



Geometric optimization of PMSM using Halbach array and PSO algorithm

Osman Can Soygenç^{ID}, Lale T. Ergene*^{ID}

Istanbul Technical University, Electrical and Electronics Faculty, Electrical Engineering Department, 34469 Sariyer, Istanbul, Turkey

Highlights:

- PMSM design
- Performing the optimization algorithms in electrical machines
- Increasing energy efficiency

Keywords:

- Permanent Magnet Synchronous Motor
- Halbach Array
- Efficiency
- Particle Swarm Optimization
- Genetic Algorithm
- Finite Element Method

Graphical/Tabular Abstract

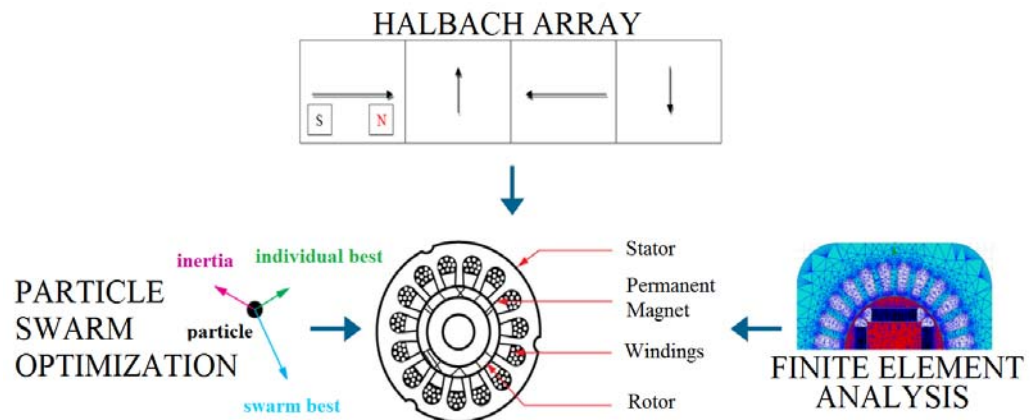


Figure A. Illustration of Halbach array and PSO implementation & FEA verification of PMSM

Article Info:

Research Article
Received: 10.05.2019
Accepted: 25.05.2020

DOI:

10.17341/gazimmfd.562110

Acknowledgement:

This study was supported by Istanbul Technical University (ITU) Research Fund in Project No: ITU-BAP 40898.

Correspondence:

Author: Lale T. Ergene
e-mail: ergenel@itu.edu.tr
phone: + 90 212 285 3634

Purpose: The main purpose of this study is to increase the permanent magnet synchronous motor (PMSM) efficiency by using Halbach array in construction and meta-heuristic optimization methods such as particle swarm optimization (PSO) and genetic algorithm.

Theory and Methods:

In this study, finite element method (FEM) and experimental results are compared to validate the results of the reference PMSM motor. Particle swarm optimization and genetic algorithm are used to obtain the optimized motor model to increase the motor efficiency. Motor performance parameters are enhanced with Halbach array in PM structure. Finally, finite element method is also used to implement the design changes of the proposed and optimized motor models with Halbach array.

Results:

The proposed Halbach motor structure is optimized with meta-heuristic optimization algorithms and the outputs are compared to those of the reference motor. More efficient and cheaper motor models are obtained with the different magnet and air core structures.

Conclusion:

The benefits of the Halbach array are evaluated using different types and numbers of permanent magnet segments. In further, particle swarm optimization and genetic algorithm are applied to the designs to reach the maximum performance point with Halbach array. The electrical and magnetic results obtained from the analytical calculations are confirmed with FEM results in terms of the flux density and electromagnetic torque. Higher power density is achieved in the final design. In addition, increased output torque and efficiency are obtained.



Halbach dizilimi ve PSO algoritması kullanarak DMSM'nin geometrik en iyilemesi

Osman Can Soygenç^{ID}, Lale T. Ergene*^{ID}

İstanbul Teknik Üniversitesi, Elektrik-Elektronik Fakültesi, Elektrik Mühendisliği Bölümü, 34469 Sarıyer, İstanbul, Türkiye

Ö N E Ç İ K A N L A R

- DMSM tasarımı
- Elektrik makinalarında en iyileme algoritmalarının uygulanması
- Enerji verimliliğinin artırılması

Makale Bilgileri

Araştırma Makalesi

Geliş: 10.05.2019

Kabul: 25.05.2020

DOI:

10.17341/gazimmfd.562110

Anahtar Kelimeler:

Daimi mıknatıslı senkron motor,
Verimlilik,
parçacık sürü optimizasyonu;
genetik algoritma,
halbach dizilimi

ÖZET

Günümüzde daimi mıknatıslı senkron motorlar (DMSM'ler) üzerinde yapılan çoğu çalışma, ya iç ya da yüzeye yerleştirilen mıknatıs yapılarına ve tasarım değişikliklerine odaklanmaktadır. Bu çalışmada, meta-sezgisel en iyileme yöntemleri kullanarak oluşturulmuş Halbach diziliminin DMSM'e uygulanmasının, verimlilik ve performans üzerine etkileri incelenmiştir. Motorun analitik ve sayısal modellemeleri gerçekleştirilmiş, sayısal modelleme için sonlu elemanlar yöntemi (SEY) kullanılmıştır. Parçacık sürüsü & genetik en iyileme algoritmaları; daimi mıknatısın geometrik parametrelerinin en iyilenmesi için tercih edilmiştir. Önerilen tasarımın analitik ve sayısal sonuçları, referans motorun analitik ve/veya sayısal sonuçları ile karşılaştırılmıştır. Aynı motor istekleri için en iyilenmiş motor yapısı ile verimlilik, güç / ağırlık oranı ve maliyette iyileşmeler elde edilmiştir.

Geometric optimization of PMSM using Halbach array and PSO algorithm

H I G H L I G H T S

- PMSM design
- Performing the optimization algorithms in electrical machines
- Increasing energy efficiency

Article Info

Research Article

Received: 10.05.2019

Accepted: 25.05.2020

DOI:

10.17341/gazimmfd.562110

Keywords:

Permanent magnet synchronous motor, efficiency, particle swarm optimization, genetic algorithm, halbach array

ABSTRACT

Most studies on permanent magnet synchronous motors (PMSMs) focus on either interior type or surface mounted magnet configurations and their design changes. This paper deals with the improvements on PMSMs' efficiency and performance after Halbach Array implementation by using meta-heuristic optimization algorithms. Analytical and numerical modeling of the motor are achieved and finite element method (FEM) is used for the numerical models. Particle swarm optimization & genetic algorithm were performed for the optimal design of the geometrical parameters of the permanent magnet (PM). The analytical and numerical results of the proposed design are compared to the analytical and/or numerical results of the reference motor. The improvements in efficiency, power/weight ratio, and cost are achieved with the optimized motor structure for the same motor requirements.

1. GİRİŞ (INTRODUCTION)

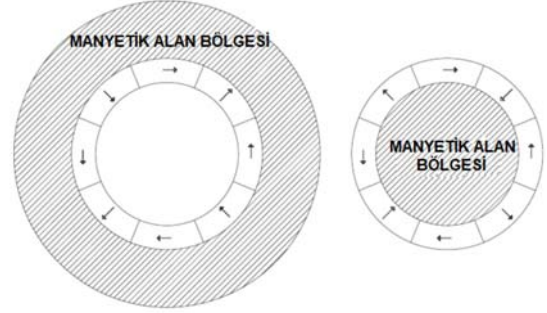
Günümüzde nüfus artışı ve sonucunda artan taleplerle beraber günden güne daha fazla enerji tüketilmektedir. Kullanılan elektrik miktarı da elektrikli cihazların gündelik hayatta daha fazla yer bulmasıyla doğru orantılı olarak artmaktadır. Endüstriyel ve yaşamsal alanlarda artan enerji talebi; kömür, doğal gaz, petrol ve petrol türevi birçok fosil kaynağının tüketimini de artırmaktadır. Artan fosil kaynak kullanımı ise dünya iklimi üzerinde olumsuz sonuçlara sebep olmaktadır. Tükenebilir kaynakların kullanımıyla ortaya çıkan küresel ısınma dünya atmosferini önemli ölçüde tehdit etmektedir. Tüm bunlar hem endüstriyel hem de yaşamsal alanlarda enerjinin doğru ve verimli kullanımını bir gereklilik haline getirmekte ve bu yönde çalışmalar yapılmaktadır.

Elektrik enerjisi kullanan sistemler incelendiğinde, elektrik motorlarının tükettiği enerjinin tüm sistem içinde oldukça yüksek bir orana sahip olduğu görülmektedir. Elektrik motorları; beyaz eşya uygulamaları, elektrikli araçlar, fan, pompa, asansör, taşıyıcı sistemler gibi birçok farklı alanda kullanılmaktadır. Yapılan araştırmalara göre, üretilen elektrik enerjisinin %53'ü elektrik motorları ve motor sürüş sistemleri tarafından tüketilmektedir [1]. Uluslararası enerji ajansı verilerine göre 2030 yılında elektrik motor ve motor sistemlerinin enerji tüketim miktarı 13360 TWs'e yükselecek ve buna bağlı olarak enerji maliyeti ve çevreye olan etkisi artacaktır [2]. Bunu önlemek adına alınacak yasal ve çevresel kararlar, enerji verimliliği adına büyük önem taşımaktadır.

Türkiye Bilim, Sanayi ve Teknoloji Bakanlığının yaptığı çalışmaya göre motor sistemlerinin çok büyük bir enerji tasarrufu sağlama imkânı bulunmaktadır. Yapılacak iyileştirmelerle fan uygulamalarından %22, pompa uygulamalarından %20 enerji tasarrufu sağlamak mümkündür [3]. Bu bilgilere göre, enerji kullanım verimliliğini arttırmada elektrik motorları tarafında yapılacak iyileştirmeler büyük önem taşımaktadır [4]. DMSM konusunda yapılan son araştırmalar göstermektedir ki, motor mıknatis kullanımında yapılacak yapısal değişiklikler, motor performansını arttırmaya yardımcı olmaktadır. Örnek olarak, Halbach dizilimine sahip DMSM'ler sahip oldukları sinüzoidal daha yakın akı dağılımları sayesinde daha iyi performans özellikleri sunmaktadırlar. Bu yaklaşımla motor vuruğu momenti azaltılabilir ve elektromotor kuvveti (EMK) dalga şekli daha düzgün elde edilebilir. Akı değerleri bir yönde en üst değere çıkarılabilir ve mıknatis dizilimine bağlı olarak akı değişimi zıt yönde ortadan kaldırılabilir [5]. Dizilim sayesinde daha yüksek moment ve akım yoğunlukları elde edilebilir [6].

Artan akı yoğunluğuyla beraber rotor bölgesinde kalkanlanma etkisi elde edilebilir (Şekil 1). Kalkanlanma etkisi sayesinde, rotor çekirdeğinde oluşacak manyetik etkiler ortadan kaldırılabilir [5, 6]. Buna bağlı olarak makine toplam kütlesi ve eylemsizliğinde azalma sağlanabilir. Daha

yüksek güç yoğunluğu ve üretim maliyeti adına kazanımlar elde edilebilir. Halbach dizilimi; belirli bir çalışma noktasından sonra klasik mıknatis dizilimlerinden daha iyi çalışma şartları sağlayabilir [7].



Şekil 1. Halbach dizilimi kalkanlanma yapısı (Self-Shielding structure for Halbach array)

Bilgisayarların işlem kapasitesindeki artış, sistemler için mümkün olan en iyi çözümü elde etmek adına en iyileme algoritmalarını koşturmayı mümkün kılmaktadır [8, 9]. Benzetimli tavlama, karınca kolonisi, genetik algoritma, parçacık sürü en iyilemesi vb. gibi meta-sezgisel en iyileme algoritmaları, uygulama kolaylığı ve yüksek başarı oranları nedeniyle elektrikli makine tasarımlarında öne çıkmaya başlamıştır. En iyileme, malzeme türünde, üretim yöntemlerinde vb. büyük değişiklikler uygulamadan daha verimli bir yapı elde etmeye olanak sağlamaktadır [10].

Bu çalışmada; ev uygulamalarında kullanılan DMSM'e Halbach dizilimi uygulanarak en iyileme çalışması yapılmıştır. Hesaplamalı sonuçlar ve test sonuçları, akı yoğunluğu, akım, moment vb. motor parametrelerinin karşılaştırması olarak sunulmuştur. Sayısal analizler için, SEY'e dayalı bir ticari yazılım olan Maxwell2D kullanılmıştır. En yüksek hava aralığı akı yoğunluğu ve en iyi Halbach dizilimi için parçacık sürü en iyilemesi (PSO) ve genetik algoritma (GA) meta-sezgisel en iyileme algoritmaları uygulanmıştır. Sonuç olarak, geliştirilmiş modelin performans verileri elde edilmiş ve sonuçlar referans motorunkilerle karşılaştırılmıştır.

2. HALBACH MIKNATIS DİZİLİMİ (HALBACH ARRAY)

Halbach dizilimi; 1973 yılında Mallinson tarafından bulunduğu beri, parçacık ivmelenmesi, elektron depolaması gibi birçok farklı alanda kullanılmıştır. Bu özel dizilim, Şekil 2a'da gösterildiği gibi mıknatis yönüne bağlı olarak belirli bir yönde daha yoğun akı sağlar. Halbach dizilimi üzerine yapılan son çalışmalar, böyle bir yapı kullanılarak verimliliğin, enerji yoğunluğunun, güç ve moment değerlerinin artırılmasının mümkün olduğunu göstermektedir [9, 11]. Bu olumlu özelliklerin yanında mıknatis yerleşimi diğer klasik gömülü mıknatisli yapılara göre daha zordur. Bölütlenmiş mıknatisleri tutmak için yapıstırıcı malzeme gerekir [12].

Mıknatıs yapısı nedeniyle oluşacak mıknatıslanma; matematiksel olarak Eş. 1 ve Eş. 2 ile verilmiştir [8].

$$M = M_r \cos(p * \theta) \vec{r} \pm M_r \sin(p * \theta) \vec{\theta} \quad (1)$$

$$\nabla \cdot \vec{M} = \nabla \cdot (\Sigma_n M_r \cos(p * \theta) \vec{r} \pm \Sigma_n M_r \sin(p * \theta) \vec{\theta}) \quad (2)$$

Denklemlerdeki eksi işareti iç rotorlu yapıyı, artı işareti ise dış rotorlu yapıyı temsil etmektedir. $\vec{\theta}$ and \vec{r} radyal ve teğetsel yönler için tanımlanmış birim vektörlerdir. Manyetik akı yoğunluğu; motor ve mıknatıs boyutları cinsinden elde edilebilir. İlgili denklemler, motor yapısına göre iç rotorlu ya da dış rotorlu yapılar için ve rotoru ferromanyetik malzeme veya hava çekirdekli olan yapılar için kullanılabilir. R_s , R_m , R_r ve R_i boyutları sırasıyla dış halka yarıçapını, mıknatısın dış yarıçapı, mıknatısın iç yarıçapı ve iç halka yarıçapına karşılık gelmektedir. Bu büyüklükler Şekil 2b'de motor geometrisi üzerinde gösterilmiştir. Mıknatıslar tarafından oluşturulan manyetik alanın büyüklüğü, bu geometrik boyutlar ve mıknatıs bölgesindeki mıknatıs akı yoğunluğu kullanılarak ifade edilebilir.

Halbach denklemleri, mıknatıslanma denklemlerine ve akı denklemlerine geometrik sınır şartları uygulayarak, p'nin kutup sayısına eşit olduğu ve $R_i = R_r$ noktasında elde edilebilir. Hava aralığı radyal ve teğetsel manyetik akı yoğunluğu değerleri, ferromanyetik rotor için Eş. 3 ve Eş. 4 denklemleri ile hava çekirdekli rotor için Eş. 5 ve Eş. 6 denklemleri kullanarak hesaplanabilir [9].

$$B_{Ir} = B_r \frac{p}{p+1} \frac{1 - \left(\frac{R_r}{R_m}\right)^{p+1}}{1 - \left(\frac{R_r}{R_s}\right)^{2p}} \times \left[\left(\frac{r}{R_s}\right)^{p-1} \left(\frac{R_m}{R_s}\right)^{p+1} + \left(\frac{R_m}{r}\right)^{p+1} \right] \cos(p\theta) \quad (3)$$

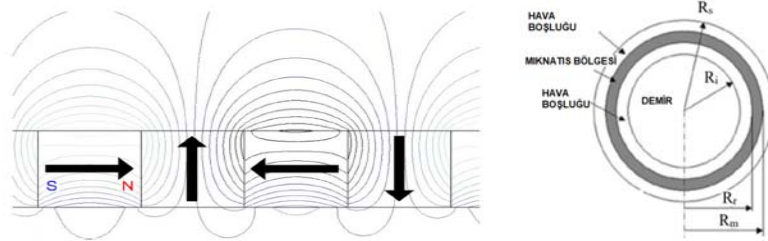
$$B_{I\theta} = -B_r \frac{p}{p+1} \frac{1 - \left(\frac{R_r}{R_m}\right)^{p+1}}{1 - \left(\frac{R_r}{R_s}\right)^{2p}} \times \left[\left(\frac{r}{R_s}\right)^{p-1} \left(\frac{R_m}{R_s}\right)^{p+1} - \left(\frac{R_m}{r}\right)^{p+1} \right] \sin(p\theta) \quad (4)$$

$$B_{Ir} = B_r \frac{p}{p+1} \times \left[1 - \left(\frac{R_r}{R_m}\right)^{p+1} \right] \times \left[\left(\frac{r}{R_s}\right)^{p-1} \left(\frac{R_m}{R_s}\right)^{p+1} + \left(\frac{R_m}{r}\right)^{p+1} \right] \cos(p\theta) \quad (5)$$

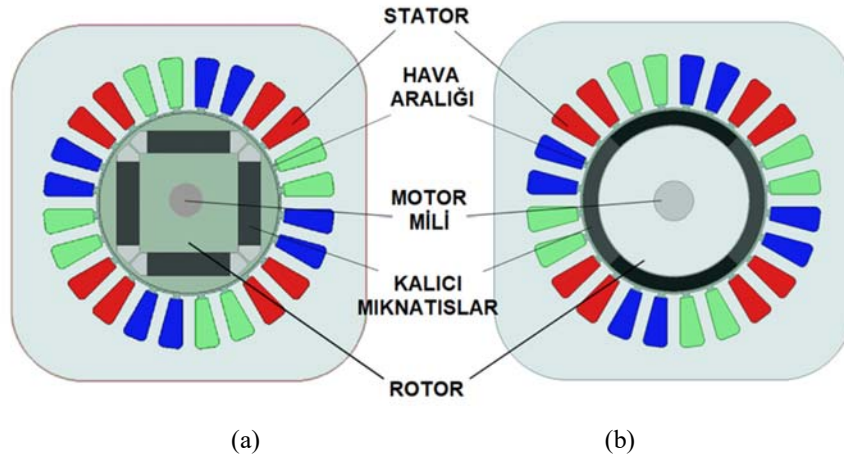
$$B_{I\theta} = -B_r \frac{p}{p+1} \times \left[1 - \left(\frac{R_r}{R_m}\right)^{p+1} \right] \times \left[\left(\frac{r}{R_s}\right)^{p-1} \left(\frac{R_m}{R_s}\right)^{p+1} - \left(\frac{R_m}{r}\right)^{p+1} \right] \sin(p\theta) \quad (6)$$

3. DMSM REFERANS TASARIMI (REFERENCE PMSM)

Referans DMSM, Şekil 3a'da verilen 4 kutuplu ve 24 stator oluşuna sahip bir gömülü DMSM'dir. Motor anma değerleri Tablo 1'de listelenmiş ve motor manyetik modeli, Maxwell2D kullanılarak oluşturulmuştur. Stator sargı



Şekil 2. Halbach dizilimi (a) akı yolları ve (b) motor yapısı (Halbach array (a) flux paths and (b) motor structure) [10, 13].



Şekil 3. DMSM motor yapısı a) gömülü mıknatıslı b) yüzey mıknatıslı (PMSM motor layout ((a) interior and (b) exterior))

malzemesi olarak alüminyum, rotor ve stator da çekirdeklerinde ise M700 silisli sac kullanılmıştır.

Tablo 1. Referans DMSM özellikleri
(Reference PMSM's properties)

Anma Gücü [W]	90
Anma Momenti [Nm]	0,26
Anma akımı [A]	0,7
Anma Hızı [min^{-1}]	2800
Daimi Mıknatıs	Ferrite

Dört kutuplu motorun eş akı çizgilerinin görüldüğü iki boyutlu DMSM motor modeli ve manyetik akı yoğunluğu dağılımı Şekil 4'de verilmiştir. Stator sargılarının üç fazlı simetrik akım dalga biçimi Şekil 5a'de görülmektedir. İki kutup için hava aralığı akı yoğunluğu değişimi Şekil 5b'de verilmiştir.

Hava aralığı akış yoğunluğunun efektif değeri, 0,25 T, statordaki ortalama akı yoğunluğu 1 T'dir. Ortalama çıkış momenti 0,265 Nm olarak hesaplanmış ve çıkış momentinin dalga formu Şekil 6'da verilmiştir.

Şekil 7'de bulunan ölçüm sistemi, test sonuçlarını elde etmek için kullanılmıştır. EMK değeri için motor 1000 min^{-1} 'de boşa döndürülmüştür. İndüklenen gerilim, test sonucu

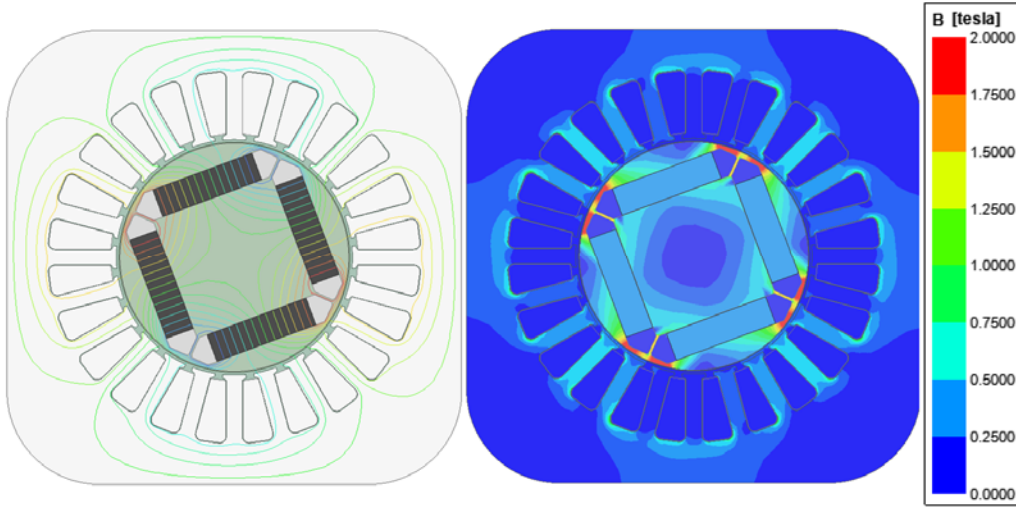
olarak tepeden tepeye 92 V, SEY çözümünden ise 85 V olarak elde edilmiştir (Şekil 8). Test ve SEY için hata oranı, EMK değeri için %7 olarak bulunmuştur ve kabul edilebilir sınırlar içerisinde. Motor, histerezis freninde ve referans motor bağlantı sisteminde 2800 min^{-1} ve 0,7 A akımda test edilmiştir. Sayısal sonuçlar, modelleme doğruluğu için test sonuçlarıyla karşılaştırılmıştır. Tablo 2'de sunulan sayısal modelleme ve test sonuçları arasındaki en fazla göre hata %5 olmuştur.

Tablo 2. Referans DMSM Test & SEY karşılaştırması
(TEST & FEM comparison for the reference PMSM)

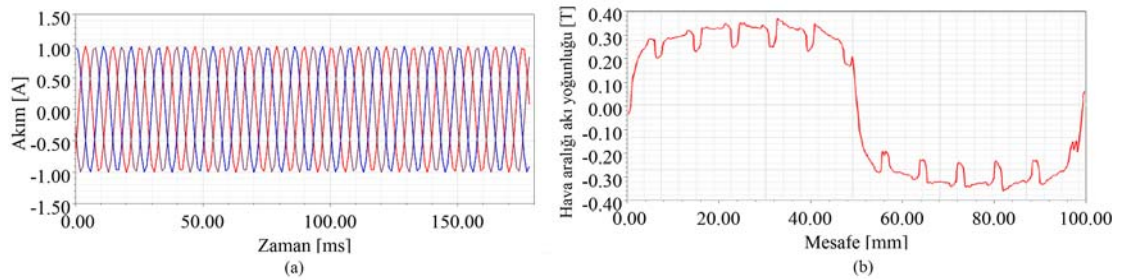
Parametre	Test	SEY	Hata [%]
Anma Momenti [Nm]	0,26	0,265	1,9
Çıkış Gücü [W]	75	77,7	3,6
Giriş Gücü [W]	96,9	100,66	3,7
Verim [%]	77,32	77,18	

4. HALBACH TASARIMLARI (HALBACH DESIGNS)

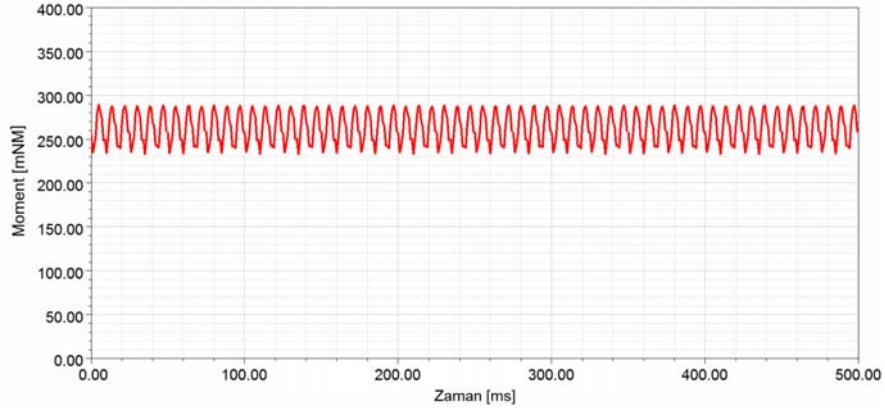
Yeni motor tasarımları, Halbach dizilimini uygulamak için yüzey mıknatıslı tip DMSM olmalıdır. Daimi mıknatısın maliyeti doğrudan motorun maliyetini etkilediğinden, tüm yeni tasarımlar için daimi mıknatıs miktarı sabit tutulmuştur. İlk önce referans motora sekiz bölümlü Halbach yapısı uygulanmıştır. Motorun yapısal düzeni ve daimi



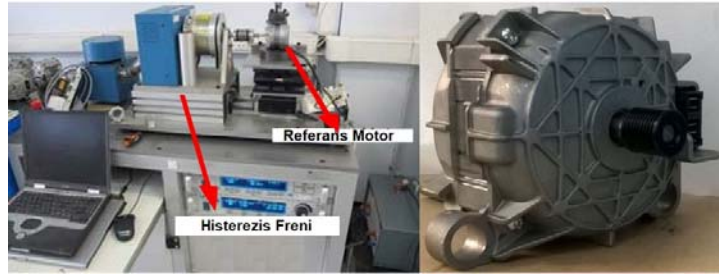
Şekil 4. Referans motorun eş akı çizgileri ve akı yoğunluğu dağılımı
(Equi-flux lines and flux density distribution of the reference PMSM)



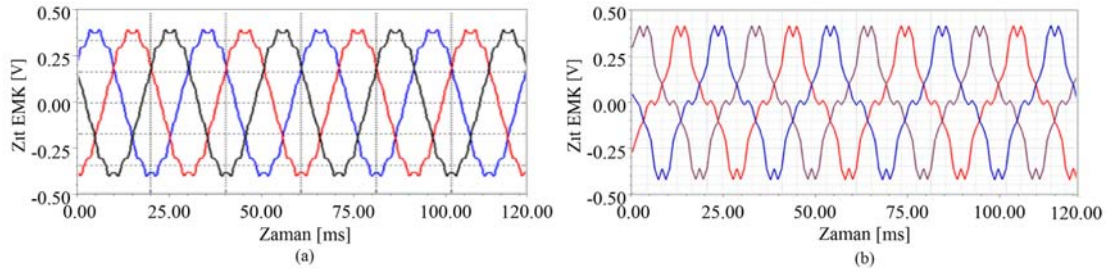
Şekil 5. Referans motor (a) akım dalga şekli (b) hava aralığı akı yoğunluğu
(a)Current waveform (b) air gap flux density of the reference PMSM)



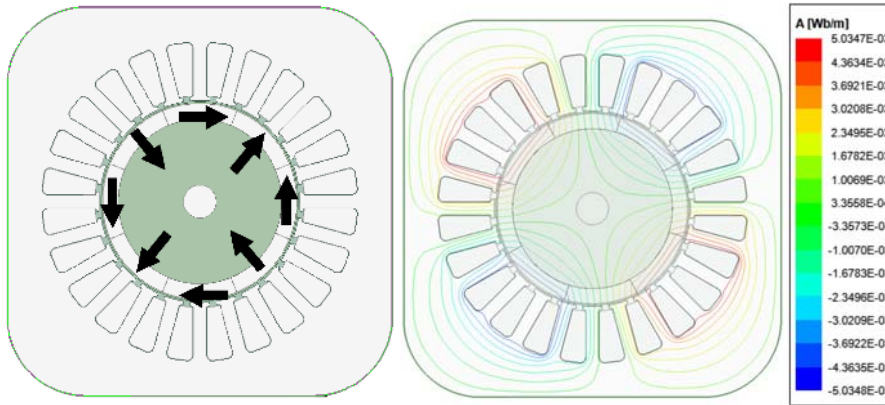
Şekil 6. Referans motor moment –zaman eğrisi (Torque – Time curve of the reference motor)



Şekil 7. Ölçüm sistemi ve referans motor (Measurement system & reference motor)



Şekil 8. Referans motor 1000 min⁻¹'de EMK (a) test (b) SEY karşılaştırması (EMF comparison of reference motor (a) test (b) FEM results at 1000 min⁻¹)



Şekil 9. 8 Bölütlü Halbach yapısı ve eş-akı çizgileri (8-Segmented Halbach array and its equi-flux lines)

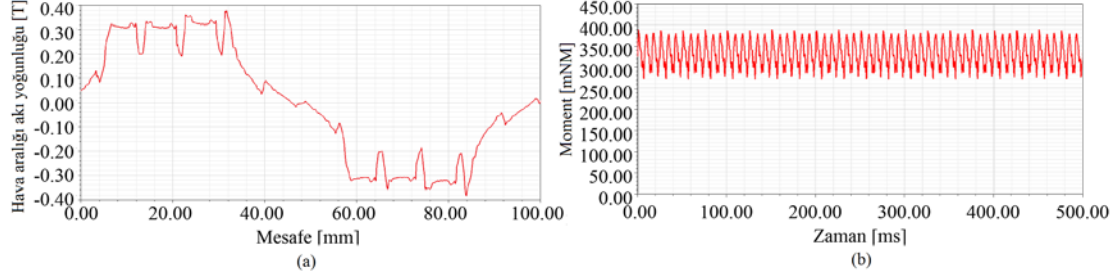
mıknatısların motor içindeki dağılımı ve eş-akı çizgilerinin 4 kutup altında dağılımları Şekil 9'da verilmiştir. Motorun geometrik boyutları, hava aralığı uzunluğu, motorun

elektriksel özellikleri ve malzeme özellikleri de referans motorunkilerle aynı tutulmuştur. Sayısal modelleme, radyal mıknatıs uzunluğu 5.12 mm olan 8 bölütlü Halbach motoru

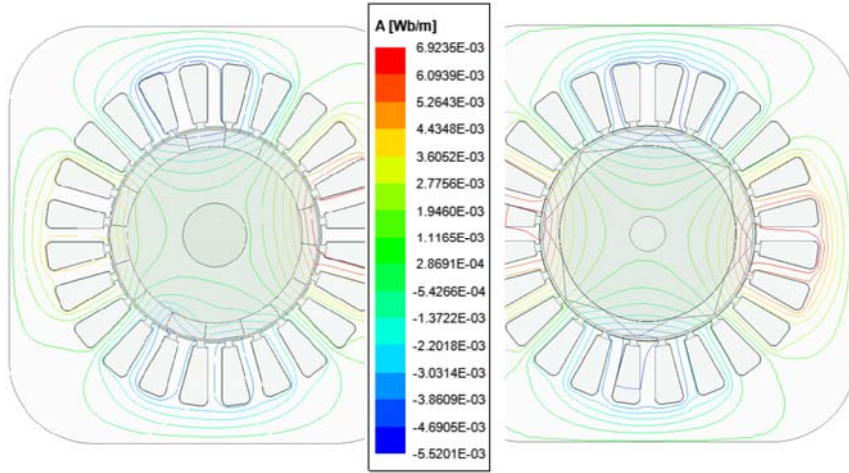
için referans motor ile aynı sürüş özelliklerine sahip iki boyutlu analizlerle tamamlanmıştır. Analiz sonuçları, stator bölgesindeki ortalama akı yoğunluğunun 1 T olduğunu ve hava aralığı akı yoğunluğunun efektif değerinin 0,34 T olduğunu göstermektedir. İki kutup için hava aralığı akı yoğunluğu ve çıkış momenti değişimleri Şekil 10'da verilmiştir. Ortalama çıkış momenti 0,33 Nm'dir.

16 Bölütlü ve üçgen bölütlü modellerin, dizilim şekline karar vermeden önce Halbach diziliminin ve kutup sayısının

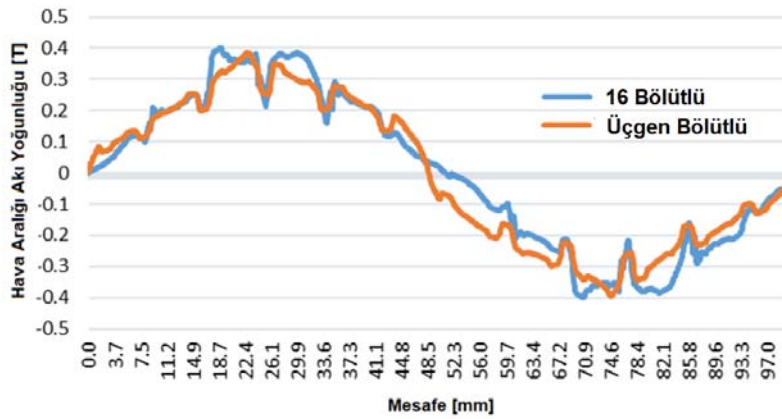
model üzerindeki etkisinin de incelenmesi gerekmektedir. 16 Bölütlü ve üçgen bölütlü motorlar için eş akı çizgileri Şekil 11'de verilmiştir ve her model için dört kutup dağılımı açıkça görülmektedir. 16 Bölütlü ve üçgen bölütlü motorlar için hava aralığı akı yoğunlukları, Şekil 12'de gösterilmektedir. Dalga formlarının efektif değerleri, 16 bölütlü motor için 0,235 T ve üçgen bölütlü motor için 0,24 T'dir. Bu sonuçlar, bölüt sayısı ve şeklinin motor performansı için çok önemli olmadığını göstermektedir. Özellikle motor verimi açısından motor performansını önemli ölçüde etkilememektedir.



Şekil 10. 8 Bölütlü Halbach (a) hava aralığı akı dağılımı ve (b) çıkış momenti
(a) Air gap flux density and (b) Output Torque of 8-segmented Halbach motor)



Şekil 11. 16 Bölütlü ve üçgen bölütlü Halbach dizilimlerinin eş akı çizgileri dağılımı
(Equi-flux lines of 16 and triangular segmented Halbach motor)



Şekil 12. 16 Bölütlü ve üçgen bölütlü Halbach dizilimi hava aralığı akı yoğunlukları
(Air gap flux density of the 16 & triangle segmentation)

Farklı Halbach dizilimlerinin genel sonuçları, moment, güç, kayıplar ve verimlilik açısından Tablo 3'te sunulmaktadır. Bu sonuçlar ve üretim süreci dikkate alınarak, 8 bölütlü Halbach dizilimi bir sonraki en iyileme adımı için model olarak seçilmiştir.

5. EN İYİLEME (OPTIMIZATION)

5.1. Parçacık Sürü En İyilemesi (Particle Swarm Optimization)

Parçacık sürüsü en iyilemesi, kuş sürülerinin ve balıkların doğadaki sosyolojik ilişkilerinden ilham alınarak oluşturulmuş bir meta-sezgisel en iyileme algoritmasıdır [8]. Algoritma, tanımlanmış sınırlarda vektör değişimli parçacıkların akış davranışlarını kullanır. En iyileme sırasında rastgele parçacıklar en iyileme algoritması tarafından oluşturulur. Parçacıklar tanımlanan parametrelere ve sınır şartlarına göre yeni çözüm konumlarına taşınır. Parçacıkların bireysel ve sürünün genel en iyi değerleri, her adımda algoritma tarafından belirlenir [9]. Parçacıkların yeni konumları, çözüm uzayında hız vektörlerine ve öğrenme katsayılarına bağlı olarak elde edilir. Algoritma, belirli sınır koşullarında minimum hataya veya maksimum yineleme sayısına ulaşana kadar parçacıkların yinelenmesine ve değişimine devam eder (Şekil 13). Parçacık sürü en iyilemesi, Eş. 7 ve Eş. 8 denklemlerinde verilen parçacık yineleme kuralı ve parametreler kullanılarak probleme uygulanır. Bu denklemlerde, P_i ; parçacığın konumu, V_i ; yön hızı, c_1 ; ağırlık bilgisi katsayısı ve W ; eylemsizlik katsayısıdır [15].

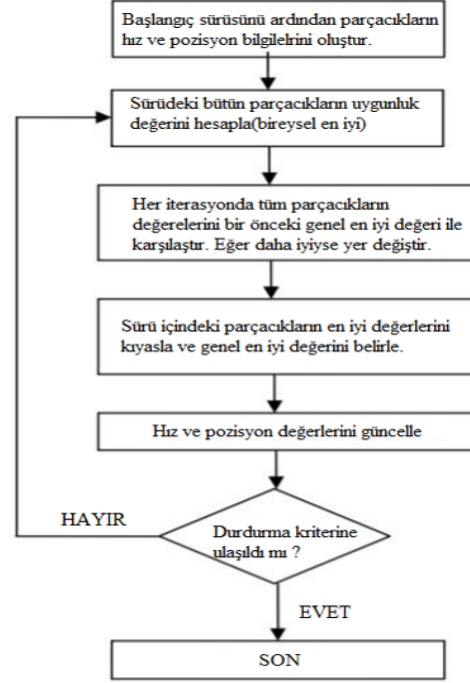
$$V_{yeni} = V_{eski} \times W + c_1 \times olasılık \times (bireysel_{eniyi} - P_i) + c_2 \times olasılık \times (genel_{eniyi} - P_i) \quad (7)$$

$$P_{iyeni} = P_{ieski} + V_{yeni} \quad (8)$$

5.2. Genetik Algoritma (Genetic Algorithm)

Genetik algoritma, evrimsel yapıyı kullanan meta-sezgisel bir en iyileme algoritmasıdır. Bu evrimsel yapı, mutasyon, çaprazlama ve doğal seleksiyon kavramlarıyla tanımlanabilir. Kısaca, genetik algoritma popülasyonun yenilenmesini kullanır ve çözümler bu popülasyondaki yenilenme değişimlerinden gelir. Genetik algoritmada ilk önce bir problem için yaratılan popülasyon, mutasyon, çaprazlama sınırlamaları ve katsayılar problem için

tanımlanır [16]. Popülasyon elde edilirken belirlenen sınır koşulları eşliğinde bir amaç fonksiyonu uygulanarak, bu fonksiyon eşliğinde eniyileme algoritması koşturulur (Şekil 14).



Şekil 13. Parçacık sürü en iyilemesi akış şeması (Flow chart of particle swarm optimization)

Çaprazlama ve mutasyon parçaları, çözüm seti oluşturulduktan sonra en iyi çözüme ulaşmak için kullanılır. İki çözüm vektörü doğrusal olarak birleştirilmiştir ve genetik algoritmada biyolojik bir değişim kullanarak, çaprazlamayla daha iyi bireyler yaratılması amaçlanmaktadır. Algoritma, mutasyon bölümünde rastlantısal bir değişiklik yaratarak popülasyonu değiştirir. Bu algoritma problem, çaprazlama ve mutasyon kısıtlarına göre yeni çözümler üretmeye devam eder. Algoritma, maksimum üretim sayısına veya uygunluk seviyesine ulaştığında aramayı durdurur [17].

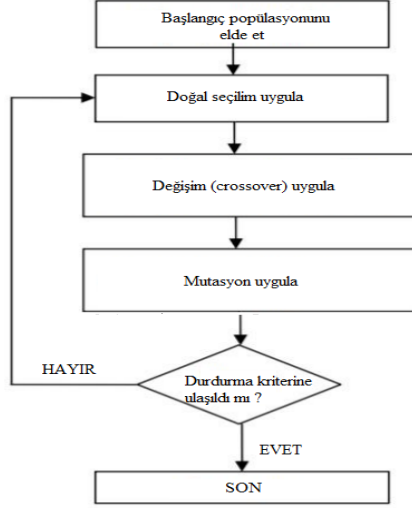
6. EN İYİLENMİŞ TASARIMLAR (OPTIMIZED DESIGNS)

Hava aralığı akısını en yüksek değerine ulaştırmak için daimi mıknatısların radyal uzunluğu PSO ve GA kullanılarak en

Tablo 3. Farklı Halbach modellerinin SEY ile kıyaslaması (The FEM comparison of different Halbach designs)

Model	8-bölütlü Halbach SEY	16-bölütlü Halbach SEY	Üçgen bölütlü Halbach SEY
Çıkış Momenti [N.m]	0,33	0,334	0,335
Çıkış Gücü [W]	96,76	97,93	98,23
Bakır Kayıpları [W]	16,4	16,4	16,4
Demir Kayıpları [W]	4	5	5
Sürt. & Vant. Kayıpları [W]	2	2	2
Giriş Gücü [W]	119,26	121,398	121,691
Verim [%]	81,1	80,67	80,72

iyilenmiştir. Tablo 4'te verilen kısıtlar, her iki en iyileme algoritması için kullanılmıştır. Kısıt olarak radyal hava aralığı uzunluğu, rotor yarıçapı, stator iç yarıçapı, kalıcı mıknatıs akı yoğunluğu belirli değerlerde öngörülmüştür. Bu kısıtlar çerçevesinde Eş. 9'da verilen amaç fonksiyonu kullanılarak eniyileme yapılmıştır.



Şekil 14. Genetik algoritma akış şeması
(Flow chart of genetic algorithm)

$$\text{Fitness}(1) = H_{\text{Mıknatıs}} = B_r \frac{p}{p+1} \frac{1 - \left(\frac{R_r}{R_m}\right)^{p+1}}{1 - \left(\frac{R_r}{R_s}\right)^{2p}} \times \left[\left(\frac{r}{R_s}\right)^{p-1} \left(\frac{R_m}{R_s}\right)^{p+1} + \left(\frac{R_m}{r}\right)^{p+1} \right] \cos(p\theta) \quad (9)$$

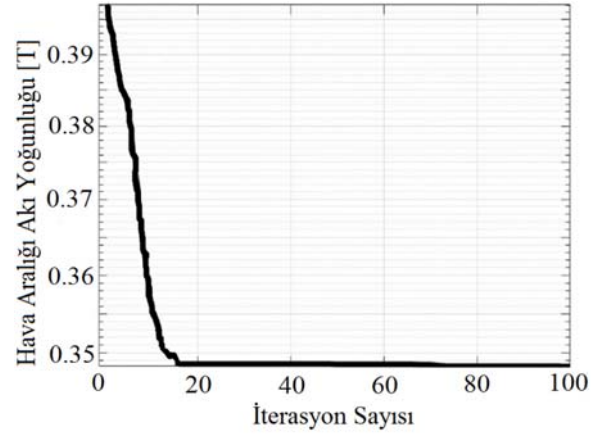
En iyilemelerin çıktıkları rotora uygulanarak, analiz edilip, elde edilen sonuçlar, çözüm için en uygun noktayı bulmak için karşılaştırılmıştır.

Tablo 4. PSO ve GA için en iyileme kısıtları
(Optimization constraints for PSO and GA)

Parametre	Değer
Hava Aralığı Uzunluğu [mm]	1
Rotor Yarıçapı [mm]	32,5
Stator İç Yarıçapı [mm]	33,5
Daimi Mıknatıs Akısı [T]	0,4

6.1. Parçacık Sürü En İyilemesi Sonuçları (Particle Swarm Optimization Results)

Bireysel ve genel öğrenme değerleri olarak 1,5 ve 2,0 seçilerek PSO, Eş. 3 ve Eş. 4'te verilen amaç fonksiyonlara uygulanmıştır. En iyi çözümü elde etmek için 100 üyeli bir küme 100 yineleme işleminde kullanılarak istenilen mıknatıs radyal uzunluğu, MATLAB kullanılarak ilgili denklemler ve algoritma yardımıyla hesaplanmıştır. 100 yineleme için verilen PSO sonuçları Şekil 15'de görülebilir. PSO kullanılarak en iyilenmiş daimi mıknatıslar için hava aralığındaki akı yoğunluğu 0,355 T ve gerekli radyal mıknatıs uzunluğu 16,4 mm olarak hesaplanmıştır.

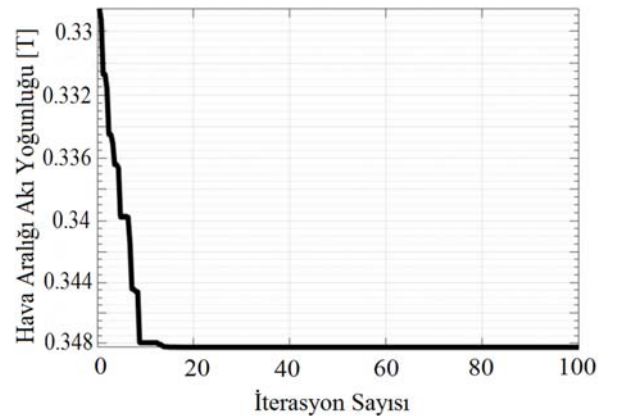


Şekil 15. PSO Uygulaması (PSO implementation)

PSO ve GA meta sezgisel algoritmalar kullanılmasında amaç; en iyi radyal mıknatıs uzunluğuna bağlı en iyi hava aralığı akı yoğunluğu elde edilmesidir. Aslında tek parametre kullanılarak en iyi değeri arama çalışması; alt ve üst sınırlar belirlenmiş bir aralıkta adım artışları ile SEY kullanılarak yapılabilir. Bununla beraber zaman açısından en iyileme algoritmaları çok daha hızlı ve hassas sonuç verecektir. Mıknatıs uzunluğunun en optimum değeri için, PMSM de her biri 0,25 mm olacak şekilde 56 adımlı yapılan SEY çözümü 4 dk 46 s sürerken, PSO aynı bilgisayarda 30 ms de optimum sonucu vermektedir.

6.2. Genetik Algoritma Sonuçları (Genetic Algorithm Results)

GA, aynı mıknatıs özellikleriyle ve amaç fonksiyonuyla; kalıcı mıknatıs radyal uzunluğunu ve hava aralığı akı yoğunluğunu en iyilemek için uygulanmıştır. GA parametrelerinde, çaprazlama yüzdesi olarak 0,6, mutasyon yüzdesi ve aralığı olarak 0,3 ve 0,1 seçilmiştir. 100 üyeli nüfus 500 yineleme ile en iyilenmiş (Şekil 16) ve sonuçlar değerlendirilmiştir. Mıknatıs radyal uzunluğu, GA en iyilemesine göre 0,348 T maksimum hava aralığı akı yoğunluğu ile 16,2 mm olarak hesaplanmıştır. 8 bölümlü Halbach motor modelinin güç, moment, kayıp ve verim değerleri karşılaştırması en iyilemeden önceki ve sonraki değerlerle beraber Tablo 5'de verilmiştir.



Şekil 16. GA Uygulaması (GA implementation)

Her iki en iyileme algoritması da benzer sonuçlar ortaya koymuştur. PSO tabanlı model, verimlilik değerleri dikkate alınarak en iyilenmiş motor modeli olarak seçilmiştir.

6.3. SEY Doğrulaması (FEM Verification)

Eniyileme sonuçlarını doğrulamak için motora, en iyilenmiş değer etrafında farklı mıknatis radyal uzunlukları uygulanmıştır. Bu amaçla 8, 12, 19 ve 21 mm radyal mıknatis uzunlukları incelenmiştir. Her model için akı yoğunluğu dağılımları, Şekil 17'de verilmiştir.

SEY sonuçları Tablo 6'da verilmiştir. Sonuçlar, en iyileme ile hesaplanan mıknatis kalınlığının değer olarak doğru olduğunu ve Halbach diziliminin belirli mıknatis kalınlıklarında maksimum hava aralığı akısını sağladığını doğrulamaktadır. En iyilenmiş modelin motor momentinin ve verimliliğinin diğer modellerden daha iyi olduğu görülmektedir.

6.4. Analitik Doğrulama (Analytical Verification)

SEY çözümlerini doğrulamak için hava aralığı akı yoğunluğu, stator akı yoğunluğu ve motor momenti için

analitik hesaplamalar yapılmıştır. B_g , hava aralığı akısı yoğunluğu, $B_{diş}$ diş akı yoğunluğu ve $B_{boyunduruk}$, boyunduruk akı yoğunluğu verilen Eş. 9, Eş. 10 ve Eş. 11 denklemleri kullanılarak hesaplanmıştır [19].

$$B_m(r) = B_r * \frac{h_m}{r} * \left[\ln \left(\frac{D_{rc} + 2 * h_m}{D_{rc}} \right) \right] + u_r * \ln \left(\frac{D_{rc} + 2 * h_m + 2 * \delta_e}{D_{rc} + 2 * h_m} \right) \quad (10)$$

$$B_{diş}(\theta) = \frac{1}{\theta_s} * \int_{-\frac{\theta_s * p}{2} + \theta}^{\frac{\theta_s * p}{2} + \theta} B_m(\theta) d\theta * \frac{\tau_s}{b_{ts} * k_{stk}} \quad (11)$$

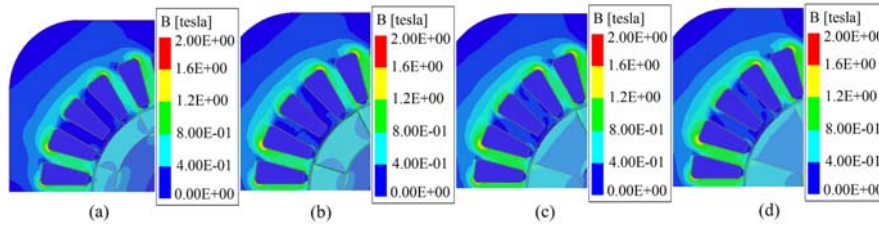
$$B_{boyunduruk} = B_{diş} * \frac{b_{ts}}{2 * h_{sy}} \quad (12)$$

Eş. 9, Eş. 10 ve Eş. 11 denklemlerinde kullanılan parametreler Tablo 7'deki değerlerle gösterilmektedir. Stator dişleri ve boyunduruğu için SEY sonuçları ile yapılan analitik hesaplama sonuçları Tablo 8'de verilmektedir.

Farklı Halbach mıknatıslı motor tasarımları için B_m hava aralığı akı yoğunluğunun efektif değerleri olarak kabul edilebilir aralıkta olduğu gösterilmiştir.

Tablo 5. Eniyilenmiş 8 Bölütlü Halbach motor SEY sonuçları
(FEM results of the 8-segmented optimized Halbach motor)

Model	Eniyileme Öncesi	PSO	GA
Çıkış Momenti [N.m]	0,33	0,438	0,437
Çıkış Gücü [W]	96,76	128,49	128,1
Bakır Kayıpları [W]	16,4	16,4	16,4
Demir Kayıpları [W]	4,5	6,6	6,6
Sürtünme & Vant. Kayıpları [W]	2	2	2
Giriş Gücü [W]	119,725	153,5	153,2
Verim [%]	80,8	83,67	83,64



Şekil 17. Farklı radyal mıknatis uzunluğuna sahip çeyrek modellerin akı yoğunlukları ((a) 8 mm (b) 12 mm (c) 19 mm Design (d) 21 mm)

(Flux densities of the quarter motor models having radial magnet length of (a) 8 mm (b) 12 mm (c) 19 mm Design (d) 21 mm)

Tablo 6. 8 Bölütlü Halbach motor yapısı için eniyileme doğrulaması
(Optimization verification with FEM for the 8-segmented Halbach motor)

Model	PSO	8 mm	12mm	19mm	21 mm
Çıkış Momenti [N.m]	0,438	0,37	0,405	0,44	0,44
Çıkış Gücü [W]	128,5	108,5	118,8	129,9	130,5
Bakır Kayıpları [W]	16,4	16,4	16,4	16,4	16,4
Demir Kayıpları [W]	6,6	6	6	7	7
Sürtünme & Vant. Kayıpları [W]	2	2	2	2	2
Giriş Gücü [W]	153,5	132,95	143,216	155,3	154,5
Verim [%]	83,67	81,6	82,9	83,6	83,5

Moment (T) hesaplaması için Eş. 13'de verilen parametreler Tablo 9'da listelenmiştir [20].

$$T = 3\sqrt{2} * n_c * k_w * B * l_{stk} * D_{rc} * \frac{N_s}{N_{ph}} * I * \cos(\delta) \quad (13)$$

Sayısal ve analitik moment sonuçları, farklı tasarımlar için Tablo 10'da verilmiştir. Akı yoğunluklarının ve motor momentlerinin tüm analitik hesaplamaları sonucunda SEY

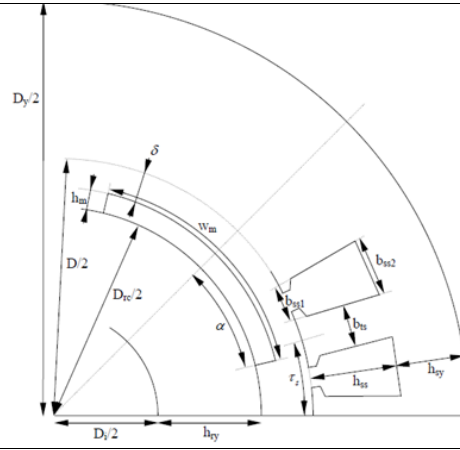
ve analitik sonuçlar arasındaki göre farkın en fazla %11 olduğu gösterilmiştir.

6.5. Nihai Tasarım (Final Design)

Referans DMSM'nin geliştirilmiş bir modeli, Halbach dizilimi ve en iyileme algoritmalarının çalıştırılmasıyla elde edilmiştir. Hava çekirdekli rotor yapısı, nihai tasarımdaki Halbach diziliminin faydaları kullanılarak son tasarıma

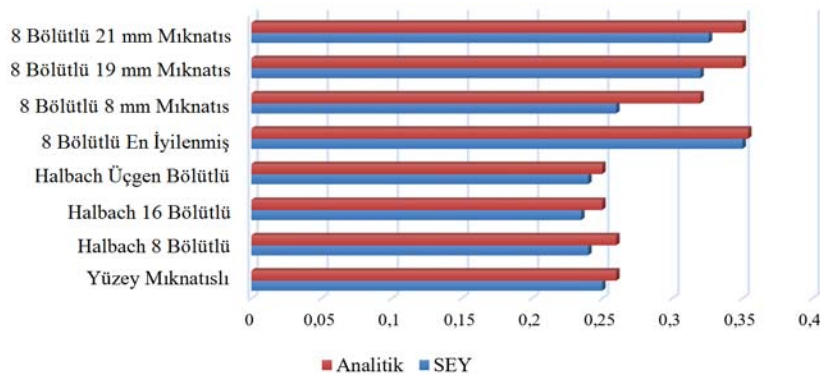
Tablo 7. Analitik parametreler (Analytical parameters)

Sembol	Parametre	Değer
b_{ss2}	Oluk Açıklığı	8,51 mm
b_{ss1}	Oluk Üst Açıklığı	4,71 mm
δ	Hava Aralığı	1 mm
τ_s	Oluk Adımı	8,63 mm
k_{carter}	Carter Faktörü	1,09
h_m	Mıknatis kalınlığı	5 mm
h_{sy}	Boyunduruk Uzunluğu	12 mm
D	Stator İç Çapı	67 mm
b_{ts}	Diş Genişliği	4,6 mm
D_y	Stator Dış Çapı	130 mm
w_m	Mıknatis Genişliği	5 mm
h_{ss}	Oluk Uzunluğu	17,7 mm
D_i	Rotor İç Çapı	11,2 mm
h_{ry}	Rotor Çekirdek Yarıçapı	21,7 mm



Tablo 8. SEY & Analitik sonuçların karşılaştırılması (FEM & Analytical results comparison)

Parametre	$B_{diş}$ SEY [T]	$B_{diş}$ Analitik [T]	Fark [%]	$B_{boyunduruk}$ SEY [T]	$B_{boyunduruk}$ Analitik [T]	Fark [%]
Referans Motor	0,66	0,62	6	0,13	0,12	7
En iyilenmiş Motor	0,81	0,83	2,4	0,18	0,16	10
8 Böl. 21mm Mıknatis	0,92	0,89	3,2	0,19	0,18	5,5
8 Böl. 8 mm Mıknatis	0,66	0,69	4,5	0,15	0,13	12



Şekil 18. SEY ve analitik hesaplamaların hava aralığı akı yoğunluğu kıyaslaması (FEM and analytical comparison for the air gap flux densities)

Tablo 9. Moment hesap parametreleri (Torque calculation parameters)

Parametre	Sarım Sayısı n_c	Sargı Faktörü k_w	Paket Boyu l_{stk} [mm]	Oluk Sayısı N_s	Faz Sayısı N_{ph}	Rotor Yarıçapı r_{ro} [mm]	Faz Akımı I [A]
Değer	73	0,92	50	24	3	32	0,7

ulaşmıştır. Silikon malzeme, ferromanyetik malzeme yerine rotor malzemesi olarak kullanılmış, ayrıca, en iyileme ile mıknatısların gelişmiş yapısı kullanılarak motorun paket boyu %32 oranında azaltılmıştır. Tüm bu tasarım değişiklikleri ve aynı sürüş koşulları göz önünde bulundurularak, nihai motor sonlu elemanlar yöntemi ile modellenmiştir. Motorun eş akı çizgileri ve akı yoğunluğu dağılımı Şekil 19a ve Şekil 19b'de sırasıyla verilmiştir. Hava aralığı akı yoğunluğunun efektif değeri 0,3 T ve statordaki manyetik akı yoğunluğu Şekil 19b'de verilen sonuçlara göre 1,1 T'dir. Nihai tasarım, istenen çalışma tam yük koşulunu sağlayan 0,275 Nm ortalama çıkış momenti sağlamaktadır.

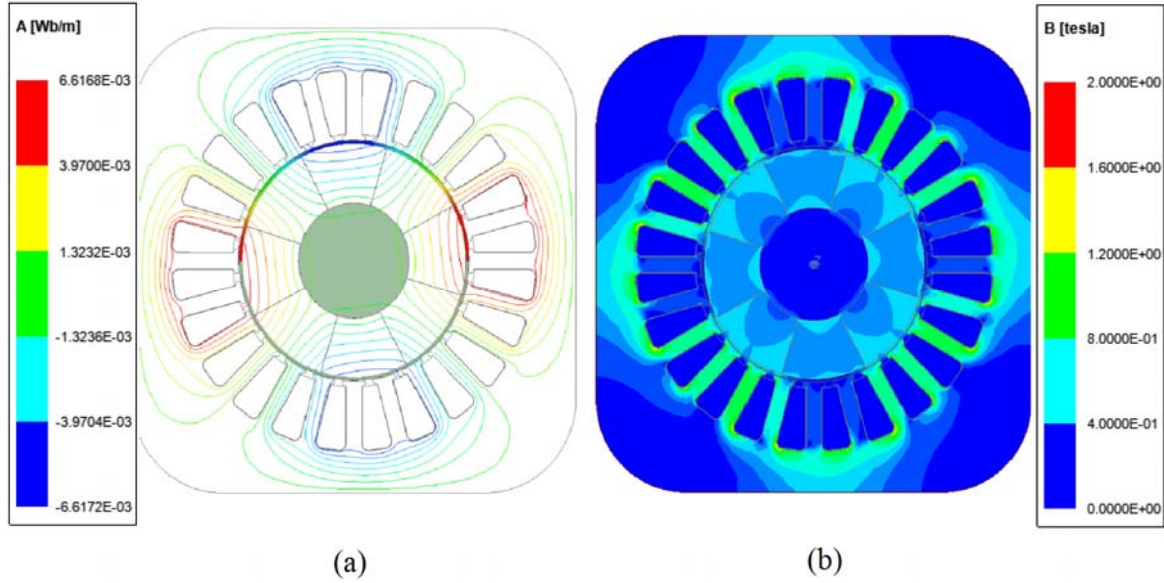
7. SONUÇLAR VE TARTIŞMALAR (RESULTS AND DISCUSSIONS)

7.1. Performans Değerlendirmesi (Performance Evaluation)

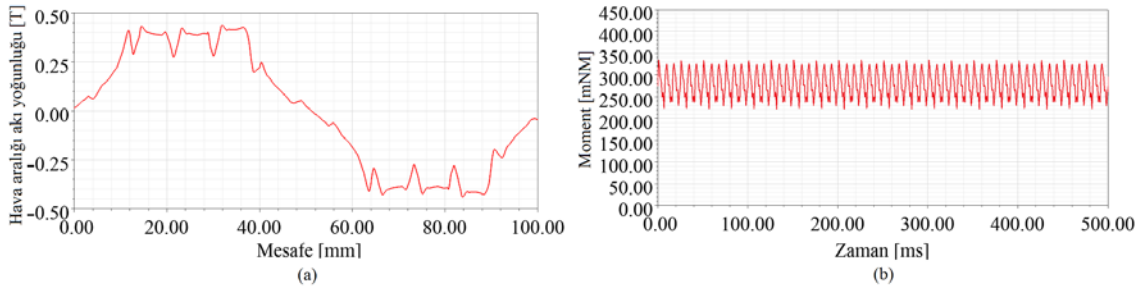
Referans ve nihai tasarım için genel sonuçlar Tablo 11'de verilmiştir. Bakır, demir kayıpları, güç değerleri ve verimler her iki model için de listelenmiştir. Araştırmalar, belirli bir mıknatıs kalınlığından sonra Halbach dizilimi ile artan akı yoğunluğunun performans iyileştirmesi sağladığını göstermiştir [6]. Kritik mıknatıs kalınlığı ve akı yoğunlukları, Şekil 21'den görülebilir.

Tablo 10. Moment sonuçları (Torque results)

Parametre	Moment [Nm] SEY	Moment [Nm] Analitik	Fark [%]
Referans Motor	0,265	0,235	11
En İyilenmiş Motor	0,438	0,47	7,3
8 Böl. 21mm Mıknatıs	0,44	0,435	1,1
8 Böl. 8 mm Mıknatıs	0,37	0,375	1,3



Şekil 19. Nihai modelin eş akı çizgileri (a) ve akı yoğunluğu dağılımı (b)
(Equi-flux lines (a) and flux density distribution (b) of the final Halbach design)



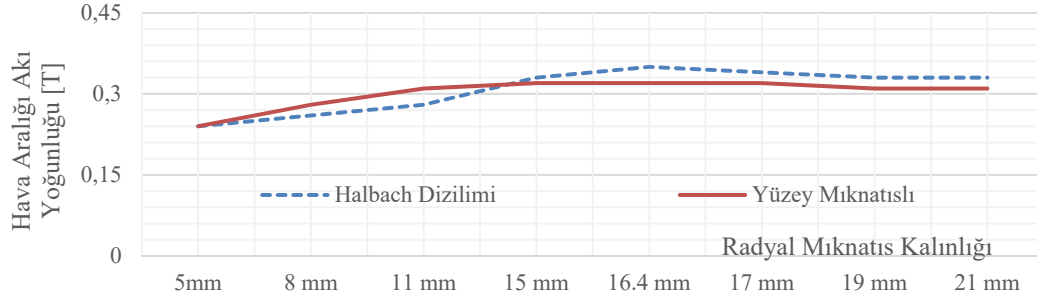
Şekil 20. Nihai tasarımın (a) hava aralığı akı yoğunluğu (b) moment değişimi
(a) Air gap flux density and (b) output torque of the final Halbach design)

Gereken işletme momenti, aynı çalışma ve sürüş koşullarında daha yüksek verimlilikle elde edilmiştir. Nihai tasarımda verimlilik %77,18'den %78,5'e yükselmiş olup, motorun çıkış gücü de artırılmıştır. Verimlilik ve güç

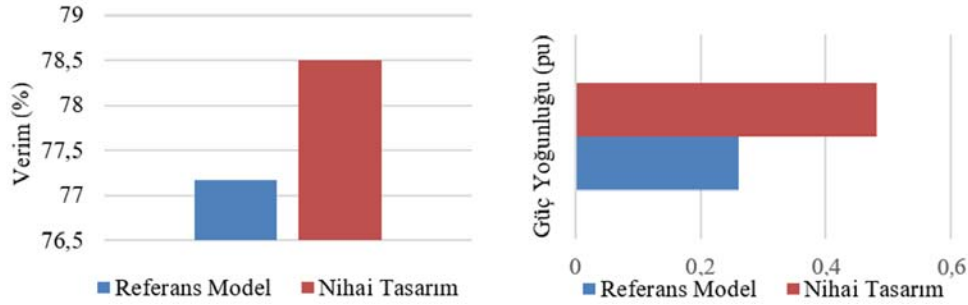
yoğunluğu karşılaştırması, Şekil 22'de verilmiştir. Farklı moment ve hız aralıklarında artan motor performansı ve verimlilik değerleri Şekil 23'de verim haritaları ile gösterilmiştir.

Tablo 11. Model sonuçları (Model results)

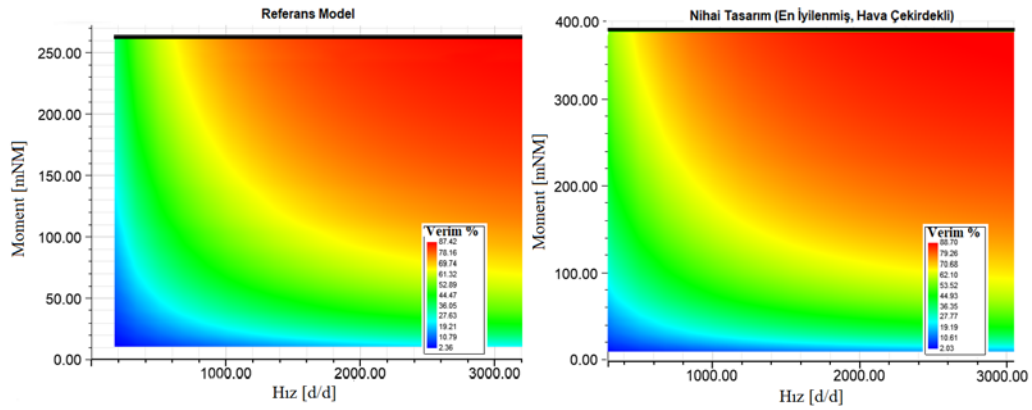
Parametre	Referans M. Test	Referans M. SEY	Nihai Tasarım SEY
Çıkış Momenti [N.m]	0,26	0,265	0,275
Çıkış Gücü [W]	75	77,7	82,1
Bakır Kayıpları [W]	16,4	16,4	16,4
Demir Kayıpları [W]	3,5	4,5	4
Sürtünme & Van. Kayıpları [W]	2	2	2
Giriş Gücü [W]	96,9	100,7	104,5
Verim [%]	77,3	77,2	78,5



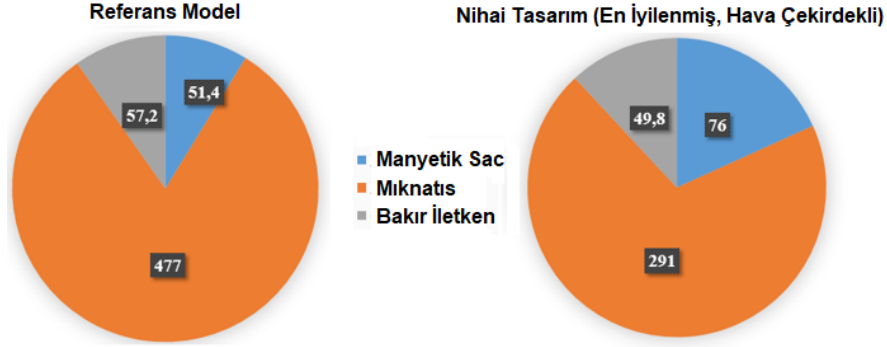
Şekil 21. Farklı dizilimlerin farklı radyal mıknatıs kalınlıklarında hava aralığı akı yoğunlukları (Air gap flux densities of different arrays with different magnet thicknesses)



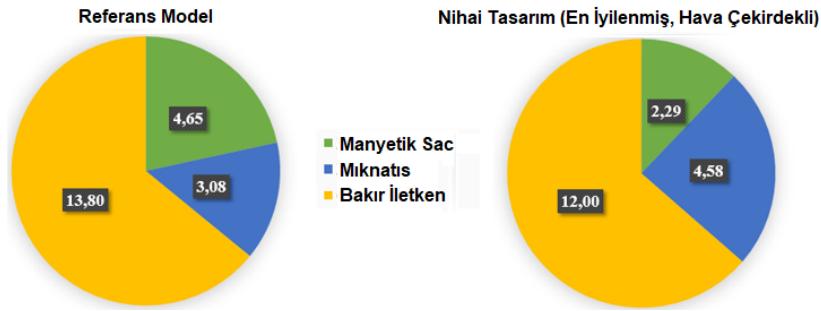
Şekil 22. Verim ve güç yoğunluğu kıyaslaması (Efficiency and power density comparison)



Şekil 23. Moment – Hız ve Verim kıyaslaması (Torque – Speed and efficiency comparison)



Şekil 24. Toplam hacimde aktif malzeme dağılımı [cm³] (Active material distribution in total volumes [cm³])



Şekil 25. Modellerin maliyet dağılımı [\$] (Cost distribution of models [\$])

7.2. Maliyet Analizi (Cost Analysis)

Halbach dizilimi ve eniyilemesi, işletme gereksinimlerini daha iyi performans göstergeleriyle karşılamasına rağmen, maliyet hala motor üreticileri için önemli bir konu olacaktır. Referans ve nihai motorun aktif malzeme dağılımları ve toplam maliyet dağılımları sırasıyla Şekil 24 ve Şekil 25'de verilmiştir.

Nihai tasarımın toplam maliyeti, referans tasarımın maliyetinden düşüktür. Nihai tasarım paket boyu uzunluğunun azalması ve demir çekirdek barındırmayan rotor yapısı kullanılması nedeniyle %12 daha ucuzdur.

8. SONUÇLAR (CONCLUSIONS)

Bu çalışmada, performansı artırmak için 4 kutuplu, statorunda 24 oluklu DMSM'ye Halbach dizilimi uygulanmıştır. Halbach diziliminin faydaları farklı tip ve sayıda bölütler kullanılarak incelenmiştir. Motordaki akı yoğunluğu ve elektromanyetik moment değerleri incelenmiştir. Analitik hesaplamalardan elde edilen elektriksel ve manyetik sonuçlar SEY sonuçlarıyla doğrulanmıştır. Parçacık sürü optimizasyonu ve genetik algoritma, Halbach dizilimi ile maksimum çalışma noktasına ulaşmak için tasarımlara uygulanmıştır. Nihai tasarımla daha yüksek güç yoğunluğu elde edilmiştir. Ayrıca, daha yoğun hava aralığı akı yoğunlukları ile artan çıkış momenti ve verim elde edilmiştir. Akı yönlerini düzenleyerek Halbach diziliminin motor tasarımı üzerinde önemli bir etkisi olduğu

gösterilmiştir. Sonuç olarak, nihai tasarımda verimde %1,3, güç yoğunluğunda %40 artış sağlanırken paket boyu uzunluğunda %32 ve maliyette %12 azalma sağlanmıştır.

TEŞEKKÜR (ACKNOWLEDGEMENT)

Bu çalışma, Proje No: ITU-BAP 40898 uyarınca İstanbul Teknik Üniversitesi (İTÜ) Araştırma Fonu tarafından desteklenmiştir.

KAYNAKLAR (REFERENCES)

1. Hanselman, D. C., Brushless Permanent Magnet Motor Design, The Writers' Collective, 2003.
2. Waide, P. ve Brunner C., Energy-Efficiency policy opportunities for electric motor-driven systems, IEA Energy Papers, 2011 (7), 1-132, 2011.
3. Türkiye Cumhuriyeti Bilim, Sanayi ve Teknoloji Bakanlığı. Elektrik Motorlarında Enerji Verimliliği. http://www.temizuretim.gov.tr/files/elektrikmotorlar_brosur.pdf. Yayın tarihi Kasım 1, 2015. Erişim tarihi Kasım 15, 2017.
4. Çabuk A.S., Sağlam Ş., Üstün Ö., Investigation on efficiency of in-wheel BLDC motors for different winding structures, Journal of the Faculty of Engineering and Architecture of Gazi University, 34 (4), 1975-1986, 2019.
5. Zhu Z. Q. ve Howe D., Halbach permanent magnet machines and applications: a review, IEEE Proceedings on Electric Power Applications, 148 (4), 299-308, 2001.

6. Kumar B. V. R. ve Kumar K. S., Design of a new dual rotor radial flux BLDC motor with halbach array magnets for an electric vehicle, IEEE International Conference on Power Electronics, Drives and Energy Systems, Trivandria-Hindistan, 1-5, 14-17 Aralık, 2016.
7. Yanliang, X. ve Feng K., Analysis on toothless permanent magnet machine with halbach array, CES/IEEE 5th International Power Electronics and Motion Control Conference, Şangay-Çin, 1-5, 14-16 Ağustos, 2006.
8. Rao, S.S., Engineering Optimization: Theory and Practice, John Wiley & Sons, 2009.
9. Alshibani S., Application of particle swarm optimization in the design of halbach permanent magnet synchronous motors, 7th International Conference on Renewable Energy Research and Applications, Paris-Fransa, 865-868, 14-17 Ekim, 2018.
10. Hekimoğlu B., Robust fractional order PID stabilizer design for multi-machine power system using grasshopper optimization algorithm, Journal of the Faculty of Engineering and Architecture of Gazi University, 35 (1), 165-180, 2020.
11. Choi J. S. ve Yoo J., Design of a Halbach magnet array based on optimization techniques, IEEE Transactions on Magnetics, 44 (10), 2361-2366, 2008.
12. Liu K., Ying M., Hua W., Ma Z., Lin M. ve Kong Y., Design and analysis of halbach ironless flywheel BLDC motor/generators, IEEE Transactions on Magnetics, 54 (11), 1-5, 2018.
13. Xia Z. P., Zhu Z. Q. ve Howe D., Analytical magnetic field analysis of halbach magnetized permanent-magnet machines, IEEE Transactions on Magnetics, 40 (4), 1864-1872, 2004.
14. Lee, J.H., Kim, J.W., Song, J.Y., Kim, D.W., Kim, Y.J. ve Jung, S.Y., Distance-based intelligent particle swarm optimization for optimal design of permanent magnet synchronous machine, IEEE Transactions on Magnetics, 53 (6), 1-4, 2017.
15. Wrobel R. ve Mellor P. H., Particle swarm optimisation for the design of brushless permanent magnet machines, 41st IAS Annual Meeting In Industry Applications Conference, Florida-A.B.D, 1891-1897, 8-12 Kasım, 2006.
16. Cvetkovski G., Lefley P., Petkovska L. ve Ahmed S., Optimal design of a novel single phase PM BLDC motor using genetic Algorithm, 15th International Power Electronics and Motion Control Conference, Novi Sad, Sırbistan, 1-8, 4-6 Eylül, 2012.
17. Mutluer M. ve Bilgin O., Design optimization of PMSM by particle swarm optimization and genetic algorithm, IEEE International Symposium on Innovations in Intelligent Systems and Applications, Trabzon-Türkiye, 1-4, 2-4 Temmuz, 2012.
18. Hendershot J. R. ve Miller T. J. E., Design of brushless permanent-magnet machines, Magna Physics Publishing and Clarendon Press, 1994.
19. Meier S., Theoretical design of surface-mounted permanent magnet motors with field-weakening capability, Yüksek Lisans Tezi, Royal Institute of Technology, Stockholm, 2002
20. Strous T. D., Design of a permanent magnet radial flux concentrated coil generator for a range extender application, Yüksek Lisans Tezi, Delft University of Technology, Delft, 2010.

