

Gauss ve Laplace Gürültülü Kanallar Arasında Optimal Anahtarlama

Optimal Channel Switching between Gauss and Laplace Channels

M. Emin Tutay¹

¹Dicle Üniversitesi, Elektrik-Elektronik Mühendisliği Bölümü, Diyarbakır, emin.tutay@dicle.edu.tr ORCID:0000-0002-1506-0028

MAKALE BİLGİLERİ

Makale geçmişi:

Geliş: 10 Temmuz 2020
Düzeltilme: 7 Eylül 2020
Kabul: 10 Eylül 2020

Anahtar kelimeler:

Kanal anahtarlama, ortalama hata olasılığı, Gauss kanalı, Laplace kanalı

ÖZET

Bu çalışmada, verici ve alıcı arasında Gauss ve Laplace haberleşme kanalları bulunan ikili iletişim sistemleri çalışılmaktadır. Ortalama güç kısıtlaması altında, ortalama hata olasılığını en küçülten stratejinin araştırılması amaçlanmaktadır. Öncelikle, optimal stratejinin sunulan eniyileme probleminin çözümü şeklinde olduğu gösterilmektedir. Daha sonra, kanal anahtarlamasının sistem performansını ortalama hata olasılığı açısından iyileştiremeyeceği koşul elde edilmektedir. Bu durumda, optimal çözümün herhangi güç kısıtlaması altında Gauss kanalı üzerinden iletim şeklinde olduğu gösterilmektedir. Koşulun sağlanmadığı durumda ise optimal strateji, eniyileme probleminin çözümü ile belirlenmektedir. Son olarak, kuramsal sonuçları doğrulamak amacıyla sayısal örnekler sunulmaktadır.

Doi: 10.24012/dumf.767658

ARTICLE INFO

Article history:

Received: 10 July 2020
Revised: 7 September 2020
Accepted: 10 September 2020

Keywords:

Channel switching, average error probability, Gauss channel, Laplace channel

ABSTRACT

In this paper, binary communication systems are studied in the presence of Gauss and Laplace channels. The objective is to investigate the optimal strategy that minimizes average error probability under the average power constraint. First, it is shown that the optimal strategy is the solution of the presented optimization problem. Then, the condition in which channel switching does not provide any further performance enhancement is obtained. In this case, it is shown that the optimal strategy is to transmit over Gauss channel for any value of the average power constraint. In the case of the condition is not satisfied, the optimal strategy is determined by the solution of the optimization problem. Finally, to corroborate theoretical results, numerical examples are presented.

* Sorumlu yazar / Correspondence
Mehmet Emin TUTAY
emin.tutay@dicle.edu.tr

Giriş

İletişim sistemlerinde, ortalama güç kısıtlaması altında rastgeleleştirme tekniğinin, performansı ortalama hata olasılığı açısından iyileştirebildiği literatürde çeşitli çalışmalarda gösterilmiştir [1-10]. Gauss olmayan gürültü dağılımları için bu yaklaşım, sistemin verici tarafında düşünülmüş ve optimal işaretleme stratejisi belirlenmiştir [1-3]. Aynı yaklaşım, iletişim sistemlerinin alıcı tarafında da ele alınmış ve optimal sezici rastgeleleştirme tekniği ile beraber bunlara karşılık gelen optimal işaretleme stratejileri çalışılmıştır [6-7].

Sistemde verici ve alıcı arasında birden çok haberleşme kanalı bulunması durumunda, rastgeleleştirme tekniği farklı haberleşme kanallarının iletişim için zaman paylaşımlı kullanılması şeklinde uygulanabilir [8-10]. Literatürde kanal anahtarlama olarak bilinen bu teknik, ilk olarak [8]'de ele alınmış, sistemin ortalama hata olasılığının kanal gürültü modellerine ve ortalama güç kısıtlamasına bağlı olarak iyileştirilebileceği gösterilmiştir. Bir başka çalışmada, Gauss gürültülü kanal ile Gauss karışım gürültülü kanallar ele alınmış ve ortalama hata olasılığının iyileştirilebildiği çeşitli örnekler ile gösterilmiştir [9].

Bu çalışmada, sistemdeki toplanır gürültülü kanal modellerinin Gauss veya Laplace gürültülü kanal modelleri olduğu ikili iletişim sistemi, güç kısıtlaması altında ele alınmaktadır. İlk olarak, optimal stratejinin sunulan eniyileme probleminin formülü şeklinde olduğu gösterilmektedir. Daha sonra, Gauss gürültülü kanal ile Laplace gürültülü kanala göre asimptotik olarak daha iyi performans elde edildiği gösterilmektedir. Ayrıca, Gauss ve Laplace kanalları arasında rastgeleleştirmenin tek kanallı iletme göre ortalama hata olasılığını iyileştiremediği koşul elde edilmektedir. Bu durumda, ortalama güç kısıtlamasının değerinden bağımsız olarak optimal stratejinin Gauss kanalı üzerinden iletim şeklinde olduğu gösterilmektedir. Belirtilen koşulun sağlanmadığı durumda, sistemin güç kısıtlamasına bağlı olarak Gauss veya Laplace gürültülü kanalların birbirlerine göre daha iyi performans verebilecekleri

gösterilmektedir. Bu durumda, optimal strateji eniyileme probleminin çözümü ile elde edilmektedir. Son olarak, rastgeleleştirmenin ortalama hata olasılığını iyileştirdiği ve iyileştirmede her iki durum için sayısal sonuçlar birer örnek ile gösterilmektedir.

Problem Tanımı

İletişim sistemlerinde, verici ve alıcı arasında anlık olarak sadece birinin kullanıldığı çoklu toplanır gürültü kanallarının mevcut olduğu durum ele alınmaktadır. Belirli bir anda, verici hangi haberleşme kanalının kullanılacağı bilgisine sahip olup, bu kanala karşılık gelen yıldız kümesine (signal constellation) göre iletimi gerçekleştirmektedir.

Kanal gürültülerinin, Gauss veya Laplace dağılımına sahip gürültüler olduğu ikili iletişim sistemleri düşünülmektedir. Gürültü dağılımları Gauss ve Laplace ile modellenen kanal sayıları, sırasıyla K_G ve K_L ile gösterilmektedir. Burada, K_G adet Gauss kanalı değişinti (varyans) değerleri açısından farklılık göstermektedir. Benzer bir şekilde K_L adet Laplace kanalı da değişinti değerleri açısından farklılık göstermektedir. Ayrıca, "0" ve "1" sembollerine karşılık gelen önsel olasılıkların eşit olduğu kabul edilmektedir. Bu durumda, en iyi performansı verdiğinden alıcıda maksimum olabilirlik (ML) kurallı sezici kullanılmaktadır [11-12].

Bu çalışmada amaç, ortalama güç kısıtlaması altında ortalama hata olasılığını minimize eden stratejiyi bulmaktır. Mevcut kanal sayısından bağımsız olarak, optimal stratejinin en çok iki kanal üzerinden zaman paylaşımı şeklinde olduğu [4,8,10] çalışmalarındakine benzer yaklaşımlarla ispat edilebilir. Ayrıca, ortalama hata olasılığı Gauss ve Laplace kanalları için tekdüze, azalan ve dışbükey fonksiyonlar olduğundan optimal strateji için en düşük değışintili Gauss ve Laplace kanalları dışındakilerin kullanılmayacağı açıktır.

Matematiksel olarak ifade edilecek olursa, $U = \{\alpha, P_G, P_L\}$ eniyileme uzayı iken, aşağıda belirtilen eniyileme probleminin çözümü optimal stratejiyi belirleyecektir.

$$\begin{aligned} & \min_U \alpha e_G(P_G) + (1-\alpha)e_L(P_L) \\ & \text{öyle ki } \alpha P_G + (1-\alpha)P_L \leq P_{avg} \\ & 0 \leq \alpha \leq 1 \end{aligned} \quad (1)$$

Burada P_G ve P_L sırasıyla Gauss ve Laplace kanalları üzerinden yapılan iletim için harcanan ortalama gücü gösterirken $e_G(P_G)$ ve $e_L(P_L)$ buna karşılık elde edilen ortalama hata olasılıklarını göstermektedir. Sistem için ortalama güç kısıtlaması P_{avg} ile belirtilmektedir.

Ayrıca, α iletim için Gauss kanalının kullanılma oranını gösteren değişken (kanal anahtarlama oranı) olarak, tanımlanmaktadır. Örnek olarak, $\alpha = 0.2$ değeri zamanın %20'sinde Gauss kanalı üzerinden iletim yapıldığı, %80'inde ise Laplace kanalı üzerinden iletim yapıldığı anlamını taşımaktadır.

Mevcut gürültü dağılımları ve eşit önsel olasılıklar dikkate alındığında, "0" ve "1" bitleri için S_0 ve S_1 işaret değerlerini göstermek üzere, işaret değerleri $S_1 = -S_0$ olarak seçileceğinden, denklem (1)'deki ortalama hata olasılıkları iletim için harcanan ortalama gücün fonksiyonu olarak belirtilmektedir.

Denklem (1) incelendiğinde, optimal stratejinin aşağıda belirtilen yöntemlerden biri şeklinde olduğu görülmektedir:

- Gauss kanalı üzerinden iletim ($\alpha = 1$)
- Laplace kanalı üzerinden iletim ($\alpha = 0$)
- Gauss ve Laplace kanalları üzerinden zaman paylaşımı şeklinde iletim ($0 < \alpha < 1$)

Optimal Strateji

Bu bölümde optimal strateji için yukarıda belirtilen yöntemler incelenmektedir. Ortalama değeri "0" olan Gauss gürültüsü için olasılık yoğunluk fonksiyonu (OYF)

$$f_G(n) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma_G} e^{-\frac{n^2}{2\sigma_G^2}} \quad (2)$$

olarak tanımlanmaktadır [13]. Burada σ_G Gauss gürültüsü için standart sapma değerini göstermektedir. Bu kanal üzerinden P_G ortalama gücü harcanarak yapılan ikili iletişim neticesinde

ortalama hata olasılığı $e_G(P_G) = Q(\sqrt{P_G}/\sigma_G)$ olarak hesaplanmaktadır [13]. Burada $Q(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_x^\infty e^{-t^2/2} dt$ şeklinde tanımlanmaktadır [13].

Ortalama değeri "0" olan Laplace gürültüsü için OYF,

$$f_L(n) = \frac{1}{\sqrt{2}\sigma_L} e^{-\frac{|n|\sqrt{2}}{\sigma_L}} \quad (3)$$

olarak verilmektedir [13]. Burada σ_L Laplace gürültüsü için standart sapmayı göstermektedir. Bu kanal üzerinden P_L ortalama gücü harcanarak elde edilen ortalama hata olasılığı $\frac{1}{2} e^{-\sqrt{2}P_L/\sigma_L}$ olarak hesaplanabilir.

Optimal stratejinin belirlenebilmesi amacıyla, iki kanalın ortalama hata olasılıkları arasındaki fark aşağıdaki fonksiyon olarak tanımlanmaktadır:

$$\begin{aligned} e_d(p) &= e_L(p) - e_G(p) \\ &= \frac{1}{2} e^{-\frac{\sqrt{2}p}{\sigma_L}} - Q\left(\frac{\sqrt{p}}{\sigma_G}\right) \end{aligned} \quad (4)$$

Türev alınacak olursa,

$$e'_d(p) = \frac{1}{2\sqrt{2}p} \left[\frac{e^{-p/2\sigma_G^2}}{\sigma_G\sqrt{\pi}} - \frac{e^{-\sqrt{2}p/\sigma_L}}{\sigma_L} \right] \quad (5)$$

eşitliği elde edilmektedir.

Lemma 1: Gauss ve Laplace kanallarının ortalama hata olasılıkları için, aşağıda verilen eşitsizlik geçerlidir:

$$e_G(p) < e_L(p) \quad \forall p \in \left(\frac{8\sigma_G^4}{\sigma_L^2}, \infty\right) \quad (6)$$

İspat: Kanalların ortalama hata olasılık performansları için aşağıdaki eşitsizlikler geçerlidir:

$$e_G(p) \stackrel{(1)}{\leq} \frac{1}{2} e^{-\frac{p}{2\sigma_G^2}} \stackrel{(2)}{<} \frac{1}{2} e^{-\frac{\sqrt{2}p}{\sigma_L}} = e_L(p) \quad (7)$$

Burada, eşitsizlik (1), $Q(\cdot)$ fonksiyonu için geçerli olan $Q(x) \leq 0.5e^{-\frac{x^2}{2}}$ eşitsizliğinden dolayı

geçerlidir [14]. Eşitsizlik (2) ise önermede belirtilen $p > 8\sigma_G^4 / \sigma_L^2$ koşuluna dayanmaktadır.

Lemma 1, güç seviyesinin belirli bir sınırın üstünde olması durumunda Gauss kanalı ile Laplace kanalına göre daima daha düşük ortalama hata olasılığının elde edildiğini ifade etmektedir. Belirtilen neticenin geçerli olması, güç için her iki kanalın değişimleri ile belirlenen bir alt sınırı gerektirmektedir.

Önerme 1: Gauss ve Laplace kanal gürültülerinin standart sapma değerleri $\sigma_L \geq \sigma_G \sqrt{\pi}$ eşitsizliğini sağlıyorsa, denklem (1)'de tanımlanan problem için optimal strateji Gauss kanalı üzerinden iletim yapmaktır.

İspat: $e_d'(p)$ fonksiyonu incelendiğinde,

$$P^* = \frac{2\sigma_G^4}{\sigma_L^2} + 2\sigma_G^2 \left[\frac{\sigma_G^2}{\sigma_L^2} - \ln\left(\frac{\sigma_G \sqrt{\pi}}{\sigma_L}\right) \right] + 4 \frac{\sigma_G^3}{\sigma_L} \left[\frac{\sigma_G^2}{\sigma_L^2} - \ln\left(\frac{\sigma_G \sqrt{\pi}}{\sigma_L}\right) \right]^{1/2} \quad (8)$$

olmak üzere, fonksiyonun $[0, P^*)$ aralığında pozitif, (P^*, ∞) aralığında ise negatif değere sahip olduğu gösterilebilir [15]. Ayrıca, Lemma 1'in sonucu dikkate alındığında, $e_d(p) > 0 \quad \forall p > 0$ sonucu elde edilmektedir. Dolayısıyla, eşit güç harcandığında Gauss kanalı daima daha iyi performans göstermektedir.

Önerme 1, kanal gürültüleri için $\sigma_L \geq \sigma_G \sqrt{\pi}$ şartı sağlandığında denklem (1)'de belirtilen eniyileme problemi için optimal çözümün Gauss kanalı üzerinden iletim şeklinde olduğunu ifade etmektedir.

Önerme 2: Kanal gürültülerinin standart sapma değerleri için $\sigma_L < \sigma_G \sqrt{\pi}$ eşitsizliği geçerli olduğunda, $e_d(p) = 0$ eşitliğini sağlayan sonlu tek bir pozitif değer (p^\dagger) olup kanal performansları arasındaki ilişki aşağıda belirtilmektedir:

$$\bullet \quad e_L(p) < e_G(p), \quad p < p^\dagger \quad (9a)$$

$$\bullet \quad e_L(p) > e_G(p), \quad p > p^\dagger \quad (9b)$$

İspat: $e_d'(p)$ fonksiyonu incelendiğinde p_1 ve p_2 ,

$$p_1 = \frac{2\sigma_G^4}{\sigma_L^2} + 2\sigma_G^2 \left[\frac{\sigma_G^2}{\sigma_L^2} - \ln\left(\frac{\sigma_G \sqrt{\pi}}{\sigma_L}\right) \right] - 4 \frac{\sigma_G^3}{\sigma_L} \left[\frac{\sigma_G^2}{\sigma_L^2} - \ln\left(\frac{\sigma_G \sqrt{\pi}}{\sigma_L}\right) \right]^{1/2} \quad (10a)$$

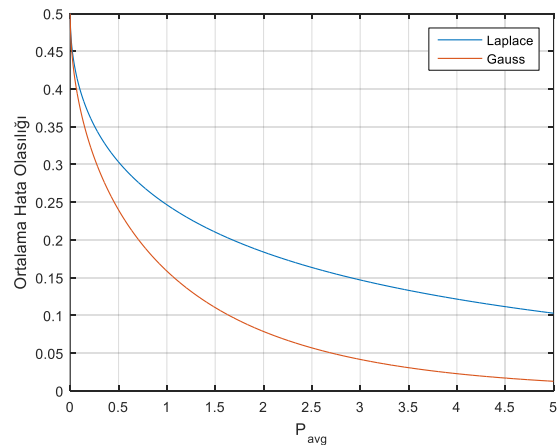
$$p_2 = \frac{2\sigma_G^4}{\sigma_L^2} + 2\sigma_G^2 \left[\frac{\sigma_G^2}{\sigma_L^2} - \ln\left(\frac{\sigma_G \sqrt{\pi}}{\sigma_L}\right) \right] + 4 \frac{\sigma_G^3}{\sigma_L} \left[\frac{\sigma_G^2}{\sigma_L^2} - \ln\left(\frac{\sigma_G \sqrt{\pi}}{\sigma_L}\right) \right]^{1/2} \quad (10b)$$

yukarıda belirtilen değişkenler olmak üzere, fonksiyonun (p_1, p_2) aralığında pozitif değer aldığı, bunun dışında ise $([0, p_1) \cup (p_2, \infty))$ negatif değer aldığı gösterilebilir [15]. $e_d(p)$, $p = 0$ için "0" değerini aldığından, $e_d(p)$ fonksiyonunu "0" yapan sonlu tek bir değer olup, $p^\dagger \in (p_1, p_2)$ olarak elde edilmektedir. Buradan, önermede belirtilen sonuçlar elde edilebilir.

Önerme 2, $\sigma_L < \sigma_G \sqrt{\pi}$ şartı sağlandığında Laplace kanalının düşük güç seviyelerinde daha iyi performansa sahip olduğunu, Gauss kanalının ise daha yüksek güç seviyelerinde daha iyi performans gösterdiğini belirtmektedir. Dolayısıyla, sistemin ortalama güç kısıtlamasına bağlı olarak zaman paylaşımı şeklinde her iki kanalı kullanmanın tek kanala göre daha iyi performans gösterebileceğini ifade etmektedir. Kanal anahtarlama oranları ve harcanacak güç seviyeleri denklem (1)'de belirtilen eniyileme probleminin çözümü ile elde edilebilir.

Sayısal Sonuçlar

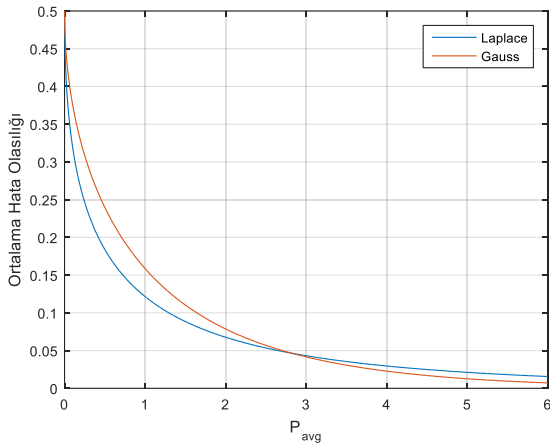
Bu bölümde denklem (1)'de verilen eniyileme problemi farklı senaryolar için çalışılmış ve optimal stratejiler belirlenmiştir. İlk olarak, standart sapma değerleri $\sigma_L = 2$ ve $\sigma_G = 1$ olan Gauss ve Laplace gürültülü kanallar seçilmiştir. Bu senaryoda ortalama hata olasılığı her iki kanal için şekil 1'de sunulmuştur.



Şekil 1. Gauss ve Laplace gürültülü kanallar için ortalama hata olasılıkları ($\sigma_L = 2$ ve $\sigma_G = 1$)

Grafik incelendiğinde, bütün P_{avg} değerleri için Gauss gürültülü kanal ile daha düşük ortalama hata olasılığı elde edildiği gözlemlenmektedir. Bu durumda, optimal strateji Gauss kanalı üzerinden iletim şeklinde olmalıdır. Önerme 1’de belirtilen koşul sağlandığından, bu beklenen bir sonuçtur. Ayrıca, Lemma 1’de belirtildiği gibi belirli bir seviyenin üzerindeki ortalama güç değerleri için Gauss kanalı daha düşük ortalama hata olasılığı vermektedir.

Gauss ve Laplace gürültülü kanallar için bir diğer senaryoda, standart sapma değerleri eşit olarak ($\sigma_L = \sigma_G = 1$) seçilmiştir. Bu senaryoda, ortalama hata olasılıkları farklı güç kısıtlama değerleri için şekil 2’de gösterilmiştir.



Şekil 2. Gauss ve Laplace gürültülü kanallar için ortalama hata olasılıkları ($\sigma_L = 1$ ve $\sigma_G = 1$)

Grafik incelendiğinde, $P_{avg} = 2.8238$ için her iki kanal ile eşit ortalama hata olasılığı elde edildiği (0.0464) gözlemlenmektedir. Ortalama hata olasılığı açısından, daha düşük P_{avg} değerleri için Laplace gürültülü kanal daha iyi performans verirken, daha yüksek P_{avg} değerleri için Gauss gürültülü kanal daha iyi performans vermektedir.

Önerme 2’de belirtilen koşul ($\sigma_L < \sigma_G \sqrt{\pi}$) sağlandığından, Şekil 2’de gözlemlenen sonuçlar beklenen sonuçlardır. P_{avg} değerine bağlı olarak optimal strateji her iki kanalın zaman paylaşımı şeklinde kullanılabilir. Dolayısıyla, denklem (1)’de belirtilen eniyileme probleminin çözümü ile optimal strateji belirlenmektedir.

Denklem (1)’de belirtilen eniyileme probleminin çözümü farklı P_{avg} değerleri için Tablo 1’de sunulmuştur.

Tablo 1. Farklı P_{avg} değerleri için denklem (1)’de belirtilen eniyileme probleminin optimal çözümü

P_{avg}	α	P_G	P_L
2	0	---	2
3	0.8127	3.1141	2.5049
4	1	4	---

Tablo 1 incelendiğinde, $P_{avg} = 2$ için optimal stratejinin Laplace kanalı üzerinden $P_L = 2$ olacak şekilde iletim olduğu gözlemlenmektedir. İletim için maksimum güç seviyesinin kullanımı ($P_L = P_{avg}$), $e_L(p)$ tekdüze azalan dışbükey bir fonksiyon olduğundan beklenen bir sonuçtur.

Aynı tabloda, $P_{avg} = 4$ için optimal çözümün Gauss kanalı üzerinden maksimum güç seviyesinde iletim şeklinde olduğu görülmektedir. $e_G(p)$ tekdüze azalan dışbükey bir fonksiyon olduğundan maksimum güç seviyesinde iletim ($P_G = P_{avg}$), beklenen bir sonuçtur.

Tablodaki ilginç sonuç, $P_{avg} = 3$ durumunda gözlemlenmektedir. Bu durumda, optimal çözümün 0.8127 oranında Gauss kanalı ve 0.1873 oranında ise Laplace kanalı üzerinden iletim şeklinde olduğu gözlemlenmektedir. Gauss ve Laplace kanalları için harcanan ortalama güç seviyeleri sırasıyla 3.1141 ve 2.5049 olarak elde edilmiştir. Bu durumda, sistemin harcadığı ortalama gücün $P_{avg} = 3$ seviyesinde olduğu görülmektedir. Bu strateji için elde edilen ortalama hata olasılığı, $\alpha e_G(P_G) + (1 - \alpha)e_L(P_L) = 0.0415$ olarak hesaplanmaktadır.

$P_{avg} = 3$ güç seviyesi için tek kanal üzerinden iletimin nasıl bir performans vereceği merak edilebilir. Bu durumda, $P_{avg} > p^\dagger$ olduğundan Gauss kanalı Laplace kanalına göre daha iyi performans vermektedir. Gauss kanalı üzerinden, bu güç seviyesinde iletim yapılması

durumunda ortalama hata olasılığı 0.0416 olarak hesaplanmaktadır. Dolayısıyla, zaman paylaşımlı kanal kullanımının ortalama hata olasılığını iyileştirdiği görülmektedir. Ayrıca, Lemma 1’de belirtilmiş olduğu gibi belirli bir güç seviyesinden sonra Gauss gürültülü kanalının Laplace gürültülü kanala göre daima daha iyi performans sergilediği gözlemlenmektedir.

Sonuçlar

Bu çalışmada, verici ve alıcı arasında Gauss gürültülü ve Laplace gürültülü kanallar bulunan ikili iletişim sistemleri çalışılmıştır. Ortalama güç kısıtlaması altında, ortalama hata olasılığını en küçülten optimal stratejiler belirlenmiştir. Öncelikle, Gauss gürültülü kanal üzerinden iletimin optimal olduğu, zaman paylaşımlı kanal kullanımının önerilmediği koşul belirlenmiştir. Daha, sonra zaman paylaşımlı kanal kullanımının tek kanallı iletme göre performansı iyileştirebileceği koşul belirlenmiştir. Kuramsal sonuçları doğrulamak amacıyla sayısal örnekler sunulmuştur.

Kaynaklar

- [1] C., Goken, S. Gezici, O. Arikan, “Optimal stochastic signaling for power-constrained binary communications systems”, IEEE Transactions on Wireless Communications, vol. 9, no. 12, pp. 3650-3661, Dec. 2010.
- [2] C., Goken, S. Gezici, O. Arikan, “Stochastic signaling in the presence of channel state information uncertainty”, Digital Signal Processing, vol. 23, no. 2, pp. 635-645, Mar. 2013.
- [3] H. Chen, P. K. Varshney, S. M. Kay, and J. H. Michels, “Theory of the stochastic resonance effect in signal detection: Part I—Fixed detectors,” IEEE Trans. Sig. Processing, vol. 55, pp. 3172–3184, July 2007.
- [4] H. Chen, P. K. Varshney, S. M. Kay, and J. H. Michels, “Theory of the stochastic resonance effect in signal detection: Part II—Variable detectors,” IEEE Trans. Sig. Processing, vol. 56, no. 10, pp. 5031–5041, Oct. 2007.
- [5] S. Loyka, V. Kostina, and F. Gagnon, “Error rates of the maximumlikelihood detector for arbitrary constellations: Convex/concave behavior and applications,” IEEE Trans. Information Theory, vol. 56, no. 4, pp. 1948–1960, April 2010.
- [6] B. Dulek and S. Gezici, “Detector randomization and stochastic signaling for minimum probability of error receivers,” IEEE Trans. Commun., vol. 60, no. 4, pp. 923–928, Apr. 2012
- [7] M. E. Tutay, S. Gezici, and O. Arikan, “Optimal detector randomization for multiuser communications systems,” IEEE Trans. Commun., vol. 61, pp. 2876–2889, July 2013.
- [8] M. Azizoglu, “Convexity properties in binary detection problems,” IEEE Trans. Info. Theory, vol. 42, no. 4, pp. 1316-1321, July 1996
- [9] B. Dulek, M. E. Tutay, S. Gezici, and P. K. Varshney, “Optimal signaling and detector design for M-ary communication systems in the presence of multiple additive noise channels,” Digital Signal Processing, vol. 26, pp. 153–168, Mar. 2014.
- [10] M. E. Tutay, S. Gezici, H. Soganci, and O. Arikan, “Optimal channel switching over Gaussian channels under average power and cost constraints,” IEEE Trans. Commun., vol. 63, pp. 1907–1922, May 2015.
- [11] S. Verdú, Multiuser Detection. 1st ed. Cambridge, UK: Cambridge University Press, 1998.
- [12] H. V. Poor, An Introduction to Signal Detection and Estimation. New York: Springer-Verlag, 1994.
- [13] A. Leon-Garcia, Probability and Random Processes for Electrical Engineering. 2nd ed. Addison, Wesley, 1994.
- [14] J. G. Proakis and M. Salehi, Communication Systems Engineering, NJ, Englewood Cliffs:Prentice-Hall, 1994.
- [15] G. B. Thomas, M. D. Weir, J. Hass, and F. R. Giordano, Thomas’ Calculus. Addison Wesley, 11 ed., 2004.