

Examining Fraction Concept Images of 6th Grade Students (Based on Different Meanings of Fraction) *

Esra MACİT

İnönü University, Malatya - TURKEY

Bilal ALTAY

İnönü University, Malatya - TURKEY

Article History

Submitted: 03.07.2020

Accepted: 13.10.2020

Published Online: 02.11.2020

Keywords

Fraction
Concept Images
6th Grade Students



DOI: 10.29129/inujgse.763345

Abstract

Purpose: The concept of fraction is a mathematical concept that students have difficulty in learning and have the misconception. One of the reasons students experience difficulties is that fraction has different meanings. From this point of view, it was aimed to determine the fraction concept images of 6th grade students on the basis of different meanings of the fraction.

Design & Methodology: Phenomenon of qualitative research patterns was used in the research. Participants consist of 663 students studying in 6th grade in 2018-2019 academic year in a province in Eastern Anatolia. As a data collection tool, a questionnaire form consisting of 3 open-ended questions and developed by the researchers was used. The data obtained from the questionnaire were subjected to descriptive analysis based on different meanings of the fraction.

Findings: As a result of examining the data, it was seen that the concept images that the participants had the most were division, part-whole and numerator-denominator concept images.

Implications & Suggestions: Although the concept of fraction is mainly taught in accordance with the part-whole meaning, it is concluded that the students prefer the meaning of the department more. It can be said that the verbal expression of the concept of fraction is the reason for this situation.

* This article is based on a PhD thesis prepared at Inonu University Institute of Educational Sciences by the first author, in the supervision of the second author, titled "An Investigation of the Relationship Between 6th Grade Students' Images, Misconceptions and Academic Achievement About Fraction".

6. Sınıf Öğrencilerinin Kesir Kavram İmajlarının İncelenmesi (Kesrin Farklı Anlamları Temelinde) *

Esra MACİT

İnönü Üniversitesi, Malatya - TÜRKİYE

Bilal ALTAY

İnönü Üniversitesi, Malatya - TÜRKİYE

Makale Geçmişi

Geliş: 03.07.2020
Kabul: 13.10.2020
Online Yayın: 02.11.2020

Anahtar Sözcükler

Kesir
Kavram İmajı
6. Sınıf Öğrencileri



DOI: 10.29129/inujse.763345

Öz

Amaç: Kesir kavramı öğrencilerin öğrenmekte zorlandıkları ve kavram yanlışlarına sahip oldukları bir matematiksel kavramdır. Öğrencilerin zorluk yaşamalarının sebeplerinden biri kesrin farklı anlamlarının olmasıdır. Buradan hareketle 6. sınıf öğrencilerinin kesir kavram imajlarının kesrin farklı anlamları temelinde belirlenmesi amaçlanmıştır.

Yöntem: Araştırmada nitel araştırma desenlerinden olgu bilim kullanılmıştır. Katılımcılar Doğu Anadolu'da bir ilde 2018-2019 eğitim-öğretim yılınca 6. sınıfta öğrenim gören 663 öğrenciden oluşmaktadır. Veri toplama aracı olarak açık uçlu 3 sorudan oluşan ve araştırmacılar tarafından geliştirilen bir anket formu kullanılmıştır. Anket formundan elde edilen veriler kesrin farklı anlamları temel alınarak betimsel analize tabi tutulmuştur.

Bulgular: Verilerin incelenmesi sonucunda katılımcıların en çok sahip oldukları kavram imajlarının sırasıyla bölme, parça-bütün ve pay-payda kavram imajları olduğu görülmüştür.

Sonuçlar ve Öneriler: Kesir kavramının ağırlıklı olarak parça-bütün anlamına uygun olarak öğretiminin yapılmasına rağmen öğrencilerin daha çok bölüm anlamını tercih ettikleri sonucuna ulaşılmıştır. Kesir kavramının sözel ifade şeklinin bu durumun nedeni olduğu söylenebilir.

* Bu çalışma İnönü Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü bünyesinde ikinci yazarın danışmanlığında yürütülen birinci yazarın "6. Sınıf Öğrencilerinin Kesir Konusundaki İmajlarının Kavram Yanlışları ve Başarıları ile İlişkinin İncelenmesi" başlıklı doktora tezi esas alınarak hazırlanmıştır.

GİRİŞ

Kesir kavramı temel düzeydeki haliyle yarım, çeyrek gibi ifadelerle günlük hayatta çok sık karşılaşın bir kavramdır. Öğrencilerin bu kavrama dair ilk elden tecrübeleri olmalarına rağmen öğrenme güçlükleri yaşadıkları bir konudur (Biber, Tuna ve Aktaş, 2013; Charalambous ve Pitta-Pantazi, 2005; Doğan ve Yeniterzi 2011; Küçük ve Demir, 2009). Bunun nedenleri arasında kesrin farklı anlamlarının olması, iki ayrı sayıdan oluşan bir yapıya sahip olduğu için öğrencilerin ilk olarak öğrendikleri tam sayılardan farklı olması, farklı gösterim şekillerinin, ifade ediliş şekillerinin olması gibi kendi yapısından kaynaklı nedenleri de vardır (Olkun ve Toluk-Uçar, 2006:61; Van de Walle, Karp ve Bay-Williams, 2013:287).

Kesir kavramı öğrencilerin matematikte öğrendikleri ilk soyut kavramlardan biridir (Pesen, 2007). İlköğretim matematik müfredatının kavramsal olarak zengin ve günlük hayatta geniş kullanımı olan bir konusudur. Yüzdeler, oran, orantı, olasılık ve ölçme gibi başka birçok konu içerisinde geçmekte ve rasyonel sayı kavramına temel oluşturmak için kullanılmaktadır (MEB, 2009). Kesirler ve kesirlerle işlemlere yönelik kavramsal anlamının sağlanması, özellikle cebir gibi ileri düzeydeki konuların öğrenilmesine, problem çözme becerisinin geliştirilmesine ve genel matematik başarısına da katkı sağlayacaktır (Alacacı, 2010). Bunu destekleyecek şekilde öğrencilerin erken yaşlardaki kesirler konusundaki başarısının ileriki yıllardaki özellikle cebir öğrenme alanında olmak üzere genel matematik başarıları ile ilişkili olduğunu gösteren çalışmalar da mevcuttur (Bailey, Hoard, Nugent ve Geary, 2012).

Kesir kavramı birçok diğer matematiksel kavramla ilişkili olmasıyla birlikte rasyonel sayı kavramıyla doğrudan bir ilişkiye sahiptir. Kesir ve rasyonel sayı kavramlarının birbirleri ile ilişkisi hakkında çeşitli farklı görüşler mevcut olsa da çoğu zaman aynı anlama gelecek şekilde kullanılmaktadır (Lamon, 2007). Olive (1999)'e göre rasyonel sayı terimi formal matematiksel tanıma atıfta bulunmak için kullanılırken, kesirler ilkökul aritmetiğine atıfta bulunmak için kullanılır. Ülkemiz matematik öğretim programında da ilk 6 yıl kesir kavramı kullanılırken 7. sınıfta rasyonel sayı kavramı kullanılmaktadır.

Rasyonel sayıların literatürde, “parça-bütün, ölçü, oran, bölüm ve işlemci” olmak üzere 5 farklı anlamından bahsedilmektedir (Kieren, 1993; Lamon, 2007). Rasyonel sayıların bu anlamları literatürde aynı zamanda kesirlerin farklı anlamları olarak da geçmektedir. Bunun nedeni hem kesir hem de rasyonel sayıların $\frac{a}{b}$ şeklinde gösterilebilmesidir (Yanık, 2015). Bu çalışmada da kesrin farklı anlamları olarak ele alınmıştır.

Kesirlerin Farklı Anlamları

Parça-bütün anlamında kesir kavramı için kullanılan, $\frac{a}{b}$ ifadesinde b, eşit parçalardan oluşan bütünü temsil ederken a bu parçaların bir kısmını oluşturmaktadır. Parçalar bir araya geldiğinde bütünü oluşturur, parça ve bütün arasındaki ilişki parçaların dizilimine, boyutlarına bakılmaksızın korunur (Yanık, 2015). Genellikle görsel şekilde verilen parça-bütün anlamı öğrencilerin ilk karşılaştığı kesir anlamıdır ve (Clarke, 2006; Lamon, 1999) $\frac{2}{3}$ kesrini, 3 eşit parçaya ayrılmış bir pastanın, 2 parçasının alınması şeklinde düşünülmesi örnek olarak verilebilir.

Bölüm anlamında $\frac{a}{b}$ ifadesindeki a'nın b'ye bölüm işleminden elde edilen değer düşünülür (Kieren, 1993). Bir miktarın belli sayıda kişilere paylaşılması durumlarında öne çıkar (Alacacı, 2010). Kalanlı bölme işlemi sonucunda, kalan kısmın kesir olarak ifade edilebilmesi, bölme işleminin kesrin bölüm anlamı ile oldukça yakın bir ilişkisi olduğunu göstermektedir (Toluk, 2002).

Ölçü anlamında bir kesir genellikle bir uzunluğun, bir alanın ya da hacmin ölçüsü olarak yazılabilir. Başka bir deyişle $\frac{a}{b}$ ifadesi a tane $\frac{1}{b}$ birimlik bir ölçüyü temsil eder (Yanık, 2015). Bir uzunluğu ölçü birimi olarak belirlemeyi ve bir nesnenin uzunluğunu ölçmek için kullanmayı içerir (Van de Walle, Karp ve Bay-Williams, 2013:287).

Oran anlamında iki çokluğun oransal ilişkisinden bahsedilebilir. Bu yorum çokluklar arasında karşılaştırma yapmamızı sağlar (Baykul, 2009). Bir sepetteki elmalarla portakalların sayısını karşılaştırmak gibidir. Ancak iki ayrı parçanın oranlanabileceği gibi bütünün bir parçası ile bütünün kendisi de oranlanabilir. Sepetteki elmaların sayısının sepetteki tüm meyvelere oranı gibi. Bu açıdan bakıldığında oran yorumunun parça-bütün yorumuyla ilişkisi vardır ve parça-bütün anlamı parça-bütün oranı olarak da düşünülebilir (Lamon, 2007; Van de Walle, Karp ve Bay-Williams, 2013:349).

İşlemci anlamında $\frac{a}{b}$ ifadesi pay ve payda sırasıyla şu anlamları alabilir:

1. Çoğaltan ve parçalara indirgeyen
2. Genişleten ve daraltan
3. Çarpan ve bölen
4. Genişleten ve bölen
5. Katlayan ve daraltan (Behr, Harel, Post ve Lesh, 1993)

İşlemci anlamı çarpma işleminin kuralını ve çarpımsal sürecin sonucunu belirtir (Toluk, 2002; Charalambos ve Pitta-Pantazi, 2005). Burada kesir, verilen bir çoklukla çarpılarak çokluğun büyümesine ya da küçülmesine neden olur (Alacacı, 2010).

Kavram İmajı

Tall ve Vinner (1981), kavram imajını, bireyin zihnindeki kavram ile ilgili tüm bilişsel yapı olarak tanımlamaktadır. Bu bilişsel yapı kavram ile ilgili olan tüm düşünceleri, zihinsel resimleri, özellikleri ve süreci içeren karmaşık bir sistemdir. Zihinsel resimler bireyin zihninde beliren, kavram ile ilgili semboller ve grafikler gibi tüm görsel temsilleri içerebilir (Vinner, 1983; Wells, 2003). Örneğin, öğrencinin kesir ile ilgili zihinsel resimleri, parçalara ayrılmış bir pasta, kesir çizgisi üzerinde bir nokta ya da $\frac{1}{2}$ gibi bir simge olabilir.

Bireyin kavram imajı, doğru veya yanlış olabilir, kavramın tüm özelliklerini içermesi açısından eksik kalabilir ya da kavramı tam karşılamasa da sadece bireyin kendisinin kurduğu ilişkiler içerebilir (Rösken ve Rolka, 2007). Kavram imajı bireyin, o ana kadar ki tüm tecrübelerine ve düşünce stiline göre şekillenir. Bu nedenle birey yeni durumlarla karşılaştıkça zamanla sahip oldukları kavram imajları değişebilir (Tall ve Vinner, 1981). Örneğin bir öğrencinin kesir kavram imajı, 7. sınıfta rasyonel sayılarla tanışmasıyla, rasyonel sayıları da içine alacak şekilde yeni bir forma bürünebilir.

Araştırmanın Amacı ve Önemi

Kesirlerin kavramsal zenginliği, karmaşıklığı ve diğer kavramlarla olan bağlantıları nedeniyle öğretimi dikkat ve itina ister (Alacacı, 2010). Nitekim kesirler konusunda öğrencilerin kavram yanılgılarına sahip oldukları ve öğrenmekte zorluk çektiklerine dair çeşitli çalışmalar mevcuttur (Altıparmak ve Özüdoğru, 2015; Işık ve Kar, 2012; Mitchell ve Horne, 2008; Pesen, 2008). Pantziara ve Philippou (2012)'ye göre

öğrencilerin kesirleri öğrenmede zorluk yaşamalarının nedenlerinden biri kesrin farklı yorumlarının olmasıdır.

Literatür incelendiğinde kesrin farklı anlamlarına yönelik çeşitli çalışmaların yapıldığı görülmektedir. Ancak yapılan çalışmalarda öğrencilerin, öğretmenlerin ya da öğretmen adaylarının kesrin bu farklı anlamlarına ne kadar hakim olduklarına odaklanılmış ve bir başarı seviyesi belirlenmeye çalışılmıştır. Bu çalışmada ise kesir yorumları kavram imajı çerçevesinde ele alınmış ve bir bilgi düzeyi olarak görülmemiştir. Kavram imaj teorisi, bireyin kavramı zihninde nasıl canlandırdığına odaklanır, kavramın formal tanımları herkes tarafından kabul gören anlamları olsa da birey, kavramı zihninde çeşitli süreçlerden geçirerek kendine uygun bir imaj belirler. Bireyin kavram imajı kesir örneğindeki gibi herkes tarafından kabul gören anlamları içerebilir ama Vinner (1983)'in da belirttiği gibi birey tanımı kendi imajına uygun olarak çarpıtabilir. Birey kesrin tüm yorumlarını bilse de düşünme sürecinde nerdeyse her seferinde kendi kavram imajını kullanır. Ayrıca bireyin tek bir kesir anlamına odaklanması diğer anlamlarını anlamadığını göstermez. Nitekim yapılan çalışmalarda da bireylerin farklı kesir anlam bilgi düzeylerinin birbirlerine göre değişiklik gösterdiği ortaya konmuştur (Charalambous ve Pitta-Pantazi, 2007; Gabriel, Coché, Szucs, Carette, Rey ve Content, 2013; Doğan ve Tertemiz, 2019). Bir kesir anlamında yüksek düzeyde bilgiye sahip olan biri diğer kesir anlamlarında da yüksek bilgi düzeyine sahip olabileceği gibi düşük bilgi düzeyine de sahip olabilmektedir. Ülkemizde matematik öğretmen adayları ile yapılan iki çalışmada da öğrencilerin kesir kavramına dair açıklamalarının belirli bazı kesir anlamlarında yoğunlaştığı görülmektedir (Baştürk 2016, Macit ve Nacar, 2019). Bu yüzden öğrencilerin kesrin yorumlarına dair bilgi düzeyleri yerine öğrencilerin kesir kavram imajlarının kesir anlamları temelinde incelenmesi, kesir kavramının öğrencilerin zihninde nasıl oluştuğunu anlamak için bir yol haritası sağlayacaktır. Bu şekilde hangi kesir yorumlarının öğrencilerin kavram imajlarında kendilerine daha çok yer edindiğini belirlememizi sağlayacaktır. Buradan hareketle çalışmada 6. sınıf öğrencilerinin kesir kavram imajlarının kesrin farklı anlamları temelinde belirlenmesi amaçlanmıştır.

YÖNTEM

Desen

Çalışma nitel araştırma desenlerinden olgubilim desenine uygun olarak tasarlanmıştır. Olgubilim desenin kullanıldığı araştırmalarda amaç bireylerin bir olguya ilgili yaşantılarını, algılarını yükledikleri anlamları ortaya çıkarmaktır (Yıldırım ve Şimşek, 2008:79). Kesir kavramının öğrencilerin eğitim hayatlarının ilk yıllarından itibaren karşılaştıkları bir kavram olması nedeniyle öğrenciler bu kavrama dair yıllar içinde, yaşantılarıyla birlikte şekillenen bir anlam yüklemişlerdir. Bu anlam kavrama dair diğer tüm özelliklerle birlikte öğrencilerin kavram imajını oluşturmaktadır. Bu açıdan bakıldığında öğrencilerin kesir kavram imajlarının belirlenmesinde olgubilim deseninin kullanılması uygun bulunmuştur.

Katılımcılar

Araştırmanın katılımcıları 2018-2019 eğitim öğretim yılında Doğu Anadolu'da bir ilin merkez okullarında 6. sınıfta öğrenim gören 777 öğrenciden oluşmaktadır. 6. sınıf öğrencilerinin seçilme nedeni, 7. sınıfta kesir kavramın yerini rasyonel sayı kavramının alması ve 6. sınıfta kesirle ilgili tüm kazanımların öğrencilere kazandırılmış olmasıdır. Elde edilen verilerden daha sağlıklı sonuç elde edilebilmesi adına, veri toplama araçlarını çoğunlukla eksik ya da konuyla ilgisiz bir şekilde dolduran öğrenciler ve kavram imajı belirlenemeyen öğrenciler araştırmaya dahil edilmemiştir ve 633 öğrenciyle araştırmaya devam edilmiştir. Bu öğrencilerin 353'ü kız, 280'i ise erkek öğrencidir.

Veri Toplama Araçları

Öğrencilerin kavram imajlarının belirlenmesinde, araştırmacılar tarafından ilgili araştırmalardan ve uzman görüşlerinden (2 matematik eğitimcisi) yararlanarak geliştirilen 3 açık uçlu sorudan oluşan bir anket kullanılmıştır. Anketin ilk sorusunda öğrencilere kesrin ne olduğu sorulmuş ve açıklamaları istenmiştir. Bu sorudan elde edilen verileri desteklemesi ve kavram imajlarının daha net bir şekilde belirlenebilmesi için, 2. soruda, 3 kesir örneği vermeleri, 3. soruda ise kesirle ilgili olduğunu düşündükleri şeyleri yazmaları istenmiştir. Görüşleri alınan uzmanlar soruların öğrenciler için anlaşılabilir olduğunu belirtmişlerdir. Malatya il merkezi okullarında okuyan 145, 6. sınıf öğrencisine kavram imaj anketi pilot çalışma olarak uygulanmıştır. Veriler analiz edildikten sonra sorularda imla ve kelime düzeltmeleri gibi küçük değişikliklere gidilip veri toplama aracına son hali verilmiştir. Analiz sonucunda öğrencilerin kavram imajlarında kesrin farklı anlamlarını

Verilerin Analizi

Kavram imajını belirlemek için geliştirilen anketten elde edilen veriler, betimsel analiz yöntemiyle analiz edilmiştir. Corbin ve Strauss'a (2008) göre bu analizde, araştırmacının kavramsal ve kuramsal yapısının önceden net bir şekilde belli olduğu durumlarda, bu yapıya uygun olarak ele alınan temalara göre verilerin yorumu yapılır. Buna uygun olarak kesir kavramının literatürde belirtilen "parça-bütün, bölüm, oran, işlemci, ölçü" anlamları kesir imajlarını temsilen tema olarak ele alınıp veriler bu temalar altında yorumlanmıştır. Bu kavram imajları dışında net bir kavram imajına sahip olmayan, kesri sadece pay, payda ve kesir çizgisi olarak görenler için pay-payda kavram imajı teması oluşturulmuştur.

Geçerlik ve Güvenirlik

Lincoln ve Guba (Yıldırım ve Şimşek, 2008:264) nitel araştırmalarda nicel araştırmalardan farklı olarak, araştırmacının niteliğini arttırmak adına, iç geçerlilik yerine inandırıcılık, dış geçerlilik yerine aktarılabilirlik, iç güvenirlik yerine tutarlılık ve dış güvenirlik yerine teyit edilebilirlik kavramlarını öne çıkarmaktadır. Araştırmacının inandırıcılığını arttırmak için Creswell (2015:244-254) meslektaş değerlendirmesi, ayrıntılı betimleme ve dış denetim stratejilerinin dikkate alınmasını önermiştir. Araştırmacının aktarılabilirliği için ise Erlandson, Harris, Skipper ve Allen (Yıldırım ve Şimşek, 2008:270) ayrıntılı betimleme yapılmasını ve amaçlı örnekleme yöntemlerinin kullanılmasını önermiştir. Bu kavram ve önerilere uygun olarak çalışmada çeşitli önlem ve uygulamalara gidilmiştir. Bulgular kısmında katılımcı cevaplarından alınan doğrudan alıntılara yer verilmiş ve sonunda hangi katılımcıya ait olduğu belirtilmiştir. Dış denetim stratejileri adına veri kodlamaları araştırmacı dışında, nitel araştırma yöntemlerinde tecrübesi olan bir matematik eğitimcisi tarafından tekrar yapılmıştır. Kodlayıcılar arası uyuşma oranını belirlemek için Miles ve Huberman, (1994)'ın $[Güvenirlik = Uyuşma / (uyuşma + anlaşmazlık) \times 100]$ formülü kullanılmış ve kodlayıcılar arası uyuşma oranı %90 olarak hesaplanmıştır.

BULGULAR

Anket formundan elde edilen verilerin analizi ile belirlenen, 6. sınıf öğrencilerinin kesir kavramına ilişkin sahip oldukları kavram imajları tablo ve doğrudan alıntılar yardımıyla sunulmuştur.

Tablo 1

Öğrencilerin Sahip Oldukları Kesir Kavram İmajlarının Dağılımı

Kavram İmajları	Kız	Erkek	Toplam
Bölüm	141	128	269
Parça-Bütün	94	72	166
Pay-Payda	99	60	159
Oran	8	5	13
İşlem	10	12	22
Ölçü	1	3	4
Toplam	353	280	633

Öğrencilerin sahip oldukları kesir kavram imajlarına bakıldığında literatürde yer alan kavram imajlarının tamamına rastlandığı görülmüştür. Bu kavram imajları dışında net bir kavram imajına sahip olmayan, kesri sadece pay, payda ve kesir çizgisi olarak görenler için pay-payda kavram imajı kategorisi oluşturulmuştur. Kavram imajlarının dağılımına bakıldığında bölüm, parça-bütün ve pay-payda kavram imajlarına sahip öğrenci sayısının diğerlerine göre daha yüksek olduğu görülmüştür. En yüksek öğrenci sayısına sahip kavram imajının ise bölüm kavram imajı olduğu görülmüştür. Kız ve erkek öğrencilerin sahip oldukları kavram imajlarının dağılımı ise birbirlerine yakındır. Ancak kız öğrencilerde en yüksek ikinci kavram imajı pay-payda iken erkeklerde parça-bütün kavram imajıdır.

Bölüm imajına sahip bir öğrencinin kavram imaj anketi sorularına verdiği cevaplar;

1. Soru: Kesir nedir? Açıklayınız.

1. Kesir nedir? Açıklayınız.
 Bir A ile B sayısını üst üste yazılır ve bölünür.
 Kesir bu na denir. Şekilde bir kesir örneği =
 $\frac{120}{130}$ bu şekilde 120 : 130'dır diye biliriz.

Şekil 1: Ö145 Kodlu Öğrencinin 1. Soruya Verdiği Cevap

Öğrencinin verdiği cevapta özellikle iki sayının bölümüne vurgu yaptığı görülmektedir. Bir örnekle de bölüm düşüncesini desteklemiş ve özellikle bölme işaretini kullanmıştır.

2. Soru: Üç tane kesir örneği veriniz.

1- $\frac{2}{5}$ tam sayılı kesir
 2- $\frac{10}{8}$ Bileşik kesir
 3- $\frac{2}{4}$ Basit kesir

Şekil 2: Ö145 Kodlu Öğrencinin 2. Soruya Verdiği Cevap

Öğrencinin verdiği kesir örnekleri klasik pay ve payda yapısındadır. Özellikle bölüm imajını destekleyecek bir yapıda değildir. Aynı şekilde diğer kavram imajı kategorilerini de işaret edecek özellikte değildir.

3. Soru. Kesir denildiğinde aklınıza gelen şeyleri yazınız.

...Kesir, gızsızlıkla, Pay ve Paydası olan sayıları bölmek
...Belir ve yarı, gerçek, tam adır. Kesir problemleri
...Belir.

Şekil 3: Ö145 Kodlu Öğrencinin 3. Soruya Verdiği Cevap

Öğrencinin kesirle ilgili aklına gelen ifadelere baktığımızda yine bölüm anlamını öne çıkılmaktadır. Bu üç soruya verdiği cevaplar hep birlikte ele alındığında öğrencinin bölüm kavram imajına sahip olduğu görülmektedir.

Parça-bütün kavram imajına sahip bir öğrencinin kavram imaj anketi sorularına verdiği cevaplar;

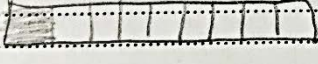
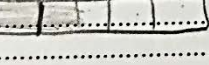

1. Soru: Kesir nedir? Açıklayınız.

1. Kesir nedir? Açıklayınız.
...Kesir, bir şeyi parçalara ayırıp aldığımız, yaptığımız, yediğimiz, şöyle
...belirten bir matematik kavramıdır.
...Basit Kesir \Rightarrow pay paydasından büyüktür.
...Bileşik Kesir \Rightarrow pay paydasından küçüktür.
...Tam sayılı Kesir \Rightarrow diyelim 3 pasta var ben bu
...pastanın 2 tane sini ve $\frac{5}{2}$ yedim. Bu bir tam sayılı
...kesirdir.

Şekil 4: Ö456 Kodlu Öğrencinin 1. Soruya Verdiği Cevap

Öğrenci kesri bir bütünün parçalara ayrılması ve bir kısmının alınması (yenilmesi) olarak ifade ettiği için kesrin parça-bütün anlamını vurgulamaktadır.

2. Soru: Üç tane kesir örneği veriniz.

$\frac{1}{9}$ 
 $\frac{2}{5}$ 
 $\frac{8}{9}$ 

Şekil 51: Ö456 Kodlu Öğrencinin 2. Soruya Verdiği Cevap

Öğrencinin verdiği kesir örnekleri özellikle bir bütünün parçalara ayrılması ve bir kısmının taranması şeklinde olduğu için, yine kesrin parça-bütün anlamına işaret etmektedir.

3. Soru. Kesir denildiğinde aklınıza gelen şeyleri yazınız.

Bir pastanın $\frac{8}{2}$ 'si alınabilir

Şekil 6: Ö456 Kodlu Öğrencinin 3. Soruya Verdiği Cevap

Öğrencinin kesir ile ilişki kurduğu ifadelere baktığımızda pasta ve pastanın bir kısmını belirten bir örnek vermesi zihninde parça-bütün anlamının varlığını göstermektedir. Görüldüğü üzere öğrenci bu üç soruya verdiği cevaplarla parça-bütün ilişkisine vurgu yapmış, verdiği kesir örneklerini de özellikle parça-bütün gösterimleriyle vermiştir. Öğrencinin kesre dair parça-bütün kavram imajına sahip olduğu anlaşılmaktadır.

Pay-Payda imajına sahip bir öğrencinin kesir kavram imajı anketi sorularına verdiği cevaplar;

1. Soru: Kesir nedir? Açıklayınız.

İki sayının alt alta gelecek şekilde arasına bir çubuk konularak yazılan şeye kesir denir.

Şekil 2: Ö612 Kodlu Öğrencinin 1. Soruya Verdiği Cevap

Öğrenci kesrin tanımını yaparken sade kesri oluşturan parçalardan bahsetmiş, görsel ve yüzeysel bir açıklama yapmıştır. Literatürde geçen kesrin anlamlarına benzeyen bir açıklamada bulunmamıştır.

2. Soru: Üç tane kesir örneği veriniz.

$\frac{22}{5}$ $\frac{5}{12}$ $\frac{22}{12}$

Şekil 7: Ö612 Kodlu Öğrencinin 2. Soruya Verdiği Cevap

Verdiği örnekler klasik kesir gösterimi olup kesrin anlamlarını işaret edecek bir özelliğe sahip değildir.

3. Soru: Kesir denildiğinde aklınıza gelen şeyleri yazınız.

Sayılar alt alta yazılması aklıma geldi y.o.r.

Şekil 8: Ö612 Kodlu Öğrencinin 3. Soruya Verdiği Cevap

Kesirle bağlantılı olduğunu düşündüğü herhangi bir şey aklına gelmediği görülmektedir. İlk soruda belirttiği gibi sadece alt alta yazılan sayılar olarak ifade etmiştir. Öğrencinin verdiği cevaplara bakıldığında

kesir kavramına ilişkin net ve derin bir kavram imajının oluşmadığı, kesri sadece simgesel olarak algıladığı ve kesir çizgisiyle ayrılan alt alta yazılan iki sayı olarak gördüğü görülmüştür. Bu nedenle literatürde yer alan kesir anlamları yerine pay-payda kavram imajına sahip olduğuna karar verilmiştir.

Oran kavram imajına sahip bir öğrencinin kesir kavram imajı anketi sorularına verdiği cevaplar;

1. Soru: Kesir nedir? Açıklayınız.

kesri kısaca açıklayacak olursak:
Bir sayının başka bir sayıya olan oranıdır kesir.

Şekil 9: Ö503 Kodlu Öğrencinin 1. Soruya Verdiği Cevap

Öğrenci özellikle bir sayının başka bir sayıya oranı şeklinde bir ifade kullanmıştır. Literatürde var olan kesrin oran anlamına uygun bir cevap vermiştir.

2. Soru: Üç tane kesir örneği veriniz.

Basit kesir = $\frac{1}{5}$
Bölgesik kesir = $\frac{3}{5}$
Tamsayılı kesir = $6\frac{7}{5}$

Şekil 10: Ö503 Kodlu Öğrencinin 2. Soruya Verdiği Cevap

Verdiği kesir örnekleri kesrin çeşitlerine dair örneklerdir ve kesrin anlamlarından biriyle ilişkilendirebileceğimiz bir ifade değildir.

3. Soru: Kesir denildiğinde aklınıza gelen şeyleri yazınız.

Bir şeyin oranı, vb.
Pay ve payda Aklıma geliyor.

Şekil 11: Ö503 Kodlu Öğrencinin 3. Soruya Verdiği Cevap

Öğrencinin kesirle ilişki kurduğu ifade yine kesrin oran anlamını işaret etmektedir. Sorulara verdiği cevaplar incelendiğinde 1. ve 3. soruda kesrin oran yorumuna vurgu yaptığı ve 2. soruda da oran anlamını vermese de aksine bir durum da ifade etmediği görülmüştür. Öğrencinin kesre dair oran kavram imajına sahip olduğu anlaşılmaktadır.

İşlemci kavram imajına sahip bir öğrencinin kesir kavram imajı anketi sorularına verdiği cevaplar;

1. Soru: Kesir nedir? Açıklayınız.

Kesir belirli sayıları sadeleştirmek, bölmek ve çarpmak olabilir.

Şekil 123: Ö123 Kodlu Öğrencinin 1. Soruya Verdiği Cevap

Öğrenci kesri kavramını, sadeleştirme, çarpma bölme gibi işlemlerle açıklamaya çalışmıştır. Behr, Harel, Post ve Lesh (1993)'un kesrin işlemci anlamını açıklayan ifadeleriyle tutarlılık göstermektedir.

2. Soru: Üç tane kesir örneği veriniz.

$2\frac{5}{2}$ $\frac{6}{2}$ $6\frac{1}{3}$

Şekil 13: Ö123 Kodlu Öğrencinin 2. Soruya Verdiği Cevap

Öğrencinin verdiği örnekler klasik kesir gösterimi olup kesrin anlamlarını işaret edecek bir özelliğe sahip değildir.

3. Soru: Kesir denildiğinde aklınıza gelen şeyleri yazınız.

Kesir denildiğinde aklıma;
sayılar
çizgi
tam
yarım
çeyrek

Şekil 14: Ö123 Kodlu Öğrencinin 3. Soruya Verdiği Cevap

Öğrencinin kesirle ilgili aklına gelen ifadeler, kesirle ilgili temel kavramlardır ve literatürde geçen kesrin anlamlarına işaret edecek özellikte görülmemiştir. Üç soruya verdiği tüm cevaplar ele alındığında 2. ve 3. sorudan öğrencinin kavram imajını belirlemeye yönelik bir ipucu bulunamasa da 1. soruda özellikle kesrin işlemci anlamını vurgulamaktadır. Bu nedenle öğrencinin kesir kavram imajının işlemci kavram imajı olduğu belirlenmiştir.

Ölçü kavram imajına sahip bir öğrencinin kesir kavram imajı anketi sorularına verdiği cevaplar;

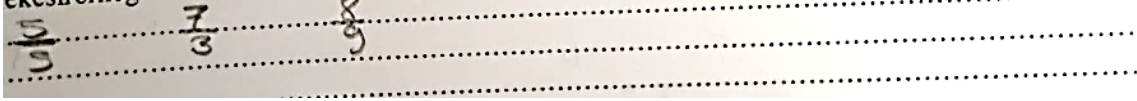
1. Soru: Kesir nedir? Açıklayınız.

1. Kesir nedir? Açıklayınız.
Kesir bir şeyi olanı yarayan birimdir

Şekil 15: Ö405 Kodlu Öğrencinin 1. Soruya Verdiği Cevap

Öğrenci kesri açıklarken ölçme için kullanılan birim ifadesini kullanmıştır. Bu ifade kesrin ölçü anlamını doğrudan işaret etmektedir.

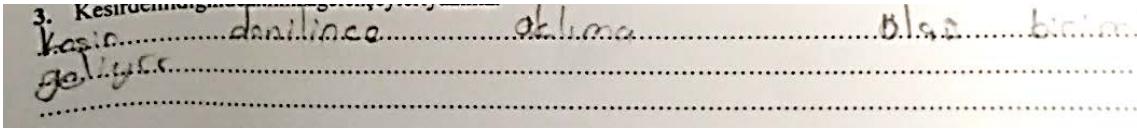
2. Soru: Üç tane kesir örneği veriniz.



Şekil 16: Ö405 Kodlu Öğrencinin 2. Soruya Verdiği Cevap

Öğrencinin verdiği örnekler klasik kesir gösterimi olup kesrin anlamlarını işaret edecek bir özelliğe sahip değildir.

3. Soru. Kesir denildiğinde aklınıza gelen şeyleri yazınız.



Şekil 17: Ö405 Kodlu Öğrencinin 3. Soruya Verdiği Cevap

3. soruda da öğrenci 1. soruda olduğu gibi ölçü birimi ifadesini kullanmıştır. 2. soruda da aksine bir durum söz konusu olmadığı için öğrencinin kesir kavram imajı ölçü kavram imajı olarak belirlenmiştir.

TARTIŞMA, SONUÇ VE ÖNERİLER

Öğrencilerin kesir kavram imajlarına bakıldığında literatürde yer alan kesir anlamlarının her birinin yer aldığı görülmüştür. Öğrencilerin en çok sahip oldukları kavram imajları sırasıyla bölüm, parça-bütün, pay-payda kavram imajlarıdır. En az sayıda öğrencinin sahip olduğu kavram imajları sırasıyla ölçü, oran ve işlemci kavram imajlarıdır ve ilk üç kavram imajına göre oldukça az sayıdadır. Kız ve erkek öğrencilerin sahip oldukları kavram imajlarının dağılımı ise birbirine benzerdir.

Öğrencilerin sahip oldukları kavram imajları içinde bölüm kavram imajı diğer kavram imajlarına göre oldukça fazla öğrencinin zihninde oluşmuştur. Bu durumun nedeni kesirlerin sözlü olarak ifade edilmesinde “bir bölü iki” gibi “bölü” kelimesinin kullanılmasının etkisi olabilir. Bu çalışmada öğrencilerin en çok sahip olduğu kavram imajı bölüm iken, Toluk (2002)’ün çalışmasında 5. sınıf öğrencilerinin kesirleri daha çok parça-bütün olarak algıladıkları bölüm anlamını tam olarak anlayamadıkları sonucuna ulaşılmıştır. Buradaki farklılığın sebebi sınıf seviyelerindeki farklılık olabilir. Sınıf seviyesi arttıkça öğrenciler kesrin bölüm anlamını daha iyi kavramakta ve parça-bütün kavram imajının yerini bölüm kavram imajı almakta olabilir. Macit ve Nacar (2019)’ın ilköğretim matematik öğretmenliği öğrencileriyle yapmış olduğu çalışmada ve Baştürk (2016)’ün sınıf öğretmenliği öğrencileri ile yapmış olduğu çalışmada, bölüm kavram imajı daha az kişide görülmüştür. Bu farklılık yine sınıf seviyesinden kaynaklı olabilir. 7. sınıftan sonra öğrencilerin rasyonel sayılarla tanışmasıyla kesir kavram imajlarında değişimler olmuş olabilir. Tall ve Vinner (1981) da bireyin yeni durumlarla karşılaştıkça sahip oldukları kavram imajlarının değişebileceğini belirtmiştir.

Öğrencilerin eğitim hayatında ilk olarak karşılaştıkları ve bölge gösterim metodunun da etkisiyle kesir öğretiminde en çok yer alan kesir anlamı parça-bütün anlamıdır. Buna rağmen, öğrencilerin sahip

oldukları kavram imajları arasında parça-bütün kavram imajı bölüm kavram imajından sonra ikinci sırada gelmektedir. Matematik öğretim programında 6. sınıfta kesirlerle işlemlere daha fazla odaklanılmasıyla parça-bütün anlamının kavram imajını oluşturmasının öğrencinin ihtiyaçlarına göre yetersiz kalması da buna neden olabilir. Charalambos ve Pitta-Pantazi (2005) de çarpım gibi işlemlerin öğretiminde daha çok bölüm ve işlemci anlamıyla öğretilmesinin daha etkili olduğunu belirtmiştir. Macit ve Nacar (2019) ile Baştürk (2016)'ün yapmış oldukları çalışmalarda, bu çalışmadan farklı olarak kesirlerde en yüksek kavram imajı parça-bütün kavram imajı çıkmıştır. Buradaki farklılığın sebebi yine sınıf seviyelerinden kaynaklı olabilir. Macit ve Nacar (2019)'ın çalışmasında rasyonel sayıları parça-bütün olarak görenlerin sayısı ise çok düşük çıkmıştır. Çalışmada rasyonel sayıların ve kesirlerin aynı anda sorulması nedeniyle kesirlerde parça-bütün anlamına sahip olanların sayısı yüksek çıkmış olabilir. Kesir kavramının rasyonel sayılara temel oluşturduğu, 7. sınıftan itibaren kesir yerine rasyonel sayı kavramına geçildiği ve hemen hemen aynı anlamlarda kullanıldığı düşünülürse parça-bütün anlamının yıllar geçtikçe daha çok kesirle ilişkilendirildiği diğer anlamların ise rasyonel sayı kavramına aktarıldığı düşünülebilir.

Yapılan bu çalışmada en çok sahip olunan kavram imajlarından biri üçüncü sıradaki pay-payda kavram imajıdır. Pay-payda kavram imajına sahip olan öğrenciler kesri sadece simgesel olarak görmektedirler ve kapsamlı, yeterli bir kavram imajına sahip değildir. Birgin ve Gürbüz (2009)'ün 7. sınıf öğrencileriyle yaptıkları çalışmada 7. sınıf öğrencilerinin kesirler konusundaki kavramsal bilgilerinin eksik bulunması sonucuyla benzerlik göstermektedir. Öğrencilerin kesir kavramını anlamlandırmakta yaşadığı sorunlar ileriki yıllarda da devam etmektedir. Macit ve Nacar (2019) ile Baştürk (2016)'ün çalışmalarında kesri yeterli bir şekilde açıklayamayan öğrencilerin sayısı üniversite düzeyinde olmalarına rağmen oldukça yüksektir.

Yapılan çalışmada oran, işlem ve ölçü kavram imajlarına sahip öğrencilerin sayısı, bölüm, parça-bütün ve pay-payda kavram imajlarına göre çok düşük çıkmıştır. Charalambos ve Pitta-Pantazi (2007)'nin 5. ve 6. sınıflarla yaptıkları çalışmada kesrin ölçü ve işlemci anlamında düşük performans gösterdiklerini bulmuşlardır. Bu açıdan bakıldığında öğrenciler kesrin ölçü ve işlemci anlamları yeterince anlayamadıkları için kavram imajlarında da yer vermemiş olabilirler. Oran anlamının parça-bütün anlamıyla yakın bir anlam ilişkisinin olması öğrencilerin oran yerine parça-bütün anlamına kavram imajlarında yer vermelerine neden olmuş olabilir (Lamon, 2007; Van de Walle, Karp ve Bay-Williams, 2013:349).

Kesri sadece pay-payda olarak gören ve kesir kavram imajları yüzeysel olan öğrencilerin sayısının yüksek olması, kavramsal öğrenmenin etkili bir şekilde gerçekleşmediğine işaret etmektedir. Okullarda öğrencilerin kavramsal öğrenmelerine daha fazla önem verilmesi gerektiği söylenebilir. Kesrin ölçü ve işlemci anlamlarını kavram imajlarında yer veren öğrencilerin sayısının azlığı, öğrencilerin kesrin bu anlamlarını anlamadıkları ya da bilmediklerini göstermemekle birlikte, eğitimleri sırasında bu anlamlara yeterince yer verilmediği düşünülebilir. Alacacı (2010)'un da belirttiği gibi bu farklı yorumların öğretim sırasında ele alınması kesirlerin kavramsal boyutlarını açık ve geniş bir şekilde ortaya koymak açısından daha kullanışlı olacaktır.

KAYNAKÇA

- Alacacı, C. (2010). Öğrencilerin kesirler konusundaki kavram yanılgıları. E. Bingölbali & M. F. Özmantar. (Ed.), *İlköğretimde karşılaşılan matematiksel zorluklar ve çözüm önerileri* içinde (ss. 63-95). Ankara: Pegem Akademi.
- Altıparmak, K. & Özudoğru, M. (2015). Hata ve kavram yanılgısı: Kesir ve parça-bütün ilişkisi. *International Journal of Human Sciences*, 12(2), 1465-1483. Doi: 10.14687/ijhs.v12i2.3404.

- Bailey, D. H., Hoard, M. K., Nugent, L., & Geary, D. C. (2012). Competence with fractions predicts gains in mathematics achievement. *Journal of Experimental Child Psychology*, 113, 447-455. Doi: 10.1016/j.jecp.2012.06.004
- Basturk, S. (2016). Primary student teachers' perspectives of the teaching of fractions. *Acta Didactica Napocensia*, 9(1), 35-44.
- Baykul, Y. (2009). *İlköğretimde matematik öğretimi 6-8. sınıflar*. Ankara: Pegem Akademi.
- Behr, M., Harel, G., Post, T., & Lesh, R. (1993). Rational numbers: Toward a semantic analysis-emphasis on the operator construct. In T. Carpenter, E. Fennema, T. Ramberg (Eds.), *Rational numbers: An integration of research* (pp. 13-47). Lawrence Erlbaum Associates, New Jersey.
- Biber, A. Ç., Tuna, A., & Aktaş, O. (2013). Öğrencilerin kesirler konusundaki kavram yanılgıları ve bu yanılgıların kesir problemleri çözümlerine etkisi. *Trakya Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 3(2), 152-162.
- Birgin, O., & Gürbüz, R. (2009). İlköğretim II. kademe öğrencilerinin rasyonel sayılar konusundaki işlemsel ve kavramsal bilgi düzeylerinin incelenmesi. *Uludağ Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 22(2), 529-550.
- Charalambous, C. Y., & Pitta-Pantazi, D. (2005). Revisiting a theoretical model on fractions: Implications for teaching and research. Chick, H. L. & Vincent, J. L. (Ed.), *Proceedings of the 29th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* içinde, (s. 233-240). Melbourne.
- Charalambous, C. Y., & Pitta-Pantazi, D. (2007). Drawing on a theoretical model to study students' understandings of fractions. *Educational Studies in Mathematics*, 64(3), 293. Doi: 10.1007/s10649-006-9036-2
- Clarke, D. (2006). Fractions as division: The forgotten notion?. *Australian Primary Mathematics Classroom (APMC)*, 11(3), 4-10.
- Corbin, J., & Strauss, A. (2008). *Basics of qualitative research: Techniques and procedures for developing grounded theory (3rd ed.)*. Thousand Oaks, CA: Sage.
- Creswell, J. (2015). *Nitel araştırma yöntemleri beş yaklaşıma göre nitel araştırma ve araştırma deseni*. 3. Baskı. Ankara: Siyasal Kitabevi.
- Dogan, A., & Tertemiz, N. I. (2019). Investigating primary school teachers' knowledge towards meanings of fractions. *International Education Studies*, 12(6), 56-74. Doi: 10.5539/ies.v12n6p56
- Doğan, M., & Yeniterzi, B. (2011). İlköğretim 7. sınıf öğrencilerinin rasyonel sayılar konusundaki hazır bulunuşlukları. *Selçuk Üniversitesi Ahmet Keleşoğlu Eğitim Fakültesi Dergisi*, 31, 217-237.
- Gabriel, F. C., Coché, F., Szucs, D., Carette, V., Rey, B., & Content, A. (2013). A componential view of children's difficulties in learning fractions. *Frontiers in Psychology*, 4, 715-730. Doi: 10.3389/fpsyg.2013.00715
- Işık, C., & Kar, T. (2014). 7. Sınıf öğrencilerinin kesirlerde toplama işlemine kurdukları problemlerin analizi. *Elementary Education Online*, 11(4), 1021-1035.
- Kieren, T. E. (1993). Rational and fractional numbers: From quotient fields to recursive understanding. T.P. Carpenter, E. Fennema & T. A. Romberg (Eds.) *Rational numbers: An integration of research* içinde. (s.49-84). Lawrence Erlbaum Associates, New Jersey.
- Küçük, A., & Demir, B. (2009). İlköğretim 6-8.sınıflarda matematik öğretiminde karşılaşılan bazı kavram yanılgıları üzerine bir çalışma. *Dicle Üniversitesi Ziya Gökalp Eğitim Fakültesi Dergisi*, 13, 97-112.
- Lamon, S. J. (1999). *Teaching Fractions and Ratios for Understanding*. Lawrence Erlbaum Associates, New Jersey.
- Lamon, S. J. (2007). Rational numbers and proportional reasoning: Toward a theoretical framework. F. Lester (Ed.), *Second handbook of research on mathematics teaching and learning* içinde (pp. 629-668). NC: Information Age Publishing.

- Macit, E., & Nacar, S. (2019). İlköğretim matematik öğretmenliği öğrencilerinin rasyonel sayı ve kesir kavram imajları. *İnönü Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü Dergisi*, 6(11), 50-62. Doi: 10.29129/inujse.547277
- MEB. (2009). *İlköğretim matematik dersi öğretim programı ve klavuzu: 6-8. sınıflar*. Ankara: Talim ve Terbiye Kurulu Başkanlığı.
- Miles, M. B., & Huberman, A. M. (1994). *Qualitative data analysis* (2. edition). London: Sage Publications.
- Mitchell, A., & Horne, M. (2008). Fraction number line and the additivity concept of length measurement. M. Goos, R. Brown and K. Makar, (Eds.). *Proceedings of the 31st Annual Conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia* içinde. (s. 353-360). Brisbane: MERGA.
- Olive, J. (1999). From fractions to rational numbers of arithmetic: a reorganization hypothesis. *Mathematical Thinking and Learning*, 1(4), 279-314. Doi: 10.1207/s15327833mtl0104_2
- Olkun, S., & Toluk-Uçar, Z. (2012). *İlköğretimde etkinlik temelli matematik öğretimi* (5. Baskı). Ankara: Eğiten Kitap.
- Pantziara, M., & Philippou, G. (2012). Levels of students' "conception" of fractions. *Educational Studies in Mathematics*, 79, 61-83.
- Pesen, C. (2007). Öğrencilerin kesirlerle ilgili kavram yanılgıları. *Eğitim ve Bilim*, 32(143), 79-88.
- Pesen, C. (2008). Kesirlerin sayı doğrusu üzerindeki gösteriminde öğrencilerin öğrenme güçlükleri ve kavram yanılgıları. *İnönü Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 9(15), 157-168.
- Rösken, B., & Rolka, K. (2007). Integrating intuition: The role of concept image and concept definition for students' learning of integral calculus. *The Montana Mathematics Enthusiast*, 3, 181-204.
- Tall, D., & Vinner, S. (1981). Concept image and concept definition in mathematics, with special reference to limits and continuity. *Educational Studies in Mathematics*, 12(2), 151-169. Doi: 10.1007/BF00305619
- Toluk, Z. (2002). İlkokul öğrencilerinin bölme işlemi ve rasyonel sayıları ilişkilendirme süreçleri. *Boğaziçi Üniversitesi Eğitim Dergisi*, 19(2), 81-101.
- Van de Walle, J. A., Karp, K. S., & Bay-Williams, J. W. (2013). *İlkokul ve ortaokul matematiği: Gelişimsel yaklaşımla öğretim* (6. Baskı). (Çev. S. Durmuş). Ankara: Nobel.
- Vinner, S. (1983). Concept definition, concept image and the notion of function. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 14(3), 293-305. Doi: 10.1080/0020739830140305
- Wells, C. (2003). *A handbook of mathematical discourse*. Haverford PA: Infinity Publishing Company.
- Yanık, H. B. (2015). Rasyonel sayılar. İ. Ö. Zembat, M. F. Özmantar, E. Bingölbali, H. Şandır ve A. Delice (Ed), *Tanımları ve tarihsel gelişimleriyle matematiksel kavramlar* içinde (pp. 95-110). Ankara: Pegem Akademi.
- Yıldırım, A., & Şimşek, H. (2008). *Sosyal bilimlerde nitel araştırma yöntemleri*. 6. Baskı, Ankara: Seçkin Yayınları.