



## Modelling of main battle tank and designing LQR controller to decrease weapon oscillations

Muhammed Fatih Çakır<sup>ID</sup>, Meral Bayraktar\*<sup>ID</sup>

Department of Mechanical Engineering, Yıldız Technical University, Istanbul, 34349, Turkey

### Highlights:

- Modelling of main battle tank as hull and weapon system
- APG road profile is used as disturbance effect for the main battle tank
- Designing LQR controller for active suspension system and decrease vertical oscillations in weapon system

### Keywords:

- Modelling of main battle tank
- APG road profile
- Designing LQR controller

### Graphical/Tabular Abstract

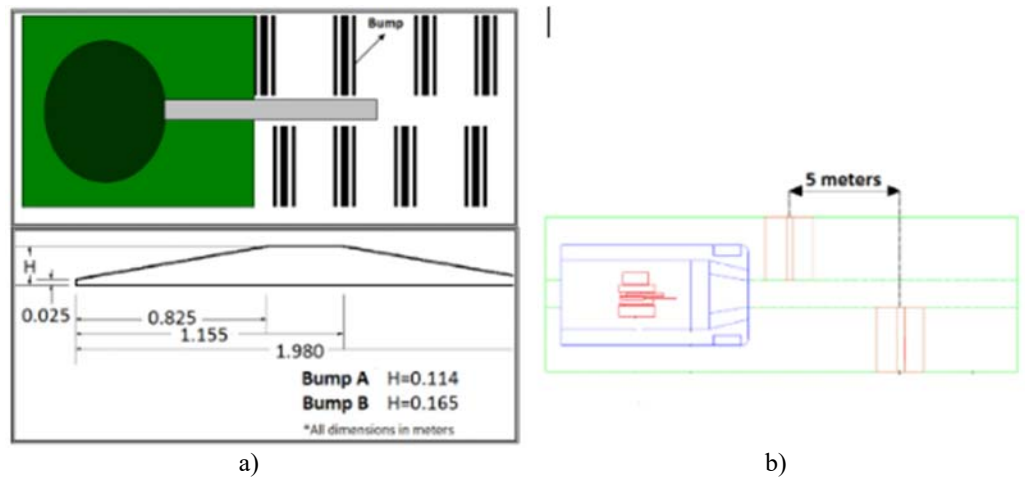


Figure A. APG road profile a) bump dimensions b) distance between bumps

### Article Info:

Research Article  
Received: 17.12.2019  
Accepted: 29.04.2020

### DOI:

10.17341/gazimmfd.660584

### Correspondence:

Author: Meral Bayraktar  
e-mail: mbarut@yildiz.edu.tr  
phone: +90 212 383 2838

**Purpose:** The aim of the study is modelling of main battle tank and to decrease vertical oscillations of the weapon system arising from APG (Aberdeen Proven Ground) road profile by controlling active suspension system via LQR controller

### Theory and Methods:

The hull of main battle tank is modelled as the body consisting of sprung mass and unsprung masses. Also weapon system is included to the model by considering azimuth dynamics and elevation dynamics. The main battle tank is excited by APG road profile which is used for elevation dynamics analyses and the active suspension system is controlled by LQR controller.

### Results:

It is concluded that obtained controller forces are applicable and pitch motion, roll motion and bounce motion of sprung mass and deviation of the barrel (breech section and muzzle section) arising from disturbance affect are avoided. It is succeeded to provide the lock on of barrel independent from main battle tank motion

### Conclusion:

In this study, it is succeeded that the vertical oscillations of the weapon system has been controlled by LQR controller. Also, it is possible to examine the horizontal oscillations of weapon system by designing different controller for the future studies.



## Ana muharebe tankının modellenmesi ve silah salınımlarının azaltılması için LQR kontrolör tasarımı

Muhammed Fatih Çakır<sup>ID</sup>, Meral Bayraktar\*<sup>ID</sup>

Yıldız Teknik Üniversitesi, Makine Fakültesi, Makine Mühendisliği Bölümü, 34349 Beşiktaş, İstanbul, Türkiye

### Ö N E Ç İ K A N L A R

- Ana muharebe tankının gövde ve silah sistemi olarak modellenmesi
- APG yol profilinin tanka bozucu giriş olarak uygulanması
- Aktif süspansiyon sistemi için LQR kontrolör tasarımı ve silah sisteminde düşey salınımların azaltılması

### Makale Bilgileri

Araştırma Makalesi  
Geliş: 17.12.2019  
Kabul: 29.04.2020

### DOI:

10.17341/gazimmfd.660584

### Anahtar Kelimeler:

Ana muharebe tankının  
modellenmesi,  
APG yol profili,  
LQR kontrolör tasarımı

### ÖZET

Ana muharebe tankları ülkelerin kara savunma güçlerinde önemli yere sahiptir. Zorlu arazi şartlarına karşı dayanıklı, hedefe hızlı ve doğru şekilde odaklanabilen silah sistemi bulunan ana muharebe tanklarına sahip ordular kara savaşlarında büyük üstünlük sağlamaktadırlar. Bu yüzden son yıllarda ana muharebe tanklarına yönelik akademik çalışmaların arttığı görülmektedir. Bu çalışma ana muharebe tankının modellenmesi ve silah salınımlarının azaltılması için LQR (Doğrusal Karesel Düzenleyici) kontrolör tasarımı içermektedir. Ana muharebe tankı gövde ve silah sistemi olarak ayrı ayrı ele alınmıştır. Gövde ana kütle ve alt kütlelerden oluşmaktadır. Silah sistemi yatay eksende hareketi sağlayan azimut dinamiği ve düşey eksende hareketi sağlayan yükselme dinamiği olarak iki kısımda incelenmiştir. Yükselme dinamiği analizinde kullanılan APG (Aberdeen Proven Ground) yol profili tanka bozucu giriş olarak uygulanmış, gövdeye ait ana kütle ve yükselme dinamiği zaman cevapları incelenmiştir. Düşey düzlemde silah sisteminde salınımlar meydana geldiği görülmüştür. Bu salınımları önlemek amacıyla LQR kontrolör tasarlanmıştır. Aktif ve pasif durumlar karşılaştırıldığında salınımların büyük oranda azaltıldığı, namlunun hedeften sapmasının önlendiği görülmüştür. Ayrıca uygulanan kontrolör kuvvetlerinin uygulanabilir oranlarda oldukları belirlenmiştir.

## Modelling of main battle tank and designing LQR controller to decrease weapon oscillations

### H I G H L I G H T S

- Modelling of main battle tank as hull and weapon system
- APG road profile is used as disturbance effect for the main battle tank
- Designing LQR controller for active suspension system and decrease vertical oscillations in weapon system

### Article Info

Research Article  
Received: 17.12.2019  
Accepted: 29.04.2020

### DOI:

10.17341/gazimmfd.660584

### Keywords:

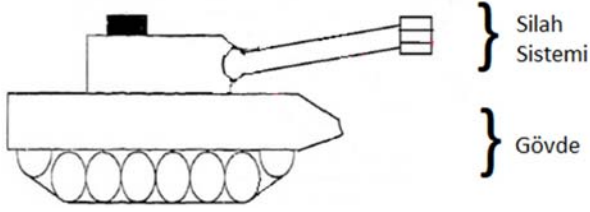
Modelling of main battle  
tank,  
APG road profile,  
designing LQR controller

### ABSTRACT

Main battle tank has an effective importance on military defence. Strong main battle tank for stiff land conditions and having weapon system focusing on the target are in a fast and correct way provide the army an advantage to win a victory. That is the reason for increasing the researches on main battle tank in recent years. This study includes modelling of main battle tank and designing LQR (Linear Quadratic Regulator) controller in order to decrease weapon oscillations. The main battle tank and weapon system are considered separately. The hull of main battle tank consists of sprung mass and unsprung masses. The weapon system is analyzed as two sections; azimuth dynamics and elevation dynamics that provide the motion on horizontal axis and vertical axis respectively. Time responses of sprung mass and elevation dynamics are obtained by applying APG (Aberdeen Proven Ground) road profile as disturbance effect. It is observed that the weapon system has oscillations on vertical axis as expected. In order to avoid these oscillations, LQR controller is designed. The controller achieves to damp the oscillations and avoid the deviation of the barrel from the target. Finally, it is defined that the controller forces are applicable.

## 1.GİRİŞ (INTRODUCTION)

Ana muharebe tankları ağır, uzun ve büyük bir yapıya sahip olup silah sistemi ihtiva eden araçlardır [1]. Ana muharebe tankının şematik diyagramı Şekil 1’de verilmiştir. Tankları genellikle zorlu ve engebeli şartlara sahip arazilerde kullanılırlar. Bu şartlar silah sisteminde bozulmalara sebep olur. Bu durum hedefin silah görüş hattından çıkmasına neden olur ve hedef vurulmadan kaçır [2].



**Şekil 1.** Ana muharebe tankı şematik diyagramı (schematic diagram of main battle tank) [1]

Genel olarak ana muharebe tankı süspansiyon sistemi, azimut dinamiği, yükselme dinamiği, ateşleme ve balistik sistemden oluşmaktadır [1]. Ana muharebe tanklarında süspansiyon sisteminden beklenen düzensiz arazi yüzeyinden kaynaklanan bozulmalara karşı mükemmel yol tutuşu ve sürüş kalitesidir [1]. Süspansiyon sistemleri pasif, yarı aktif ve aktif olmak üzere üç grupta incelenebilir [3, 4]. Ticari alanda pasif süspansiyon sistemlerinin geniş bir kullanım alanı olmasına rağmen yarı aktif ve aktif süspansiyon sistemlerinin de kullanımı artmaktadır [3]. Pasif süspansiyon sistemlerinde kontrol uygulanmazken yarı aktif ve aktif süspansiyon sistemlerinde kontrolör bulunmamaktadır. Yarı aktif süspansiyon sisteminde sönüm elemanı üzerinde kontrol sağlanır. Aktif süspansiyon sisteminde ise yarı aktif süspansiyon sisteminden farklı olarak eyleyici de bulunmaktadır [4]. Aktif süspansiyon sistemi, pasif ve yarı aktif süspansiyon sistemlerine göre daha verimlidir [3]. Silah sisteminin amacı hedefi doğru bir şekilde vurmaktır. Bunu sağlayabilmek için tankın ve hedefin hareketinden bağımsız olarak silah sisteminin her zaman hedefi göstermesi istenir [2]. Silah sistemi azimut dinamiği ve yükselme dinamiği olarak iki kısımdan oluşur. Azimut dinamiği silah sisteminin yatay düzlemde, yükselme dinamiği ise düşey düzlemde dönmesini sağlar [1, 5].

Silah sisteminin analizi için kullanılan iki tür yol profili vardır. APG (Aberdeen Proven Ground) yol profili yükselme dinamiğinin analizinde kullanılırken sinüs biçimli yol profili azimut dinamiğinin analizinde kullanılır [6]. Sever vd. [3, 7] durum geri beslemeli ve durum türevi geri beslemeli LQR kontrolör yapıları olduğundan bahsetmiş, durum türevi geri beslemeli kontrolör yapısının durum geri beslemeli kontrolöre göre daha verimli olduğunu belirtmiştir. Ayrıca Sever vd. [3, 7] ve Yazıcı vd. [8] uygulanan kontrolör kuvvetlerinin uygulanabilir oranda olmasının önemini vurgulamışlardır. Literatüre bakıldığında ana muharebe tankının modellenmesine yönelik birçok yaklaşım

mevcuttur. Jakati vd. [2] tank gövdesini aktif süspansiyon sistemine sahip, ana kütle ve alt kütlelerden oluşan dört serbestlik dereceli yarım taşıt olarak modellemiştir. Silah sisteminin yükselme dinamiği olarak ele alınmış, gövdeye ait ana kütlelerin yalpalama ve sıçrama hareketlerinin yükselme dinamiği üzerindeki etkisini incelemiştir. Shukla [1] ve Venkatasubramanian vd. [9] ana kütle ve alt kütlelerden oluşan, pasif süspansiyon sistemi bulunan on yedi serbestlik dereceli tam taşıt modeli kullanarak daha gerçekçi bir tank gövdesi modeli sunmuşlardır. Shukla [1] oluşturduğu gövde modelini azimut dinamiği ve yükselme dinamiği olarak ele aldığı silah sistemi ile birleştirerek kontrol edilebilir bir ana muharebe tankı modeli ortaya koymuştur. Tank gövdesine ait ana kütlelerin yalpalama, yuvarlanma, sıçrama hareketlerinin silah sistemi üzerinde etkisini incelerken savrulma ve yanal hareketlerin etkisini ihmal etmiştir. Ayrıca ateşleme ve balistik etkiler de bu çalışmada ihmal edilmiştir. Tank gövdesine ait ana kütlelerin savrulma ve yanal hareketlerini, bu hareketlerin silah sistemine etkisini inceleyen çalışmalar da mevcuttur [10-12]. Bazı çalışmalarda ise tankın gövdesinin modellenmesi yerine tankın gövdesi üzerine konulan jiroskop vasıtasıyla yol profilinin etkisi ölçülmüş ve elde edilen veriler bozucu giriş olarak silah sistemine uygulanmıştır [13, 14].

Silah sisteminden hedefin ve tankın hareketinden bağımsız olarak hedefi doğru bir şekilde vurabilmesi, hızlı cevap vermesi ve araziden kaynaklı bozucu etkilere dayanabilmesi beklenir. Silah sisteminin bu özelliklere sahip olabilmesi için doğrudan ve dolaylı kontrol olmak üzere iki kontrol yaklaşımı mevcuttur. Doğrudan kontrolde silah sistemi kontrol edilirken dolaylı kontrolde süspansiyon sistemi kontrol edilir [2]. Jakati vd. [2] her iki yaklaşımı birlikte kullanmış, LQR kontrolör ile hem süspansiyon sistemi hem de silah sistemi üzerinde kontrol sağlamıştır. Böylece yol profilinden kaynaklanan silah salınımlarını azaltarak namlunun hedefte sabit kalması sağlanmıştır. Çalışma incelendiğinde LQR kontrolörün durum geri beslemeli yapıda olduğu görülmüştür. Silah sisteminin kontrolüne yönelik literatürde farklı çalışmalarda mevcuttur. [15-17]. Bu çalışmalarda silahın hedefte sabit kalması için çeşitli kontrol algoritmaları geliştirilmiştir.

Bu çalışmada ana muharebe tankının fiziksel ve matematiksel modelleri elde edilmiş; süspansiyon sisteminin kontrolü ile yoldan kaynaklanan silah sisteminde bozulmalar engellenmeye çalışılmıştır. Tank, gövde ve silah sistemi olarak modellenmiştir. Shukla [1], serbestlik derecesi bakımından gerçek tank yapısına daha uygun bir gövde modeli kullanmıştır. Tam taşıt modeli olmasından dolayı yalpalama, yuvarlanma, sıçrama hareketlerinin tümü bu model ile incelenebilir ve bu hareketlerin tümü silah sistemine bozucu etki olarak uygulanabilir. Bu yüzden ana kütle ve alt kütlelerden oluşan tank gövdesi Shukla [1] esas alınarak modellenmiştir. Bu modele ilave olarak süspansiyon sisteminin bir kısmı aktif bir kısmı pasif süspansiyon sistemi olarak belirlenmiştir. Silah sistemi Banarjee vd. [8] referans alınarak yükselme dinamiği ve azimut dinamiği olarak ele alınmıştır. Yükselme dinamiği analizinde kullanılan APG

yol girdisi sinyali tanka bozucu giriş olarak uygulanmıştır. Tank gövdesine ait ana kütlein yalpalama, yuvarlanma, sıçrama hareketlerinin ve azimut dinamiğinin yükselme dinamiği üzerindeki etkisi incelenmiştir. Savrulma ve yanal hareketlerin azimut dinamiği üzerindeki etkisi ihmal edilmiştir. Ayrıca ateşleme ve balistik etkiler de ihmal edilmiştir. Aktif süspansiyon sistemini kontrol etmek için durum geri beslemeli LQR kontrolör tercih edilmiştir. Kontrol edilen ve edilmeyen durumlar karşılaştırılmış, APG yol profilinin sebep olduğu düşey düzlemdeki silah salınımlarının büyük oranda azaltıldığı gözlemlenmiştir. Ayrıca aktif süspansiyon sistemine eyleyiciler tarafından uygulanan kontrolör kuvvetleri tartışılmış, gerçek hayatta uygulanabilir oranda olmasına dikkat edilmiştir.

## 2.MODELLEME (MODELLING)

Bu çalışmada sunulan fiziksel modele ait hareket denklemleri Newton'un ikinci hareket yasası kullanılarak elde edilmiştir. Newton'un ikinci hareket yasasına göre bir doğrultuda ötelenen hareket yapan bir cisme etki eden toplam kuvvet  $\sum F$ , cismin kütlesi ( $m$ ) ile ivmesi ( $a$ ) çarpımına eşittir ve aşağıdaki gibi formüle edilir (Eş. 1).

$$ma = \sum F \quad (1)$$

Newton'un ikinci yasası, sabit bir eksen etrafında dönen cisim için ise Eş. 2 şeklindedir.

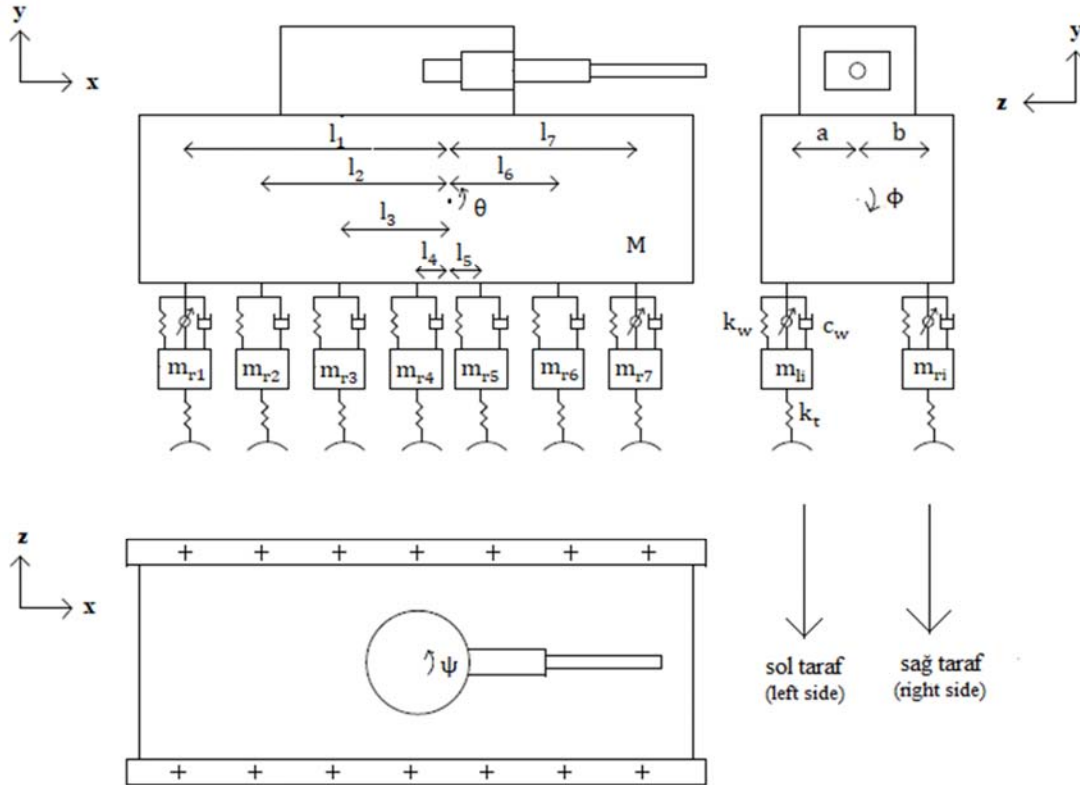
$$Ja = \sum T \quad (2)$$

$\sum T$ , cisme eden toplam torku,  $J$  eylemsizlik momentini ve  $\alpha$  açısal ivmeyi ifade eder [18].

### 2.1.Tank Gövdesinin Modellenmesi (Modelling Hull of Main Battle Tank)

Ana muharebe tankının gövdesi tanka ait görünüşlerin verildiği Şekil 2'de görüldüğü gibi ana kütle ( $M$ ) ve alt kütlelerden ( $m_{r1}, m_{r2}, m_{r3}, m_{r4}, m_{r5}, m_{r6}, m_{r7}, m_{l1}, m_{l2}, m_{l3}, m_{l4}, m_{l5}, m_{l6}, m_{l7}$ ) oluşmaktadır. Tank gövdesi on yedi serbestlik derecesine sahiptir. Ana kütle yalpalama ( $\theta$ ), yuvarlanma ( $\phi$ ), sıçrama ( $y_M$ ) hareketlerine sahipken alt kütleler sıçrama hareketine ( $y_{mr1}, y_{mr2}, y_{mr3}, y_{mr4}, y_{mr5}, y_{mr6}, y_{mr7}, y_{ml1}, y_{ml2}, y_{ml3}, y_{ml4}, y_{ml5}, y_{ml6}, y_{ml7}$ ) sahiptir.

Ekonomik açıdan daha verimli olması için süspansiyon sisteminin bir kısmı pasif, bir kısmı aktif süspansiyon sistemi olarak düşünülmüştür.  $m_{r1}, m_{r7}, m_{l1}$  ve  $m_{l7}$  kütleleri aktif süspansiyon sistemi ile;  $m_{r2}, m_{r3}, m_{r4}, m_{r5}, m_{r6}, m_{l2}, m_{l3}, m_{l4}, m_{l5}$  ve  $m_{l6}$  kütleleri pasif süspansiyon sistemi ile ilişkilendirilmiştir.  $J_\theta$ , yalpalama hareketi;  $J_\phi$  ise yuvarlanma hareketi için atalet momentidir.  $k_w, k_t$  ve  $c_w$  sırasıyla süspansiyon yay katsayısını, lastik yay katsayısını ve süspansiyon sönüm katsayısını ifade etmektedir. Alt kütlelerin  $z$  düzlemi üzerinde ana kütle ağırlık merkezine olan uzaklıkları  $m_{r1}$  ve  $m_{l1}$  için  $l_1$ ;  $m_{r2}$  ve  $m_{l2}$  için  $l_2$ ;  $m_{r3}$  ve  $m_{l3}$  için  $l_3$ ;  $m_{r4}$  ve  $m_{l4}$  için  $l_4$ ;  $m_{r5}$  ve  $m_{l5}$  için  $l_5$ ;  $m_{r6}$  ve  $m_{l6}$  için  $l_6$ ;  $m_{r7}$  ve  $m_{l7}$  için  $l_7$  şeklindedir. Sol taraftaki



Şekil 2. Ana muharebe tankı ön, sol yan ve üst görünüş (front, left side and top view of main battle tank)

alt kütlelerin  $x$  düzlemi üzerinde ana kütle ağırlık merkezine uzaklıkları  $a$ , sağ taraftaki alt kütlelerin uzaklıkları ise  $b$  ile ifade edilmektedir. Ana kütleyle ait yalpalama, yuvarlanma ve sıçrama hareketlerine ait denklemler Eş. 3-Eş. 5’de sırası ile sunulmuştur.

$$\begin{aligned}
 & J_{\theta} \ddot{\theta} - \sum_{i=1}^4 c_w l_i (\dot{y}_M - \dot{y}_{mri} - l_i \dot{\theta} - b\dot{\phi}) + \\
 & \sum_{i=5}^7 c_w l_i (\dot{y}_M - \dot{y}_{mri} + l_i \dot{\theta} - b\dot{\phi}) - \\
 & \sum_{i=1}^4 c_w l_i (\dot{y}_M - \dot{y}_{mli} - l_i \dot{\theta} + a\dot{\phi}) + \\
 & \sum_{i=5}^7 c_w l_i (\dot{y}_M - \dot{y}_{mli} + l_i \dot{\theta} + a\dot{\phi}) - \\
 & \sum_{i=1}^4 k_w l_i (y_M - y_{mri} - l_i \theta - b\phi) + \\
 & \sum_{i=5}^7 k_w l_i (y_M - y_{mri} + l_i \theta - b\phi) - \\
 & \sum_{i=1}^4 k_w l_i (y_M - y_{mli} - l_i \theta + a\phi) + \\
 & \sum_{i=5}^7 k_w l_i (y_M - y_{mli} + l_i \theta + a\phi) - \\
 & l_1 u_{mr1} + l_7 u_{mr7} - l_1 u_{ml1} + l_7 u_{ml7} = 0
 \end{aligned} \tag{3}$$

$$\begin{aligned}
 & J_{\phi} \ddot{\phi} - \sum_{i=1}^4 c_w b (\dot{y}_M - \dot{y}_{mri} - l_i \dot{\theta} - b\dot{\phi}) - \\
 & \sum_{i=5}^7 c_w b (\dot{y}_M - \dot{y}_{mri} + l_i \dot{\theta} - b\dot{\phi}) + \\
 & \sum_{i=1}^4 c_w a (\dot{y}_M - \dot{y}_{mli} - l_i \dot{\theta} + a\dot{\phi}) + \\
 & \sum_{i=5}^7 c_w a (\dot{y}_M - \dot{y}_{mli} + l_i \dot{\theta} + a\dot{\phi}) - \\
 & \sum_{i=1}^4 k_w b (y_M - y_{mri} - l_i \theta - b\phi) - \\
 & \sum_{i=5}^7 k_w b (y_M - y_{mri} + l_i \theta - b\phi) + \\
 & \sum_{i=1}^4 k_w a (y_M - y_{mli} - l_i \theta + a\phi) + \\
 & \sum_{i=5}^7 k_w a (y_M - y_{mli} + l_i \theta + a\phi) - \\
 & b u_{mr1} - b u_{mr7} + a u_{ml1} + a u_{ml7} = 0
 \end{aligned} \tag{4}$$

$$\begin{aligned}
 & M \ddot{y}_M + \sum_{i=1}^4 c_w (\dot{y}_M - \dot{y}_{mri} - l_i \dot{\theta} - b\dot{\phi}) + \\
 & \sum_{i=5}^7 c_w (\dot{y}_M - \dot{y}_{mri} + l_i \dot{\theta} - b\dot{\phi}) + \\
 & \sum_{i=1}^4 c_w (\dot{y}_M - \dot{y}_{mli} - l_i \dot{\theta} + a\dot{\phi}) + \\
 & \sum_{i=5}^7 c_w (\dot{y}_M - \dot{y}_{mli} + l_i \dot{\theta} + a\dot{\phi}) + \\
 & \sum_{i=1}^4 k_w (y_M - y_{mri} - l_i \theta - b\phi) + \\
 & \sum_{i=5}^7 k_w (y_M - y_{mri} + l_i \theta - b\phi) + \\
 & \sum_{i=1}^4 k_w (y_M - y_{mli} - l_i \theta + a\phi) + \\
 & \sum_{i=5}^7 k_w (y_M - y_{mli} + l_i \theta + a\phi) + \\
 & u_{mr1} + u_{mr7} + u_{ml1} + u_{ml7} = 0
 \end{aligned} \tag{5}$$

Aktif süspansiyon sistemi ile ilişkilendirilmiş alt kütlelerin sıçrama hareketi denklemleri Eş. 6-Eş. 9’da, pasif süspansiyon sistemi ile ilişkilendirilmiş alt kütlelerin sıçrama hareketi denklemleri Eş. 10- Eş. 19’da sunulmuştur.

$$\begin{aligned}
 & m_{r1} \ddot{y}_{mr1} - c_w (\dot{y}_M - \dot{y}_{mr1} - l_1 \dot{\theta} - b\dot{\phi}) - \\
 & k_w (y_M - y_{mr1} - l_1 \theta - b\phi) + \\
 & k_w (y_{mr1} - y_{Rmr1}) - u_{mr1} = 0
 \end{aligned} \tag{6}$$

$$\begin{aligned}
 & m_{r7} \ddot{y}_{mr7} - c_w (\dot{y}_M - \dot{y}_{mr7} + l_7 \dot{\theta} - b\dot{\phi}) - \\
 & k_w (y_M - y_{mr7} + l_7 \theta - b\phi) + \\
 & k_w (y_{mr7} - y_{Rmr7}) - u_{mr7} = 0
 \end{aligned} \tag{7}$$

$$\begin{aligned}
 & m_{l1} \ddot{y}_{ml1} - c_w (\dot{y}_M - \dot{y}_{ml1} - l_1 \dot{\theta} + a\dot{\phi}) - \\
 & k_w (y_M - y_{ml1} - l_1 \theta + a\phi) + \\
 & k_w (y_{ml1} - y_{Rml1}) - u_{ml1} = 0
 \end{aligned} \tag{8}$$

$$\begin{aligned}
 & m_{l7} \ddot{y}_{ml7} - c_w (\dot{y}_M - \dot{y}_{ml7} + l_7 \dot{\theta} + a\dot{\phi}) - \\
 & k_w (y_M - y_{ml7} + l_7 \theta + a\phi) + \\
 & k_w (y_{ml7} - y_{Rml7}) - u_{ml7} = 0
 \end{aligned} \tag{9}$$

$$\begin{aligned}
 & m_{r2} \ddot{y}_{mr2} - c_w (\dot{y}_M - \dot{y}_{mr2} - l_2 \dot{\theta} - b\dot{\phi}) - \\
 & k_w (y_M - y_{mr2} - l_2 \theta - b\phi) + \\
 & k_w (y_{mr2} - y_{Rmr2}) = 0
 \end{aligned} \tag{10}$$

$$\begin{aligned}
 & m_{r3} \ddot{y}_{mr3} - c_w (\dot{y}_M - \dot{y}_{mr3} - l_3 \dot{\theta} - b\dot{\phi}) - \\
 & k_w (y_M - y_{mr3} - l_3 \theta - b\phi) + \\
 & k_w (y_{mr3} - y_{Rmr3}) = 0
 \end{aligned} \tag{11}$$

$$\begin{aligned}
 & m_{r4} \ddot{y}_{mr4} - c_w (\dot{y}_M - \dot{y}_{mr4} - l_4 \dot{\theta} - b\dot{\phi}) - \\
 & k_w (y_M - y_{mr4} - l_4 \theta - b\phi) + \\
 & k_w (y_{mr4} - y_{Rmr4}) = 0
 \end{aligned} \tag{12}$$

$$\begin{aligned}
 & m_{r5} \ddot{y}_{mr5} - c_w (\dot{y}_M - \dot{y}_{mr5} + l_5 \dot{\theta} - b\dot{\phi}) - \\
 & k_w (y_M - y_{mr5} + l_5 \theta - b\phi) + \\
 & k_w (y_{mr5} - y_{Rmr5}) = 0
 \end{aligned} \tag{13}$$

$$\begin{aligned}
 & m_{r6} \ddot{y}_{mr6} - c_w (\dot{y}_M - \dot{y}_{mr6} + l_6 \dot{\theta} - b\dot{\phi}) - \\
 & k_w (y_M - y_{mr6} + l_6 \theta - b\phi) + \\
 & k_w (y_{mr6} - y_{Rmr6}) = 0
 \end{aligned} \tag{14}$$

$$\begin{aligned}
 & m_{l2} \ddot{y}_{ml2} - c_w (\dot{y}_M - \dot{y}_{ml2} - l_2 \dot{\theta} + a\dot{\phi}) - \\
 & k_w (y_M - y_{ml2} - l_2 \theta + a\phi) + \\
 & k_w (y_{ml2} - y_{Rml2}) = 0
 \end{aligned} \tag{15}$$

$$\begin{aligned}
 & m_{l3} \ddot{y}_{ml3} - c_w (\dot{y}_M - \dot{y}_{ml3} - l_3 \dot{\theta} + a\dot{\phi}) - \\
 & k_w (y_M - y_{ml3} - l_3 \theta + a\phi) + \\
 & k_w (y_{ml3} - y_{Rml3}) = 0
 \end{aligned} \tag{16}$$

$$\begin{aligned}
 & m_{l4} \ddot{y}_{ml4} - c_w (\dot{y}_M - \dot{y}_{ml4} - l_4 \dot{\theta} + a\dot{\phi}) - \\
 & k_w (y_M - y_{ml4} - l_4 \theta + a\phi) + \\
 & k_w (y_{ml4} - y_{Rml4}) = 0
 \end{aligned} \tag{17}$$

$$\begin{aligned}
 & m_{r15} \ddot{y}_{mr15} - c_w (\dot{y}_M - \dot{y}_{mr15} + l_5 \dot{\theta} + a\dot{\phi}) - \\
 & k_w (y_M - y_{mr15} + l_5 \theta + a\phi) + \\
 & k_w (y_{mr15} - y_{Rmr15}) = 0
 \end{aligned} \tag{18}$$

$$\begin{aligned}
 & m_{l6} \ddot{y}_{ml6} - c_w (\dot{y}_M - \dot{y}_{ml6} + l_6 \dot{\theta} + a\dot{\phi}) - \\
 & k_w (y_M - y_{ml6} + l_6 \theta + a\phi) + \\
 & k_w (y_{ml6} - y_{Rml6}) = 0
 \end{aligned} \tag{19}$$

$y_{Rmr1}, y_{Rmr2}, y_{Rmr3}, y_{Rmr4}, y_{Rmr5}, y_{Rmr6}, y_{Rmr7}, y_{Rml1}, y_{Rml2}, y_{Rml3}, y_{Rml4}, y_{Rml5}, y_{Rml6}, y_{Rml7}$  bozucu girişleri;  $u_{mr1}, u_{mr7}, u_{ml1}$  ve  $u_{ml7}$  kontrolör kuvvetlerini ifade etmektedir. Elde edilen denklemler durum uzayı formunda Eş. 20’de verilmiştir.

$$\dot{x}(t) = Ax(t) + Bu(t) + Gw(t) \tag{20}$$

Burada  $x(t) \in R^m$  durum vektörünü,  $u(t) \in R^n$  bozucu giriş vektörünü,  $w(t) \in R^k$  kontrolör giriş vektörünü ifade etmektedir.

$$x_1(t) = [\theta \phi y_M y_{mr1} y_{mr2} y_{mr3} y_{mr4} y_{mr5} y_{mr6} y_{mr7}]$$

$$x_2(t) = [y_{ml1} \ y_{ml2} \ y_{ml3} \ y_{ml4} \ y_{ml5} \ y_{ml6} \ y_{ml7}]$$

$$u_1(t) = [y_{Rmr1} y_{Rmr2} y_{Rmr3} y_{Rmr4} y_{Rmr5} y_{Rmr6} y_{Rmr7}]$$

$u_2(t) = [Y_{Rm1} \ Y_{Rm2} \ Y_{Rm3} \ Y_{Rm4} \ Y_{Rm5} \ Y_{Rm6} \ Y_{Rm7}]$  olmak üzere  $x(t) = [x_1(t) \ x_2(t) \ \dot{x}_1(t) \ \dot{x}_2(t)]^T$ ,  $u(t) = [u_1(t) \ u_2(t)]^T$ ,  $w(t) = [u_{mr1} \ u_{mr7} \ u_{ml1} \ u_{ml7}]^T$  şeklindedir.  $A \in R^{m \times m}$  sistem matrisi Tablo 1 ve Tablo 2’de;  $B \in R^{m \times n}$  bozucu giriş matrisi ve  $G \in R^{m \times k}$  kontrolör giriş matrisi Tablo 3’te; tank gövdesine ait parametreler Tablo 4’te sunulmuştur.

**2.2. Silah Sisteminin Modellemesi**  
(Modelling of Weapon System)

Silah sistemi Şekil 3’te şematik diyagramları sunulan azimut dinamiği ve yükselme dinamiği olmak üzere iki kısımda incelenecektir.

Silah sisteminin analizinde kullanılacak olan boyutlar Şekil 4’te sunulmuştur.  $X_t$  muylu ile gövdeye ait ana kütle ağırlık merkezi arasındaki mesafeyi,  $X_{tp}$  muylu ile pinyon merkezi arasındaki mesafeyi,  $l_b$  muyludan itibaren namlu arka kısmı boyunu,  $n_b$  muylu ile namlu arka kısmı ağırlık merkezi

arasındaki mesafeyi,  $l_m$  namlu ön kısmı boyunu  $n_m$  namlu arka kısmı ve namlu ön kısmı bağlantı noktası ile namlu arka kısmı ağırlık merkezi arasındaki mesafeyi ifade etmektedir.

**2.2.1 Azimut dinamiği (Azimuth dynamics)**

Şekil 3a’da görüldüğü gibi azimut dinamiği sürücü, taret, namlu arka kısmı, namlu ön kısmı olmak üzere dört kısımdan oluşmaktadır ve altı serbestlik derecesine sahiptir. Sürücü, taret, namlu arka kısmı ve namlu ön kısmına ait y ekseninde dönme hareketleri sırasıyla  $\psi_{da}$ ,  $\psi_t$ ,  $\psi_{ba}$ ,  $\psi_{ma}$ ; namlu ön kısmı ve namlu arka kısmına ait yanıl hareketler sırasıyla  $z_{ba}$ ,  $z_{ma}$  şeklindedir. Ayrıca pinyona ait dönme hareketi  $\psi_{pa}$  şeklindedir.  $J_{da}$ ,  $J_t$ ,  $J_{ba}$ ,  $J_{ma}$  sırasıyla sürücü, taret, namlu ön kısmı ve namlu arka kısmı atalet momentleri;  $m_b$ ,  $m_m$  namlu arka kısmı ve namlu ön kısmı kütleleridir.  $T_{da}$  sürücüye verilen torku ifade etmektedir. Azimut dinamiğinde tahrik bu tork ile sağlanır. Sürücü burulma viskoz sürtünme katsayısı  $c_{da}$ , burulma yay sabiti  $k_{da}$  olarak tanımlanır. Sürücüye ait hareket pinyon-dişli çark mekanizması ile tarete aktarılır.  $f_d$  oluşan reaksiyon kuvvetidir.  $R_{pa}$ ,  $R_t$ ,  $R_g$  sırasıyla pinyon, taret ve dişli çark

**Tablo 1.** Sistem matrisi (system matrix)

$$A = \begin{bmatrix} A_1 & A_2 \\ A_3 & A_4 \\ A_5 & A_6 \end{bmatrix}$$

$$A_1 = 0_{17 \times 17}$$

$$A_2 = I_{17 \times 17}$$

$$A_3 = [A_{3a} \ A_{3b}]$$

$$A_{3a} = \begin{bmatrix} \frac{-2k_w}{J_\theta} (\sum_{i=1}^7 l_i)^2 & \frac{k_w(a-b)}{J_\theta} (\sum_{i=1}^4 l_i - \sum_{i=5}^7 l_i) & \frac{2k_w}{J_\theta} (\sum_{i=1}^4 l_i - \sum_{i=5}^7 l_i) & \frac{-k_w l_1}{J_\theta} & \frac{-k_w l_2}{J_\theta} \\ \frac{k_w(a-b)}{J_\phi} (\sum_{i=1}^4 l_i - \sum_{i=5}^7 l_i) & \frac{-7k_w(a^2+b^2)}{J_\phi} & \frac{7k_w(b-a)}{J_\phi} & \frac{-k_w b}{J_\phi} & \frac{-k_w b}{J_\phi} \\ \frac{2k_w}{M} (\sum_{i=1}^4 l_i - \sum_{i=5}^7 l_i) & \frac{7k_w(b-a)}{M} & \frac{-14k_w}{M} & \frac{k_w}{M} & \frac{k_w}{M} \end{bmatrix}$$

$$A_{3b} = \begin{bmatrix} \frac{-k_w l_3}{J_\theta} & \frac{-k_w l_4}{J_\theta} & \frac{k_w l_5}{J_\theta} & \frac{k_w l_6}{J_\theta} & \frac{k_w l_7}{J_\theta} & \frac{-k_w l_1}{J_\theta} & \frac{-k_w l_2}{J_\theta} & \frac{-k_w l_3}{J_\theta} & \frac{-k_w l_4}{J_\theta} & \frac{k_w l_5}{J_\theta} & \frac{k_w l_6}{J_\theta} & \frac{k_w l_7}{J_\theta} \\ \frac{-k_w b}{J_\phi} & \frac{-k_w b}{J_\phi} & \frac{-k_w b}{J_\phi} & \frac{-k_w b}{J_\phi} & \frac{-k_w b}{J_\phi} & \frac{k_w a}{J_\phi} & \frac{k_w a}{J_\phi} & \frac{k_w a}{J_\phi} & \frac{k_w a}{J_\phi} & \frac{k_w a}{J_\phi} & \frac{k_w a}{J_\phi} & \frac{k_w a}{J_\phi} \\ \frac{k_w}{M} & \frac{k_w}{M} & \frac{k_w}{M} & \frac{k_w}{M} & \frac{k_w}{M} & \frac{k_w}{M} & \frac{k_w}{M} & \frac{k_w}{M} & \frac{k_w}{M} & \frac{k_w}{M} & \frac{k_w}{M} & \frac{k_w}{M} \end{bmatrix}$$

$$A_4 = [A_{4a} \ A_{4b}]$$

$$A_{4a} = \begin{bmatrix} \frac{-2c_w}{J_\theta} (\sum_{i=1}^7 l_i)^2 & \frac{c_w(a-b)}{J_\theta} (\sum_{i=1}^4 l_i - \sum_{i=5}^7 l_i) & \frac{2c_w}{J_\theta} (\sum_{i=1}^4 l_i - \sum_{i=5}^7 l_i) & \frac{-c_w l_1}{J_\theta} & \frac{-c_w l_2}{J_\theta} \\ \frac{c_w(a-b)}{J_\phi} (\sum_{i=1}^4 l_i - \sum_{i=5}^7 l_i) & \frac{-7c_w(a^2+b^2)}{J_\phi} & \frac{7c_w(b-a)}{J_\phi} & \frac{-c_w b}{J_\phi} & \frac{-c_w b}{J_\phi} \\ \frac{2c_w}{M} (\sum_{i=1}^4 l_i - \sum_{i=5}^7 l_i) & \frac{7c_w(b-a)}{M} & \frac{-14c_w}{M} & \frac{c_w}{M} & \frac{c_w}{M} \end{bmatrix}$$

$$A_{4b} = \begin{bmatrix} \frac{-c_w l_3}{J_\theta} & \frac{-c_w l_4}{J_\theta} & \frac{c_w l_5}{J_\theta} & \frac{c_w l_6}{J_\theta} & \frac{c_w l_7}{J_\theta} & \frac{-c_w l_1}{J_\theta} & \frac{-c_w l_2}{J_\theta} & \frac{-c_w l_3}{J_\theta} & \frac{-c_w l_4}{J_\theta} & \frac{c_w l_5}{J_\theta} & \frac{c_w l_6}{J_\theta} & \frac{c_w l_7}{J_\theta} \\ \frac{-c_w b}{J_\phi} & \frac{-c_w b}{J_\phi} & \frac{-c_w b}{J_\phi} & \frac{-c_w b}{J_\phi} & \frac{-c_w b}{J_\phi} & \frac{c_w a}{J_\phi} & \frac{c_w a}{J_\phi} & \frac{c_w a}{J_\phi} & \frac{c_w a}{J_\phi} & \frac{c_w a}{J_\phi} & \frac{c_w a}{J_\phi} & \frac{c_w a}{J_\phi} \\ \frac{c_w}{M} & \frac{c_w}{M} & \frac{c_w}{M} & \frac{c_w}{M} & \frac{c_w}{M} & \frac{c_w}{M} & \frac{c_w}{M} & \frac{c_w}{M} & \frac{c_w}{M} & \frac{c_w}{M} & \frac{c_w}{M} & \frac{c_w}{M} \end{bmatrix}$$

**Tablo 2.** Sistem matrisi (system matrix)

$A_5 =$	$\frac{-k_w l_1}{m_{r1}}$	$\frac{-k_w b}{m_{r1}}$	$\frac{k_w}{m_{r1}}$	$\frac{-(k_w+k_t)}{m_{r1}}$	0	$0_{1x12}$	
	$\frac{-k_w l_2}{m_{r2}}$	$\frac{-k_w b}{m_{r2}}$	$\frac{k_w}{m_{r2}}$	0	$\frac{-(k_w+k_t)}{m_{r2}}$	$0_{1x12}$	
	$\frac{-k_w l_3}{m_{r3}}$	$\frac{-k_w b}{m_{r3}}$	$\frac{k_w}{m_{r3}}$	$0_{1x2}$	$\frac{-(k_w+k_t)}{m_{r3}}$	$0_{1x11}$	
	$\frac{-k_w l_4}{m_{r4}}$	$\frac{-k_w b}{m_{r4}}$	$\frac{k_w}{m_{r4}}$	$0_{1x3}$	$\frac{-(k_w+k_t)}{m_{r4}}$	$0_{1x10}$	
	$\frac{k_w l_5}{m_{r5}}$	$\frac{-k_w b}{m_{r5}}$	$\frac{k_w}{m_{r5}}$	$0_{1x4}$	$\frac{-(k_w+k_t)}{m_{r5}}$	$0_{1x9}$	
	$\frac{k_w l_6}{m_{r6}}$	$\frac{-k_w b}{m_{r6}}$	$\frac{k_w}{m_{r6}}$	$0_{1x5}$	$\frac{-(k_w+k_t)}{m_{r6}}$	$0_{1x8}$	
	$\frac{k_w l_7}{m_{r7}}$	$\frac{-k_w b}{m_{r7}}$	$\frac{k_w}{m_{r7}}$	$0_{1x6}$	$\frac{-(k_w+k_t)}{m_{r7}}$	$0_{1x7}$	
	$\frac{-k_w l_1}{m_{l1}}$	$\frac{k_w a}{m_{l1}}$	$\frac{k_w}{m_{l1}}$	$0_{1x7}$	$\frac{-(k_w+k_t)}{m_{l1}}$	$0_{1x6}$	
	$\frac{-k_w l_2}{m_{l2}}$	$\frac{k_w a}{m_{l2}}$	$\frac{k_w}{m_{l2}}$	$0_{1x8}$	$\frac{-(k_w+k_t)}{m_{l2}}$	$0_{1x5}$	
	$\frac{-k_w l_3}{m_{l3}}$	$\frac{k_w a}{m_{l3}}$	$\frac{k_w}{m_{l3}}$	$0_{1x9}$	$\frac{-(k_w+k_t)}{m_{l3}}$	$0_{1x4}$	
	$\frac{-k_w l_4}{m_{l4}}$	$\frac{k_w a}{m_{l4}}$	$\frac{k_w}{m_{l4}}$	$0_{1x10}$	$\frac{-(k_w+k_t)}{m_{l4}}$	$0_{1x3}$	
	$\frac{k_w l_5}{m_{l5}}$	$\frac{k_w a}{m_{l5}}$	$\frac{k_w}{m_{l5}}$	$0_{1x11}$	$\frac{-(k_w+k_t)}{m_{l5}}$	$0_{1x2}$	
	$\frac{k_w l_6}{m_{l6}}$	$\frac{k_w a}{m_{l6}}$	$\frac{k_w}{m_{l6}}$	$0_{1x12}$	$\frac{-(k_w+k_t)}{m_{l6}}$	0	
	$\frac{k_w l_7}{m_{l7}}$	$\frac{k_w a}{m_{l7}}$	$\frac{k_w}{m_{l7}}$	$0_{1x12}$	0	$\frac{-(k_w+k_t)}{m_{l7}}$	
	$A_6 =$	$\frac{-c_w l_1}{m_{r1}}$	$\frac{-c_w b}{m_{r1}}$	$\frac{c_w}{m_{r1}}$	$\frac{-c_w}{m_{r1}}$	0	$0_{1x12}$
		$\frac{-c_w l_2}{m_{r2}}$	$\frac{-c_w b}{m_{r2}}$	$\frac{c_w}{m_{r2}}$	0	$\frac{-c_w}{m_{r2}}$	$0_{1x12}$
		$\frac{-c_w l_3}{m_{r3}}$	$\frac{-c_w b}{m_{r3}}$	$\frac{c_w}{m_{r3}}$	$0_{1x2}$	$\frac{-c_w}{m_{r3}}$	$0_{1x11}$
$\frac{-c_w l_4}{m_{r4}}$		$\frac{-c_w b}{m_{r4}}$	$\frac{c_w}{m_{r4}}$	$0_{1x3}$	$\frac{-c_w}{m_{r4}}$	$0_{1x10}$	
$\frac{c_w l_5}{m_{r5}}$		$\frac{-c_w b}{m_{r5}}$	$\frac{c_w}{m_{r5}}$	$0_{1x4}$	$\frac{-c_w}{m_{r5}}$	$0_{1x9}$	
$\frac{c_w l_6}{m_{r6}}$		$\frac{-c_w b}{m_{r6}}$	$\frac{c_w}{m_{r6}}$	$0_{1x5}$	$\frac{-c_w}{m_{r6}}$	$0_{1x8}$	
$\frac{c_w l_7}{m_{r7}}$		$\frac{-c_w b}{m_{r7}}$	$\frac{c_w}{m_{r7}}$	$0_{1x6}$	$\frac{-c_w}{m_{r7}}$	$0_{1x7}$	
$\frac{-c_w l_1}{m_{l1}}$		$\frac{c_w a}{m_{l1}}$	$\frac{c_w}{m_{l1}}$	$0_{1x7}$	$\frac{-c_w}{m_{l1}}$	$0_{1x6}$	
$\frac{-c_w l_2}{m_{l2}}$		$\frac{c_w a}{m_{l2}}$	$\frac{c_w}{m_{l2}}$	$0_{1x8}$	$\frac{-c_w}{m_{l2}}$	$0_{1x5}$	
$\frac{-c_w l_3}{m_{l3}}$		$\frac{c_w a}{m_{l3}}$	$\frac{c_w}{m_{l3}}$	$0_{1x9}$	$\frac{-c_w}{m_{l3}}$	$0_{1x4}$	
$\frac{-c_w l_4}{m_{l4}}$		$\frac{c_w a}{m_{l4}}$	$\frac{c_w}{m_{l4}}$	$0_{1x10}$	$\frac{-c_w}{m_{l4}}$	$0_{1x3}$	
$\frac{c_w l_5}{m_{l5}}$		$\frac{c_w a}{m_{l5}}$	$\frac{c_w}{m_{l5}}$	$0_{1x11}$	$\frac{-c_w}{m_{l5}}$	$0_{1x2}$	
$\frac{c_w l_6}{m_{l6}}$		$\frac{c_w a}{m_{l6}}$	$\frac{c_w}{m_{l6}}$	$0_{1x12}$	$\frac{-c_w}{m_{l6}}$	0	
$\frac{c_w l_7}{m_{l7}}$		$\frac{c_w a}{m_{l7}}$	$\frac{c_w}{m_{l7}}$	$0_{1x12}$	0	$\frac{-c_w}{m_{l7}}$	

yarıçaplarıdır.  $c_t$  gövdeye ait ana kütle ile taret arasında burulma viskoz sürtünme katsayısıdır. Namlu arka kısmı muyluda taret ile menteşelidir.  $k_{tg}$  burulma yay sabitini,  $c_{tg}$  burulma viskoz sürtünme katsayısını,  $f_{ta}$  reaksiyon kuvvetini ifade eder. Namlu arka kısmı, namlu ön kısmı ile

de menteşelidir.  $c_{ba}$  burulma viskoz sürtünme katsayısı,  $k_{ba}$  burulma yay sabiti,  $f_{ba}$  reaksiyon kuvvetidir [5, 11]. Azimut dinamiği serbest cisim diyagramı Şekil 5'te sunulmuştur. Şekil 5'ten faydalanarak azimut dinamiği denklemleri Eş. 21- Eş. 28 arasında sunulmuştur.

**Tablo 3.** Bozucu giriş ve kontrolör giriş matrisleri (disturbance input and controller input matrices)

$$B = \begin{bmatrix} B_1 \\ B_2 \end{bmatrix}$$

$$B_1 = 0_{20 \times 14}$$

$$B_2 = \text{diag} \left( \frac{k_t}{m_{r1}}, \frac{k_t}{m_{r2}}, \frac{k_t}{m_{r3}}, \frac{k_t}{m_{r4}}, \frac{k_t}{m_{r5}}, \frac{k_t}{m_{r6}}, \frac{k_t}{m_{r7}}, \frac{k_t}{m_{l1}}, \frac{k_t}{m_{l2}}, \frac{k_t}{m_{l3}}, \frac{k_t}{m_{l4}}, \frac{k_t}{m_{l5}}, \frac{k_t}{m_{l6}}, \frac{k_t}{m_{l7}} \right)$$

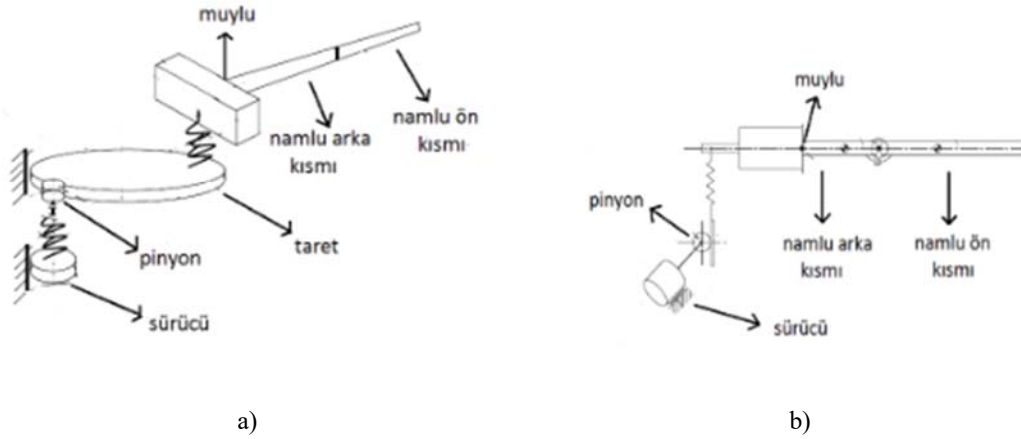
$$G = \begin{bmatrix} G_1 \\ G_2 \end{bmatrix}$$

$$G_1 = 0_{17 \times 4}$$

$$G_2 = \begin{bmatrix} \frac{l_1}{J_\theta} & \frac{-l_7}{J_\theta} & \frac{l_1}{J_\phi} & \frac{-l_7}{J_\phi} \\ \frac{b}{M} & \frac{b}{M} & \frac{-a}{M} & \frac{-a}{M} \\ \frac{1}{m_{r1}} & 0 & 0 & 0 \\ 0_{5 \times 1} & 0_{5 \times 1} & 0_{5 \times 1} & 0_{5 \times 1} \\ 0 & \frac{1}{m_{r7}} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{m_{l1}} & 0 \\ 0_{5 \times 1} & 0_{5 \times 1} & 0_{5 \times 1} & 0_{5 \times 1} \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{m_{l7}} \end{bmatrix}$$

**Tablo 4.** Gövde parametreleri (parameters of hull) [1, 9]

$l_1 = 3,25$ [m]	$l_2 = 2,25$ [m]	$l_3 = 1,25$ [m]	$l_4 = 0,25$ [m]
$l_5 = 0,75$ [m]	$l_6 = 1,75$ [m]	$l_7 = 2,75$ [m]	$a = 2,5$ [m]
$b = 2,5$ [m]	$k_w = 3 \times 10^4$ [N/m]	$c_w = 10^3$ [Ns/m]	$k_t = 45 \times 10^3$ [N/m]
$J_\theta = 1900$ [kgm <sup>2</sup> ]	$J_\phi = 3440$ [kgm <sup>2</sup> ]	$M = 12 \times 10^3$ [kg]	
$m_{r1}, m_{r2}, m_{r3}, m_{r4}, m_{r5}, m_{r6}, m_{r7}, m_{l1}, m_{l2}, m_{l3}, m_{l4}, m_{l5}, m_{l6}, m_{l7} = 75$ [kg]			



**Şekil 3.** a) Azimut dinamiği, b) yükselme dinamiği şematik diyagramı [6, 16]  
(schematic diagram of a) azimuth dynamics b) elevation dynamics)

Sürücüye ait y ekseninde dönme hareketi denklemi

$$R_{pa}\psi_{pa} = R_t\psi_t \quad (23)$$

$$J_{da}\ddot{\psi}_{da} + c_{da}\dot{\psi}_{da} + k_{da}(\psi_{da} - \psi_{pa}) - T_{da} = 0 \quad (21)$$

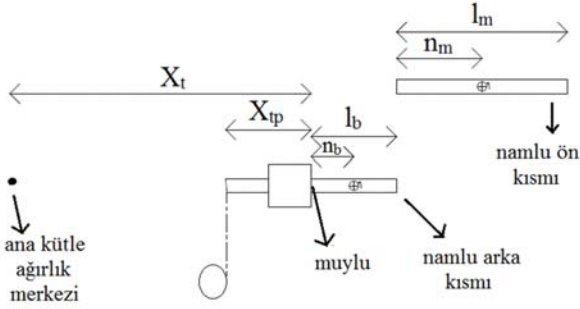
Tarete ait y ekseninde dönme hareketi denklemi

$$f_a R_{pa} = k_{da}(\psi_{da} - \psi_{pa}) \quad (22)$$

$$J_t\ddot{\psi}_t + c_{tg}(\dot{\psi}_t - \dot{\psi}_{ba}) + k_{tg}(\psi_t - \psi_{ba}) + c_t(\dot{\psi}_t - \dot{\psi}_y) + f_{ta}R_g - f_aR_t - J_a\ddot{\psi}_y = 0 \quad (24)$$



$\psi_y$  gövdeye ait ana kütlein savrulma hareketidir ve ihmal edilmiştir.



**Şekil 4.** Silah sistemi boyutları (Dimensions of weapon system) [11]

Namlu arka kısmına ait y ekseninde dönme hareketi denklemleri

$$J_{ba}\ddot{\psi}_{ba} + c_{ba}(\dot{\psi}_{ba} - \dot{\psi}_{ma}) + k_{ba}(\psi_{ba} - \psi_{ma}) - c_{tg}(\dot{\psi}_t - \dot{\psi}_{ba}) - k_{tg}(\psi_t - \psi_{ba}) + f_{ta}n_b + f_{ba}(l_b - n_b) = 0 \quad (25)$$

Namlu arka kısmına ait yanal hareket denklemleri

$$m_b\ddot{z}_{ba} + f_{ba} - f_{ta} = 0 \quad (26)$$

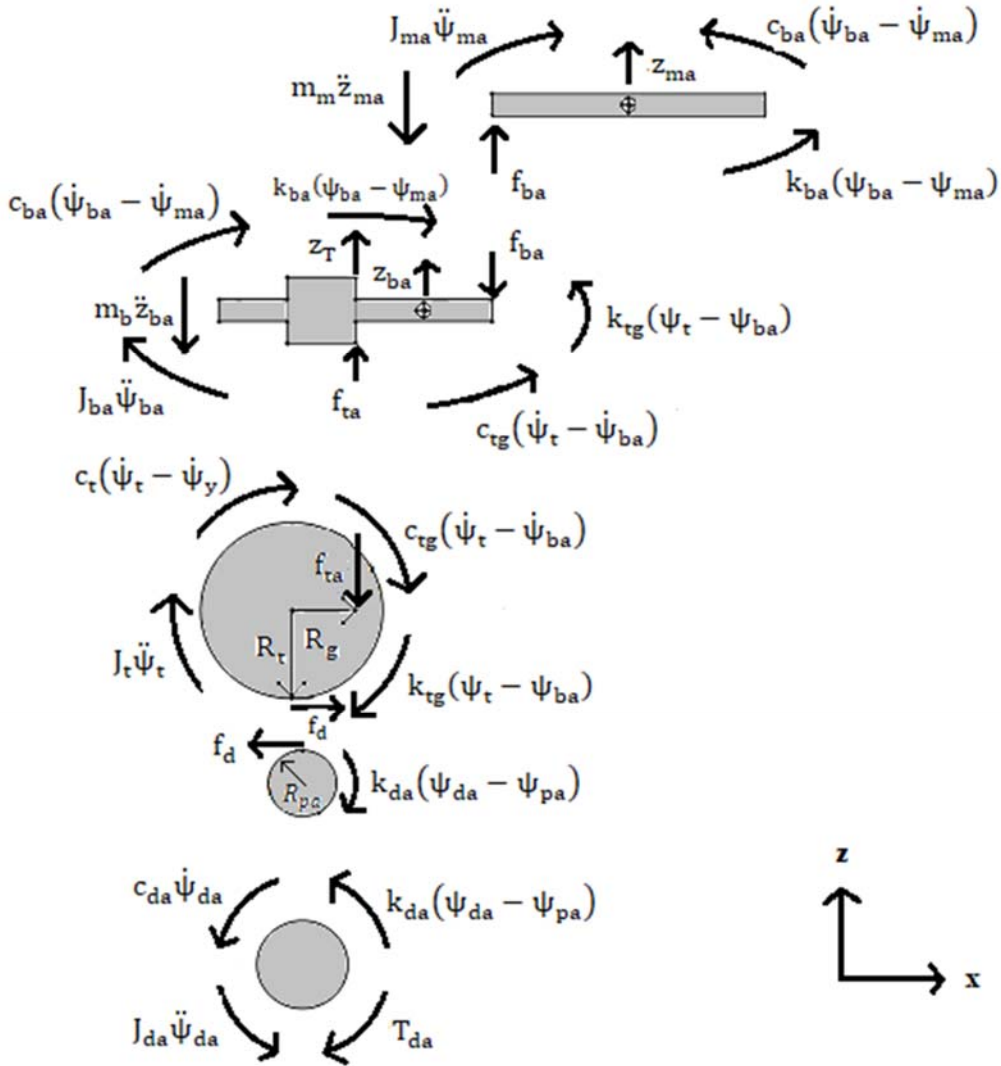
Namlu ön kısmına ait y ekseninde dönme denklemleri

$$J_{ma}\ddot{\psi}_{ma} - c_{ba}(\dot{\psi}_{ba} - \dot{\psi}_{ma}) - k_{ba}(\psi_{ba} - \psi_{ma}) + f_{ba}n_m = 0 \quad (27)$$

Namlu arka kısmına ait yanal hareket denklemleri

$$m_m\ddot{z}_{ma} - f_{ba} = 0 \quad (28)$$

Azimut dinamiği matematik modelini geliştirmek için kullanılan kısıt denklemleri Eş. 29- Eş. 31'de sunulmuştur.



**Şekil 5.** Azimut dinamiği serbest cisim diyagramı [11] (free body diagram of azimuth dynamics)

$z_T$  muylunun,  $z_M$  gövdeye ait ana kütlelerin yanal hareketleridir ve  $z_M$  ihmal edilmiştir.

$$z_T = z_M + X_t(\psi_t + \psi_y) \quad (29)$$

$$z_{ba} = z_T + n_b \psi_{ba} \quad (30)$$

$$z_{ma} = z_T + n_m \psi_{ma} + l_b \psi_{ba} \quad (31)$$

### 2.2.2. Yükselme dinamiği (Elevation dynamics)

Şekil 3b’de görüldüğü gibi yükselme dinamiği sürücü, namlu arka kısmı, namlu ön kısmı olmak üzere üç bölümden oluşmaktadır ve beş serbestlik derecesine sahiptir. Sürücü, namlu arka kısmı ve namlu ön kısmına ait z ekseninde dönme hareketleri sırasıyla  $\theta_{de}, \theta_{be}, \theta_{me}$ ; namlu ön kısmı ve namlu arka kısmına ait dikey hareketler sırasıyla  $y_{be}, y_{me}$  şeklindedir.  $J_{de}, J_{be}, J_{me}$  sırasıyla sürücü, namlu arka kısmı ve namlu ön kısmı atalet momentleri;  $m_b, m_m$  namlu arka kısmı ve namlu ön kısmı kütleleridir.  $T_{de}$  sürücüye verilen torku ifade etmektedir. Yükselme dinamiğinde tahrik bu tork ile sağlanır. Sürücü burulma viskoz sürtünme katsayısı  $c_{de}$  ile ifade edilir. Sürücüye ait hareket pinyon-kremayer dişli mekanizması ile namlu arka kısmına aktarılır ve  $k_{de}$  yay sabitini ifade eder.  $R_{pe}$  pinyon yarıçapıdır. Namlu arka kısmı muylu etrafında dönme serbestliğine sahiptir ve  $c_{1p}$  burulma viskoz sürtünme katsayısı,  $f_y$  reaksiyon kuvvetidir. Namlu arka kısmı namlu ön kısmı ile menteşelidir.  $k_{be}$  burulma yay sabitini,  $c_{be}$  burulma viskoz sürtünme katsayısını,  $f_{be}$  reaksiyon kuvvetini ifade eder [5, 11]. Yükselme dinamiği serbest cisim diyagramı Şekil 6’da verilmiştir. Şekil 6’dan

faydalanarak yükselme dinamiği denklemleri Eş. 32- Eş. 36 arasında sunulmuştur.

Sürücüye ait z ekseninde dönme hareketi denklemleri

$$J_{de}\ddot{\theta}_{de} + c_{de}\dot{\theta}_{de} + k_{de}(\theta_{de}R_{pe} + (\theta - \theta_{be})X_{tp})R_{pe} - T_{de} = 0 \quad (32)$$

Namlu arka kısmına ait z ekseninde dönme hareketi denklemleri

$$J_{be}\ddot{\theta}_{be} + c_{be}(\dot{\theta}_{be} - \dot{\theta}_{me}) + k_{be}(\theta_{be} - \theta_{me}) + c_{1p}(\dot{\theta}_{be} - \dot{\theta}) + f_y n_b + f_{be}(l_b - n_b) - k_{de}(\theta_{de}R_{pe} + (\theta - \theta_{be})X_{tp})(X_{tp} + n_b) = 0 \quad (33)$$

Namlu arka kısmına ait dikey hareket denklemleri

$$m_b\ddot{y}_{be} + k_{de}(\theta_{de}R_{pe} + (\theta - \theta_{be})X_{tp}) + f_{be} - f_y = 0 \quad (34)$$

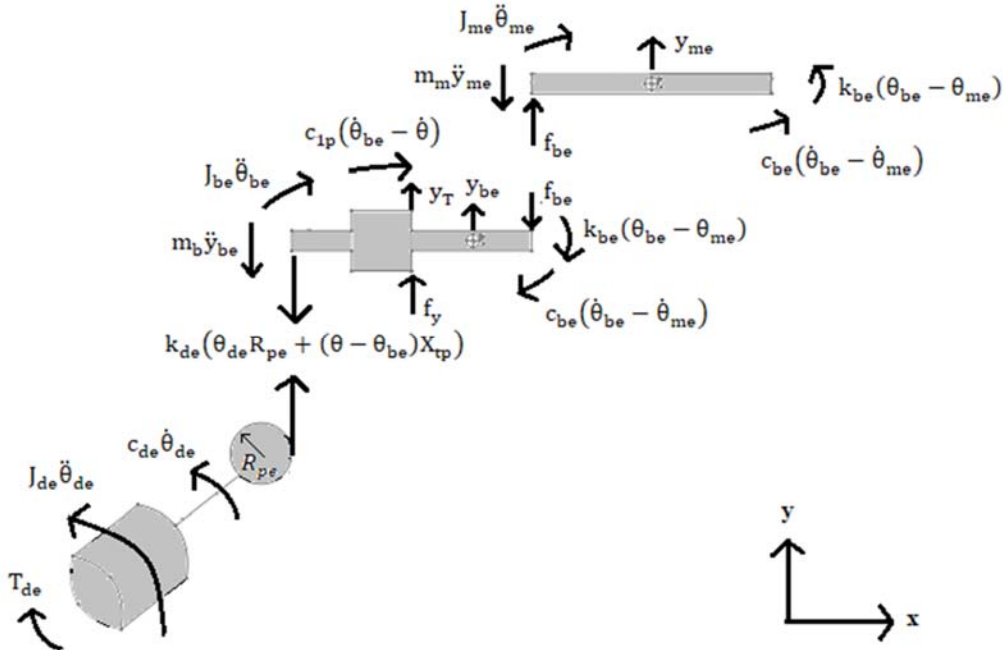
Namlu ön kısmına ait z ekseninde dönme hareketi denklemleri

$$J_{me}\ddot{\theta}_{me} - c_{be}(\dot{\theta}_{be} - \dot{\theta}_{me}) - k_{be}(\theta_{be} - \theta_{me}) + f_{be}n_m = 0 \quad (35)$$

Namlu ön kısmına ait dikey hareket denklemleri

$$m_m\ddot{y}_{me} - f_{be} = 0 \quad (36)$$

Yükselme dinamiği matematik modelini iyileştirmek için kullanılan kısıt denklemleri Eş. 37- Eş. 39’da sunulmuştur.  $y_T$  muylunun dikey hareketidir.



Şekil 6. Yükselme dinamiği serbest cisim diyagramı [11] (free body diagram of elevation dynamics)

$$y_T = y_M + X_t\theta - X_t\phi \sin(\psi_t) \quad (37)$$

$$y_{be} = y_T + n_b\theta_{be} - n_b\phi \sin(\psi_t) \quad (38)$$

$$y_{me} = y_T + n_m\theta_{me} + l_b\theta_{be} - (l_b + n_m)\phi \sin(\psi_t) \quad (39)$$

Silah sistemine ait parametreler Tablo 5’te sunulmuştur.

### 2.3. APG (Aberdeen Proven Ground)

APG, NATO standartlarına uygun olarak belirli mesafelere konulan tümseklerden oluşur. Yükselme dinamiğinin analizinde kullanılır [6]. Şekil 7’de APG yol profiline ait tümsek boyutları ve tümsekler arası mesafe şematik olarak verilmiştir. Analizlerde 30 km/h sabit hızla giden tankın sağ tarafının A, sol tarafının B tümseğinden geçtiği kabul edilmiştir.

### 3. KONTROLÖR TASARIMI (CONTROLLER DESIGN)

LQR kontrolör otomotiv, robotik gibi birçok alanda kullanılan optimal kontrol yöntemidir. Özellikle çok girişli çok çıkışlı sistemlerin kararlılığının sağlanması ve istenen performansın elde edilmesinde üstün bir kontrol

yaklaşımıdır [19, 20]. Cebirsel Ricatti Eşitliğinin çözümü ile tasarlanan durum geri beslemeli LQR kontrolör, aktif süspansiyon sisteminin kontrolünde sıklıkla kullanılmaktadır [21]. Tankların aktif süspansiyon sisteminin kontrolünde de kullanıldığı görülmektedir [2]. LQR kontrolörde sistem durumları  $K$  kontrolör kazancı ile çarpılır ve sisteme geri beslenir [19, 20].  $A$  sistem matrisi,  $B$  kontrolör giriş matrisi olmak üzere durum uzay formunda

$$\dot{x} = Ax + Bu \quad (40)$$

Eş. 40 olarak yazılan bir sistem için durum geri beslemeli LQR kontrolör tasarlanırken amaç

$$J = \int_0^{\infty} (x^T Qx + u^T Ru) dt \quad (41)$$

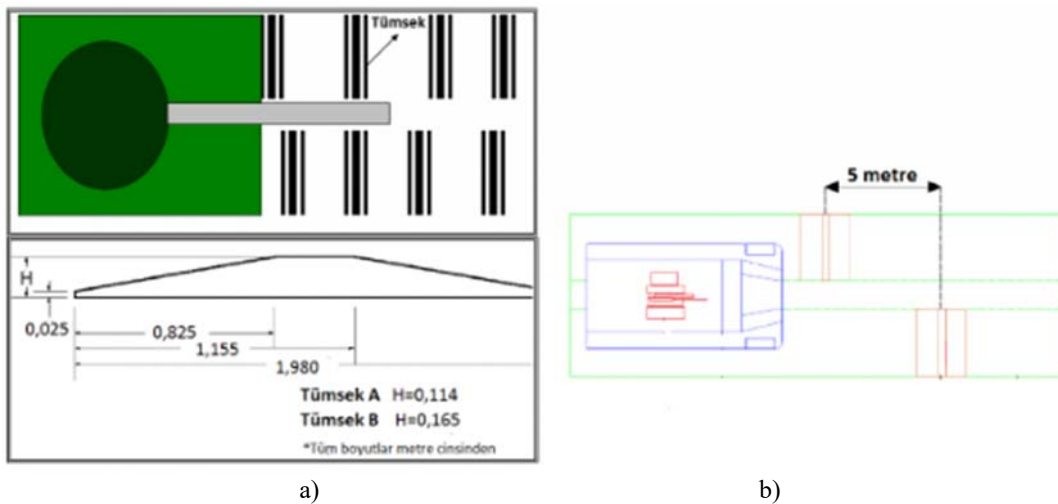
maliyet fonksiyonunu minimize edecek (Eş. 41) yapısında kontrolör tasarlamaktır.

$$u(t) = -Kx(t) \quad (42)$$

$u(t)$ ’nin sınırlandırılmamış olduğu kabul edilmiştir.  $Q$  ve  $R$  pozitif tanımlı performans ağırlıklandırma matrisleridir. Eş. (42), Eş. (40)’da yerine yazıldığında Eş. 43 elde edilir.

**Tablo 5.** Silah sistemi parametreleri (parameters of weapon system) [6, 11]

$X_t = 1$ [m]	$X_{tp} = 0,75$ [m]	$l_b = 1,75$ [m]
$l_m = 3,25$ [m]	$n_b = 0,465$ [m]	$n_m = 1,32$ [m]
$m_b = 2165$ [kg]	$m_m = 335$ [kg]	$J_{da} = 25$ [kgm <sup>2</sup> ]
$J_t = 16 \times 10^4$ [kgm <sup>2</sup> ]	$J_{ba} = 1090$ [kgm <sup>2</sup> ]	$J_{ma} = 281$ [kgm <sup>2</sup> ]
$R_t = 1,1$ [m]	$R_{pa} = 0,08$ [m]	$R_g = 0,90$ [m]
$C_{da} = 15 \times 10^4$ [Nms/rad]	$K_{da} = 2 \times 10^6$ [Nm/rad]	$C_t = 9 \times 10^4$ [Nms/rad]
$C_{tg} = 225 \times 10^3$ [Nms/rad]	$K_{tg} = 45 \times 10^7$ [Nm/rad]	$C_{ba} = 2 \times 10^3$ [Nms/rad]
$K_{ba} = 4 \times 10^6$ [Nm/rad]	$J_{de} = 0,5$ [kgm <sup>2</sup> ]	$J_{be} = 1090$ [kgm <sup>2</sup> ]
$J_{me} = 281$ [kgm <sup>2</sup> ]	$R_{pe} = 0,04$ [m]	$C_{de} = 15 \times 10^2$ [Nms/rad]
$K_{de} = 6 \times 10^6$ [N/m]	$C_{1p} = 15 \times 10^2$ [Nms/rad]	$C_{be} = 2 \times 10^3$ [Nms/rad]
$K_{be} = 4 \times 10^6$ [Nm/rad]		



**Şekil 7.** APG yol profili a) tümsek boyutları b) tümsekler arası mesafe [17]  
(APG road profile a) bump dimensions b) distance between bumps)



**Tablo 6.** Kontrolör kazanç matrisi (controller gain matrix)

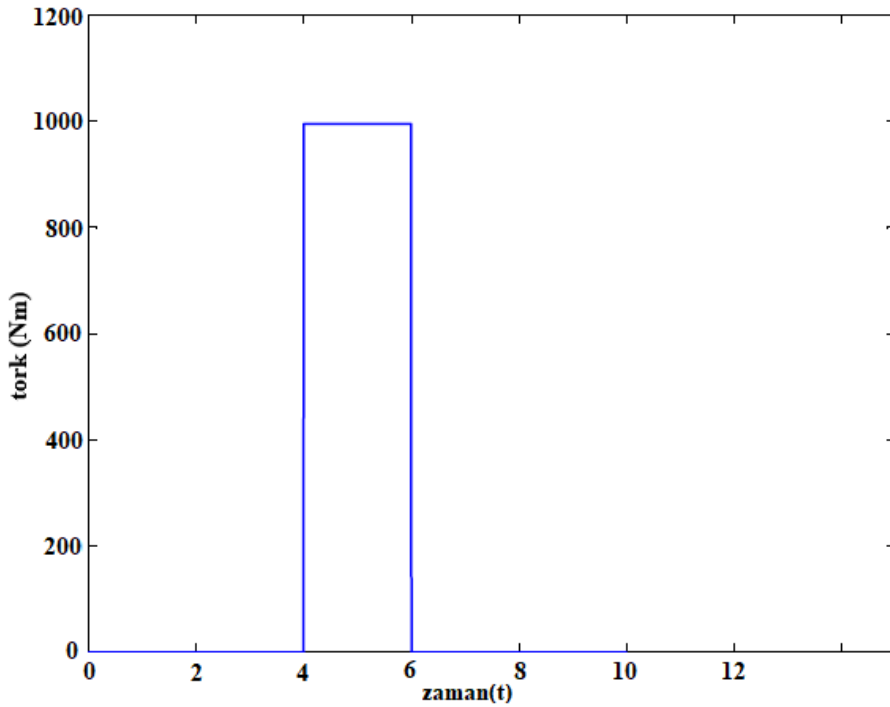
$$K = 10^6 x [K_1 \quad K_2 \quad K_3 \quad K_4 \quad K_5]$$

$$K_1 = \begin{bmatrix} 1,5417 & 1,340 & -1,3433 & 0,0425 & 0,0362 & 0,0314 & 0,0266 \\ -1,3435 & 1,340 & -1,5915 & 0,0142 & 0,0170 & 0,0216 & 0,0263 \\ 1,5417 & -1,340 & -1,3433 & 0,0141 & 0,0079 & 0,0031 & -0,0016 \\ -1,3435 & -1,340 & -1,5915 & -0,0141 & -0,0113 & -0,0066 & -0,0019 \end{bmatrix}$$

$$K_2 = \begin{bmatrix} 0,0218 & 0,0171 & 0,0141 & 0,0141 & 0,0079 & 0,0031 & -0,0016 \\ 0,0310 & 0,0356 & 0,0425 & -0,0141 & -0,0113 & -0,0066 & -0,0019 \\ -0,0064 & -0,0112 & -0,0142 & 0,0425 & 0,0362 & 0,0314 & 0,0266 \\ 0,0027 & 0,0074 & 0,0141 & 0,0142 & 0,0170 & 0,0216 & 0,0263 \end{bmatrix}$$

$$K_3 = \begin{bmatrix} -0,0064 & -0,0112 & -0,0142 & 1,6963 & 1,5732 & -1,4545 & -0,0002 \\ 0,0027 & 0,0074 & 0,0141 & -1,4476 & 1,5732 & -1,7066 & -0,0008 \\ 0,0218 & 0,0171 & 0,0141 & 1,6963 & -1,5732 & -1,4545 & -0,0008 \\ 0,0310 & 0,0356 & 0,0425 & -1,4476 & -1,5732 & -1,7066 & -0,0009 \end{bmatrix}$$

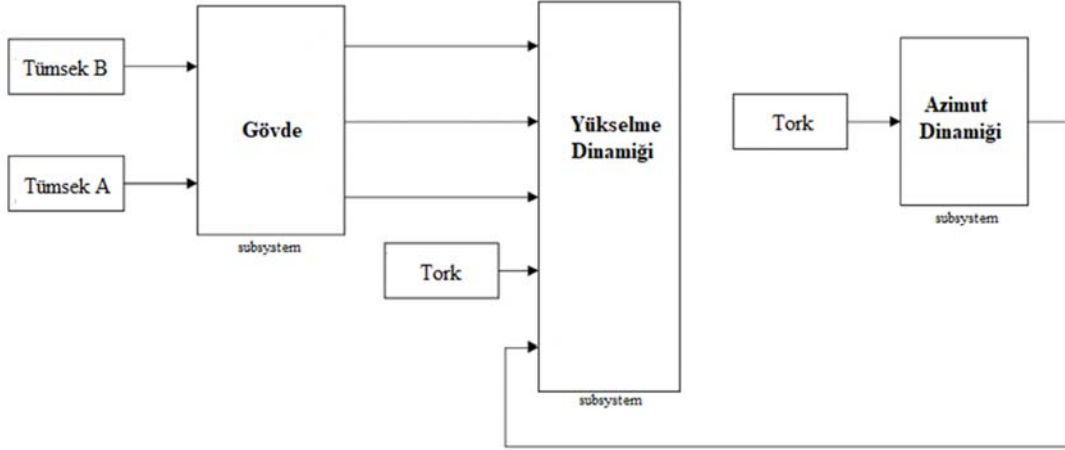
$$K_4 = \begin{bmatrix} -0,0008 & -0,0007 & -0,0006 & -0,0005 & -0,0004 & -0,0008 & -0,0008 \\ -0,0004 & -0,0005 & -0,0006 & -0,0007 & -0,0008 & -0,0002 & 0,0009 \\ -0,0002 & -0,0001 & -0,0000 & 0,0001 & 0,0002 & 0,0009 & -0,0002 \\ -0,0002 & 0,0001 & -0,0000 & -0,0001 & -0,0002 & -0,0008 & -0,0008 \end{bmatrix}$$

$$K_5 = \begin{bmatrix} -0,0002 & -0,0001 & -0,0000 & 0,0001 & 0,0002 & 0,0009 \\ 0,0002 & 0,0001 & -0,0000 & -0,0001 & -0,0002 & -0,0008 \\ -0,0008 & -0,0007 & -0,0006 & -0,0005 & -0,0004 & -0,0008 \\ -0,0004 & -0,0005 & -0,0006 & -0,0007 & -0,0008 & -0,0002 \end{bmatrix}$$


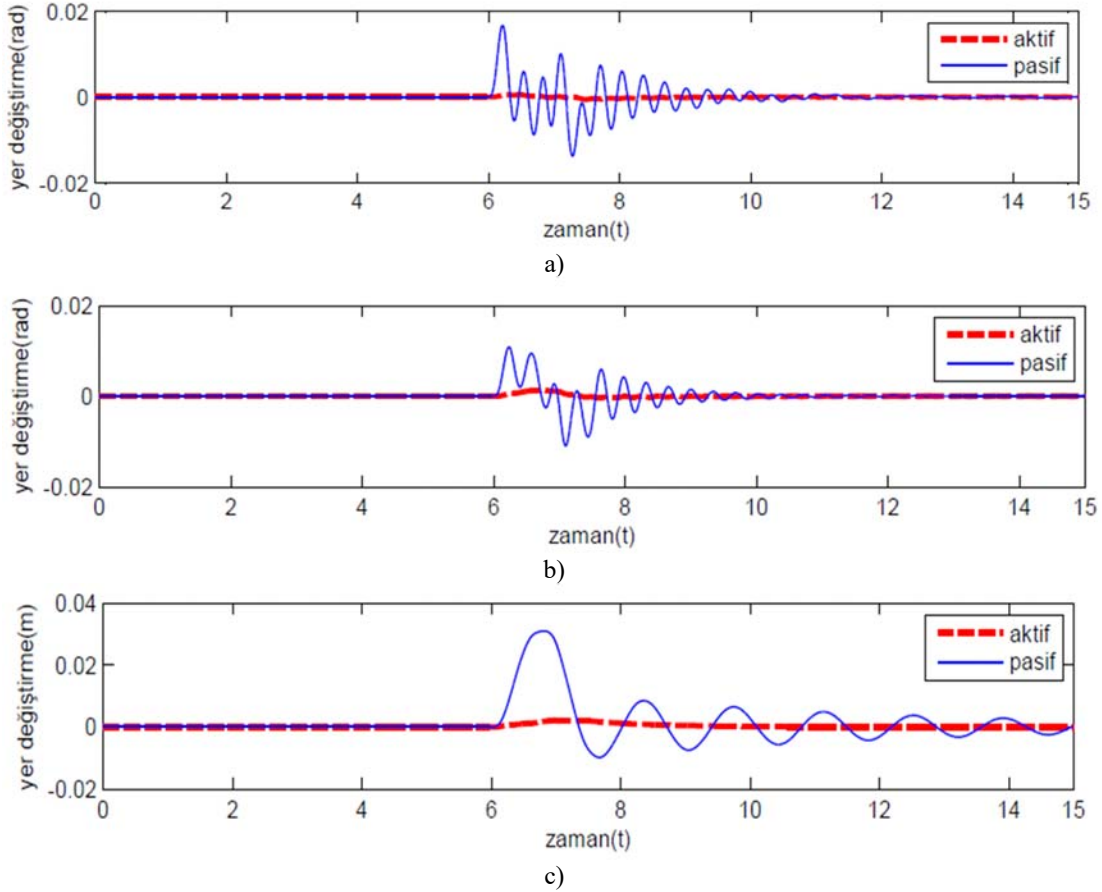
**Şekil 8.** Azimut ve yükselme dinamiği sürücülerine uygulanan tork girişi  
(plot of torque input to azimuth and elevation drive section)

6. ve 11. Saniyeler arasında bozulmalar olduğu görülmektedir. Yalpalama hareketinde 0.017 radyan, yuvarlanma hareketinde ise 0.010 radyan maksimum yer değiştirmeler meydana gelmiştir. Tüm cevaplar için aktif ve

pasif durumlar karşılaştırıldığında bozulmaların büyük oranda azaltılarak genliklerin bastırıldığı gözlemlenmiştir. Namlu arka ve ön kısımlarına ait yer değiştirme zaman cevapları Şekil 11’de verilmiştir.



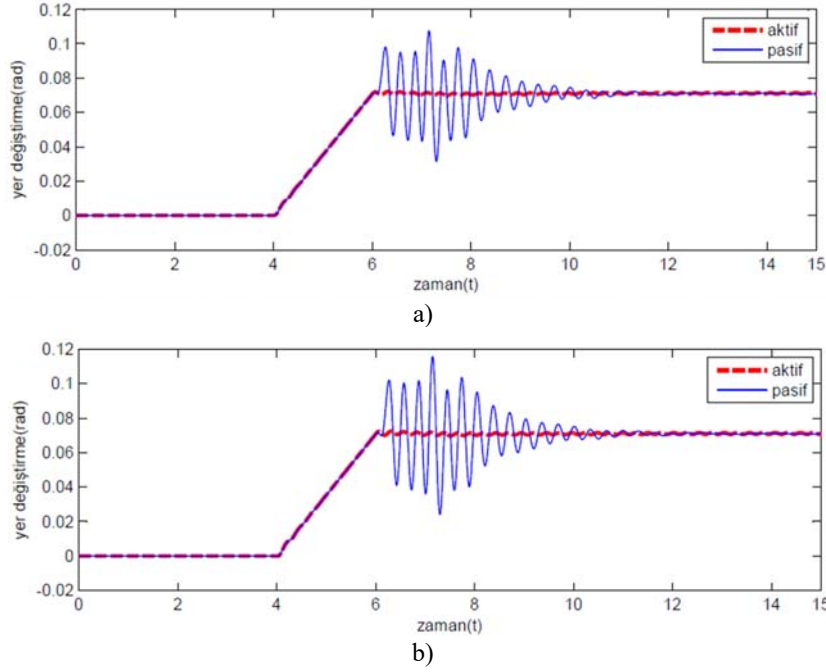
Şekil 9. Simulink Modeli (simulink model)



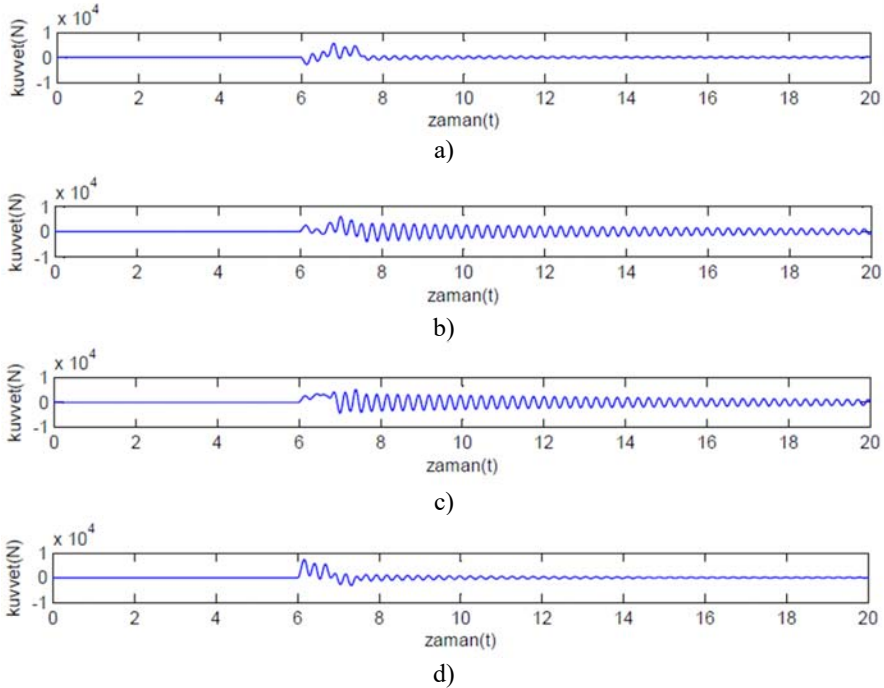
Şekil 10. Ana kütleye ait a) yalpalama b) yuvarlanma c) sıçrama hareketleri yer değiştirme zaman cevapları (displacement-time responses of sprung mass for a) pitch b) roll c) bounce motions)

4. ve 6. saniyeler arasında azimut dinamiği ve yükselme dinamiği sürücülerine uygulanan 1000 Nm tork sebebiyle namlu arka ve ön kısımlarının 0.07 radyan yer değiştirdikleri görülmüştür. APG yol profilinin bozucu etkisi 6. saniyeden itibaren düşey salınımlara sebep olmuştur ve namlu hedeften

sapmıştır. Tasarlanan LQR kontrolör sayesinde APG yol girdisinin namluda sebep olduğu düşey salınımlar büyük oranda azaltılmış ve tankın hareketine bağlı olmaksızın namlunun hedefte sabit kalması sağlanmıştır. Şekil 12’de verilen kontrolör kuvvetlerinin maksimum değerinin 6000 N



Şekil 11. a) namlu arka b) namlu ön kısımları yer değiştirme zaman cevapları (displacement-time responses for a) breech b) muzzle sections)



Şekil 12. a)  $u_{r1}$  b)  $u_{r7}$  c)  $u_{l1}$  d)  $u_{l7}$  kontrolör kuvvetleri (controller forces a)  $u_{r1}$  b)  $u_{r7}$  c)  $u_{l1}$  d)  $u_{l7}$ )

civarında olduğu, bu değerın literatürdeki aktif süspansiyon sisteminin kontrolüne yönelik çalışmalar dikkate alındığında uygulanabilir seviyede olduğu görülmektedir [8].

## 5. SONUÇLAR (CONCLUSIONS)

Bu çalışmada ana muharebe tankı gövde ve silah sistemi olarak modellenmiştir. Silah sistemi azimut dinamiği ve

yükselme dinamiği olarak ele alınmıştır. Tank, APG yol girdisine maruz bırakılarak gövdeye ait ana kütleının yalpalama, yuvarlanma ve sıçrama hareketlerinin, ayrıca azimut dinamiğinin yükselme dinamiği üzerindeki etkisi incelenmiştir. Düşey düzlemde salınımlar oluşmuş ve durum geri beslemeli LQR kontrolör ile süspansiyon sistemi kontrol edilerek salınımların genlikleri azaltılmıştır. Literatürdeki çalışmalar incelendiğinde makul oranda kontrol kuvvetleri

uygulandığı, salınımların büyük oranda önlendiği gözlemlenmiş ve tankın hareketinden bağımsız olarak namlunun hedefte sabit kalması sağlanmıştır. İleriki çalışmalarda durum geri beslemeli LQR kontrolör yerine durum türevi geri beslemeli LQR kontrolör kullanılarak daha verimli sonuçlar alınabilir. Bu çalışmada ihmal edilen ana kütlelerin savrulma ve yanıl hareketlerini de içeren tank gövdesi modelleri kullanılarak bu hareketlerin azimut dinamiği üzerindeki etkisi incelenebilir. Yatay düzlemde oluşan salınımlar gözlemlenerek gerekirse kontrol çalışmaları yapılabilir. Ateşleme ve balistik etkiler de yapılan çalışmalara dahil edilebilir.

#### KAYNAKLAR (REFERENCES)

1. Shukla, J., Modelling and Simulation of Main Battle Tank to Stabilize the Weapon Control System, SAE Technical Paper, 2018-28-0078, 2018.
2. Jakati A., Banerjee S., Jebaraj C., Development of Mathematical Models, Simulating Vibration Control of Tracked Vehicle Weapon Dynamics, Defence Science Journal, 67 (4), 465-475, 2017.
3. Sever M., Şendur H.S., Yazıcı H., Arslan M. S., Durum Türevi Geri Beslemeli LQR Kontrolör ile Aktif Süspansiyon Sistemi Tasarımı, Otomatik Kontrol Ulusal Toplantısı, Eskişehir-Türkiye, 516-521, 29 Eylül -1 Ekim, 2016.
4. Bayraktar M., Tahtalı M., Raylı Taşıtlarda Dinamik Hareketler ve Titreşim Azaltma Yöntemlerinin İncelenmesi, Pamukkale University Journal of Engineering Sciences, 26 (1), 9-20, 2020.
5. Arık R, Ana Muharebe Tankı Atış Sisteminin Modellenmesi ve Denetimi, Yüksek Lisans Tezi, Hacettepe Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Ankara, 2005.
6. Karayumak T., Modeling and Stabilization Control of a Main Battle Tank, Doktora Tezi, Orta Doğu Teknik Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Ankara, 2011.
7. Sever M., Şendur H.S., Yazıcı H., Arslan M.S., Active vibration control of a vehicle suspension system having biodynamic driver model with state derivative feedback LQR, Journal of the Faculty of Engineering and Architecture of Gazi University, 34 (3), 1573-1583, 2019.
8. Sever M., Yazıcı H., Observer Based Optimal Vibration Control of a Full Aircraft System Having Active Landing Gears and Biodynamic Pilot Model, Shock and Vibration, 2016.
9. Venkatasubramanian N., Banarjee S., Balamurgan V., Non-linear Seventeen Degrees of Freedom Ride Dynamics Model of a Full Tracked Vehicle in simMechanics, Procedia Engineering, 144 (2016), 1086-1093, 2016.
10. Banarjee S., Balamurgan V., Krishnakumar R., Ride Comfort Analysis of Math Ride Dynamics Model of Full Tracked Vehicle with Trailing Arm Suspension, Procedia Engineering, 144 (2016), 1110-1118, 2016.
11. Banarjee S., Balamurgan V., Krishnakumar R., Effect of Integrated Ride and Cornering Dynamics of a Military Vehicle on The Weapon Responses, Proceedings of The Institution of Mechanical Engineers, Part K: Journal of Multi-body Dynamics, 232 (4), 536-554, 2018.
12. Özdemir M. N., Steering Dynamics of Tracked Vehicles, Yüksek Lisans Tezi, Orta Doğu Teknik Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Ankara, 2016.
13. Afacan K., Modeling and Control of a Stabilization System, Yüksek Lisans Tezi, Orta Doğu Teknik Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Ankara, 2004.
14. Gümüşay Ö., Intelligent Stabilization Control of Turret Subsystems Under Disturbances From Unstructured Terrain, Yüksek Lisans Tezi, Orta Doğu Teknik Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Ankara, 2006.
15. Songül S., Tank Namlusu Stabilizasyon Sisteminin Ardunio ile Uygulanması ve Deneysel Düzeneğin Hazırlanması, Yüksek Lisans Tezi, Trakya Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, 2014.
16. Purdy, D. J., Comparison of Balance and out of Balance Main Battle Tank Armaments, Shock and Vibration, 8 (3-4), 167-174, 2001.
17. Tatar A., Modeling of Non-linear Effect in Remote Controlled Stabilized Gun Systems, Yüksek Lisans Tezi, Hacettepe Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, 2018.
18. Ogata K., Sistem Dinamiği, Palme Yayınevi, Ankara, Türkiye, 2018.
19. İcen M., LQR Algoritması ile Kuadroptör Kontrolü, Yüksek Lisans Tezi, İnönü Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Malatya, 2019.
20. Yavuz H., Bir Quadroptörün Modellenmesi ve Hiperbolik Tanjant Adaptif LQR+PID Kontrolü, Yüksek Lisans Tezi, İstanbul Teknik Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, İstanbul, 2018.
21. Sever M., Taşıt Titreşimlerinin Durum ve Çıkış Türevi Geri Beslemesi ile Doğrusal Parametre Değişimli Dayanımlı Kontrolü, Yüksek Lisans Tezi, Yıldız Teknik Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, İstanbul, 2017.
22. Nagarkar M.P., Vikhe G.J., Borole K.R., Nandedkar V.M., Active Control of Quarter Car Suspension Using Linear Quadratic Regulator, International Journal of Automotive and Mechanical Engineering (IJAME), 3 (1), 364-372, 2011.
23. Ogata K., Modern Kontrol Mühendisliği, Palme Yayınevi, Ankara, Türkiye, 2019.