici öğretimsel faaliyetler hazırlamaları

B. Türker Biber ve İ. E. Yetkin Özdemir / *Pamukkale Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 53, 521-554, 2021 523  
gerekmektedir (National Council of Teachers of Mathematics [NCTM], 2000). Bu bağlamda farkındalık becerisi, matematik eğitimcileri ve araştırmacılar tarafından son yıllarda ele alınan bir konu olmuştur. Matematik öğretmenlerinin ve öğretmen adaylarının, öğrencilerin matematiksel düşünceleri hakkında neleri fark ettikleri, nasıl yorumladıkları ve bu becerilerini nasıl geliştirebilecekleri hakkında çalışmalar yapılmıştır (Baki ve Işık, 2018; Barnhart ve van Es, 2015; Colestock, 2009; Crespo, 2000; Erickson, 2011; Fernández, Llinares ve Valls, 2013; Goodwin, 1994; Jacobs ve Philipp, 2011; Kılıç, 2018; Krupa, Huey, Lesseig, Casey ve Monson, 2017; Nicol ve Crespo, 2003; Sherin, 2001, 2007; Tataroğlu Taşdan, 2019; van Es ve Sherin, 2002). Matematik eğitimcilerinin çalışmalarında, öğretmen farkındalığına ilişkin iki modelin dikkate alındığı gözlenmiştir (Jacobs ve Philipp, 2011; van Es ve Sherin, 2002). Bunlardan biri, Jacobs, Lamb ve Philipp (2010) “öğrencilerin matematiksel düşüncelerine yönelik mesleki farkındalık” olarak bahsettikleri tanımdır. Matematik öğretmenlerinin öğrenci düşüncelerini fark etme becerilerini; (a) matematiksel olarak öğrencilerin kullandıkları stratejileri fark edebilmek, (b) öğrencilerin kullandıkları ifadeler, semboller ve fikirlerine yönelik matematiksel yorumlar, tespitler yapabilmek ve (c) öğrencilerin ihtiyaçları tespit edildikten sonra matematiksel anlamda nasıl çözüm yolları sunacağını belirleyebilmek şeklinde tanımlamışlardır (Jacobs ve Philipp, 2011). Van Es ve Sherin (2001, 2002, 2007, 2008) ise Goodwin (1994)’in tanımladığı “profesyonel bakış açısı” kavramından yola çıkarak matematik öğretmenlerinin sınıf ortamında gelişen olaylara veya durumlara nasıl baktıkları, neleri gördükleri ve nasıl çözümler bulduklarıyla ilgilenmişlerdir.

Yapılan bazı araştırmalarda öğretmenlerin fark ettikleri olgu, söylem ve durumu nasıl ifade ettiklerine değinildiği gözlenmiştir (Crespo, 2000; Wallach ve Even, 2005). Bu çalışmalara göre öğretmenlerin sınıf ortamında fark ettikleri noktaları nasıl ifade ettikleri aslında nasıl yorumladıklarına dair ipuçları içermektedir (Jacobs vd., 2007). Dolayısıyla, Crespo (2000)’nun öğrencilerin söz ve davranışlarını yorumlamak, Wallach ve Even (2005) ile Ball (1997)’in öğrencileri görmek ve duymak olarak nitelendirdiği *fark etme stratejileri*, öğretmenin öğrencilerinde gözlemlendiği durumları nasıl fark ettiğini ortaya koymaktadır. Bu konuda yapılan çalışmalara bakıldığında, Jacobs ve diğerleri (2007) farkındalık becerisi olan bir matematik öğretmenin, öğrencisi ile ilgili fark ettiği bir noktayı (a) belirleme, (b) tanımlama, (c) yorumlama ve (d) yanıtlama gibi fark etme stratejileri olduğunu tespit etmişlerdir. Wallach ve Even (2005) öğretmenin nasıl fark ettiğiyle ilgili dört kategori ve bunlardan ikisine ait alt kategoriler belirlemişlerdir. Bu kategoriler; (a) tanımlama, (b) açıklama, (c) değerlendirme ve (d) gerekçelendirme. Wallach ve Even (2005), öğretmenin fark ettiklerini nasıl yorumladığıyla ilgili verileri incelemek üzere videoları pek çok kez

izlemişlerdir. Bu sırada öğretmenin bazen, öğrencilerinin söylemediği sözler veya yapmadığı davranışlar üzerinden, bazen de öğrencilerin söylediklerinden fazlasını duyup yorumlar yaptığını fark etmişlerdir. Bunun üzerine, öğretmenin farkındalıklarını tanımlaması ve açıklaması sırasında öğrencilerinde bazen olmayanı duyma, bazen fazladan duyma gibi farklı durumlar gözlemlediklerini belirtmişlerdir. Öğretmenin ‘duyma stratejileri’ olarak belirttikleri bu yorumları da şu şekilde isimlendirmişlerdir: Fazlasını duyma (over hearing), taraflı duyum (biased hearing), duymama (non hearing- tamamıyla görmezden gelme), uyumlu duyum (compatible hearing - doğru anlama) ve göz ardı etme (under hearing - bazı kısımları görmezden gelme). Wallach ve Even (2005) duyma stratejilerini inceledikleri çalışmada sadece tanımlama ve açıklama boyutları için bu alt boyutları belirlemişlerdir. Colestock ve Sherin (2009) ise, öğretmenlerin izledikleri videolarda fark ettikleri özellikleri ve bu özellikleri ifade etme şekillerini “fark etme stratejileri” adı altında incelemişlerdir. Colestock ve Sherin öğretmenlerin fark etme stratejilerini beş kategoride toplamışlar ve bunları “karşılaştırma yaparak, genelleme yaparak, bakış açısı belirleyerek, yansıtıcı düşünerek ve problem çözerek” şeklinde adlandırmışlardır. Bu araştırmada da öğrenci düşüncelerine yönelik öğretmen farkındalıkları ve fark etme stratejileri incelenmiştir. Öğretmenin izlediği videolarda değerli bulunduğu noktaların neler olduğu Jacobs ve Philipp (2011)’in tanımı dikkate alınarak belirlenmiş ve alan yazından desteklenerek (Crespo, 2000; Wallach ve Even, 2005) öğretmenin fark ettiklerini yorumlama sürecinde fark etme stratejilerinden hangilerinin kullanıldığı ortaya çıkarılmaya çalışılmıştır.

Türkiye’de öğretmenlerin, özellikle öğrencilerin matematiksel düşüncelerine yönelik farkındalık becerileri hakkında bilginin sınırlı olduğu görülmektedir (Baki ve Işık, 2018; Didiş Kabar ve Erbaş, 2019; Güner ve Akyüz, 2017a; Kılıç, 2018; Tataroğlu Taşdan, 2019). Bunun sebeplerinden biri de öğrenci düşüncelerinin gözlemlenebileceği sınıf ortamlarının oldukça az olmasıdır. Öğrenciler düşüncelerini, ancak, onların daha fazla konuşmasını gerektiren tartışma ortamlarının yaratılması ve öğretmenleri tarafından dikkatle dinlenilmesi sonucu açıkça ortaya koyabilmektedirler (NCTM, 2000). Matematiksel modelleme perspektifi bu tür sınıf ortamlarının oluşturulmasında etkili bir yaklaşımdır.

Matematiksel modelleme perspektifini temel alan sınıflarda öğrenciler, çevrelerindeki gerçek durum ya da olaylarla ilgili etkinliklere uygun çözüm yollarını arayarak, karar verme yetisini geliştirmek ve akranları ile durumu değerlendirmek üzere gruplara ayrılmakta, öğretmen de onlara kendi bilgilerini üretme sürecinde yardımcı roller üstlenmektedir. Süreçte öğrenciler, grup arkadaşlarıyla ve tüm sınıfla düşüncelerini paylaşmakta, matematiksel olarak

neler bildiğini, hangi kavram yanlışlarına sahip olduğunu, hangi noktalarda zorlandıklarını öğretmen rehberliğindeki, tartışma ortamlarında kendisi açıklamaktadır. Böylelikle öğretim planlarında matematiksel modelleme yaklaşımını temel alan öğretmenler, öğrencilerinin nasıl düşündüklerini anlama ve yakından gözlemleyebilme, matematiksel düşünme süreçleri hakkında bilgi sahibi olma, öğrencinin hangi matematiksel çözüm yöntemini kullandığı ve neden bunu seçtiğini inceleyebilme fırsatı bulabilmektedirler (English, 2003; Huang, 2011). Dolayısıyla modelleme etkinliklerinin öğretmen farkındalığını ortaya koymakta uygun bir yaklaşım olduğu düşünülerek, araştırmanın uygulama sürecinde Lesh ve Doerr (2003)'ün matematiksel modelleme perspektifi temel alınmıştır.

Modelleme etkinliklerinin çözümü sırasında, öğrenciler matematiğin pek çok öğrenme alanına (sayılar, geometri, veri işleme (istatistik), vb.) yönelik çalışmalar yapmakta ve bu yolla öğretmenler öğrencilerinin belirli matematik konularına yönelik düşünceleri hakkında fikir sahibi olabilmektedir. Bu çalışmada veri işleme öğrenme alanına odaklanılmıştır. İstatistik konuları, çoğu öğrencinin öğrenmekte zorlandığı bir konudur (Ben-Zvi ve Garfield, 2004; Garfield, delMas ve Zieffler, 2012; Koparan, 2014; Zieffler, Park, Garfield, Delmas ve Bjornsdottir, 2012). Matematiğin bu konularında zorlanan öğrencilerin matematiksel düşüncelerini ortaya çıkararak, onların konuyla ilgili neler bildikleri, bilgilerinin doğruluğu, yanlışlığı, nerelerde hatalar yaptıkları hakkında öğretmenin derslerini düzenlemesi gerekebilir (Garfield ve Ben-Zvi, 2009). Modelleme etkinliklerinin, rutin problemlerin aksine, öğrencilerin üzerinde düşünmesi ve dikkate alması gereken birden fazla veriyi barındıran problem durumlarını içermeleri nedeniyle istatistik konularının öğretiminde kullanılmasının uygun olduğu düşünülen etkinliklerdir (Doerr ve English, 2003). Bu bağlamda, öğrencilerin kendilerini ifade etmekte, düşüncelerini ortaya çıkarabilmekte, hangi stratejileri neden kullandıklarını açıklayabilmekte uygun bir ortam sunduğu için modelleme etkinliklerinin uygulanmasının, öğretmenlerin, öğrencilerinin istatistik konuları bağlamında matematiksel düşüncelerini görme, fark etme ve anlamlandırma sürecinde kolaylık sağlayan bir araç olacağı düşünülmüştür. Bütün bunlar dikkate alınarak bu çalışmada; ortaokul 7. sınıf düzeyinde veri işleme konuları ile ilişkili matematiksel modelleme etkinliklerinin uygulandığı bir sınıfta öğrencilerini gözlemleyen bir öğretmenin, öğrencilerinin matematiksel düşünceleri ile ilgili neleri fark ettiği ve bu farkındalıklarını nasıl ifade ettiği, nasıl yorumladığı incelenmiştir. Buradan hareketle araştırmanın problemleri şu şekildedir:

1. Matematiksel modelleme sürecindeki öğrencilerini gözlemleyen bir öğretmen öğrenci düşüncelerine yönelik neleri fark etmektedir?

2. Matematiksel modelleme sürecindeki öğrencilerini gözlemleyen bir öğretmen öğrenci düşüncelerine yönelik farkındalıklarını nasıl yorumlamakta ve hangi stratejilerle ifade etmektedir?

### **Alanyazın Taraması**

İlgili alanyazın incelendiğinde, matematik öğretmenleri ve öğretmen adaylarının öğrenci düşüncelerine yönelik farkındalık becerileri, fark etme düzeyleri ve farkındalık becerisinin öğrenilebilir olması ile ilgili çalışmaların olduğu tespit edilmiştir (Baki ve Işık, 2018; Colestock, 2009; Colestock ve Sherin, 2009; Friesen ve Kuntze, 2020; Kılıç, 2018; Santagata, Zannoni ve Stigler, 2007; Star ve Strickland, 2007; Tataroğlu Taşdan, 2019; Taylan, 2015a, 2015b). Örneğin Colestock (2009) yaptığı bir çalışmada, bir matematik öğretmenin sadece öğrenci düşünmesiyle ilgili farkındalıklarını incelemiştir. Çalışmanın sonuçlarında öğretmenin öğrenci düşünmesine yönelik fark ettiği noktaları; (a) çözümle ilgili öğrenci gerekçeleri (b) problem çözme sürecindeki öğrenci düşünmesi (c) problem çözümü sırasında öğrencinin yaşadığı zorluklar (d) öğrencilerin sordukları anlamlı matematiksel sorular şeklinde gruplamıştır. Star ve Strickland (2007), öğretmen adaylarının farkındalık becerilerini geliştirebileceklerini ortaya koymuşlardır. Çalışmada öğretmen adayları bir dönem boyunca sınıf ortamındaki önemli anları fark etmelerini sağlayacak şekilde yapılandırılmış bir ders almışlardır. Bu dersi almadan önce sadece sınıf yönetimine odaklanan öğretmen adaylarının, dersi aldıktan sonra sınıf ortamı, sınıf yönetimi, görevler, matematiksel içerik ve iletişim gibi alanlarda farkındalıklar yaşadıklarını tespit etmişlerdir. Santagata vd. (2007), yaklaşık 140 öğretmen adayıyla iki yıl süren çalışmalarında, öğretmen adaylarının izledikleri videolarda neleri fark ettiklerini belirlemeye çalışmışlardır. Verilerin analizinde yapılan kodlamalarla, öğretmen adaylarının detaylandırma, matematiksel içerik, öğrenci öğrenmesi, eleştirel yaklaşım ve alternatif stratejiler hakkında farkındalıkları olduğuna yönelik beş kategoriye ulaşmışlardır.

Türkiye’de yapılan çalışmaların çoğunluğu öğretmen adaylarının fark etme becerileri ve düzeyleri ile (Güner ve Akyüz, 2017a, 2017b; Kılıç, 2018; Kılıç, 2019; Tataroğlu Taşdan, 2019) ilgili olup, öğretmenlerle yapılan sınırlı çalışmanın olduğu belirlenmiştir (Baki ve Işık, 2018; Taylan, 2015a, 2015b). Öğretmen adaylarına odaklanan çalışmalardan Tataroğlu Taşdan (2019) 20 matematik öğretmen adayına fonksiyon kavramının öğretime ilişkin ders videosu izletmiş ve fark ettikleri durumları yazılı olarak istemiştir. Öğretmen adaylarının hem pedagojik stratejiler, sınıf içi iletişim gibi genel hem de fonksiyon kavramıyla ilgili spesifik konulara yönelik farkındalıkları olduğunu ancak öğretmen adaylarının üst düzey farkındalık becerisi gösteremediklerini belirtmiştir. Güner ve Akyüz (2017a) ders imecesi yöntemiyle öğretmen

B. Türker Biber ve İ. E. Yetkin Özdemir / *Pamukkale Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 53, 521-554, 2021 527  
adaylarının farkındalık becerilerinin geliştirilebileceğini ortaya çıkarmıştır. Baki ve Işık (2018) araştırmaya aldıkları altı öğretmenden, ders imecesine katılan dördünün öğrenci düşüncelerine yönelik farkındalık düzeylerinin yüksek, katılmayan iki öğretmenin ise fark etme becerisinin düşük düzeyde olduğunu tespit etmişlerdir.

Matematiksel düşünmeye yönelik öğretmen ve öğretmen adaylarının fark etme becerisi hakkındaki alanyazına bakıldığında, belirli matematik alanına yoğunlaşan çalışmaların olduğu gözlenmiştir (Borko, Jacobs, Eiteljorg ve Pittman, 2008; Carpenter, Fennema, Peterson ve Carey, 1988; Franke ve Kazemi, 2001; Güner ve Akyüz, 2017b; Schifter, 2011). Örneğin, Jacobs vd. (2010) tam sayılarla ilgili öğrencilerin matematiksel düşüncelerine yönelik öğretmen farkındalığını araştırmıştır. Schifter (2011) özel olarak ele aldığı cebir alt öğrenme alanıyla ilgili ilköğretim öğretmenlerinin öğrenci düşüncelerini fark etme becerilerini incelemiştir. Güner ve Akyüz (2017b) geometri öğrenme alanıyla ilgili çevre ve alan konularında öğrencilerin neleri, nasıl düşündüklerine dair dört öğretmen adayının bilgisi üzerine bir çalışma yapmışlardır. Çalışma sonuçlarında, öğretmen adaylarının çevre ve alan konularında öğrencilerin bilgileri ve yapabilecekleri çözümlerle ilgili beklenti ve tahminlerinin oldukça sınırlı olduğu elde edilmiştir. Taylan (2015b) öğrencilerini çarpma ve bölme işlemleriyle uğraşırken gözlemleyen 3. sınıf öğretmenin neleri fark ettiğini incelemiştir. Öğretmenin fark ettiği öğrenci hataları, kavramsal eksiklikler gibi pek çok noktayı ayrıntılı bir şekilde açıkladığı ve kendi öğretimsel faaliyetlerinde kullanmak üzere dikkate aldığı tespit edilmiştir. Alanyazın taramasında, veri işleme konularında öğretmenin fark etme becerisinin ele alındığı bir çalışmayla karşılaşılmamıştır. Bu çalışmada veri işleme öğrenme alanında öğretmen farkındalıklarının ortaya çıkarılmasıyla ulaşılan bulguların alana katkı sağlayacağı düşünülmektedir.

## **Yöntem**

### **Araştırma Deseni**

Araştırma nitel araştırma yöntemlerinden durum çalışması olarak tasarlanmıştır. Araştırmada, bir öğretmenin matematiksel modelleme sürecindeki öğrencilerinin matematiksel düşüncelerine dair neleri, nasıl fark ettiği detaylı olarak ortaya konmaya çalışılmıştır. Yin (1994)'e göre bu tür amaçlar için durum çalışmaları en uygun araştırma yaklaşımıdır. Araştırmada, bir öğretmenin, matematiksel modelleme etkinlikleri sürecindeki öğrencileri hakkındaki farkındalıkları, ele alınan durum olarak düşünüldüğünde, uygun olan nitel araştırma deseni, tekli durum çalışması deseni olarak belirlenmiştir (Creswell, 2007).

## Çalışma Grubu

Araştırmada, incelenen durumla ilgili düşüncelerini açıkça ifade edebilen, araştırmacı ile rahat bir iletişim kurabilen, 16 yıllık mesleki deneyimi olan, yeniliklere açık, bilimsel araştırmalara önem veren ve araştırmaya gönüllü olarak katılmak isteyen bir öğretmen seçilerek amaca uygun bir örnekleme yoluna gidilmiştir. Amaçlı örneklemlerde katılımcılar araştırma konusuna uygun özelliklere sahip olan ve konuya dair deneyimleri dikkate alınarak seçilmektedir (Başkale, 2016).

## Veri Toplama Araçları

Durum çalışmasının özelliklerinden biri, birden fazla veri kaynağı ve türünün kullanılmasıdır. Dolayısıyla araştırmanın problemine ve araştırmacının beklentilerine göre gözlem, görüşme ve doküman inceleme gibi veri toplama yöntemleri tek başına ya da birkaçı bir arada olacak şekilde kullanılabilir (Creswell, 2007). Araştırma sürecinde, çoklu veri kaynaklarının (gözlem, görüşme ve doküman analizi) kullanılması bir öğretmenin farkındalıklarının ortaya çıkarılması ve derinlemesine incelenmesine olanak sağlamıştır. Veri toplama sürecinde kullanılan araçlar aşağıda detaylandırılmıştır:

## Görüşmeler

Araştırmada en fazla veri görüşmelerden elde edilmiştir. Öğretmen farkındalığına ilişkin çalışmaların çoğunda video kayıtlar üzerinden yapılan görüşmeler oldukça zengin veri kaynağı olmuştur (Sherin ve van Es, 2005). Süreçte öğretmenle yapılan görüşmelere dair bilgiler Tablo 1’de çeşit, süre ve konu açısından ayrıntılı olarak verilmiştir.

Tablo 1. *Görüşmelerle ilgili Detaylar*

Görüşme Çeşidi	Görüşme İçeriği	Sayısı ve Süresi
Ön Görüşme	Öğretmenin istatistik konuları hakkındaki düşünceleri, bu konuları öğrencilik yıllarında ne kadar önemseydiği, öğretirken ne kadar önemli bulduğu, öğretimi sırasında nasıl bir ders işlediği ve hangi noktalarda zorlandığı ele alınmıştır. Ayrıca öğrencilerinin istatistik konularına yönelik bilgi ve becerileri, kavram yanılgıları, matematiksel düşünceleri, matematiksel ifadeleri vb. bilgiler sorularak öğretmenin öğrencileriyle ilgili düşünceleri hakkında fikir sahibi olunmuştur.	Bir oturum, 50 dk.



Uygulama Öncesi	Görüşmeler	Öğretmenin, öğrencilerinin modelleme etkinliklerinin çözümünde yaşayabilecekleri olası sıkıntılar, etkinliklerin içerdiği kavramlarla ilgili öğrenci bilgileri, hangi noktalarda hatalar yapabilecekleri, neler düşünebilecekleri gibi öğretmenin öğrenci bilgisini ortaya çıkarmaya yönelik sorular yöneltilmiştir. Bu sorularla genelde matematik; özelde istatistik konuları hakkında öğretmenin öğrencilerini ne kadar tanıdığı yordanmaya çalışılmıştır.	4 oturum, Her biri 35 ~ 40 dk. (~ 35 dk. x 4)
Uygulama Sonrası Görüşmeler	Çözüm Kağıtları	Görüşme başlamadan önce öğretmenden çözüm kağıtlarını incelemesi istenmiştir. Burada amaç; öğretmenin öğrencilerinin kâğıtlarını ve uygulama anını hatırlatmak, bununla birlikte öğrencilerin kağıtlarındaki matematiksel düşünmeye dair bilgileri, videoda göremeyeceği yazı ve işlemleri yakından görmesini sağlamaktır. Bu sırada öğretmene sadece “Kağıtta neler görüyorsunuz?”, “Öğrenciler ne düşünmüş sizce, neler yapmış?” gibi genel bir ifade ile görüşme başlatılmış, başka hiçbir müdahalede bulunulmadan öğretmenin çözüm kağıtlarında neler gördüğünü anlatması istenmiştir.	8 oturum, 2 odak gruba ait 8 video kaydı üzerinden, Her biri 90 ~ 120dk. (ortalama 105dk.x8)
	Video Kayıtları	Öğretmen video klipleri izlerken araştırmacı soru yöneltilmemiş, hiçbir müdahalede bulunmamıştır. Bu süreç, öğretmene bırakılarak onun kendince önemli bulduğu, değerli saydığı olay ve durumlar hakkında konuşması beklenmiştir. Öğretmenin fark ettiği durumları kendinin tespit ettiği ve fikirlerini beyan ettiği bir görüşme süreci olmuştur.	

### **Gözlemler**

Yapılan uygulamalar boyunca modelleme sürecindeki sınıf ortamı, öğrenciler ve öğretmen, alınan izinler doğrultusunda, video ve ses kaydı ile desteklenerek araştırmacı tarafından

gözlemlenmiştir. Ayrıca uygulama öncesindeki ilk iki hafta toplamda 6 ders saati, öğretmenin gerek veri işleme gerekse diğer konularda ders işleyiş sürecinin değerlendirilmesi amacıyla pilot gözlemler yapılmıştır. Uygulamalar öncesinde yapılan gözlemler öğretmenle olan iletişim ve samimiyet açısından faydalar sağlamıştır. Öğretmen fikirlerini daha rahat açıklayabilmiş, güven ortamı kurulmuş ve derslerinin video ile izlenmesi sırasında davranışlarında tedirginlik gözlenmemiştir.

### ***Dokümanlar***

Modelleme etkinlikleri için gruplara ayrılan öğrencilerin çözüm kağıtları, diğer öğrenci ürünleri (poster, mektup, rapor, vb.), araştırmacının derslerde tuttuğu notlar ve öğretmen ile yapılan görüşmeler sırasında alınan notlar veri toplama sürecinde kullanılan dokümanlar olarak analiz edilip değerlendirilmiştir.

### ***Matematiksel modelleme etkinlikleri***

Araştırmada Lesh ve Doerr (2003)'in tanımladığı model ortaya çıkarıcı etkinlikler uygulanmıştır. Modelleme etkinliklerinin belirlenmesi sırasında veri işleme öğrenme alanı kapsamında 6 ve 7. sınıf düzeyine uygun etkinliklerin seçilmesine dikkat edilmiştir. Her biri merkezi eğilim ölçüleri, araştırma sorusu oluşturma, veri toplama ve düzenleme, tablo ve grafik oluşturma gibi kavram ve beceriler içeren etkinliklere ilişkin ayrıntılar aşağıda verilen tabloda belirtilmiştir.

Tablo 2. *Model Ortaya Çıkarma Etkinlikleri ve Özellikleri*

M.Modelleme Etkinliği	Etkinlik Konusu
MME1_ Restoran Problemi	Mc Donalds şirket müdürü, kazançlarını artırmanın yollarını aramaktadır. Bu amaçla, müşterilerin Mc Donalds'ı tercih etme nedenleri konusunda bir araştırma yaparak müşterilerden verdiği anketi 1-5 arası puanlamalarını ister. Öğrencilerden, 10 müşteriye ait anket verisinin bulunduğu tablo yardımıyla müşterilerin Mc Donalds'ı neden tercih ettiklerini bulmaları istenmektedir. (Tablo açıklık bulmak isteyen öğrencileri yanıltacak veriler içermektedir. Yani açıklık hesaplamak bu veri seti için uygun değildir.)
	Bir okul müdürü ve beden eğitimi öğretmeni okullarından seçecekleri bir öğrenciyi olimpiyatlardaki uzun atlama yarışmalarına göndermek

- MME2\_ istemektedir. 3 öğrenci arasında bir seçim yapılması gerekmektedir.
- Uzun Atlama Öğrencilerden, yapılan 6 yarışmadan elde edilen uzun atlama verilerinin Problemi tablosunu inceleyerek olimpiyatlara gönderilecek öğrencinin belirlenmesine yardımcı olmaları istenmektedir. (Tablo olarak sunulan veri seti uç değerler içermektedir.)
- MME3\_ Bir okul müdürü okul bahçesini düzenleyen gizli kişiyi bulup teşekkür etmek istemektedir. Bahçedeki ayak izini kullanarak gizli kişinin boyu hakkında Büyük Ayak fikir sahibi olmak isteyen müdür öğrencilerden yardım istemektedir. Problemi (Öğrencilere büyük bir ayak izi fotokopisi verilir, izdeki ayak uzunluğundan boy uzunluğunu tahmin etmeleri istenir. (Öğrencilerden verileri kendilerinin oluşturmaları ve organize ederek etkinliğe en uygun cevabı bulmaları beklenmektedir.)
- MME4\_ Bir hava yolu şirketinde çalışmaya başlayan Ahmet, İstanbul trafiği Taksi nedeniyle işe geç kalmaktan korkmaktadır. Kendine bir taksi şirketi Problemi belirleyerek bu soruna bir çözüm bulmak istemektedir. Yakınındaki 3 taksi durağından günün değişik zamanlarında çağırdığı taksilerle ilgili bir veri tablosu oluşturan Ahmet'e, bu verilerden yola çıkarak işe zamanında gitmesini sağlayacak şirketi bulmasında yardımcı olunması gerekmektedir.

---

### Veri Toplama Süreci

Araştırmada her biri yaklaşık 100 dakika süren modelleme etkinliklerini 4 hafta boyunca öğretmen uygulamıştır, araştırmacı ihtiyaç olduğunda öğretmene uygulama sürecinde yardımda bulunmuştur. Her modelleme etkinliği öncesinde bir *ön etkinlik* uygulanmıştır. Bu ön etkinlikler bir oyun oynama, küçük bir piyes canlandırma, öğrencilere düşündürücü sorular sorma gibi etkinlikler olmuştur. *Modelleme etkinliğinin uygulanması* aşamasında, öncelikle öğretmen gerekli malzeme ve dokümanları dağıtmış ve problem durumunu belirlemeleri istenmiştir. Bu sırada öğretmen ve araştırmacı öğrencilere müdahalede bulunmadan gruplar arasında dolaşarak, matematiksel düşüncelerine ilişkin notlar almışlardır. Öğrencilerden verilen sürede kullandıkları çözüm yollarını, süreçteki düşüncelerini, seçimlerinin neden doğru olduğunu açıklayan raporlar sunmaları istenmiştir. Etkinlik sonunda *değerlendirme* yapmak üzere,

532 B. Türker Biber ve İ. E. Yetkin Özdemir / Pamukkale Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 53, 521-554, 2021  
grupların geliştirdikleri modeller ve çözüm yollarına ilişkin ayrıntılar hakkında öğrencilerin matematiksel olarak kendilerini ifade ettikleri, tartışma ortamları oluşturulmuştur.

### Veri Analizi

Öğretmenin fark ettiklerini belirlemek üzere içerik analizi yöntemi kullanılmıştır. Fark etme stratejilerinin ortaya çıkarılması için veriler alanyazında bulunan Crespo (2000) ve Wallach ve Even (2005)'nin öğretmenin duyma stratejileri ve öğretmenin kendi ifadelerinden belirlenen kategoriler üzerinden betimsel analiz yöntemiyle tekrar analiz edilerek öğretmenin genel eğilimi betimlenmeye çalışılmıştır.

“Fark edilenler” kategorisinde öğretmenin, öğrencilerinin matematiksel düşünceleri ile ilgili odaklandığı noktalar ifade edilmiştir. Öğretmenin bu süreçte öğrencileriyle ilgili özellikle üzerinde durduğu üç tema olmuştur: (a) Kavramsal anlama, (b) işlemsel anlama, (c) matematiksel dil kullanımı. Öğretmenin fark ettiği durumların eğilimini ortaya çıkarmak üzere frekans hesaplamaları yapılmış, bulgularda ayrıntılı sunulmuştur.

Öğretmenin fark ettiklerini nasıl ifade ettiği “Fark etme stratejileri” kategorisinde yer almıştır. Öğretmenin odaklandığı olayları nasıl fark ettiğini açıklarken ilk anda (a) durumu tanımladığı, ardından (b) durumu değerlendirdiği, sonra da (c) değerlendirmelerini gerekçelendirdiği belirlenmiştir. Analizler sırasında verilerden, her bir tema altında, öğretmenin fark etme stratejilerini detaylandıran alt temalar tespit edilmiştir (Tablo3). Tablo 3’te yer alan analiz şemasında elde edilen tema ve alt temaların nasıl kodlandığına ilişkin tanımlar ayrıntılı görülmektedir.

Tablo 3. *Fark Etme Stratejileri*

Fark Etme Stratejileri	Tema ve Alt Temalar
Tekrarlama	Öğretmen fark ettiği durumla ilgili öğrencilerin aralarında geçen konuşma, düşünme ve davranışlarını aynen görüp söyler.
Tanımlama ve açıklama	Tarafli duyma Öğretmen öğrencileri ile ilgili önceki bilgilerini kullanarak, sınıf içindeki durumları üzerinden açıklama yapar. Öğretmen, varsayımlarına dayanarak fark ettiği durumla ilgili eksik veya hatalı açıklamalarda bulunur. (Duyduğu bir şeyi kendi yorumlarını da katarak söyleme)

Değerlendirme ve yorumlama	Fazlasını duyma	Öğretmen, öğrencilerin söylemediği bir şeyi söylediklerini, yapmadıkları bir şeyi yaptıklarını varsayarak, kanıtı olmayan durumlardan bahseder. (Olmayanı Duyma)
	Süreci değ.	Öğretmen uygun model oluşturma sürecine yönelik değerlendirme ve yorum yapar.
	Sonucu değ.	Öğretmen sonuca yönelik değerlendirmelerde bulunur.
Gerekçelendirme	Kanıtlayıcı yoluyla	Öğretmen fark ettiği durumlara dair değerlendirmelerini öğrenci davranış veya sözlerine dayandırarak gerekçelendirir.
	Tahmin yoluyla	Öğretmen fark ettiği durumlara dair tahminlerde bulunur. (Öğretmen burada kendi beklentilerini de sıralayabilir.)

Analizler sırasında, öğretmenin videoyu izlerken fark ettiği bir durumu nasıl anlattığına ilişkin kodlamalar yapılmış, ardından benzer kodlar bir araya getirilerek uygun temalarda toplanmıştır. Örneğin, öğretmenin öğrenci söylemleri veya davranışlarını aynen alıp ifade ettiği söylemlere dair kodlar “tekrarlama stratejisi” altında toplanmıştır. Kodlamalar sonrası oluşturulan temalar, araştırmacılar tarafından tekrar gözden geçirilerek ortak temalar belirlenmiştir.

### **Araştırmanın Geçerlik ve Güvenirliği**

Nitel araştırmalarda geçerlik ve güvenilirlik çalışmaları inanılabilirlik, tutarlık (güvenirlik), teyit edilebilirlik (onaylanabilirlik) ve aktarılabirlik kriterleri ile sağlanmaktadır (Stake, 2000). Bu bağlamda, araştırmanın iç geçerliğine karşılık gelen inandırıcılığın sağlanabilmesi için, uygulamaya alınan öğretmenle uzun süreli irtibat kurma, sürekli gözlem, veri çeşitlemesi, ele alınan konunun ayrıntılı açıklanması ve meslektaş değerlendirmesi yöntemlerinden yararlanılmıştır (Lincoln ve Guba, 1986; Shenton, 2004). Araştırmanın aktarılabirliği için, amaçlı örnekleme ve süreçle ilgili ayrıntılı betimleme yöntemi kullanılmıştır. Araştırma verilerinin benzer katılımcı ve araştırmalar için tutarlığı (güvenirlik) açısından, veri toplama araçları, veri toplama süresi ve alanyazın taraması detaylı olarak sunulmuş olup, teyit edilebilirliğini (onaylanabilirlik) artırabilmek için veri üçgenlemesi, araştırmacı ön yargılarını azaltma yöntemlerinden ve literatürden yararlanılmıştır. Bu bağlamda, araştırmanın verileri veri üçgenlemesi (görüşme, gözlem, alan notları ve öğrenci dökümanları) yoluyla toplanmış, öğretmeni tanımak ve araştırmacı ön yargısını ortadan kaldırmak için okulda ve sınıfta uzun

sürelili kalınarak gözlemler ve görüşmeler gerçekleştirilmiştir. Ayrıca veri toplama süreci benzer konuda çalışma yapan bir yüksek lisans öğrencisi tarafından gözlenmiş, topladığı verileri kodlamış ve kendi alan notlarıyla birlikte desteklediği değerlendirmelerini araştırmacılarla paylaşmıştır. Araştırmacılar kodlamalar üzerinde sık sık görüşmeler yaparak kodlamalarla ilgili fikir birliği sağlamışlardır.

## Bulgular

### Öğretmenin Fark Ettiği Durumlar

Modelleme sürecindeki öğrencilerini gözlemleyen Berra öğretmenin öğrenci düşünceleri ile ilgili fark ettikleri, kavramsal anlama, işlemsel anlama ve matematiksel dili kullanma olmak üzere üç tema altında toplanmıştır. Öğretmenin kavramsal anlama ve işlemsel anlama temaları altında 4, matematiksel dil kullanımı teması altında ise 2 farklı noktada yoğunlaştığı tespit edilmiştir. Tablo 4'te öğretmenin fark ettiği noktalar ve sıklıkları görülmektedir.

Tablo 4. Öğretmenin fark ettiklerine ilişkin belirlenen temalar ve sıklıkları

Temalar	Alt Temalar	(f)	%
	İstatistiksel ölçümler		
Kavramsal Anlama	Veri toplama süreci	34	60
	Örneklem büyüklüğü		
	Kavramsal değişim/gelişim		
	İşlemlerin doğruluğu/yanlılığı		
İşlemsel Anlama	İşlem hataları	12	28
Matematiksel Dil	Matematiksel terimleri doğru	7	12

Tablo 4 incelendiğinde, öğretmenin öğrencilerinin kavramsal anlamalarına daha çok (%60) odaklandığı görülmektedir. Kavramsal anlamalara yönelik farkındalıklarının yaklaşık yarısı kadar (%28) işlemsel anlamalara dikkat ettiği bununla birlikte tüm farkındalıklarının % 12'si kadar da matematiksel dil kullanımına odaklandığı belirlenmiştir.

### Kavramsal anlama

Öğretmenin öğrencilerinin kavramsal anlamalarıyla ilgili farkındalıklarının (a) istatistiksel ölçümler (A.O., medyan, açıklık, mod), (b) veri toplama süreci, (c) örneklem büyüklüğü, (d)

istatistiksel kavramlara ilişkin anlamalarındaki değişim/gelişim olmak üzere dört alt temada yoğunlaştığı belirlenmiştir. Berra öğretmenin *istatistiksel ölçümlerle* ilgili öğrenci anlamalarına odaklandığı ve öğrencilerin uygun istatistiksel ölçümü belirlemede kavramsal bilgi eksikliklerinin olduğuna dikkat çekmiştir. Örneğin, Restoran etkinliğinde öğrenciler tablodaki müşteri puanlarından yüksek olanları işaretleyerek modu hesaplamışlardır. Diğer istatistiksel ölçümlerle sonucu daha anlamlı hale getirmek isteyen öğrenciler, müşterilerin Mc Donalds'ı tercih etme sebepleriyle ilgili anket verileri üzerinden her bir kategoriye ait aritmetik ortalama hesaplamışlardır. Ardından aritmetik ortalama sonuçlarını sıralayarak medyanın kaç olduğunu belirlemişlerdir. Burada öğretmenin öğrencilerin aritmetik ortalama sonuçlarını sıralayarak medyanyı bulmaya çalışmalarının istatistiksel olarak hatalı olmasına değinmesi beklense de bu noktada bir farkındalığı gözlenmemiştir. Berra öğretmen öğrencilerin verilen tablodan medyan hesabını tahmin edebilecekken direkt işleme geçmelerine odaklanmıştır. Öğrencilerin veri setini incelemeyen veya tahminlerde bulunmadan işleme geçmelerini fark eden öğretmen şunları ifade etmiştir: *“Medyan, ‘sıralamada ortada o var’ diyor. Yani medyanda sıralama önemli onu yapabilmış. Ama burada, tabloda görünüyor aslında medyan hani üst veri grubunun yani bu verilere göre üçten fazla puan alanların sayısı zaten çok fazla, oradan medyan... Ama hiç nerede kullandıkları konusunda yorum yapmıyorlar, yani düşünmüyorlar. (MME1\_7GK)”* Bu etkinlikte (Restoran etk.) ankete katılanlar 1-5 arası puanlama yaptıkları için açıklık hesabı hep aynı sonucu ( $5-1=4$  puan) vermektedir. Dolayısıyla bu etkinlikte açıklık hesaplamak uygun bir ölçüm değildir. Ancak öğrenciler açıklığı da hesaplamışlardır. Öğretmen öğrencilerinin veri setine uygun istatistiksel ölçümün hangisi olduğunu belirlemeden hesaplama yapmalarını kavramsal bilgilerindeki eksikliklerle ilişkilendirmiş ve *“Açıklıkla karar vermeye çalışıyorlar. Açıklık zaten hepsinde aynı (4 puan) onu göremiyorlar. Açıklığın burada bir rol oynamayacağını fark edemediler. Aslında açıklığın ne demek olduğunu biliyorlar [işlemsel kuralları biliyorlar] sadece ne işe yaradığını ne için, nerede, nasıl kullanılacağını kavramsal olarak hiçbir şekilde bilememişler yani. (MME1\_7GE)”* ifadesinde öğrencilerin açıklıkla ilgili hatalarına değinmiştir. Berra Öğretmen kendisiyle ilgili bir öz eleştiride bulunarak, derste geçen kavramların anlamları üzerinde çok durmadığını dolayısıyla kavramsal öğrenmenin eksik kaldığını fark ettiğini belirtmiştir. Öğretmen öğrencilerin matematiksel tanımların kavramsal yapısına değil, işlemsel sürece odaklandıklarını, örneğin açıklık hesabını, büyük veriden küçük verinin çıkarılmasıyla elde edilen bir sonuç olarak zihinlerinde yapılandırdıklarını fark etmiş ve *“Benim bu konuları çok ayrıntılı veremediğim için de... Hani açıklık nedir? Büyük veri eksi küçük veri... Ama niye yapılır? (MME2\_7GE)”* söyleminde bulunmuştur. Öğretmenin bu konudaki farkındalığı şu ifadeleriyle de örneklendirilebilir: *“Şimdi modları hesaplıyorlar. Hangisi çok tekrarlanmış. Onları da doğru*

536 B. Türker Biber ve İ. E. Yetkin Özdemir / Pamukkale Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 53, 521-554, 2021  
bulmuşlar. Ama onunla ilgili de... Neden kullandıklarını çok açıklayan bir rapor değil. Yani ne yaptıklarının çok bilincinde olmadan sadece işlem yapmışlar galiba. (MME1\_7GE)”

Berra Öğretmen, öğrencilerin çözüm için gerekli verilerin neler olduğunu belirlemede zorlandıklarını gözlemlemiş, veri toplama süreciyle ilgili bilgilerinde eksiklikler olduğunu düşünmüştür. Özellikle *Büyük Ayak* etkinliğinin uygulanması sırasında öğrencilerin zorlandıkları açıkça gözlenmiştir. Bu etkinlikte, verilerin öğrenciler tarafından oluşturulması ve en etkili çözüm yolunun belirlenmesi beklenmektedir. Öğrenciler ilk anda uzunca bir süre verilen ayakkabı izine eşit uzunluktaki ayakkabı numaralarını bulmaları gerektiğini, ihtiyaçları olan verileri nasıl toplayacaklarını ve bağlantı kuracaklarını bilememişlerdir. Uygulamaya başladıktan 10-15 dakika sonra, problemin verilenlerinin sadece bir ayakkabı izi olduğunu, dolayısıyla buna benzer ayakkabı izi uzunlukları bulabilirlerse problemi çözebileceklerini fark etmişlerdir. Ardından sınıftaki arkadaşlarından topladıkları ve ailelerinden hatırladıkları verileri bir araya getirmeye çalışmışlardır. Topladıkları verileri düzenlemekte zorluk çeken öğrenciler, matematiksel gösterimlerle veriyi anlamlı hale getirmedikleri için uygun çözüm yolunun hangi istatistiksel ölçümle sağlanabileceğini kestirememişlerdir. Berra Öğretmen durumla ilgili farkındalığını şu ifadeleriyle belirtmiştir: “Etkinlikte boyla bağlantı kurulması isteniyor ama uzun süre ayakkabı numarasından çıkamıyorlar ilk etapta. Daha fazla ayakkabı numarası bilgisine ihtiyaçları olduğunu anlayamadılar. Sonra arkadaşlarından, benden de sordular. Hatırlayanlar annesinin, babasının ayakkabı numaralarını da yazdılar. Ama not alma işini düzgün yapamadılar. Düzenleyemediler... Şimdi... Oran kurmaya çalışıyorlar. Ha şey kendi ayağını ölçtü ayakkabı numarası 41 onun, 27 cm uzunluğa denk olduğundan bahsediyor. Sonunda bir oran kurdular.”(MME3\_7GE).

Berra öğretmen ayrıca, öğrencilerin çözüm sürecinde *örneklem büyüklüğü* ile evren arasındaki ilişkiye değindiklerini fark etmiştir. Berra öğretmen, öğrencilerin kendi aralarındaki konuşmalarından, veri çokluğunun bir başka deyişle örneklem büyüklüğünün evreni daha iyi temsil edeceğine ilişkin bilgilerine dikkat çekmiş ve “Öğrenci ‘Veri grubunun sayısını ne kadar çok artırırsak, o kadar doğru sonuca yaklaşıyoruz’ diyor. Yani deneyim miktarı ne kadar çok artarsa o kadar iyi olduğu konusunda bilgiler veriyor. Mantıklı şeyler söylüyorlar...” (MME1\_7GK)” söyleminde bulunmuştur. Öğretmenin kavramsal anlamalarla ilgili odaklandığı bir başka nokta, uygulanan her modelleme etkinliği sonrası kavramsal anlamalarında ve kavramları kullanımlarıyla ilgili öğrencilerinde gözlemlediği *olumlu değişimler*dir. Öğretmen, öğrencilerin ilk etkinlik olan *Restoran* etkinliğinde çözüm için gerekli olmamasına rağmen açıklık hesapladıklarını belirtmiştir. Sonraki modelleme etkinliği olan *Uzun Atlama* etkinliğinde ise öğrencilerin açıklığın rolünü, önemini fark ettiklerini ve açıklık kavramını daha iyi anladıklarını gözlemlediğini belirtmiştir. Bu bağlamda, Berra Öğretmen’in, “Yani aritmetik ortalamayı hemen



B. Türker Biber ve İ. E. Yetkin Özdemir / Pamukkale Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 53, 521-554, 2021 537  
hemen hepsinde uyguladılar. Ama açıklığın fonksiyonunu daha net gördüler, Riskin ne demek olduğunu daha iyi anladılar burada, bu etkinlikte açıklığın önemi anlaşıldı.”(MME2\_7GK) söylemiyle öğrencilerindeki gelişime dair gözlemlerini dile getirdiği görülmüştür.

### ***İşlemsel anlama***

Yapılan gözlemlerde, öğretmenin öğrencilerinin işlemsel bilgileriyle ilgili (a) işlemlerin doğruluğu/yanlışlığı, (b) işlem hataları, (c) hesap makinesi kullanımı ve (d) tahmin becerilerine ilişkin farkındalıkları olduğu tespit edilmiştir. Öğrenciler genellikle istatistiksel ölçümleri (aritmetik ortalama, tepe değer, ortanca, açıklık hesabı gibi...) hesaplarken alışageldikleri işlemsel kuralları sıralayarak çözüme gitmektedirler. Bu süreçte Berra Öğretmen’in modelleme etkinliklerini izlerken en çok odaklandığı noktalardan biri öğrencilerin işlem hatalarıdır. Örneğin, öğrenciler aritmetik ortalama hesaplarken toplama işleminde hata yapmışlardır. Öğretmen videoyu izlerken süreçte gördüğü bu hatanın hemen farkına varmıştır. “Burada bir işlem hatası yapıyorlar. Yani o çok önemli değil. Evet. Ama sonucu etkiledi tabi en sonunda. (MME1\_7GK)” ifadesinde işlem hatalarını dile getirmektedir. Öğretmenin işlem hatalarına odaklandığı bir başka örnek olayda ise, önemli bir kavramsal eksiklik olmasına rağmen ilk odaklandığı noktanın işlem hatası olduğu görülmüştür. Bu duruma örnek olarak verilebilecek olay şu şekildedir: Öğrenciler ilk modelleme etkinliğindeki her bir kategoriye ait verilerin (1-5 arası anket puanlama) aritmetik ortalamasını hesaplamış ardından bu aritmetik ortalama sonuçlarının en büyük olanından en küçük olanını çıkararak ( $3,7 - 2,2 = 1,5$ ) açıklık bulmaya çalışmaktadırlar. Öğrencilerin yaptığı bu işlemlerin kavramsal bir anlamının olmadığını fark etmesi beklenen öğretmen, öğrencilerin ondalık gösterimleri virgülsüz olarak işleme alıp sonuçta çıkan ifadeye virgül koymadan yorum yapmalarına odaklanmıştır. Öğretmenin bu duruma örnek ifadeleri şöyledir: “Açıklık 15’ diyor. Yani çok yanlış sonuçlar bulmuşlar! Neye yaradığını bile bilmiyor. 37’den 22’yi çıkardı hâlbuki 3,7’den 2,2’yi çıkarması gerekiyordu, işlem sonrasında virgüli yerine koymadığı için açıklık 1,5 değil 15 çıktı ve bu sonuç bir işe yaramaz. (MME1\_7GE)”. Ayrıca bu örnekte öğrencilerin buldukları sonucun verilen problem durumu için uygun bir sonuç olup olmamasıyla ilgili bir kontrol yapmadıkları görülmektedir. Öğretmenin bu konuyla ilgili de bir farkındalığı gözlenmemiştir.

Öğretmenin, etkinlikler sırasında hesap makinesi kullanımını pek tasvip etmediği kontrol amaçlı kullanılması gerektiğini düşündüğü gözlenmiştir. Öğrencilerin işlemleri hesap makinesi kullanmadan yapıyor olmalarının onun için oldukça önemli olduğuna işaret eden ifadesi şöyledir: “İşlemlerde de hep el yordamı [hesap makinesi kullanmadan] ile yapmaları da güzel bir şey.

538 B. Türker Biber ve İ. E. Yetkin Özdemir / Pamukkale Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 53, 521-554, 2021  
*Tek tek uğraşmışlar. Belli ki çalıştıkları bütün verileri tek tek değerlendirmişler, belli yani. O açıdan bu grup olumlu, gayet güzel. (MME2\_7GK)''*

Öğretmenin işlemsel hatalarla ilgili bir başka farkındalığı öğrencilerin tahmin becerilerindeki eksiklikler üzerinedir. *Uzun Atlama* etkinliğinde öğrencilerin aritmetik ortalama hesabı yaparken topladıkları verileri, veri sayısına bölmeleri sırasında işlem hatası yaptıklarını gören öğretmen, öğrencilerinin sayılarla arasının çok iyi olmadığını, sayılar ve büyüklükleri zihinlerinde canlandırma ve tahmin etmede eksiklikleri olduğunu belirtmiştir: *''Bak ne kadar yanlış gidiyor. Zaten tam bölünecek otuz altı altıya, o virgüülü doğru yerinde... Yanlış tahmin etme... Bazı öğrencilerin bölerken tahmin etme gücü yok maalesef. Çocuklara o kadar ben diyorum ki sayılarla oyun oynayın. Yani on beşin, doksan içinde kaç kez olabileceğini tahmin edebilmelisiniz artık büyüklükleri. Ama yok maalesef. (MME2\_7GE)''*

### **Matematiks dil kullanımı**

Video kayıtlarında öğrencilerin düşüncelerini matematiksel olarak ifade etmekte zorlandıkları gözlenmiştir. Berra Öğretmen de öğrencilerin kavramları bilseler dahi ifade edemiyor olmalarına ve anlatmakta zorlandıklarına değinmiştir. *Uzun Atlama* etkinliğinde öğrencilerin, okullar arası uzun atlama yarışlarına gönderecekleri kişiyi seçerken, veri setindeki hangi kritik verilere odaklanmaları gerektiğini, bu veriler dâhilinde hangi çözüm yolunun en uygun modeli geliştirmeyi sağlayacağını düşünürken ortaya çıkan matematiksel söylemler öğretmenin dikkatini çekmiştir. Odak gruplardan birinde, öğrenciler tablodaki veriler üzerinden açıklık hesaplamaya başlamışlardır. Bu sırada öğrencilerden biri arkadaşına, neden açıklığı hesapladıklarını sormuştur. Hesaplamayı yapan öğrencinin söylemlerine dikkat çeken öğretmenin farkındalığı şu sözleriyle örneklendirilebilir: *''Açıklığı az olan Şeyda'nın en iyi atladığını''* söylüyor. *Açıklığın az olmasının iyi bir şey olduğunu biliyorlar, aradaki farkın az olmasının. Ama ifade ederken istikrarlı, daha düzenli, daha birbirine yakın olduğunu çok yorumlamıyorlar. Sadece ''Açıklığı küçük olan iyidir kardeş.'' deyip geçiyorlar. Açıklayamıyor, izah edemiyor. Açıklığın ne demek olduğunu biliyor ama arkadaşına izah edemiyor, onu ikna edemiyor. (MME2\_7GE)''*.

**Öğretmenin Fark Etme Stratejileri**

Berra öğretmenin, farkındalıklarını ifade ederken toplamda 147 kez fark etme stratejilerini kullandığı belirlenmiştir. Fark etme stratejilerinin kavramsal, işlemsel ve matematiksel dil kullanımına yönelik dağılımı aşağıdaki frekans tablosunda detaylandırılmıştır (Tablo 5).

Tablo 5. Öğretmenin Fark Etme Stratejileri

Fark Etme Stratejileri	Kavramsal		İşlemsel		Mat. Dil		Toplam	
	f	%	f	%	f	%	f	%
Tanımlama ve açıklama	31	21,0	15	10,2	7	4,7	53	36
Tekrarlama	11	7,4	7	4,7	3	2,0	21	14,3
Taraflı duyma	10	6,8	6	4,0	2	1,3	18	12,2
Fazlasını duyma	10	6,8	2	1,3	2	1,4	14	9,5
Değerlendirme ve yorum	24	16,3	13	8,8	6	4,0	43	29,2
Süreci değ.	19	12,9	9	6,1	6	4,0	34	23,1
Sonucu değ.	5	3,4	4	2,7	0	0,0	9	6,1
Gerekçeleştirme	28	19,0	17	11,5	6	4,0	51	34,7
Tahmin	14	9,5	13	8,8	3	2,0	30	20,4
Kanıtlanma	14	9,5	4	2,7	3	2,0	21	14,3
Fark Etme Stratejileri	83	56,5	45	30,6	19	12,9	147	100
Toplam								

Tablo incelendiğinde, öğretmenin en çok (% 36) tanımlama ve açıklama sırasında farkındalık ifadelerini kullandığı belirlenmiştir. Tanımlama ve açıklamalarını çoğunlukla öğrenci davranış ve söylemlerini tekrarlama (% 14,3) stratejisiyle ifade ettiği gözlenmiştir. Öte yandan öğretmen, süreçte, öğrencileriyle ilgili taraflı duyma (%12,2) ve varsayımlarda bulunarak öğrencilerin yaptıklarından/söylediklerinden fazlasını duyma (%9,5) stratejileriyle farkındalıklarını ifade etmiştir. Öğretmenin fark ettiği durumlara yönelik çoğunlukla sürece (% 23,1) ve üçte biri kadar da sonuca (% 6,1) ilişkin değerlendirmelerinin olduğu tespit edilmiştir. Öğretmenin farkındalıklarıyla ilgili gerekçelerine bakıldığında, daha çok tahmin yoluyla (% 20,4) ifade ettiği, ancak öğrencilerden alıntılar sunarak kanıtlara dayandırdığı gerekçelerinin de oldukça fazla (% 14,3) olduğu belirlenmiştir. Veriler incelendiğinde, öğretmenin

farkındalıklarını tanımlama biçimi ile gerekçeleri arasında bir takım bağlantılar gözlenmiştir. Öğretmenin tekrarlama biçiminde sunduğu farkındalıklarına ilişkin gerekçelerini kanıtlarla desteklediği, fazladan duyarak fark ettiği durumları ise daha çok tahmin yoluyla gerekçelendirdiği belirlenmiştir. Daha açık ifade etmek gerekirse; öğretmenin öğrencileri hakkındaki önceki/genel bilgilerine dayanarak fazladan duyma stratejisiyle ifade ettiği durumları yine onlarla ilgili bilgilerini göz önünde tutarak tahminlerle açıkladığı gözlenmiştir.

### ***Öğretmenin Fark Ettiklerini Tanımlama ve Açıklama Stratejileri***

Öğretmenin fark ettiklerini tanımlama ve açıklama süreci Tablo 5’den incelendiğinde, en fazla (% 21) kavramsal anlamaya ilişkin farkındalıklarını tanımladığı görülmüştür. Öğretmenin tüm farkındalıklarının % 10,2’si işlemsel anlama, % 4,7’si ise matematiksel dilin kullanımıyla ilgili farkındalıklarıdır.

Öğretmen *kavramsal anlamalara* ilişkin fark ettiklerini tanımlarken, öğrenciler kavramları hem doğru hem de yanlış kullandıklarında, genellikle öğrencilerin söylem veya davranışlarını aynen tekrarlamaktadır. Örneğin, “ *’Veri grubunun sayısını ne kadar çok artırırsa, o kadar doğru sonuca yaklaşırsınız.’ diyor. Yani deneyim miktarı ne kadar çok artarsa o kadar iyi olduğu konusunda bilgiler veriyor. (MME1\_7GK)*” söylemine bakıldığında; öğretmenin, öğrencinin çözümle ilgili söylemini aynen tekrar ederek fark ettiği durumu açıklamaktadır. Öğrenciler kavramları yanlış kullandıklarında onların aslında doğruyu bildiklerini ama o an için anlatamadıklarını ifade etmeye çalışırken gördüklerini taraflı duymaktadır. Buna bir örnek verilirse; “*Asıl biliyorlar anlatamadılar. Tek tek. Aritmetik ortalama da her puanın etkisi olduğunu izah edemediler yani. Sadece en yüksek puan olan 5 puanı verenlerin sonucu etkilediğini, diğerlerinin etkilemediğini düşündü herhâlde... (MME1\_7GK)*” söyleminde öğrencilerini tanıdığı için duruma yorum getirmektedir. Örnekte öğretmen, öğrencilerin aritmetik ortalama ile ilgili bazı kavramsal bilgileri (verilerin değişmesi ile aritmetik ortalamanın değişebileceğini, uç değerlerin aritmetik ortalamaı etkileyeceği) bildiklerini varsaymakta ve buna dayanarak yorum yapmaktadır. Öte yandan, öğrencilerin hatalı kavramsal bilgilerini gözlemlediğinde ve merkezi eğilim ölçülerini hangi durumlarda, neden kullandıklarıyla ilgili açıklama yapamadıklarında çoğunlukla fazladan duymaktadır. Bu duruma örnek verilebilecek ifadesi şu şekildedir: “*Neden aritmetik ortalama? Buna daha çok güvendiler. Sanki mod sonucunun, yetmediğini düşündüler orada. Mesela burada mod 5 çıktı ama 4 verinin 1, 1 tanesinin de 2 olduğunu düşünürsek aritmetik ortalama da yani mod 5 de çıksa aritmetik ortalama olarak geride kalabilecekti diğer verilerde yani. (MME1\_7GK)*” Bu örnekte öğretmen, öğrencilerden mod sonucunun, uygun modelin

B. Türker Biber ve İ. E. Yetkin Özdemir / *Pamukkale Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 53, 521-554, 2021 541  
geliştirilmesi için yeterli bir bilgi sağlamadığına dair herhangi bir konuşma veya davranış gözlenmemiş olmasına rağmen bu tür bir yorumda bulunmuştur.

Öğretmen *işlemsel anlamalara* ilişkin fark ettiklerini tanımlarken, çoğunlukla tekrarlama ve taraflı duyma stratejilerini kullanmıştır. Özellikle işlemsel hatalara yönelik farkındalıklarını taraflı duyma yoluyla ifade etmiştir. Öğretmenin öğrencilerini tanıyor olması yaptıkları işlemlerden veya eylemlerden ne demek istemiş olabileceklerine dair varsayımlarda bulunmasına sebep olmuştur. İkinci modelleme etkinliğinde öğrencilerin aritmetik ortalama hesabı yaparken topladıkları verileri, veri sayısına bölmeleri sırasında işlem hatası yaptıklarını gören öğretmen, öğrencilerinin sayılarla arasının çok iyi olmadığını, sayılar ve büyüklükleri zihinlerinde canlandırma ve tahmin etmede eksiklikleri olduğuna dair varsayımlarda bulunup, taraflı duymaktadır: “*Bazı öğrencilerin bölme yaparken tahmin etme gücü yok maalesef. Yani on beşin, doksan içinde kaç kez olabileceğini tahmin edebilmelisiniz artık büyüklükleri. Ama yok maalesef. ‘İşlem hatam olabilir mi?’ diyor. (MME2\_7GE).*” Öğretmen uygun olmayan merkezi eğilim ölçümünün kullanılması ya da gerekli olmayan bir istatistiksel hesaplamanın yapılması gibi durumlarda, öğrencilerin neden bu işlemleri yaptıklarını açıklarken genellikle öğrencilerin söylem ve davranışlarını aynen tekrarlamıştır.

*Matematiks dil kullanımına* dair bu farkındalıklarını tanımlarken; öğrencilerin merkezi eğilim ölçülerini neden kullandıklarını açıklayamamalarına ilişkin ifadeleri tekrarladığı belirlenmiştir. Örneğin öğretmenin, “*Sadece ‘Açıklığı küçük olan iyidir kardeş.’ deyip geçiyorlar. Açıklığın az olmasının iyi bir şey olduğunu biliyorlar, aradaki farkın az olmasının... Ama ifade ederken istikrarlı, daha düzenli, daha birbirine yakın olduğunu çok yorumlamıyorlar. Açıklığın ne demek olduğunu biliyor ama arkadaşına izah edemiyor. (MME2\_7GE)*” ifadesinde, öğretmen öğrencilerinin matematiks dil kullanımıyla ilgili yaşadıkları zorluğa yönelik öğrenci ifadelerini tekrarlamıştır. Öğretmen, öğrencilerin kullandıkları çözüm yollarına yönelik yanlış açıklamalarını fark ettiğinde çoğunlukla varsayımlarda bulunmuştur. Öğrencilerin matematiks dil kullanımlarındaki zorlukların nedenlerine ilişkin yorumlarını ise çoğunlukla öğretmen fark ettiği durumlarla ilgili aşırı genellemelerde bulunmuştur.

### ***Öğretmenin Fark Ettiklerini Değerlendirme ve Yorumlama Stratejileri***

Berra Öğretmenin öğrencilerinin kavramsal, işlemsel ve matematiks dil kullanımlarıyla ilgili eksiklik veya zorluklara yönelik olası doğru çözüm sürecini açıklama ve yanlış fikirlerini düzeltme çabası olduğu ve bu nedenle çoğu zaman süreci değerlendirdiği görülmüştür. Öğrencilerin uygun merkezi eğilim ölçüsünü seçtikleri, uygun model geliştirebildikleri ve süreçte doğru işlem yaptıkları zamanlarda öğretmen sonuca odaklanmaktadır. Öğrencilerin

ulaştıkları sonuçların doğruluğunu onaylayan ifadelerle farkındalıklarına ilişkin değerlendirmelerde bulunmaktadır. Örneğin, “Sonuçların hepsini eşit buldular, aritmetik ortalamayı da doğru hesapladılar. Bu etkinlikten (uzun atlama) daha keyif aldıklarını düşünüyorum. Hem işlem kalabalıklı hem de kolay bilgiye ulaştıkları için daha öğretici oldu diye düşünüyorum.” (MME2\_7GK) ifadesinde, öğretmen öğrencilerin uzun atlama etkinliğindeki performanslarını buldukları sonuçlar üzerinden değerlendirmektedir. Benzer şekilde Berra öğretmen öğrencilerin matematiksel olarak kendilerini ifade etmekte yaşadıkları güçlüklerle ilgili fark ettiği durumlara ilişkin değerlendirmelerini süreci dikkate alarak yapmıştır.

### **Öğretmenin Fark Ettiklerini Gereçlendirme Stratejileri**

Öğretmenin kavramsal anlamaya yönelik farkındalıklarını açıklarken kanıtlara dayandığı kadar (% 9.5) tahminler yürüterek (% 9.5) de gereçlendirdiği gözlenmiştir. Öğrenciler modelleme etkinlikleri bağlamında yer verilen istatistiksel kavramları neden kullandıklarını bilemediklerinde veya veri setine uygun olacak merkezi eğilim ölçüsünü kullanmadıklarında çoğunlukla kanıtlarla gereçlerini sunmaktadır. Öğrencilerinin kavramsal anlamalarındaki eksiklerin nedenleriyle ilgili ise daha çok öğrencilerinin genel sınıf durumlarından faydalanarak tahminler yoluyla gereçler sunmaktadır. Öğretmenin bu yaklaşımı şu sözlerinde görülebilir: “Kavramları bence biraz ezberlemekten de olabilir. Günlük hayata çok yoramıyor da olabilirler. (MME2- 7GE).” Öğretmenin bu söyleminden öğrencilerinin yaşadıkları kavram yanlışları ve hatalarını kavramları ezberlemiş olmalarıyla ilişkilendirerek tahmin ettiği söylenebilir.

Berra öğretmenin, öğrencilerin işlemsel anlamalarına dair farkındalıklarını gereçlendirirken çoğunlukla tahmin yolunu kullandığı (% 8.8), dörtte biri kadar da kanıtlar sunduğu belirlenmiştir. Öğrenciler hata yapmadıklarında veya doğru bilgilerine yönelik değerlendirmelerini gereçlendirirken kanıtlar sunmuş, öğrenciler yanlış yaptıklarında ise tahminlerde bulunmuştur. Örneğin, uzun atlama etkinliğinde, öğrencilerden bir grup, işlemleri doğru ve yerinde yapmıştır. Öğretmenin, “Gayet güzel hesaplar yapılmış kâğıtta da görülüyor. En küçük ayrıntılar dahi belirtilmiş. (MME2\_7GK)” söyleminde, öğrencilerin ayrıntıları dikkate aldıklarını çözüm kağıdından da göstererek bir kanıt sunmuştur. Öğrencilerin büyük ayak etkinliğinde yanlış işlem yaptığını fark eden öğretmenin tahminlerde bulunarak farkındalığını ifade ettiği de şu örnekte gözlenmektedir: “Belki de zihinlerinde doğru çözüm var ama dikkatsizlikten yanlış yapıyorlar galiba. Ben şey diyorum hep... Her şeyi bilip de sınavda toplama hatası yaparsanız en üzülduğünüz nokta o olur. O yüzden mümkün olduğunca işlem hatası yapmayın. Ama işte maalesef yapıyorlar. Heyecandandır diyorum. (MME3\_7GK)” örneğinde, öğrencilerin yanlış işlem

B. Türker Biber ve İ. E. Yetkin Özdemir / Pamukkale Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 53, 521-554, 2021 543  
yapmış olmalarını heyecanlanmalarına ve dikkatsizliklerine bağlayarak tahmine dayalı bir gerekçelendirme sunmuştur.

Öğretmen, matematiksel dilin kullanımına yönelik farkındalıklarını gerekçelendirirken, kavramsal anlamayla benzer şekilde eşit sayıda (% 2) kanıt sunma ve tahmin etme yolunu kullandığı gözlenmiştir. Öğrenciler modelleme etkinliklerindeki matematiksel kavramları hatalı kullandıkları veya neden kullandıklarını bilemedikleri durumlarda öğrencilerin kendilerini ifade etmekte zorlandıkları göz önüne alındığında bu iki kategorinin birbiriyle kesiştiği, ilişkili olduğu görülmektedir. Bu bağlamda öğretmenin kanıt sunduğu şu gerekçesine bakılırsa; *“Biliyor, anlatamıyor. Aritmetik ortalama ile çözüyor sonra Şeyda'nın atlayabileceğini düşünmüyorlar, zaten bunlar raporu uzun tutmuyor çünkü cümleye dökemiyorlar zaten ifadelerini. (MME2\_7GE)”* söyleminden, öğrencilerin raporlarını ayrıntılı olarak yazamadıklarını kanıt göstererek gerekçelendirdiği görülmektedir.

### **Sonuç, Tartışma ve Öneriler**

Araştırmanın sonuçları, Berra Öğretmenin neleri fark ettiği ve nasıl ifade ettiğiyle ilgili iki başlık altında sunulmuştur.

### **Öğretmen Farkındalıklarına İlişkin Sonuçlar**

Matematiksel modelleme sürecindeki öğrencilerini gözlemleyen öğretmenin farkındalıklarının kavramsal anlama, işlemsel anlama ve matematiksel dil kullanımı üzerine yoğunlaştığı belirlenmiştir. Öğretmen öğrencilerinin çoğunlukla kavramsal anlamalarına odaklanmıştır. Araştırmanın bu sonucu benzer çalışmalarla tutarlılık göstermektedir (Biembengut ve Hein, 2010; Chamberlin, 2013; Lesh, 2006; Lesh ve Kelly, 1997). Öğretmenler, modelleme etkinlikleri gibi öğrenci düşüncesini kolaylıkla gözleme fırsatı buldukları etkinliklerde, öğrencilerin kavramsal anlamalarına daha çok odaklanabilmektedirler (Biembengut ve Hein, 2010). Öğretmenin, öğrencilerin veriler ve özellikleri (uç değerler içermesi, sürekli - süreksiz olması, risk alınmasını gerektirecek yakın değerler) üzerinde çok düşünmeden, kavramsal olarak ne anlama geldiğini dikkate almadan istatistiksel ölçümleri hesaplama eğiliminde olduklarını fark etmiştir. Modelleme yaklaşımının ve kullanılan etkinliklerin öğrenci düşüncelerini gözlemlemeyi kolaylaştırdığını böylelikle öğrencilerle ilgili daha önce fark etmediği durumları ortaya çıkardığını ifade etmiştir.

Araştırmanın bir başka sonucunda, öğretmenin öğrencilerin veri setlerini kendilerinin oluşturamadıklarını fark ettiği belirlenmiştir. Veri öğrenme alanına ait konularda ders kitaplarındakilerle sınırlı alıştırma çeşitleriyle karşılaştıkları ve bu rutin problemleri çoğunlukla

alışa geldikleri kurallarla çözdükleri için, öğrenciler problem çözmeyi sadece hesaplama işi gibi düşünmekte, kavramların anlamlarını düşünerek veri organize etmeyi bilmemektedirler (Batanero ve Diaz, 2010; Garfield ve Ben-Zvi, 2009; Koparan, 2014; Lehrer ve Romberg, 1996). Öğretmen bu durumla ilgili öğretimsel faaliyetlerini düzenleme ve modelleme etkinlikleri gibi etkinlikleri derslerine dahil etmesi gerektiğini fark etmiştir. Öğretmen öğrencilerinin, uygun veri seti olup olmamasına dikkat etmeden, hemen her etkinlikte aritmetik ortalamayı hesapladıklarını fark ettiği ortaya çıkmıştır. Araştırmanın bu sonucu Mokros ve Russell (1995)'ın çalışma bulgularıyla paralellik göstermektedir. Mokros ve Russell (1995) öğrencilerin en çok tercih ettikleri istatistiksel ölçümün aritmetik ortalama olduğunu ve problemin istatistiksel kavramlarla ilgili bir çözümü olduğunu anladıkları anda hemen verilere bakmadan aritmetik ortalamayı hesapladıklarını belirtmişlerdir. Öğretmenin bir diğer fark ettiği nokta, öğrencilerin merkezi eğilim ölçümlerini neden kullandıklarını bilmeden, sırayla hepsini hesaplamalarıdır. Öğretmenin fark ettiği bu durumun benzer araştırmaların sonuçlarıyla tutarlılık gösterdiği belirlenmiştir (Garfield, ve Ben-Zvi, 2009; Zieffler, vd., 2012). Bunun nedeniyle ilgili yapılan çalışmalar incelendiğinde; istatistiksel kavramlarla ilgili gerekli tanımları iyi öğrenemeyen öğrencilerin, hesaplamaları rahatlıkla yapmalarına rağmen uygun istatistiksel yorumlarda bulunamadıkları için tüm ölçümleri ard arda (sırayla mod, medyan, a.o. hesaplama gibi) ele aldıkları tespit edilmiştir (Jones vd., 2000; Konold ve Pollatsek, 2002).

Berra Öğretmen, öğrencilerinin modelleme sürecinde yapılan sınıf tartışmaları sırasında ve yazdıkları raporlarda kendilerini matematiksel olarak ifade etmekte zorlandıklarını, çoğu raporda 'sayıları topladık, çıkardık' gibi işlemsel ifadeler kullandıklarını fark etmiştir. Öğrencilerin matematiksel kavramları uygun yerde kullanamadıklarını gözlemlemiş ve matematiksel dil kullanımını kavramsal anlamlarıyla ilişkilendirmiştir. Öğretmenler öğrencilere kağıt üstünde işlem yaptırarak, sonuçların doğruluğu yanlışlığı üzerinde durmak yerine öğrencilerin kavramlarla ilgili konuşmaları ve tartışmalarını gerektirecek öğretimsel faaliyetler içeren sınıf ortamları oluşturduklarında, öğrencilerin bu zorluklarını aşmalarına yardımcı olacaktır (Straker, 1993). Modelleme etkinliklerinin uygulama sonlarında yapılan tartışmalarda, öğrencilerin kendilerini savunmaları sırasında matematiksel dile yönelik zorluklar yaşadıklarını gözlemleyen Berra Öğretmen, öğrencilerinin daha fazla konuşma ortamlarında bulunmasının, yaptıkları çözümleri ve çözüm yollarını tartışarak kendilerini matematiksel olarak ifade etmelerinin gerekliliğini fark etmiştir. Aiken Jr (1972)'de sınıf içi söylemlerin matematiksel dili geliştirdiğini ve matematiksel ifadede yaşanan zorlukları azalttığını belirtmiştir. Öğretmen farkındalığıyla ilgili alan yazındaki çalışmalarda da, benzer



B. Türker Biber ve İ. E. Yetkin Özdemir / *Pamukkale Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 53, 521-554, 2021 545  
şekilde öğretmenlerin matematiksel dil kullanımıyla ilgili farkındalıklarının olduğu tespit edilmiştir. Örneğin, Taylan (2015a), iki matematik öğretmeniyle yaptığı çalışmada, öğretmenlerin öğrencilerin matematiksel dil kullanımına ilişkin farkındalıkları olduğunu tespit etmiştir. Luna, Russ, ve Colestock (2009) ise, bir öğretmenin öğrencilerinin sınıf içi söylemlere ve kullandıkları dile dikkat ettiğini öne sürmüşlerdir. Ancak araştırmaya alınan öğretmenler, öğrencilerin kendilerini nasıl daha iyi ifade edecekleri üzerinde durmamış, öğrencilerin zorluklar yaşamasının nedenlerini belirtmemişlerdir. Yapılan araştırmaların tersine, Berra Öğretmen öğrencilerin matematiksel ifadeleri kullanmakta yaşadıkları zorluklara ve bunun sebeplerine söylemlerinde yer vermiştir. Bu durum, modelleme etkinliklerinin öğrencilerin matematiksel iletişim becerilerine ilişkin öğretmene daha fazla veri sunmuş olması ile açıklanabilir (Doerr ve English, 2003; English, 2006; Lesh, 2006).

### **Öğretmenin Fark Etme Stratejilerine ilişkin Sonuçlar**

Öğretmenlerin öğrencilerinde gözlemediklerini nasıl betimlediklerinden, öğrencileri hakkındaki düşünceleri, sınıf ortamında onları nasıl dinlediği, hangi bakış açısıyla gözlemediği, öğrencileriyle ilgili hangi bilgilere sahip oldukları gibi pek çok değerli bulguya ulaşılabilmektedir (Crespo, 2000; Even ve Wallach, 2004; Güner ve Akyüz, 2017a; Özdemir Baki ve Işık, 2018; Wallach ve Even, 2005). Berra Öğretmen öğrencilerini gözlemlerken onların düşündüğü hemen her fikri, yazdıkları ifadelerden, yaptıkları hesaplamalardan veya söylemlerinden alıntılarla, ki çoğu zaman aynen alıntılarla, tekrarlayarak açıklamıştır. Berra Öğretmenin çoğunlukla tekrarlayarak fark ettiklerini açıklaması öğrencilerin düşünme süreçleriyle ilgili daha net ve tarafsız sonuçlar için uygun olsa da bir öğretmenin öğrencilerin sözlerini tekrarlamaktan ziyade bu sözlerin ne anlama geldiğini matematiksel açıdan yorumlayabilmesi gereklidir (Crespo, 2000; Wallach ve Even, 2005). Wallach ve Even (2005)'ın, iki öğrencisinin bir problem üzerinde tartışırken kaydedilen videosunu izleyerek farkındalıklarını ifade eden öğretmenle yaptıkları çalışmanın sonuçları araştırmanın bu bulgusuyla tutarlıdır. Öğretmenin, çözümü hemen sıralı bir şekilde, bazen de aynen alıntılar yaparak tekrarladığını fark etmişler ve bu durumun diğer pek çok video klip için geçerli olduğunu söylemişlerdir.

Berra öğretmen öğrencilerinin kavramsal anlama, işlemsel bilgi ve matematiksel dil kullanımı becerilerinde fark ettiği kavram yanlışlığı, işlem hataları ve matematiksel ifade güçlükleri gibi durumlarda öğrencilerinin genel sınıf içi durumlarına ilişkin önceki öğrenci bilgisine dayanarak varsayımlarda bulunmaktadır. Öğrencilerinin genel hatalarını göz önünde bulundurarak uygulamalar sırasında söylenmeyen sözler veya yapılmamış davranışlardan

bahsetmiştir. Öğretmen bunların yanı sıra öğrenci hataları veya eksikliklerine ilişkin dış etkenleri düşünerek fazladan duyma biçiminde aşırı genellemeler yapmıştır. Wallach ve Even (2005)'a göre, öğretmenler genellikle öğrencilerinin hatalı veya yanlış sonuçlar elde etmesini, kavram yanlışlarını, bilgi eksikliklerini kendi başarısızlıklarına atfetmekte ve doğru sonuçlar beklentisi içinde olmaktadır. Bu nedenle öğrencilerinin söylemedikleri sözleri söylemiş veya yapmadıkları davranışları yapmış gibi kabul ederek, çoğunlukla beklentilerini sıralamakta, fazladan duymaktadırlar. Berra öğretmen de fazladan ve taraflı duyumsadığı durumlarla ilgili öz-eleştiri yaparak, kendi öğretim faaliyetlerini düzenleme kararı almıştır.

Modelleme etkinlikleri sırasında uygun modelin nasıl üretildiği ve geliştirildiğine yönelik değerlendirmeler yapan Berra öğretmenin modelleme sürecini değerlendirdiği ifadeleri çoğunluktadır. Ancak modelleme sürecini değerlendirdiği söylemlerinin çoğunlukla yüzeysel olduğu belirlenmiştir. Bununla birlikte sonuca odaklandığı söylemleri de mevcuttur. Aslında öğretmenden beklenen öğrencilerin istatistikî kavram, ölçüm veya diğer işlemsel süreçleri ayrıntılarıyla gözlemlemesi ve bu konularda farkındalıklarını ifade edebilmesidir. Ancak yapılan çalışmalarda da öğretmenlerin öğrencilerin buldukları sonuçlarla ilgili bazen pek çok şeyi görmezden gelip, olmayan söz veya davranışları varmış gibi kabul edip hızlıca bir değerlendirme yaptıkları bulgusuna ulaşılmıştır (Blythe, Allen ve Powell, 1999; Borko, Jacobs, Eiteljorg ve Pittman, 2008; Crespo, 2000; Nicol ve Crespo, 2003; Sherin, 2001). Öğretmenlerle yaptığı çalışmada Blythe ve diğerleri (1999), öğretmenlerin hızlıca iyi/kötü-doğru/yanlış gibi değerlendirmeler yaptıkları, gerekiyorsa düzeltmeler yaptıkları, gözden kaçırdığı durumlar hakkında genel açıklamalar yaptıkları ile ilgili sonuçlara ulaşmışlardır. Kazemi ve Franke (2004), öğretmenlerin yaşadıkları bu durumu, öğrenci düşünmelerine ilişkin etkinlik çalışmalarına alışık olmamalarına, öğrenci çalışmalarını (çözüm kağıtları, raporlar, mektup veya posterleri) okuyabilme becerilerinin gelişmemiş olmasına ve öğrenci çalışmalarını daha önce bu kadar ayrıntılı olarak incelememiş olmalarına bağlamıştır. Öğretmenlerin bu tür eksikleri olduğunu belirleyen Star ve Strickland (2007), öğretmenlerin öğrenci düşünmelerini okuyabilme ve duyabilme becerisi olan fark etme becerisinin geliştirilebilir bir beceri olduğunu savunarak, uzun süreli mesleki gelişim çalışmaları ile öğretmen farkındalıklarının geliştirilmesi ve artırılmasına yönelik önerilerde bulunmuşlardır.

Berra Öğretmen gözlemlediği durumlara ilişkin yorumlarını çoğunlukla tahminlerle gerekçelendirmiştir. Bu durum, öğretmenin sınıf ortamında öğrencilerini iyi gözlemleyen, onlarla yakından ilişkiler kurabilen bir öğretmen olmasıyla açıklanabilir. Fazladan duyma ve taraflı duyma biçiminde dile getirdiği farkındalıklarını tahmin etme yoluyla gerekçelendiren

B. Türker Biber ve İ. E. Yetkin Özdemir / *Pamukkale Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 53, 521-554, 2021 547  
öğretmenin, tekrarlama stratejisiyle tanımladığı farkındalıklarına ilişkin gerekçelerini, genellikle kanıtlara dayandırdığı gözlenmiştir. Öğretmenin öğrenci davranışları ve sözlerinden direk alıntılar yaparak kanıtlar sunduğu yorumları sayıca daha azdır. Hâlbuki öğretmenlerin öğrencinin neyi, nasıl anladığıyla ilgili net fikirler oluşturması için, fark ettiği bir duruma yönelik gerekçelerini daha çok kanıtlara dayandırması beklenmektedir (Crespo, 2000).

Araştırmanın sonuçları dikkate alındığında öğretmenlerin fark etme becerilerinin geliştirilmesinin önemi ortaya çıkmaktadır. Araştırmalar fark etme becerisinin uzun süreli uygulama ve eğitimler sonucu değişim gösterebilecek bir olgu olduğunu ve geliştirilebileceğini belirtmektedir (Özdemir Baki ve Işık, 2018; Star ve Strickland, 2007). Özdemir Baki ve Işık (2018) ders imecesi yöntemiyle öğretmenlerin bu becerilerinin geliştirilebileceğini üst düzeylere çıkarılabileceğini göstermişlerdir. Benzer şekilde Güner ve Akyüz (2017a)'de öğretmen adaylarının farkındalık becerilerinin ders imecesiyle geliştirilebileceğini göstermiştir. Bu çalışmalara da bakıldığında uzun süreli mesleki gelişim eğitimlerinin artırılarak öğretmenlerin öğrenci düşüncelerine yönelik fark etmeleri gereken noktalarla ilgili bilgiler verilmelidir. Modelleme etkinliklerinin öğretmen farkındalıklarını ortaya çıkarma sürecinde oldukça uygun bir araç olduğu sonucuna varılmıştır. Modelleme yaklaşımı gibi öğretmenlerin öğrencilerini rahatlıkla gözlemleyebilecekleri öğretim ortamları sağlanarak farkındalıklarının geliştirilmesi, öğretmenlerin öğrencilerinde fark ettikleri eksikler için yeniden öğretimsel düzenlemelerde bulunmalarını sağlayabilir. Araştırmanın sınırlılıklarına sahip diğer sınıf ortamları ve benzer nitelikteki öğretmenler için, öğretmenlerin matematiksel düşüncelere yönelik fark ettiği noktalar ve bunları nasıl ifade ettiğine ilişkin bilgiler, etkili öğretimi hedefleyen araştırmacılara hazırlayacakları eğitim programlarına ve mesleki deneyimi inceleyen araştırmalara ışık tutacaktır.

**Etik Kurul İzin Bilgisi:** Bu araştırma, Hacettepe Üniversitesi Sosyal ve Beşeri Bilimler Araştırma ve Yayın Etiği Kurulunun 28/04/2014 tarihli 88600825/433-1540 sayılı kararı ile alınan izinle yürütülmüştür.

**Çıkar Çatışması:** Yazarların beyan edeceği bir çıkar çatışması yoktur.

**Yazar Katkısı:** Tüm yazarlar her aşamada çalışmaya katkı sağlamıştır.

## Kaynakça

- Aiken Jr, L. R. (1972). Language factors in learning mathematics. *Review of Educational Research*, 42(3), 359-385.
- Baki, G. Ö., & Işık, A. (2018). Öğrencilerin Matematiksel Düşüncelerine Yönelik Öğretmenlerin Farkındalık Düzeylerinin İncelenmesi: Ders İmgesi Modeli. *Türk Bilgisayar ve Matematik Eğitimi Dergisi*, 9(1), 122-146.
- Barnhart, T., & van Es, E. (2015). Studying teacher noticing: Examining the relationship among pre-service science teachers' ability to attend, analyze and respond to student thinking. *Teaching and Teacher Education*, 45, 83-93.
- Başkale, H. (2016). Nitel araştırmalarda geçerlik, güvenirlik ve örneklem büyüklüğünün belirlenmesi. *Dokuz Eylül Üniversitesi Hemşirelik Fakültesi Elektronik Dergisi*, 9(1).
- Batanero, C., & Diaz, C. (2010). Training teachers to teach statistics: What can we learn from research? *Statistique et Enseignement*, 1(1), 5-20.
- Ben-Zvi, D., & Garfield, J. (2004). Statistical Literacy, Reasoning, and Thinking: Goals, Definitions, and Challenges. In D. Ben-Zvi & J. Garfield (Eds.), *The Challenge of Developing Statistical Literacy, Reasoning and Thinking* (pp. 3 - 15). Netherlands: Kluwer Academic Publishers.
- Biembengut, M. S., & Hein, N. (2010). Mathematical Modeling: Implications for Teaching. In R. Lesh, P. L. Galbraith, C. R. Haines, & A. Hurford (Eds.), *Modeling Students' Mathematical Modeling Competencies. ICTMA 13* (pp. 481 - 490): Springer, US.
- Blythe, T., Allen, D., & Powell, B. S. (1999). *Looking together at student work: A companion guide to assessing student learning*. New York: Teachers College Press.
- Borko, H., Jacobs, J., Eiteljorg, E., & Pittman, M. E. (2008). Video as a tool for fostering productive discussions in mathematics professional development. *Teaching and Teacher Education*, 24(2), 417-436. doi:10.1016/j.tate.2006.11.012
- Borko, H., Jacobs, J., Eiteljorg, E., & Pittman, M. E. (2008). Video as a tool for fostering productive discussions in mathematics professional development - ScienceDirect. 24(2), 417-436. doi:10.1016/j.tate.2006.11.012

- Carpenter, T. P., Fennema, E., Peterson, P. L., & Carey, D. A. (1988). Teachers' Pedagogical Content Knowledge of Students' Problem Solving in Elementary Arithmetic. *Journal for Research in Mathematics Education*, 19(5), 385 - 401.
- Chamberlin, S. A. (2013). *Statistics for Kids: Model Eliciting Activities to Investigate Concepts in Statistics*: Prufrock Press.
- Colestock, A. (2009). *A case study of one secondary mathematics teacher's in the-moment noticing of student thinking while teaching*. Paper presented at the Proceedings of the 31st annual meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, Atlanta, GA: Georgia State University.
- Colestock, A., & Sherin, M. G. (2009). Teachers' sense-making strategies while watching video of mathematics instruction. *Journal of Technology and Teacher Education*, 17(1), 7-29.
- Crespo, S. (2000). Seeing More Than Right And Wrong Answers: Prospective Teachers' Interpretations Of Students' Mathematicalwork. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 3, 155-181.
- Creswell, J. W. (2007). *Qualitative Inquiry & Research Design*: Sage Publications.
- Didiş Kabar, M. G., & Erbaş, A. K. (2019). Pre-service secondary mathematics teachers' anticipation and identification of students' thinking in the context of modelling problems. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 1-29.
- Doerr, H., & English, L. D. (2003). A Modeling perspective on students' mathematical reasoning about data. *Journal of Research in Mathematics Education*, 34(2), 110-136.
- English, L. D. (2006). Mathematical Modeling in the primary school. *Educational Studies in Mathematics*, 63(3), 303-323.
- Erickson, F. (2011). On noticing teacher noticing. *Mathematics teacher noticing: Seeing through teachers' eyes*, 17-34.
- Even, R., & Wallach, T. (2004). Between student observation and student assessment: A critical reflection. *Canadian Journal of Science, Mathematics and Technology Education*, 4(4), 483-495.
- Fernández, C., Llinares, S., & Valls, J. (2013). Primary school teacher's noticing of students' mathematical thinking in problem solving. *The Mathematics Enthusiast*, 10(1), 441-468.

- Franke, M. L., & Kazemi, E. (2001). Learning to teach mathematics: Focus on student thinking. *Theory into practice*, 40(2), 102-109.
- Friesen, M. E., & Kuntze, S. (2020). How context specific is teachers' analysis of how representations are dealt with in classroom situations? Approaching a context-aware measure for teacher noticing. *Zdm*, 1-13.
- Garfield, J., & Ben-Zvi, D. (2009). Helping students develop statistical reasoning: Implementing a statistical reasoning learning environment. *Teaching Statistics*, 31(3), 72-77.
- Garfield, J., delMas, R., & Zieffler, A. (2012). Developing statistical modelers and thinkers in an introductory, tertiary-level statistics course. *ZDM*, 44(7), 883-898.
- Goodwin, C. (1994). Professional vision. *American Anthropologist*, 96, 606 – 633.
- Güner, P., & Akyüz, D. (2017a). Ders imecesi (lesson study) mesleki gelişim modeli: öğretmen adaylarının fark etme becerilerinin incelenmesi. *İlköğretim Online*, 16(2), 428-428. doi:10.17051/ilkonline.2017.304709
- Güner, P., & Akyüz, D. (2017b). *Preservice middle school mathematics teachers' knowledge about students' mathematical thinking related to perimeter and area*. Paper presented at the ICEMST 2017: International Conference on Education in Mathematics, Science & Technology.
- Huang, C.-H. (2011). Assessing the modelling competencies of engineering students. *World Transactions on Engineering and Technology Education*, 9(3), 172 - 177.
- Jacobs, V., Lamb, L. C., Philipp, R., Schappelle, B., & Burke, A. (2007). *Professional Noticing by Elementary School Teachers of Mathematics*. Paper presented at the American Educational Research Association Annual Meeting, Chicago, IL.
- Jacobs, V., Lamb, L. L. C., & Philipp, R. (2010). Professional Noticing of Children's Mathematical Thinking. *Journal for Research in Mathematics Education*, 41(2), 169 - 202.
- Jacobs, V., & Philipp, R. (2011). Mathematics Teacher Noticing: Seeing Through Teachers' Eyes. *Association of Mathematics Teacher Educators*.
- Jones, G. A., Thornton, C. A., Langrall, C. W., Mooney, E. S., Perry, B., & Putt, I. J. (2000). A Framework for Characterizing Children's Statistical Thinking. *Mathematical Thinking and Learning*, 2(4), 269-307. doi:10.1207/S15327833MTL0204\_3

- B. Türker Biber ve İ. E. Yetkin Özdemir / *Pamukkale Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 53, 521-554, 2021 551
- Kılıç, H. (2018). Pre-service mathematics teachers' noticing skills and scaffolding practices. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 16(2), 377-400.
- Kılıç, S. D. (2019). Pre-service teachers' noticing of 7th grade students' errors and misconceptions about the subject of equations. *Sakarya University Journal of Education*, 9(1), 184-207.
- Konold, C., & Pollatsek, A. (2002). Data Analysis as the Search for Signals in Noisy Processes. *Journal for Research in Mathematics Education*, 33(4), 259-289. doi:10.2307/749741
- Koparan, T. (2014). Difficulties in learning and teaching statistics: teacher views. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 46(1), 94-104.
- Krupa, E. E., Huey, M., Lesseig, K., Casey, S., & Monson, D. (2017). Investigating secondary preservice teacher noticing of students' mathematical thinking. In *Teacher noticing: Bridging and broadening perspectives, contexts, and frameworks* (pp. 49-72): Springer.
- Leatham, K. R., Peterson, B. E., Stockero, S. L., & Van Zoest, L. R. (2015). Conceptualizing mathematically significant pedagogical opportunities to build on student thinking. *Journal for Research in Mathematics Education*, 46(1), 88-124.
- Lehrer, R., & Romberg, T. (1996). Exploring children's data modeling. *Cognition and Instruction*, 14(1), 69-108.
- Lesh, R. (2006). Modeling students modeling abilities: The teaching and learning of complex systems in education. *Journal of the Learning Sciences*, 15(1), 45-52. d
- Lesh, R., & Kelly, A. E. (1997). Teacher's evolving conceptions of one-to-one tutoring: A three-tiered teaching experiment. *Journal for Research in Mathematics Education*, 28(4), 398-430. doi: 10.2307/749681
- Lincoln, Y. S., & Guba, E. G. (1986). But is it rigorous? Trustworthiness and authenticity in naturalistic evaluation. *New directions for program evaluation*, 1986(30), 73-84.
- Luna, M., Russ, R. S., & Colestock, A. A. (2009). *Teacher noticing in the moment of instruction: The case of one high school science teacher*. Paper presented at the Paper to be presented at annual meeting of the National Association for Research in Science Teaching.

- Miller, K. (2011). Situation awareness in teaching: What educators can learn from video-based research in other fields. In *Mathematics teacher noticing: Seeing through teachers' eyes* (pp. 51-65): Routledge.
- National Council of Teachers of Mathematics [NCTM]. (2000). *Principles and Standards for School Mathematics*. (0873534808). Reston, VA: NCTM.
- Nicol, C., & Crespo, S. (2003). *Learning in and from practice: Pre-service teachers investigate their mathematics teaching*. Paper presented at the International Group for the Psychology of Mathematics Education 27, Honolulu, Hawaii.
- Santagata, R., Zannoni, C., & Stigler, J. W. (2007). The role of lesson analysis in pre-service teacher education: an empirical investigation of teacher learning from a virtual video-based field experience. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 10(2), 123-140.
- Schifter, D. (2011). Examining the behavior of operations: Noticing early algebraic ideas. In M. G. Sherin, V. R. Jacobs, & R. A. Philipp (Eds.), *Mathematics teacher noticing: Seeing through teachers' eyes* (pp. 204-220). New York: Routledge.
- Schoenfeld, A. H. (2011). Toward professional development for teachers grounded in a theory of decision making. *Zdm*, 43(4), 457-469.
- Schorr, R. Y., & Koellner Clark, K. (2003). Using a Modeling Approach to Analyze the Ways in Which Teachers Consider New Ways to Teach Mathematics. *Mathematical Thinking and Learning*, 5(2), 191 - 210.
- Schorr, R. Y., & Lesh, R. (1998). *Using thought-revealing activities to stimulate new instructional models for teachers*. Paper presented at the 20th Annual Meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education, Raleigh, NC.
- Shenton, A. K. (2004). Strategies for ensuring trustworthiness in qualitative research projects. *Education for information*, 22(2), 63-75.
- Sherin, M. G. (2001). Developing a professional vision of classroom events. In T. Wood, B. S. Nelson, & J. Warfield (Eds.), *Beyond classical pedagogy: Teaching elementary school mathematics* (pp. 75 - 93). Hillsdale, NJ: Erlbaum.
- Sherin, M. G. (2007). The development of teachers' professional vision in video clubs. In R. Goldman, R. Pea, B. Barron, & S. Derry (Eds.), *Video research in the learning sciences* (pp. 383 - 395). Hillsdale, NJ: Erlbaum.



- B. Türker Biber ve İ. E. Yetkin Özdemir / *Pamukkale Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 53, 521-554, 2021 553
- Sherin, M. G., Linsenmeier, K. A., & van Es, E. A. (2009). Selecting Video Clips to Promote Mathematics Teachers' Discussion of Student Thinking. *Journal of Teacher Education*, 60(3), 213-230. doi:10.1177/0022487109336967
- Sherin, M. G., Russ, R. S., & Colestock, A. A. (2011). Accessing mathematics teachers' in-the-moment noticing. In V. R. J. Miriam Gamoran Sherin, Randolph A. Philipp (Ed.), *Mathematics teacher noticing : seeing through teachers' eyes*. New York, NY: Routledge.
- Stake, R. E. (2000). Case studies. In N. K. Denzin & Y. S. Lincoln (Eds.), *Handbook of Qualitative Research* (2nd ed., pp. 435-454). Thousand Oaks, California: Sage Publications.
- Star, J. R., & Strickland, S. K. (2007). Learning to observe: using video to improve preservice mathematics teachers' ability to notice. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 11(2), 107-125. doi:10.1007/s10857-007-9063-7
- Straker, A. (1993). *Talking points in mathematics*. Cambridge, MA: Cambridge University Press.
- Tataroğlu Taşdan, B. (2019). Matematik öğretmeni adaylarının fark etme becerilerinin incelenmesi. *Türk Bilgisayar ve Matematik Eğitimi Dergisi*, 10(1), 232-259.
- Taylan, R. D. (2015a). Beginning teachers' attending to students' thinking. *Kastamonu Eğitim Dergisi*, 23(4).
- Taylan, R. D. (2015b). Characterizing a highly accomplished teacher's noticing of third-grade students' mathematical thinking. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 20(3), 259-280. doi:10.1007/s10857-015-9326-7
- van Es, E. A., Cashen, M., Barnhart, T., & Auger, A. (2017). Learning to notice mathematics instruction: Using video to develop preservice teachers' vision of ambitious pedagogy. *Cognition and Instruction*, 35(3), 165-187. doi:10.1080/07370008.2017.1317125
- van Es, E. A., & Sherin, M. G. (2002). Learning to notice: Scaffolding new teachers' interpretations of classroom interactions. *Journal of Technology and Teacher Education*, 10(4), 571-596.
- Wallach, T., & Even, R. (2005). Hearing students: the complexity of understanding what they are saying, showing, and doing. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 8, 393-417.
- Yin, R. K. (1994). *Case study research: Design and methods* (2nd ed.). Sage Publications.

Zieffler, A., Park, J., Garfield, J., Delmas, R., & Bjornsdottir, A. (2012). The statistics teaching inventory: A survey on statistics teachers' classroom practices and beliefs. *Journal of Statistics Education*, 20(1), 1-29.



## Teacher's Noticing and Noticing Strategies about Student's Thinking in the Context of Mathematical Modeling Activities\*

Belma TÜRKER BİBER\*\*, İ. Elif YETKİN ÖZDEMİR\*\*\*

• Received: 01.07.2020 • Accepted: 20.05.2021 • Online First: 24.05.2021

### Abstract

This study aims to examine teacher's noticing and noticing strategies towards student's mathematical thinking process. The case study was conducted in the lessons of a mathematics teacher teaching at the seventh grade level of a middle school in Ankara. Data was collected through semi-structured interviews with the teacher, in-class video recordings, student observations, and documents obtained from student studies. Four modeling activities relating statistical subjects were used to observe student's thinking process. The collected data were analyzed by content analysis and descriptive analysis method. There were figured out 3 categories of teacher's noticing about student thinking: (a) conceptual understanding (b) procedural understanding (c) mathematical language use. It has been found that the teacher's noticing about student's thinking is mostly focused on conceptual understandings. Regarding the teacher's noticing strategies, the following categories were reached: a) Identification and description, (b) evaluation and interpretation, and (c) justification. The teacher defined the situations that she noticed in her students during the appropriate model development process as repetition, overhearing, and biased hearing. She interpreted the process or result of the situations she noticed and made various assessments. In justifying her comments, she presented evidence from students' rhetoric/behavior or offered predictions/assumptions based on her knowledge and expectations about their students.

**Keywords:** Teacher's noticing, teacher's noticing strategies, mathematical modeling, student thinking

### Cited:

Türker Biber, B. & Yetkin Özdemir, İ. E., (2021). Teacher's noticing and noticing strategies about student's thinking in the context of mathematical modeling activities. *Pamukkale University Journal of Education*, 53, 521-554. doi: 10.9779/pauefd.761629

\* This manuscript is the part of first author's doctoral dissertation.

\*\* Assist. Prof., Aksaray University, Faculty of Education, Aksaray, Turkey, ORCID: 0000-0002-0374-9493, [belmaturkerbiber@gmail.com](mailto:belmaturkerbiber@gmail.com)

\*\*\* Assoc. Prof., Hacettepe University, Faculty of Education, Ankara, Turkey, ORCID: 0000-0001-8784-0317, [ozdemir@hacettepe.edu.tr](mailto:ozdemir@hacettepe.edu.tr)

## **Introduction**

Teachers' noticing is a significant dimension for the teacher competence and a necessary factor for effective teaching (van Es & Sherin, 2002). Goodwin (1994) named noticing "professional vision/scrutiny" while Mason (2002) referred to it as "intentional noticing". For a teacher, noticing is defined as the ability to be aware of the presence of their students in the classroom through their thoughts, expressions, behaviors, etc., and determine their shortcomings or needs by interpreting what they mean (Ball, 1997; Jacobs, Lamb, & Philipp, 2010; van Es & Sherin, 2002). Accordingly, teachers are expected to pay attention to what their students say, how their behavior and what kind of thoughts they have on the subject, what analogies or representations they use when expressing their thoughts (Barnhart & van Es, 2015; van Es, Cashen, Barnhart, & Auger, 2017). Teachers need to be able to notice in almost any situation, especially regarding student learning and understanding, to create a systematic pattern of their students about these situations they notice, and to intervene quickly if they observe a lack of understanding or misbehavior (Leatham, Peterson, Stockero, & Van Zoest, 2015; Miller, 2011). Van Es and Sherin (2002) emphasize that teachers who have noticing skills were able to (a) identify important or significant points about the status of in classroom, (b) make connections between classroom interaction and learning and teaching strategies, (c) organize their lessons using students' knowledge of the subject in the process of forming in-class interactions. Leinhardt, Putnam, Stein, and Baxter (1991) refer to these points or situations that the teacher noticed as "checkpoints" recorded in their minds. By making assessments through these checkpoints, the teachers should be able to create instant answers and solutions to address a situation that goes wrong in his class, a subject that students do not understand, or misunderstandings. However, classroom environments are complex environments that include many expressions, behaviors, and situations that teachers should observe (Sherin, Russ, and Colestock, 2011), so teachers should have the ability to identify important points to support student learning and organize their lessons accordingly (Schoenfeld, 2011). A critical component that teachers should consider in the classroom environment to improve their teaching activities is student thinking (Didiş Kabar & Erbaş, 2019; Fernández, Llinares, & Valls, 2013; Leatham et al., 2015).

For effective mathematics teaching, teachers should be aware of student thinking and prepare instructional activities that support student learning to improve it (National Council of Teachers of Mathematics [NCTM], 2000). In this context, noticing skill has been a

subject discussed by mathematics educators and researchers in recent years. Studies have been conducted on what mathematics teachers and prospective teachers notice about students' mathematical thinking, how they interpret them, and how they can develop these skills (Baki & Işık, 2018; Barnhart & van Es, 2015; Colestock, 2009; Crespo, 2000; Erickson, 2011; Fernández, Llinares & Valls, 2013; Goodwin, 1994; Jacobs & Philipp, 2011; Kılıç, 2018; Krupa, Huey, Lesseig, Casey & Monson, 2017; Nicol & Crespo, 2003; Sherin, 2001, 2007; Tataroğlu Taşdan, 2019; van Es and Sherin, 2002). Mathematics educators have developed teacher noticing definitions for student thinking with a domain-specific definition (Jacobs, Lamb, Philipp, Schappelle ve Burke, 2007; Jacobs, Lamb ve Philipp, 2010; Jacobs ve Philipp, 2011; Sherin, Linsenmeier ve van Es, 2009; van Es ve Sherin, 2002). Firstly, it was determined that Jacobs, Lamb, and Philipp (2010) referred to this as "professional noticing about students' mathematical thinking" in their studies. Mathematics teachers' skills of noticing student thinking; (a) to be able to understand the strategies students use mathematically, (b) to be able to make mathematical interpretations and determinations about the expressions, symbols, and ideas used by students, and (c) to be able to determine how students will offer solutions mathematically once their needs have been identified (Jacobs and Philipp, 2011). Van Es and Sherin (2001, 2002, 2007, 2008) were paid attention to how mathematics teachers viewed events or situations in the classroom environment, what they saw and how they found solutions, based on the concept of "professional perspective" defined by Goodwin (1994).

In some studies, it was observed that teachers mentioned how they express the phenomenon, statement, and situation they noticed (Crespo, 2000; Wallach & Even, 2005). According to these studies, how teachers express the points they notice in the classroom environment contains clues about how they interpret them (Jacobs et al., 2007). Therefore, Crespo's noticing strategies, which Wallach and Even (2005) and Ball (1997) describe as seeing and hearing students, reveal how the teacher noticed the situations observed in his students. When looking at the studies on this subject, Jacobs et al. (2007) found that a mathematics teacher with noticing skills had noticing strategies such as (a) Identifying, (b) Describing, (c) Interpreting, and (d) Responding to a point he noticed about his student. Wallach and Even (2005) identified four categories as (a) Describing, (b) Explaining, (c) Assessing, and (d) Justifying. Wallach and Even (2005) watched the videos several times to examine data on how the teacher interpreted what he/she noticed. In the meantime, they noticed that the teacher sometimes heard and commented on the words that the students did

not say or the behaviors they did not do, and sometimes more than the students said. As they watched the videos, they noticed that the teacher sometimes heard and commented on words that his/her students did not say or behavior that they did not do, sometimes more than what the students said. Upon this, they stated that during the teacher described and explained their awareness; they observed different situations in their students, such as sometimes hearing what is absent and sometimes overhearing. They named these interpretations, the teacher described as 'hearing strategies', as follows: over-hearing, biased-hearing, non-hearing (completely ignoring), compatible-hearing (correct understanding) and ignoring. (Under-hearing ignoring some parts). Wallach and Even (2005) identified these sub dimensions only for identification and explanation dimensions, in their study of hearing strategies. In this study noticings were determined considering the definition of Jacobs and Philipp (2011), and it was tried to reveal which of the noticing strategies were used, supported by the literature (Crespo, 2000; Wallach & Even, 2005).

It seems that the knowledge of teachers' noticing skills, especially about students' mathematical thinking, is limited, in Turkey. (Baki and Işık, 2018; Didiş Kabar and Erbaş, 2019; Güner and Akyüz, 2017a; Kılıç, 2018; Tataroğlu Taşdan, 2019). One of the reasons for this is, there are few classroom environments for teachers can be observed student thinking. Students can only express their thoughts as a result of creating discussion environments that require them to speak more and being carefully listened to by their teachers (NCTM, 2000). Therefore, this skill is difficult to study in teacher-centered, traditional classroom settings. The mathematical modeling perspective is an effective approach to creating such class environments.

In classes based on the perspective of mathematical modeling, students are divided into groups to improve their decision-making ability and evaluate the situation with their peers, seeking appropriate solutions to events related to the real situation or events around them, and the teacher fulfils a supporting role in the process of generating their knowledge. In the process, students share their thoughts with their group friends and the entire class, explain what they know mathematically, what misconceptions they have, what points they are forced to at in teacher-led discussion environments. In this way, teachers based on the mathematical modeling approach in their teaching plans can understand and closely observe how their students thinking, learn about mathematical thinking processes, study what mathematical solution method the student uses and why they choose it (English, 2003; Huang, 2011). Therefore, considering that modeling activities represent an appropriate

approach for revealing teacher awareness, the mathematical modeling perspective of Lesh and Doerr (2003) was based on the implementation process of the research.

During the solution of modeling activities, students work on many learning areas of mathematics (numbers, geometry, data processing (statistics), etc.) so that teachers can have an idea of their students' thoughts on specific mathematics subjects. This study focused on the domains of data processing. Statistical domains are a topic that many students find difficult to learn (Ben-Zvi and Garfield, 2004; Garfield, Delmas ve Zieffler, 2012; Koparan, 2014; Zieffler, Park, Garfield, Delmas ve Bjornsdottir, 2012). The teacher may need to organize his/her lessons about what they know about the subject, the correctness of their knowledge, where they make mistakes, by revealing the mathematical thoughts of the students have difficulties in these subjects of mathematics (Garfield and Ben-Zvi, 2009). Modeling activities, contrary to routine problems, are activities considering appropriate to be used in the teaching of statistical subjects because they include problem situations that contain more than one data that students should think about and consider (Doerr & English, 2003). In this context, it has been thought that the implementation of modeling activities will be a useful tool in the process of seeing, noticing, and making sense of the mathematical thoughts of teachers and students in the context of statistical subjects since it provides an appropriate environment for students to express themselves, reveal their thoughts and explain what strategies they use and why.

Taking all this into account, in this research; in a classroom where mathematical modeling activities related with data processing subjects are applied at the 7th grade level of secondary school, it was examined what a teacher who observed her students noticed about her students' mathematical thinking and how they interpreted and expressed this awareness. Based on this, the problems of the research are as follows:

1. What does a teacher who observes students in the mathematical modeling process notice in the student thinking?
2. With which strategies does a teacher who observes students in the mathematical modeling process express her noticing about student thinking?

### **Literature Review**

When the relevant literature was examined, it was determined that there were studies on the noticing skills, noticing levels, and noticing skills of math teachers and prospective teachers for student thinking (Baki and Işık, 2018; Colestock, 2009; Colestock and Sherin, 2009;

Friesen and Kuntze, 2020; Sword, 2018; Santagata, Zannoni and Stigler, 2007; Star and Strickland, 2007; Tataroglu Taşdan, 2019; Taylan, 2015a, 2015b). For example, Colestock and Sherin (2009) worked with 15 math teachers at the middle and high school level, they found that teachers had noticing skills in-class situations such as "pedagogy used, classroom climate, classroom management, mathematical thinking, class character, and student character". In another study, Colestock (2009) examined a mathematics teacher's noticing of only student thinking. In the results of the study, the points that the teacher noticed for the student's thinking; (a) student reasons for the solution (b) student thinking in the problem-solving process (c) the difficulties experienced by the student during the problem solving (d) grouped the students into meaningful mathematical questions. Star and Strickland (2007) categorized the point of preservice teachers noticed in certain areas. In the study, prospective teachers took a course structured to allow them to recognize important moments in the classroom environment during a semester. Before taking this course, they found that prospective teachers who focused only on classroom management experienced noticing in areas such as classroom environment, classroom management, tasks, mathematical content, and communication after taking the course. Santagata et al. (2007) applied to about 140 prospective teachers for two years in a row, trying to determine what they noticed in the videos they watched. During the analysis of the data, the prospective teachers; have noticed about elaboration, mathematical content, student learning, critical approach, and alternative strategies.

The majority of the studies conducted in Turkey are related to the noticing skills and levels of pre-service teachers (Güner and Akyüz, 2017a, 2017B; Kılıç, 2018; Kılıç, 2019; Tataroğlu Taşdan, 2019) and limited work with teachers has been determined (Baki and Işık, 2018; Taylan, 2015a, 2015b). Tataroglu Taştan (2019), one of the studies focusing on prospective teachers, showed 20 math prospective teachers a lecture video on the teaching of the concept of a function and asked for the situations they noticed in writing. He/she stated that prospective teachers have awareness of both general and specific issues related to the concept of function, such as pedagogical strategies, classroom communication, but these teachers cannot demonstrate high-level noticing skills. Güner and Akyüz (2017a) revealed that pre-service teachers' noticing skills can be improved by the lesson study method. Baki and Işık (2018) found that four of the six teachers who participated in the study had a high level of awareness of student thinking, and two teachers who did not attend had a low level of noticing skills.



In the literature on the noticing skill of teachers and prospective teachers for mathematical thinking, it has been observed that studies are focusing on a specific area of mathematics (Borko, Jacobs, Eiteljorg, & Pittman, 2008; Carpenter, Fennema, Peterson, & Carey, 1988; Franke and Kazemi, 2001; Güner and Akyüz, 2017b; Schifter, 2011). For example, Jacobs et al. (2010) investigated teachers' noticing of students' mathematical thinking about integers. Schifter (2011) investigated primary school teachers' ability to specific-themed noticing student thinking about algebra strand. Güner and Akyüz (2017b) conducted a study on the knowledge of four prospective teachers on what students think and how they think about the perimeter and area related to geometry learning. In the results of the study, it was found that the expectations and predictions of the prospective teachers about the knowledge of the students on perimeter and area domains and the solutions they can make were quite limited. Taylan (2015b) examined what the 3rd-grade teacher noticed while dealing with multiplication and division operations. It has been determined that the teacher explains in detail many points such as student mistakes and conceptual deficiencies that he/she notices and considers them for use in his/her instructional activities. In the literature review, there is no study on data processing strand about the teacher noticing skill is addressed. With this study, it is assumed that the results achieved by revealing teachers' noticing in the data processing strand will contribute to the field.

## **Method**

### **Research Pattern**

The research is designed as a case study, one of the qualitative research methods. In the study, it was tried to explain in detail what and how a teacher noticed the mathematical thinking of her students in the mathematical modeling process. According to Yin (1994), case studies are the most appropriate research approach for such purposes. In this study, considering the noticing of a teacher about her students in the process of mathematical modeling activities as the situation addressed, the appropriate research design was determined as a single case study design, one of the qualitative research methods. In single case studies, the researcher focuses on an event or problem and then selects a limited situation to reveal this problem, the event (Creswell, 2007).

### **Study Group**

In the research, a teacher who can express her thoughts about the situation examined clearly, communicate comfortably with the researcher, have 16 years of professional experience, is

open the new ideas, attaches importance to scientific research and wants to participate voluntarily in the research, has been selected. Thus, purposeful sampling has been used. Participants are selected with the appropriate characteristics for the research subject and taking into account their experiences or knowledge of the subject to purposeful sampling (Başkale, 2016).

### Data Collection Tools

One of the features of case study is the use of multiple data sources and types. Therefore, according to the problem of the research and the expectations of the researcher, data collection methods such as observation, interview, and document review can be used alone or in combination with several (Creswell, 2007). In the research process, the use of multiple data sources (observation, interview, and document analysis) allowed a teacher's noticing to be revealed and examined in depth. The data collection tools are detailed below:

#### Interviews

In the study, the most data were obtained from interviews. Interviews over video recordings have been a rich source of data in most studies on teacher awareness (Sherin and van Es, 2005). Information on the interviews made with the teacher in the process is given in Table 1 in detail in terms of type, duration, and subject.

Table 1. *Details about the Interviews*

Interview Type	Interview Context	Length of Interviews
Pre-Interview	The teacher's thoughts about statistical subjects, how much she cares about these subjects during her student years, how important she finds them when teaching, how she handles the course during her teaching, and at what points she is forced. In addition, students' knowledge and skills for statistical subjects, misconceptions, mathematical thoughts, mathematical expressions, etc. information were asked about the teacher's thoughts about their students.	One session, 50 min.

Pre-Implementation

Interviews

Questions were asked to reveal the teacher's student knowledge such as possible problems that the teacher may experience in solving the modeling activities of the students, student knowledge about the concepts contained in the activities, at what points they could make mistakes, and what they might think. Generally math with these questions; In particular, it has been tried to predict how much the teacher knows students about statistics issues.

4 session,  
Each 35 ~  
40 min. (~  
35 min. x 4)

Solution Papers

The teacher was asked to review the resolution papers before the interview began. The goal here is to make sure that you're to remind the teacher of the students' papers and the moment of application, however, to allow the students to see the information about mathematical thinking on their papers up close, the writings and processes that they will not see in the video. Meanwhile, the teacher was only interviewed with a general expression such as "What do you see on the paper?", "What do you think the students thought, what did they do?" and the teacher was asked to explain what she saw on the solution papers without any other intervention.

8 session,  
Over 8  
video  
recordings  
of 2 focus  
groups,  
Each 90 ~  
120 min.

Post-Implementation

Interviews

Video Records

The researcher did not pose any questions or intervene, while the teacher was watching the video clips. This process is also intended to talk about events and situations that the teacher considers important and valuable in his or her way. It has been a process of interviewing in which the teacher determines the situations she notices and expresses her opinions.

(average  
105min. x8)

### ***Observations***

Throughout the implementations, the classroom environment in the modeling process, students and teachers were observed by the researcher, supported by video and audio recording, in line with the permissions received. In addition, pilot observations were made in the first two weeks before the implementations to evaluate the data processing of the teacher or the course process in other subjects for a total of 6 lesson hours. Observations made before the implementations provided benefits in terms of communication and intimacy with the teacher. The teacher was able to explain her ideas more easily, an atmosphere of trust was established, and there was no anxiety in her behavior during video viewing of her lessons.

### ***Documentation***

The solution papers of the students who were divided into groups for modeling activities, other student products (posters, letters, reports, etc.), the notes the researcher kept in the lessons, and the notes taken during the interviews with the teacher were analyzed and evaluated as documents used in the data collection process.

### ***Data Collection Process***

In the research, the teacher applied 4 modeling activities; each of which lasted about 100 minutes, for 5 weeks one of pilot implementation, and the researcher helped the teacher in the implementation process when the need arose. A pre-event was applied before each modeling event. These preliminary activities were activities such as playing a game, reviving a small play, asking students thought-provoking questions. At the implementation stage of the modeling activity, the teacher distributed the necessary materials and documents and determine the problem situation. The researcher and teacher intervened only when necessary, so as not to give students clues about the solution. At the end of the event, discussion environments were created in which students expressed themselves mathematically about the models and solutions developed by the groups for evaluation.

### ***Data Analysis***

A content analysis method was used to determine what the teacher noticed. To identify noticing strategies, Crespo (2000) and Wallach and Even (2005) tried to describe the general tendency of the teacher by analyzing the teacher's hearing strategies and descriptive analysis using categories determined from the teacher's expressions.

In the "Noticed" category, the teacher's focus on the mathematical thinking of her students was expressed. In this process, the teacher focused on three themes specifically related to his students: (a) Conceptual understanding, (b) Procedural understanding, (c) mathematical language use. Frequencies were made to reveal the tendency of the situations noticed by the teacher and presented in detail in the findings.

How the teacher expresses the points she notices about students in the process of modeling activities is included in the category "Noticing Strategies". It was determined that the teacher at first (a) defined the situation, then (b) evaluated the situation, and then (c) justified their assessment when explaining how she noticed the events in which she focused. During the analysis, sub-themes detailing the teacher's noticing strategies were identified from the data under each theme (Table 2). The definitions of how the themes and sub-themes are coded, obtained in the analysis chart in Table 4, are detailed.

Table 2. *Teacher's Noticing Strategies*

Noticing Strategies Themes and Sub-themes		
	Repetition	The teacher sees and says exactly what she notice about students' conversation, thinking, and behavior situations that pass between them.
Identification and Description	Biased-hearing	The teacher explains their status in the classroom by using their previous knowledge of their students. The teacher makes incomplete or erroneous explanations of the situation she has noticed based on his assumptions. (To say something she has heard by adding his comments)
	Over-hearing	The teacher mentions situations where there is no evidence, assuming that students are saying something they are not saying, that they are doing something they are not doing.
Assessment and Interpretation	Process	The teacher assesses and interprets the process.
	Conclusion	The teacher assesses the result.

Justification	with Evidence	The teacher justifies her assessments of the situations she notices by basing them on student behavior or words.
	with Estimation	The teacher makes predictions about the situations she notices. (The teacher can also sort out her own expectations here.)

---

During the analysis, encodes were made about how the teacher described a situation she noticed while watching the video, then similar codes were put together and collected on appropriate themes. For example, codes for statements in which the teacher takes and expresses student statements or behaviors, in the same way, are collected under the “repetition strategy”. Themes created after coding was reviewed by researchers and common themes were identified.

### **Validity and reliability of research**

Validity and reliability researches in qualitative research are provided by criteria of reliability, consistency (credible), verifiability (certifiable), and transferability (Stake, 2000). In this context, long-term communication with the teacher, continuous observation, data diversification, detailed explanation of the subject, and colleague evaluation methods was used to ensure the credibility corresponding to the internal validity of the research (Shenton, 2004). For the transferability of the research, a detailed description method of purposeful sampling was used. In terms of consistency (reliability) of research data for similar participants and studies, data collection tools, data collection time, and literature review were presented in detail, and data triangulation, methods of reducing researcher bias, and literature were used to increase verifiability (certifiable). In this context, the data of the research were collected through data triangulation (interviews, observations, field notes, and student documents), and observations and interviews were carried out by staying in the school and the classroom for a long time to recognize the teacher and to eliminate the researcher bias. In addition, the data collection process was observed by a graduate student working on a similar subject. The graduate student coded the collected data and shared her evaluations, which she supported with her field notes, with the researchers. The researchers made a consensus about the coding by interviewing frequently on the coding.

## Findings

### Teacher Noticings

Observing the students in the modeling process, Berra's attendings about student thinking are gathered under three themes: (a) conceptual understanding (b) procedural understanding, and (c) mathematical language use. It was determined that the teacher focused on 4 different sub-themes under the conceptual understanding and procedural understanding themes and 2 different points under the theme of mathematical language use. Table 3 shows the sub-themes and frequency that the teacher noticed.

Table 3. *Identified themes and frequency of what the teacher noticed*

Themes	Sub Themes	Frequency	%
	Statistical measures		
Conceptual	Data collection process	34	60
	Sample size		
	Conceptual change/development		
	Procedural correctness/incorrectness	12	
Procedural	Computational errors		28
Mathematical	Inability to use mathematical terms	7	12
Language Use	correctly		

In Table 3, it seems that the teacher focuses more (60%) on the conceptual understanding of his students. It was determined that about half (28%) of her noticing of conceptual understandings paid attention to procedural understandings, but as much as 12% of all her noticing focused on the use of mathematical language.

### *Conceptual Understanding*

The teachers 'noticing of their students' conceptual understanding is concentrated in four sub-themes: (a) statistical measurements (arithmetic average, median, range, and mode), (b) data collection process, (c) sample size, (d) change/development in their understanding of statistical concepts, has been determined. She pointed out that the teacher focused on student understanding about statistical measurements and that students lacked conceptual knowledge in determining the appropriate statistical measurement. For example, in a restaurant event,

students calculated the mode by marking those with higher customer scores in the table. To make the result more meaningful with other statistical measurements, students calculated the arithmetic mean for each category based on survey data about the reasons why customers preferred Mc Donalds. They then sorted the results of the arithmetic mean and determined how many median is. Although it is expected that the teacher is statistically incorrect in trying to find the median by listing the arithmetic average results of the students, no awareness was observed at this point. It was determined that the Berra teacher focused on the students' direct processing while being able to predict the median account from the given table. The teacher, who noticed that students move to process without examining the data set or making predictions, stated: *"He said, 'median is in the middle of the rankings. They also made the rankings, I liked it. So ranking in the median is important, he did that. But here it looks in the painting; the number of people who scored more than three points according to this data is already very high, from there the median... But they never comment on where they're used, so they don't think about it. (MME1\_7GK)"*

Since the respondents scored 1-5 in this event (Restaurant event), the range account always gives the same result ( $5-1=4$  points). Therefore, calculating the range in this activity is not an appropriate measurement. But the students also calculated the range. The teacher, who noticed the calculations of range, said: *"So they never understood range, we understood it once. However, when we processed the lesson, we did a lot of practice with them; I thought that they completed the range there, they would easily use it here, but there was no range. (MME1\_7GE)"*. In addition, the teacher made a self-criticism about herself and stated that she noticed that conceptual learning was incomplete because she did not emphasize the meanings of the concepts used in the lesson. The teacher stated that the students focused on the procedural process, not the conceptual content of mathematical definitions. For example, she noticed that they structured the account of range in their minds as a result of extracting small data from large data, and said, *"Because I can't give these topics in great detail... what's the range? Big data minus small data... but why is it done? (MME2\_7GE)"* statement was found. The noticing of the teacher on this issue can be exemplified by the following statements: *"Now they are calculating the modes anyway. Which one is very repetitive? They also found them right. But it is also about it... It's not a report that explains much why they use it. So I guess they just made a transaction without being very aware of what they were doing. (MME1\_7GE)"*. Teacher Berra observed that students have difficulty determining what data is needed for the solution and mentioned that



there are deficiencies in their knowledge about the data collection process. It has been clearly observed that students are struggling, especially during the implementation of the Big Foot event. In this activity, what is expected that the creation of the data by the students and the determination of the most effective solution. At first, students did not know that they had to find shoe sizes equal to the footprint given for a long time, how to collect the data they needed, and how to establish connections. 10-15 minutes after starting the activity, they realized that the problem was only a shoe print, so if they could find shoe print lengths similar to this, they could solve the problem. Then they tried to gather the data they collected from their classmates and remembered from their families. Students who had difficulty in organizing the data they collected could not predict with which statistical measurement the appropriate solution could be achieved since they did not make the data meaningful with mathematical representations. Teacher Berra expressed her awareness of the situation with the following statements: *“In the event, it is requested to establish a connection with the height, but in the first place, they cannot stop thinking about shoe size for a long time. They couldn't determine that they needed more shoe size information. Then they asked their friends and me. Those who remembered also wrote down the shoe numbers of their mother and father. But they couldn't do the note-taking job properly. They couldn't arrange it... Now... They're trying to establish a ratio. Oh, thing, she measured her foot, shoe size 41 mentions that she's the equivalent of 27 cm in length. Finally, they set a ratio...”* (MME3\_7GE).

Another situation that Teacher Berra noticed was that the students touched on the relationship between sample size and the universe during the solution process. Teacher Berra drew attention to the knowledge that a large number of data, in other words, the sample size, would represent the universe better from the conversations of the students and says, *“The more we increase the number of the data group, the more accurate we will approach.”* In other words, *the more the amount of experience, the better it gives information. They say logical things... (MME1\_7GK)”. In the example, one of the students is trying to explain that a large number of data will give a reliable result.*

Also Teacher Berra noticed was that the students mentioned the relationship between sample size and the universe during the solution process. Teacher Berra drew attention to the knowledge that a large number of data, in other words, the sample size, would represent the population better from the conversations of the students and says, *“The more we increase the number of the data group, and the more accurate we will approach.”* In other words, *the*

536 B. Türker Biber & İ. E. Yetkin Özdemir / Pamukkale University Journal of Education, 53, 521-554, 2021  
*more the amount of experience, the better it gives information. They say logical things... (MME1\_7GK)*".

Another point that the teacher focuses on conceptual understandings is the positive changes she observes in her students regarding their conceptual understanding and use of concepts after each modeling activity. The teacher stated that the students calculated the range in the first activity, the Restaurant activity, although it was not necessary for a solution. She stated that in the second modeling activity, the Long Jump, she observed that the students realized the role and importance of the range and understood the concept of range better. In this context, Teacher Berra, within the scope of her observations regarding the change and development in the conceptual knowledge of her students, is given below: *"In other words, they applied the arithmetic mean in almost all of them. But they saw the function of range more clearly here, so this activity made range very clear in their minds. They understood better what risk means here, and the importance of range in this event was realize. (MME2\_7GK)*".

### ***Procedural Understanding***

In the observations, it was found that the teacher's students focused on solutions and had a noticing about (a) the correctness/incorrectness of process, (b) computational errors, (c) calculator usage, and (d) procedural estimation related to their procedural knowledge. Students usually go to the solution by sorting the procedural rules they have used to calculate statistical measurements (such as arithmetic mean, peak value, median, range calculation...). During this process, one of the main focuses of Teacher Berra when watching modeling activities is whether students are performing the operations correctly. For example, students made errors in the addition process when calculating the arithmetic mean. The teacher immediately realized this mistake he saw in the process while watching the video. *"Here they make a calculation error. So, that's not crucial. Yes but it affected the result, of course, in the end. (MME1\_7GK)*" expresses calculation errors. In another case in which the teacher focused on calculation errors, it was found that the first point in which he focused was the calculation error, even though there was a significant conceptual lack. As an example of this situation, the event that can be given is as follows: Students calculate the arithmetic mean of the data (survey scoring between 1-5) in each category in the first modeling activity, then try to find the range by subtracting the smallest one ( $3.7 - 2.2 = 1.5$ ) from the largest of this arithmetic mean results. While the teacher is expected to realize that these actions by the students have no conceptual meaning, she is focused on the students

processing decimal representations without commas and commenting without commas in the resulting expression. Example statements of the teacher in this situation are as follows: "They say, *'The range is 15'. So they found very wrong results! They don't even know what it is for. He subtracted 22 from 37, whereas he had to subtract 2.2 from 3.7, after the procedure, the range turned out to be 15 instead of 1.5, because he/she does not replace the comma, and this result is useless. (MME1\_7GE)*". In addition, in this example, it is seen that the students did not check whether the result they found was a suitable result for the given problem situation. The teacher's noticing on this issue was also not observed.

It has been observed that the teacher thinks that the calculator should be used for control purposes, which she disapproves of the use of calculators during activities. The statement pointing out that it is crucial for the teacher that the students do the procedures without using a calculator is as follows: "*It's also a good thing because they always do it manually [without using a calculator] in process. They tried one by one. Obviously, they evaluated all the data they were working on one by one, so obviously. From that point of view, this group is positive, it's fine. (MME2\_7GK)*".

Another teacher's noticing on calculation errors is about deficiencies in students' predictive skills. In the long jump event, the teacher saw that students made a calculation error when calculating the arithmetic mean, dividing the data they collected by the number of data and noted that their students were not very good with numbers; they had deficiencies in envisioning and predicting numbers and sizes in their minds: "*Look how wrong it is going. Thirty-six to six to be divided, that comma is in the right place... Guessing wrong... Unfortunately, some students do not have the power to guess while dividing. I'm so telling the kids to play with the numbers. So now you should be able to guess how many times fifteen can happen in ninety. But, I'm afraid not. (MME2\_7GE)*"

### ***Mathematical Language Use***

Video recordings showed students having difficulty expressing their thoughts in mathematical ways. Teacher Berra also mentioned that even if the students knew the concepts, they could not express them mathematically and had difficulty explaining them. In the Long Jump activity, the mathematical statement that occurs when students are thinking about what critical data they should focus on in the data set when choosing who to send to the long jump races between schools, and which solution path within this data will enable to develop the most appropriate model, has caught the attention of the teacher. In one of the focus groups, students began to calculate the range based on the data in the table.

Meanwhile, one of the students asked his friend why they were calculating the range. The noticing of the teacher, who draws attention to the statements of the student performing the calculation, can be exemplified by the following words: “*They say that ‘Şeyda, who has little range, jumped best.’ They know that it is a good thing to have less range, that the difference between them is small... But they do not interpret very much that it is more stable, more orderly, and closer to each other. They only say, ‘Small range is a good, brother.’. They cannot explain. They know what the range means, but they cannot explain or persuade their describe friend. (MME2\_7GE) ”.*

### **Teacher's Noticing Strategies**

It was found that Teacher Berra have used the teacher's noticing strategies 147 times in total. The distribution of noticing strategies for conceptual, procedural, and mathematical language use is detailed in the frequency table below (Table 4).

When the table was examined, it was found that the teacher mostly (36%) used noticing expressions during identification and description. It has been observed that she expresses definitions and descriptions mostly with a strategy of repeating student behavior and statement (14.3%). On the other hand, the teacher expressed her awareness with biased hearing about their students (12.2%) and making assumptions and hearing more than what the students did/said (9.5%). After identifying the situations that the teacher noticed, it was found that she had assessments of the process (23.1%) and the result (6.1%). Her justifications for student evaluations, it was found that she expressed it more through estimation (20.4%), but based on evidence by providing quotes from students, there were also quite a lot (14.3%). When the data were examined, some connections were observed between the way the teacher defined her noticing and reasons. It was found that the teacher supported the reasons for awareness in the form of repetition with evidence and justified the situations she noticed by hearing more predictions. More specifically, it has been observed that the teacher explains the situations expressed by the over-hearing strategy based on her previous/general knowledge of her students with predictions taking into account her knowledge of them.

Table 4. *Teacher's Noticing Strategies*

Noticing Strategies	Conceptual		Procedural		Mat. Lan. Use		Total	
	f	%	f	%	f	%	f	%
Definition and Description	31	21,0	15	10,2	7	4,7	53	36
Repetition	11	7,4	7	4,7	3	2,0	21	14,3
Biased-Hearing	10	6,8	6	4,0	2	1,3	18	12,2
Over-Hearing	10	6,8	2	1,3	2	1,4	14	9,5
Assessment and Interpretation	24	16,3	13	8,8	6	4,0	43	29,2
Process Assessment	19	12,9	9	6,1	6	4,0	34	23,1
Conclusion Assessment	5	3,4	4	2,7	0	0,0	9	6,1
Justification	28	19,0	17	11,5	6	4,0	51	34,7
Estimation	14	9,5	13	8,8	3	2,0	30	20,4
Evidence	14	9,5	4	2,7	3	2,0	21	14,3
Total Noticing Strategies	83	56,5	45	30,6	19	12,9	147	100

### *Defining and describe strategies*

When the process of defining and describing what the teacher noticed was examined in Table 4, it was found that the most (21%) noticing defining are about students' conceptual understanding. 10.2% of all teacher's noticing is about procedural understanding, and 4.7% is about noticing of the mathematical language use.

While the teacher describes what she notices about the *conceptual understandings*, whether the students use the concepts correctly or incorrectly, she usually repeats the students' statement or behavior exactly. The teacher was biased while trying to express that when the students misuse the concepts, they actually know the truth but cannot tell them for the moment. For example, "*He says, 'The more we increase the number of data groups, the closer we will get to the correct result.' In other words, he gives information that the more the number of experiences increases, the better (MME1\_7GK).*" judging by the statement,

the teacher repeats the student's statement about the solution exactly and explains the situation she notices.

Teacher Berra observed the student's conceptual deficiencies about their statistical solutions. To give an example of the awareness that the teacher expresses by adding his assumptions or that she feels biased; *"They actually know, they couldn't tell. So they could not explain that every score affects the arithmetic mean. She only thought that those who gave the highest score, which is 5 points, affected the result, not the others... (MME1\_7GK)"* she comments on the situation in this way because she knows her students. In the example, the teacher assumes that the students know some conceptual knowledge about the arithmetic mean (the arithmetic mean can change with the change of the data, the extreme values will affect the arithmetic mean) and comments on this basis. On the other hand, when the teacher observes students' inaccurate conceptual knowledge and cannot explain in what situations and why students use the measures of central tendency, she often overhears. It was observed that the teacher mostly expressed her noticing in the form of overhearing by making generalizations about why her students used central tendency and dispersion measurements in the process they followed for a solution. However, by making assumptions based on her knowledge of their general situation in the classroom, there are statements in which students indicate that they know the concepts. The expression that can be given as an example for this situation is as follows: *"Why arithmetic mean? They trusted it more. It was as if they thought the mod result was not enough. For example, here is mode 5, but if we assume that 4 data is 1, 1 of them is 2; the arithmetic mean would be left behind in other data, that is, if it is in mode 5. (MME1\_7GK)"* In this example, however, no speech or behavior was observed from the students indicating that the mode result was not sufficient information for the development of the appropriate model, the teacher over-heard.

The teacher mostly used repetition and biased hearing strategies while describing what she noticed about *procedural understandings*. In the process of developing the appropriate model, she expressed her awareness, especially of calculation errors, through biased hearing. The fact that the teacher knew her students also led her to make assumptions about what they might have meant by their processes or actions. In the second modeling activity, the teacher noticed that the students made a mistake when dividing the data they collected by the number of data while calculating the arithmetic mean. She stated that her students were not very good at getting along with numbers, and they had deficiencies in envisioning and predicting numbers and sizes: *"Look how wrong it is going. Thirty-six to six*

*to be divided, that comma is in the right place...Unfortunately, some students do not have the power to guess while dividing...how many times fifteen can happen in ninety. But look, I'm afraid not. He says, 'Maybe I have a calculation error?' (MME2\_7GE)”. In the case of using inappropriate central tendency measurement or performing an unnecessary statistical calculation, teacher often repeated the statement and behavior of the students while explaining why the students did these procedures.*

The teacher especially focused on the inability of students to express concepts mathematically, even though they know the concepts, during the writing of reports on solutions. In defining of noticing about the mathematical language use, it was determined that she repeated statements about their inability to explain why they used central tendency measures. For example, the teacher says, *“They only say 'The less range is a good thing brother. They know that it is a good thing to have less range, that the difference between them is small... But they do not interpret very much that it is more stable, more orderly, and closer to each other. They only say, 'Small range is a good, brother.' They cannot explain. They know what the range means, but they cannot explain or persuade their friend. (MME2\_7GE)”. The teacher observed the difficulty of her students in mathematical language use in explaining the meaning of the range to each other from a conceptual point of view and repeated the student statements about it. The teacher, felt the need to explain the reasons for the difficulties in the use of mathematical language by students, made extreme generalizations about the situations she noticed.*

### **Assessment and Interpretation**

It was seen that Teacher Berra was an effort to explain the possible correct solution process for the deficiencies or difficulties in her students' use of conceptual, procedural, and mathematical language use and to correct the wrong ideas of her students. It was determined that the teacher usually assesses the process in cases where students make conceptual and procedural mistakes in the process of developing models suitable for modeling activities and have difficulty expressing themselves mathematically.

The teacher focuses on the outcome when the students choose the appropriate central tendency measure, and take the correct solution in the process. She assesses the noticing of the students with statements confirming the accuracy of their results. For example, *“They found all the results equal, and they calculated the arithmetic mean correctly. I think they enjoyed this activity (long jump) more. I think this activity was more instructive because of the plenty of procedures and easy way to information. (MME2\_7GK)”. In the expression,*

the teacher evaluates the students' performance in the long jump activity based on the results they found. Teacher Berra similarly assessed of the situations that she noticed about the difficulties which students experienced in expressing themselves mathematically, taking into account the process.

### ***Justification Strategies***

It has been observed that the teacher justifies with estimates (9.5%) as well as based on evidences (9.5%) when explaining their noticing of conceptual understanding. When students do not know why they utilize the statistical concepts included in the context of modeling activities or do not use the central tendency measure that will proper the data set, they often provide their justifications with evidences. As for the reasons for the lack of understanding of the student's conceptual understanding, she reveals reasons through estimations, mostly by making use of the general classroom situations of their students. Teacher Berra often used the prediction way when justifying her noticings about students' procedural understanding. 8.8% of all teachers noticing are based on estimates, while 2.7% is based on evidence. The teacher provided evidence when the students did not make mistakes or justified their assessment of their correct knowledge, and made predictions when the students did mistakes. For example, in the long jump event, a group of students did the procedures correctly and appropriately. The teacher said: *"It is very well calculated; it can be seen on paper. Even the smallest details are specified. (MME2\_7GK)"*, this statement is an evidence that students take into calculations details and make the procedure correctly. It is observed in the following example that the teacher, who noticed that the students made the wrong procedure in the Bigfoot activity, expressed her noticing by making predictions: *"Maybe they have the right solution in their minds, but I guess they're doing it wrong out of carelessness. But unfortunately, they do. I say it is excitement. (MME3\_7GK)"* in her example, she presented a predictive justification, linking students' wrong actions to their excitement and inattention.

While the teacher justified their noticing of the mathematical language use (2%), it was observed that she prefers the way of presenting evidence and predicting (similarly to conceptual understanding). There have been situations where students misused mathematical concepts in modeling activities or did not know why they were used. Given that they have difficulty expressing themselves in this situation, it can be considered that these two categories intersect with each other, are related. In this context, considering the following reason that the teacher presented evidence; *"They know, but can't tell. They solve it with the*



*arithmetic mean and then think that Şeyda can jump too, anyway, they do not keep the report long because they cannot put their statements into sentences. (MME2\_7GE)”, it is seen that the students justify their failure to write their reports in detail by presenting evidence.*

### **Conclusion, Discussion and Suggestions**

The results of the research are presented under two headings about what Teacher Berra noticed and how she expressed it.

#### **Conclusions about Teacher's Noticing**

It has been determined that the teacher's noticing of observing her students in the mathematical modeling process focuses on conceptual understanding, procedural understanding, and mathematical language use. The teacher focused mostly on her students' conceptual understanding. This result of the study is consistent with similar studies (Biembengut and Hein, 2010; Chamberlin, 2013; Lesh, 2006; Lesh and Kelly, 1997). In activities where teachers have the opportunity to easily observe student thinking, such as modeling activities, they can focus more on students' conceptual understanding (Biembengut and Hein, 2010). The teacher noticed that students tend to calculate statistical measurements without thinking too much about the data and its features (extreme values, continuous - discontinuous, approximate value that will require risk-taking), or without considering what they mean conceptually. She stated that the modeling approach and the activities used made it easier to observe student thinking, thus revealing situations about students that she had not noticed before.

Another result of the study was that the teacher realized that students could not create data sets themselves. Since they encounter a variety of exercises limited to those in the textbooks on subjects belonging to the data learning domain, and they solve these routine problems with the rules they are used to, students think of problem-solving as just a calculation job, and they do not know how to organize data by considering the meanings of concepts (Batanero & Diaz, 2010; Garfield & Ben - Zvi, 2009; Koparan, 2014; Lehrer & Romberg, 1996). The teacher realized that she should include activities such as coordination and modeling activities related to this situation in her lessons. It turned out that the teacher noticed that their students calculated the arithmetic mean in almost every activity, regardless of whether or not they had the appropriate data set. This result of the research is in line with the study conclusions of Mokros and Russell (1995). Mokros and Russell (1995) stated that

the most preferred statistical measure by students is the arithmetic mean, and as soon as they realize that the problem has a solution related to statistical concepts, they immediately calculate the arithmetic mean without looking at the data. Another point the teacher noticed is that students calculate all of them in turn, not knowing why they use central tendency measurements. It has been determined that this situation is consistent with the results of similar studies. When the studies related to this are examined; because students did not learn the necessary definitions of statistical concepts well, it was found that they could not make appropriate statistical interpretations, although they could easily perform calculations, and they considered all measurements consecutively (Jones et al., 2000; Konold and Pollatsek, 2002).

Teacher Berra noticed her students had difficulty expressing themselves mathematically during class discussions during the modeling process and in the reports they wrote. She observed that students could not use mathematical concepts in the appropriate place and associated the mathematical language use with their conceptual understanding. Teachers will support students to overcome these difficulties when they create classroom environments that include instructional activities that will require students to talk and discuss mathematics instead of dealing with the accuracy of the results and the errors on the paper (Straker, 1993). In the discussions held at the end of the modeling activities, Teacher Berra observed that students had difficulties in mathematical language while defending them and realized that students should be in more conversational environments and express themselves mathematically by discussing their solutions and solutions. Aiken Jr (1972) stated that classroom discourse improved mathematical language and reduced the difficulties experienced in a mathematical expression. In the literature on teacher noticing, it has been determined that teachers have awareness about mathematical language use. For example, in a study conducted by Taylan (2015a) with two mathematics teachers, it was found that teachers stated their noticing of student's mathematical language use. Luna, Russ, and Colestock (2009) asserted that a teacher pays attention to the statement and language their students use in the classroom. However, the teacher in the study did not focus on how students would better express themselves, nor did they specify the reasons why students experienced difficulties. Contrary to the researches, Teacher Berra included the difficulties students experience in using mathematical expressions and the reasons for this in her statement. This situation can be explained by the fact that modeling activities provided more

data to the teacher regarding students' mathematical communication skills (Doerr & English, 2003; English, 2006; Lesh, 2006).

### **Conclusions about Teacher's Noticing Strategies**

Many valuable findings can be obtained from the way teachers describe what they observe in their students, their opinions about their students, how they listen to them in the classroom environment, from what perspective they observe, what information they have about their students (Crespo, 2000; Even & Wallach, 2004; Güner & Akyüz, 2017a; Özdemir Baki and Işık, 2018; Wallach and Even, 2005). While observing her students, Teacher Berra explained almost every idea they thought by repeating them with quotations from their expressions, calculations or discourses, often with the exact quotations. Although Teacher Berra's explanation of what she notices through repetition is appropriate for clearer and more unbiased results about students' thinking processes, a teacher should be able to interpret the meaning of these words mathematically rather than repeating the students' words (Crespo, 2000; Wallach & Even, 2005). Wallach and Even (2005) noticed that the teacher immediately explained the solution sequentially, with quotations, when they started watching the video recorded of two students discussing a problem. They stated that this was the case with many other video clips.

Teacher Berra makes assumptions about her students' general classroom situations based on previous student knowledge, such as misconceptions, process errors, and mathematical expression difficulties, which she noticed in her students' conceptual understanding, procedural understanding, and mathematical language use. Considering the general mistakes of her students, she mentioned the unspoken words or behaviors that were not done during the activities. In addition to these, the teacher made excessive generalizations in the form of overhearing, considering external factors related to student errors or deficiencies. According to Wallach and Even (2005), teachers generally attribute their students' inaccurate or incorrect results, misconceptions, lack of knowledge to their failures and expect correct results. For this reason, they generally list their expectations and overhear by accepting the words that their students do not say as if they have said or done the behaviors they did not do. Teacher Berra decided to organize her teaching activities by making self-criticism about the situations she felt over and biased hearing.

Teacher Berra assessed the modeling process mostly. However, it was determined that her statement in which she evaluated the modeling process was mostly superficial. Though, some expressions focus on the result. What is expected of the teacher is that the

students can observe the statistical concept, measurement, or other procedural processes in detail and express their noticing in these subjects. However, studies have also found that teachers sometimes ignore a lot of things about the results students find, accept them as having words or behaviors that do not exist, and make a quick assessment (Blythe, Allen, & Powell, 1999; Borko, Jacobs, Eiteljorg, & Pittman, 2008; Crespo, 2000; Nicol and Crespo, 2003; Sherin, 2001). In their study with teachers, Blythe et al. (1999) concluded that teachers made quick assessments interpret such as good/bad- right/wrong, made corrections if necessary, and made general explanations about the situations they overlooked. Kazemi and Franke (2004) attributed this situation to teachers' unfamiliarity with activities related to student thinking, their ability to read student works (solution papers, reports, letters, or posters), and they have not studied student work in such detail before. Star and Strickland (2007), who determined that teachers had such deficiencies, argued that the noticing skill, which is the ability of teachers to read and hear students' thinking, is a skill that can be developed and made suggestions for developing and increasing teacher noticing through long-term professional development studies.

Teacher Berra justified her interpretations of the situations she observed in different ways. It has been observed that she often bases her reasons for the situations she identifies by repeating her differences in student thinking, often based on evidence. However, she justified her noticing, which she expressed in the form of overhearing and biased hearing, by guessing. The teacher explained her reasons mostly with predictions because she knew her students and had some expectations about her students. It can be said that she is a teacher who observes her students well in the classroom and can establish close relationships with them, based on the finding that the teacher makes too many predictions in line with her assumptions. There are fewer comments in which the teacher provides evidence by quoting directly from student behavior and statements. However, teachers are expected to base their reasons for a situation they noticed on evidence to form clear ideas about what and how the student understands (Crespo, 2000).

Considering the results of the study, the importance of developing teachers' noticing skills becomes curicial. Research indicates that the ability to notice is a phenomenon that may change as a result of long-term practices and training and can be improved (Özdemir Baki and Işık, 2018; Star and Strickland, 2007). Özdemir Baki and Işık (2018) showed that these skills of teachers can be improved with the lesson study method and can be raised to higher levels. Similarly, Güner and Akyüz (2017a) have shown that the noticing skills of

prospective teachers can be improved with the lesson study method. When looking at these studies, long-term professional development training should be increased and teachers should be given information about the points they need to notice for their student's thinking.

It was observed that the teacher noticed the students could not express themselves in the discussions they made within the scope of modeling activities. In this context, it was concluded that modeling activities are suitable tool in the process of revealing teachers noticing. Like the modeling approach, teachers can develop their awareness by providing teaching environments where they can easily observe their students. It can enable teachers to make re-educational arrangements for the deficiencies they notice in their students. For other classroom environments with limitations of the research and teachers of a similar nature, the points teachers notice on mathematical thinking and how it expresses them will shed light on the training programs they will prepare for researchers aiming for effective teaching and research examining professional experience. The implementations of the study were carried out at the 7th grade, since the 8th-grade students at the secondary school level were preparing for the exam and the 6th-grade students had not yet learned some statistical concepts, and the research was limited to the learning outcome referring to the 6th and 7th-grade levels.

**Ethical Approval:** This research was conducted with the permission of the Hacettepe University Social and Humanities Research and Publication Ethics committee dated 28/04/2014, numbered 88600825 / 433-1540.

**Conflict of Interest:** Authors have no conflict of interest to declare.

**Author Contributions:** All authors contributed to the study at every stage.

## Reference

- Aiken Jr, L. R. (1972). Language factors in learning mathematics. *Review of Educational Research*, 42(3), 359-385.
- Baki, G. Ö., & Işık, A. (2018). Öğrencilerin Matematiksel Düşüncelerine Yönelik Öğretmenlerin Farkındalık Düzeylerinin İncelenmesi: Ders İmcesi Modeli. *Türk Bilgisayar ve Matematik Eğitimi Dergisi*, 9(1), 122-146.
- Barnhart, T., & van Es, E. (2015). Studying teacher noticing: Examining the relationship among pre-service science teachers' ability to attend, analyze and respond to student thinking. *Teaching and Teacher Education*, 45, 83-93.
- Başkale, H. (2016). Nitel araştırmalarda geçerlik, güvenilirlik ve örneklem büyüklüğünün belirlenmesi. *Dokuz Eylül Üniversitesi Hemşirelik Fakültesi Elektronik Dergisi*, 9(1).
- Batanero, C., & Diaz, C. (2010). Training teachers to teach statistics: What can we learn from research? *Statistique et Enseignement*, 1(1), 5-20.
- Ben-Zvi, D., & Garfield, J. (2004). Statistical Literacy, Reasoning, and Thinking: Goals, Definitions, and Challenges. In D. Ben-Zvi & J. Garfield (Eds.), *The Challenge of Developing Statistical Literacy, Reasoning and Thinking* (pp. 3 - 15). Netherlands: Kluwer Academic Publishers.
- Biembengut, M. S., & Hein, N. (2010). Mathematical Modeling: Implications for Teaching. In R. Lesh, P. L. Galbraith, C. R. Haines, & A. Hurford (Eds.), *Modeling Students' Mathematical Modeling Competencies. ICTMA 13* (pp. 481 - 490): Springer, US.
- Blythe, T., Allen, D., & Powell, B. S. (1999). *Looking together at student work: A companion guide to assessing student learning*. New York: Teachers College Press.
- Borko, H., Jacobs, J., Eiteljorg, E., & Pittman, M. E. (2008). Video as a tool for fostering productive discussions in mathematics professional development. *Teaching and Teacher Education*, 24(2), 417-436. doi: 10.1016/j.tate.2006.11.012
- Carpenter, T. P., Fennema, E., Peterson, P. L., & Carey, D. A. (1988). Teachers' Pedagogical Content Knowledge of Students' Problem Solving in Elementary Arithmetic. *Journal for Research in Mathematics Education*, 19(5), 385 - 401.

- Chamberlin, S. A. (2013). *Statistics for Kids: Model Eliciting Activities to Investigate Concepts in Statistics*: Prufrock Press.
- Colestock, A. (2009). A case study of one secondary mathematics teacher's in-the-moment noticing of student thinking while teaching. Paper presented at the Proceedings of the 31st annual meeting of the North American Chapter of the IGPME, Atlanta, GA: Georgia State University.
- Colestock, A., & Sherin, M. G. (2009). Teachers' sense-making strategies while watching video of mathematics instruction. *Journal of Technology and Teacher Education*, 17(1), 7-29.
- Crespo, S. (2000). Seeing More Than Right And Wrong Answers: Prospective Teachers' Interpretations Of Students' Mathematicalwork. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 3, 155-181.
- Creswell, J. W. (2007). *Qualitative Inquiry & Research Design*: Sage Publications.
- Didiş Kabar, M. G., & Erbaş, A. K. (2019). Pre-service secondary mathematics teachers' anticipation and identification of students' thinking in the context of modelling problems. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 1-29.
- Doerr, H., & English, L. D. (2003). A Modeling perspective on students' mathematical reasoning about data. *Journal of Research in Mathematics Education*, 34(2), 110-136.
- English, L. D. (2006). Mathematical Modeling in the primary school. *Educational Studies in Mathematics*, 63(3), 303-323.
- Erickson, F. (2011). On noticing teacher noticing. *Mathematics teacher noticing: Seeing through teachers' eyes*, 17-34.
- Even, R., & Wallach, T. (2004). *Canadian Journal of Science, Mathematics and Technology Education*, 4(4), 483-495.
- Fernández, C., Llinares, S., & Valls, J. (2013). Primary school teacher's noticing of students' mathematical thinking in problem solving. *The Mathematics Enthusiast*, 10(1), 441-468.
- Franke, M. L., & Kazemi, E. (2001). Learning to teach mathematics: Focus on student thinking. *Theory into practice*, 40(2), 102-109.

- Friesen, M. E., & Kuntze, S. (2020). How context specific is teachers' analysis of how representations are dealt with in classroom situations? Approaching a context-aware measure for teacher noticing. *Zdm*, 1-13.
- Garfield, J., & Ben-Zvi, D. (2009). Helping students develop statistical reasoning: Implementing a statistical reasoning learning environment. *Teaching Statistics*, 31(3), 72-77.
- Garfield, J., delMas, R., & Zieffler, A. (2012). Developing statistical modelers and thinkers in an introductory, tertiary-level statistics course. *ZDM*, 44(7), 883-898.
- Goodwin, C. (1994). Professional vision. *American Anthropologist*, 96, 606 – 633.
- Güner, P., & Akyüz, D. (2017a). Ders imecesi mesleki gelişim modeli: öğretmen adaylarının fark etme becerilerinin incelenmesi. *İlköğretim Online*, 16(2), 428-428.
- Güner, P., & Akyüz, D. (2017b). Preservice middle school mathematics teachers' knowledge about students' mathematical thinking related to perimeter and area. Paper presented at the ICEMST 2017: International Conference on Education in Mathematics, Science & Technology.
- Huang, C.-H. (2011). Assessing the modelling competencies of engineering students. *World Transactions on Engineering and Technology Education*, 9(3), 172 - 177.
- Jacobs, V., Lamb, L. C., Philipp, R., Schappelle, B., & Burke, A. (2007). Professional Noticing by Elementary School Teachers of Mathematics. Paper presented at the American Educational Research Association Annual Meeting, Chicago, IL.
- Jacobs, V., Lamb, L. L. C., & Philipp, R. (2010). Professional Noticing of Children's Mathematical Thinking. *Journal for Research in Mathematics Education*, 41(2), 169 - 202.
- Jacobs, V., & Philipp, R. (2011). Mathematics Teacher Noticing: Seeing Through Teachers' Eyes. Association of Mathematics Teacher Educators.
- Jones, G. A., Thornton, C. A., Langrall, C. W., Mooney, E. S., Perry, B., & Putt, I. J. (2000). A Framework for Characterizing Children's Statistical Thinking. *Mathematical Thinking and Learning*, 2(4), 269-307. doi:10.1207/S15327833MTL0204\_3
- Kılıç, H. (2018). Pre-service mathematics teachers' noticing skills and scaffolding practices. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 16(2), 377-400.



- Kılıç, S. D. (2019). Pre-service teachers' noticing of 7th grade students' errors and misconceptions about the subject of equations. *Sakarya University Journal of Education*, 9(1), 184-207.
- Konold, C., & Pollatsek, A. (2002). Data Analysis as the Search for Signals in Noisy Processes. *Journal for Research in Mathematics Education*, 33(4), 259-289.
- Koparan, T. (2014). Difficulties in learning and teaching statistics: teacher views. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 46(1), 94-104.
- Krupa, E. E., Huey, M., Lesseig, K., Casey, S., & Monson, D. (2017). Investigating secondary preservice teacher noticing of students' mathematical thinking. In *Teacher noticing: Bridging and broadening perspectives, contexts, and frameworks* (pp. 49-72): Springer.
- Leatham, K. R., Peterson, B. E., Stockero, S. L., & Van Zoest, L. R. (2015). Conceptualizing mathematically significant pedagogical opportunities to build on student thinking. *Journal for Research in Mathematics Education*, 46(1), 88-124.
- Lehrer, R., & Romberg, T. (1996). Exploring children's data modeling. *Cognition and Instruction*, 14(1), 69-108.
- Lesh, R. (2006). Modeling students modeling abilities: The teaching and learning of complex systems in education. *Journal of the Learning Sciences*, 15(1), 45-52.
- Lesh, R., & Kelly, A. E. (1997). Teacher's evolving conceptions of one-to-one tutoring: A three-tiered teaching experiment. *Journal for Research in Mathematics Education*, 28(4), 398-430. doi: Doi 10.2307/749681
- Luna, M., Russ, R. S., & Colestock, A. A. (2009). Teacher noticing in the moment of instruction: The case of one high school science teacher. Paper presented at the Paper to be presented at annual meeting of the National Association for Research in Science Teaching.
- Miller, K. (2011). Situation awareness in teaching: What educators can learn from video-based research in other fields. In *Mathematics teacher noticing: Seeing through teachers' eyes* (pp. 51-65): Routledge.
- National Council of Teachers of Mathematics [NCTM]. (2000). *Principles and Standards for School Mathematics*. (0873534808). Reston, VA: NCTM.

- Nicol, C., & Crespo, S. (2003). Learning in and from practice: Pre-service teachers investigate their mathematics teaching. Paper presented at the IGPME 27, Honolulu, Hawaii.
- Santagata, R., Zannoni, C., & Stigler, J. W. (2007). The role of lesson analysis in pre-service teacher education: an empirical investigation of teacher learning from a virtual video-based field experience. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 10(2), 123-140.
- Schifter, D. (2011). Examining the behavior of operations: Noticing early algebraic ideas. In M. G. Sherin, V. R. Jacobs, & R. A. Philipp (Eds.), *Mathematics teacher noticing: Seeing through teachers' eyes* (pp. 204-220). New York: Routledge.
- Schoenfeld, A. H. (2011). Toward professional development for teachers grounded in a theory of decision making. *Zdm*, 43(4), 457-469.
- Schorr, R. Y., & Koellner Clark, K. (2003). Using a Modeling Approach to Analyze the Ways in Which Teachers Consider New Ways to Teach Mathematics. *Mathematical Thinking and Learning*, 5(2), 191 - 210.
- Schorr, R. Y., & Lesh, R. (1998). Using thought-revealing activities to stimulate new instructional models for teachers. Paper presented at the 20th Annual Meeting of the North American Chapter of the IGPME, Raleigh, NC.
- Shenton, A. K. (2004). Strategies for ensuring trustworthiness in qualitative research projects. *Education for information*, 22(2), 63-75.
- Sherin, M. G. (2001). Developing a professional vision of classroom events. In T. Wood, B. S. Nelson, & J. Warfield (Eds.), *Beyond classical pedagogy: Teaching elementary school mathematics* (pp. 75 - 93). Hillsdale, NJ: Erlbaum.
- Sherin, M. G. (2007). The development of teachers' professional vision in video clubs. In R. Goldman, R. Pea, B. Barron, & S. Derry (Eds.), *Video research in the learning sciences* (pp. 383 - 395). Hillsdale, NJ: Erlbaum.
- Sherin, M. G., Linsenmeier, K. A., & van Es, E. A. (2009). Selecting Video Clips to Promote Mathematics Teachers' Discussion of Student Thinking. *Journal of Teacher Education*, 60(3), 213-230. doi:10.1177/0022487109336967
- Sherin, M. G., Russ, R. S., & Colestock, A. A. (2011). Accessing mathematics teachers' in-the-moment noticing. In V. R. J. Miriam Gamoran Sherin, Randolph A. Philipp

- (Ed.), *Mathematics teacher noticing: seeing through teachers' eyes*. New York, NY: Routledge.
- Stake, R. E. (2000). Case studies. In N. K. Denzin & Y. S. Lincoln (Eds.), *Handbook of Qualitative Research* (2nd ed., pp. 435-454). Thousand Oaks, California: Sage Publications.
- Star, J. R., & Strickland, S. K. (2007). Learning to observe: using video to improve preservice mathematics teachers' ability to notice. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 11(2), 107-125. doi:10.1007/s10857-007-9063-7
- Straker, A. (1993). *Talking points in mathematics*. Cambridge, MA: Cambridge Univ. Press.
- Tataroğlu Taşdan, B. (2019). Matematik öğretmen adaylarının fark etme becerilerinin incelenmesi. *Türk Bilgisayar ve Matematik Eğitimi Dergisi*, 10(1), 232-259.
- Taylan, R. D. (2015a). Beginning teachers' attending to students' thinking. *Kastamonu Eğitim Dergisi*, 23(4).
- Taylan, R. D. (2015b). Characterizing a highly accomplished teacher's noticing of third-grade students' mathematical thinking. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 20(3), 259-280. doi:10.1007/s10857-015-9326-7
- van Es, E. A., Cashen, M., Barnhart, T., & Auger, A. (2017). Learning to notice mathematics instruction: Using video to develop preservice teachers' vision of ambitious pedagogy. *Cognition and Instruction*, 35(3), 165-187.
- van Es, E. A., & Sherin, M. G. (2002). Learning to notice: Scaffolding new teachers' interpretations of classroom interactions. *Journal of Technology and Teacher Education*, 10(4), 571-596.
- Wallach, T., & Even, R. (2005). Hearing students: the complexity of understanding what they are saying, showing, and doing. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 8, 393-417.
- Yin, R. K. (1994). *Case study research: Design and methods* (2nd ed.). Sage Publications.
- Zieffler, A., Park, J., Garfield, J., Delmas, R., & Bjornsdottir, A. (2012). The statistics teaching inventory: A survey on statistics teachers' classroom practices and beliefs. *Journal of Statistics Education*, 20(1), 1-29.