



<http://kefad.ahievran.edu.tr>

# Ahi Evran Üniversitesi Kırşehir Eğitim Fakültesi Dergisi

ISSN: 2147 - 1037

## The Importance and Role of Gesture in Construncting Mathematical Meaning

Tuba Akçakoca  
Gönül Yazgan Sağ

### Article Information



CrossMark

DOI: 10.29299/kefad.776349

Received: 01.08.2020

Revised: 21.01.2021

Accepted: 18.02.2021

### Keywords:

Gesture

Mathematics education

Mathematical understanding

### Abstract

Over the past two decades, researchers have been increasingly focusing on gestures and their roles, which are often revealed in mathematical learning context. Gestures have been observed as an important tool for communicating and associating mathematical ideas, and as a concrete evidence for revealing mental representations in learning environments. In this sense, firstly, what is the importance and definition of gesture in the context of mathematics education is mentioned. Then, it is briefly mentioned how to classify the gestures that emerge in learning environments and accompany mathematical ideas. Afterwards, empirical examples from the studies conducted in mathematics teaching and learning environments are presented and the roles of gestures are explained in this context. Finally, thoughts about why analysis of gestures are necessary in mathematics learning environments, what roles it can play in mathematics classrooms, and what effects it may have on mathematical understanding and thinking processes are presented. In this study, which comprehensively deals with gesture-related studies in mathematics education, suggestions are made on what and how further studies can be.

## Matematikte Anlam Oluşturmada Jestlerin Önemi ve Rolü

### Makale Bilgileri



CrossMark

DOI: 10.29299/kefad.776349

Yükleme: 01.08.2020

Düzeltilme: 21.01.2021

Kabul: 18.02.2021

### Anahtar Kelimeler:

Jest

Matematik eğitimi

Matematiksel anlama

### Öz

Son yirmi yılda araştırmacılar, giderek artan bir ilgiyle, matematik öğrenme ortamlarında sıklıkla açığa çıkan jestlere ve jestlerin rollerine odaklanmıştır. Jestler öğrenme ortamlarında matematiksel fikirleri iletmede ve ilişkilendirmede önemli bir araç, zihinsel temsillerin açığa çıkarılmasında somut birer kanıt olarak gözlemlenmiştir. Bu anlamda öncelikle matematik eğitimi bağlamında jestin öneminin ve tanımının ne olduğuna değinilmiştir. Daha sonra öğrenme ortamlarında açığa çıkan ve matematiksel fikirlere eşlik eden jestlerin sınıflamasının nasıl yapıldığından kısaca bahsedilmiştir. Matematik eğitiminde jestlerin hangi bakış açılarıyla ele alındığına değinilerek matematik öğretme ve öğrenme ortamlarında yapılan çalışmalardan ampirik örnekler sunulmuştur. Bu çalışmaların matematikte anlamın oluşmasında jestlerin rollerine dair ortaya koydukları ortak bulgulardan bahsedilmiştir. Son olarak, matematik öğrenme ortamlarında jestlerin analizinin neden gerekli olduğuna, matematik sınıflarında ne gibi roller üstlenebileceğine, matematiksel anlama ve düşünme süreçlerinde etkilerinin neler olabileceğine dair fikirler sunulmuştur. Matematik eğitiminde yapılan jest içerikli çalışmalarını kapsamlı bir şekilde ele alan bu çalışmada daha ileri çalışmaların neler ve nasıl olabileceğine dair önerilerde bulunulmuştur.

Sorumlu Yazar: Tuba AKÇAKOCA, Doktora Öğrencisi, Gazi Üniversitesi, Türkiye, [erturktuba06@gmail.com](mailto:erturktuba06@gmail.com), ORCID ID: 0000-0002-1346-0060

Gönül YAZGAN SAĞ, Doç. Dr., Gazi Üniversitesi, Türkiye, [gonulyazgan@gazi.edu.tr](mailto:gonulyazgan@gazi.edu.tr), ORCID ID: 0000-0002-7237-5683

Atıf için: Akçakoca, T. & Yazgan Sağ, G. (2021). Matematikte anlam oluşturmada jestlerin önemi ve rolü. *Kırşehir Eğitim Fakültesi Dergisi*, 22(2), 678-703.

## Giriş

Matematik sınıfları, öğrencilerin ve öğretmenlerin düzenli olarak etkileşimde bulunduğu çok sayıda sembol, araç ve teknolojiyi içermektedir (Williams-Pierce ve diğerleri, 2017). Matematik eğitimindeki araştırmalar ise öğrenme ortamlarında matematiksel fikirleri iletmede bir araç olan ve giderek önem kazanan jestlere (gestures) dikkat çekmektedir (Alibali, Boncoddio ve Hostetter, 2014a; Alibali ve Nathan, 2012). Son yıllarda yapılan çalışmalar, matematik sınıflarında öğretmenlerin ve öğrencilerin matematiksel fikirler hakkında konuşurken kendiliğinden ortaya çıkan jestlerine ve bu jestlerin rolüne giderek artan bir ilginin olduğunu ortaya koymaktadır (Alibali ve DiRusso, 1999; Alibali ve Nathan, 2012; Alibali ve diğerleri, 2013; Alibali ve diğerleri, 2014b; Arzarello, Paola, Robutti ve Sabena, 2009; Bieda ve Nathan, 2009; Church, Ayman-Nolley ve Mahootian, 2004; Goldin-Meadow, Kim ve Singer, 1999; Flevares ve Perry, 2001; Kim, Roth ve Thom, 2011; Marrongelle, 2007; Nathan, 2008; Perry, Church ve Goldin-Meadow, 1988; Radford, 2003; Rasmussen, Stephan ve Allen, 2004; Richland, Zur ve Holyoak, 2007; Valenzeno, Alibali ve Klatzky, 2003; Williams-Pierce ve diğerleri, 2017). Birçok matematik eğitimcisi ve matematik eğitimiyle ilgilenen dilbilimciler, antropologlar, bilişsel bilimciler ve psikologların dikkatlerini matematik öğretimi ve öğrenimindeki jest çalışmalarına çevirdiği görülmektedir (Arzarello ve Edwards, 2005; Arzarello ve diğerleri, 2009; Goldin-Meadow, 2003; Nemirovsky ve Ferrara, 2009; Núñez, 2004; Radford, 2009; Rasmussen ve diğerleri, 2004; Kita, 2003; McNeill, 1992, 2000, 2005). Matematik eğitimi araştırmaları jest ve bedensel hareketleri ya matematiği nasıl düşündüğümüz hakkında potansiyel bilgi kaynakları ya da matematiksel düşünme ve iletişime katkıda bulunan bir araç olarak görmektedirler (Alibali ve Nathan, 2012; Bieda ve Nathan, 2009; Edwards, 2009; Goldin-Meadow ve diğerleri, 1999; Marrongelle, 2007; Nemirovsky, Tierney ve Wright 1998; Núñez 2006; Radford 2003; Rasmussen ve diğerleri, 2004; Roth, 2001; Singer ve Goldin-Meadow, 2005; Valenzeno ve diğerleri, 2003). Bu bağlamda bazı araştırmacılar jestleri öğretmenlerin ve öğrencilerin fikirlerini ifade ederken, yapılandırırken, geliştirirken ve ilişkilendirirken yararlanabileceği “göstergebilimsel kaynaklar” olarak görmektedir (Arzarello, 2006; Arzarello ve diğerleri, 2009; Marrongelle, 2007; Rasmussen ve diğerleri, 2004; Radford, 2003; Radford, Edwards ve Arzarello, 2009). Bununla birlikte, bazı araştırmalar da matematiksel bilişin algı ve eylem yoluyla somutlaştırıldığı veya formüle edildiği yolları vurgulamakta ve jesti özellikle matematik öğrenimi için önemli bir bilişsel kaynak olarak ele almaktadır (Alibali ve Nathan, 2012; Alibali ve diğerleri, 2014b; Williams-Pierce ve diğerleri, 2017; Cook, Mitchell ve Goldin-Meadow, 2008; Edwards, 2009; Healy ve Fernandes, 2011; Kim ve diğerleri, 2011; Pier ve diğerleri, 2014).

İlgili literatür incelendiğinde matematik eğitiminde son yirmi yılda jestlere ve jest içerikli çalışmalara giderek artan bir ilginin olduğu görülmektedir. Matematik eğitiminde oldukça önemli bir olgu haline gelen jestler ile ilgili ülkemizde de çalışmalara (Akçakoca, 2018; Akıncı, 2014; Akıncı ve Arıkan, 2017; Gürefe, 2015, 2018; Özlav, 2019) rastlanmaktadır. Bu çalışmada da matematiksel anlamın oluşturulmasında jestlerin rolüne ve önemine değinilmektedir. Matematik eğitimi bağlamında jest

kavramının tanımına ve sınıflandırılmasına yer verilerek matematik eğitiminde yapılan jest çalışmalarının ortaya koydukları ortak bulgulara değinilmiştir. Matematik eğitimindeki ilgili literatürü kapsamlı bir şekilde ele alan, jestlere ve jestlerin matematik eğitimindeki rolüne değinen bu çalışmanın ülkemizdeki alan yazına katkı sunacağı düşünülmektedir.

### Jest Nedir?

Jestler, konuşma esnasında kendiliğinden ortaya çıkan ve konuşmaya eşlik eden el ve kol hareketleridir (Goldin-Meadow, 2003; Kendon, 2004; McNeill, 1992, 2005). Jestler bir fikri veya anlamı ifade etmek için vücudun bir bölümünü (genellikle eller veya kollar) hareket ettirmeyi içeren özel bir eylem biçimidir. Jestler eylemler gibi nesnelere manipüle etmek veya hareket etmek için üretilmez, bunun yerine, düşünce ve konuşmanın temelini oluşturan bilişsel süreçlerin bir parçası olarak üretilirler (Alibali ve diğerleri, 2014a). Yani bir jest, imajı yürürlüğe koyan ve konuşma sürecinin bir parçası olarak üretilen ve konuşma sürecini açıkça ifade eden bir eylem (McNeill, 2012) olarak tanımlanabilir. Bu anlamda genellikle iletişim sırasında sözlü mesajlara eşlik eden jestlerin rolü günlük iletişimin ötesine uzanır (Cameron ve Xu, 2011). Bireylerin kendiliğinden veya isteğe bağlı sergiledikleri jestleri bilgi aktarımını kolaylaştırmakta önemli bir rol oynar (McNeill, 1992). Jestler bireylerin sözel olarak ifade edemediği ve öğrenmede rol oynayabilecek düşüncelerini aktarabilir (Goldin-Meadow, 2004). Jestler, eylemleri veya nesnelere formları aracılığıyla tasvir etme, soyut fikirleri temsil etme, söylem yapısına vurgu yapma ve dünyadaki yerleri, öğeleri veya insanları referans alma kapasitesine sahiptirler (McNeill, 1992; Novack ve Goldin-Meadow, 2017). Jestler bilişsel süreçleri ortaya çıkarabilir ve bilişsel süreçler de jest kullanımından etkilenebilir (Alibali ve Nathan, 2012; Hostetter ve Alibali, 2008). McNeill (1992) jestlerin, dil ile birlikte düşüncenin oluşmasına yardım ettiğini belirtmekte, jest yapmanın ve bir şeyi konuşarak ifade etmenin, temelde zihinsel bir sürecin farklı bileşenleri olduğunu söylemektedir. Yani temelde aynı fikri, konuşma ve jest kendi yollarıyla ifade eder. Konuşma, fikirlerin sözlü olarak ifade edilmesini sağlarken konuşmaya eşlik eden jestler ise bu fikirlerin somutlaşan, görsel bir temsili olarak işlev görür. Bu bağlamda jestler; konuşmada ifade edilen bilgileri yineleyebilirler, belirsizlikleri açıklığa kavuşturabilirler ve eşlik ettiği kelimelerde yer almayan bilgileri açığa çıkarabilirler (Goldin-Meadow, 2003). Jestler, bu nedenle, iletişimsel süreç boyunca düşüncenin görsel, somutlaşan bir temsili olarak işlev görürler ve bu anlamda eylemsel bir temsil olurlar (Ping ve Goldin-Meadow, 2008).

Jest ve dil üzerine temel çalışmalar psikolog ve dilbilimci David McNeill (1992, 2000) tarafından gerçekleştirilmiştir. McNeill (1992) iletişimde anlamın bütünlüğünü sağlamada konuşma ve jestin bütünlüğüne dikkat çekerek jestin ve konuşmanın, aynı fikri farklı yollarla ifade etme biçimi olduğunu iddia etmektedir (Edwards, 2003). Matematik eğitimindeki güncel jest araştırmaları da öncelikle McNeill'in (1992) öncü çalışmalarından, sonrasında ise bilişsel psikoloji ve dilbilimdeki jest üzerine yapılan çalışmalardan etkilenmiştir. Bu nedenle farklı jest sınıflamaları (Clark, 1996; Efron,

1941; Ekman ve Friesen, 1969; Kendon, 1988; McNeill, 1992) mevcut olsa da bu çalışmada matematik eğitiminde yaygın olarak kullanılan ve herhangi bir söylem veya herhangi bir içerik alanındaki jestlere uygulanabilmesi açısından esnek olan McNeill'in (1992) jest sınıflamasından kısaca bahsedilecektir.

McNeill ve arkadaşları, video kayıtları üzerinde yürüttükleri detaylı analizler vasıtasıyla konuşma ve jestlerin gerçekten de aynı kökenden geldiğini ve aktarmak istediğimiz anlamın birbirini tamamlayan yönlerini taşıdıklarını keşfetmişlerdir (Claxton, 2015). McNeill'e (1992) göre "jestler" anlatım sürecinde, konuşmada yer almayan, "anlam" ın aktarılmasına da vesile olmuştur (Goldin-Meadow, 1999). McNeill'in (1992) teorisinde, dış konuşmaya eşlik eden jestin, iletişimin sözlü olarak ifade edilmesinin yanı sıra, iletişimin somutlaştırılması da vardır (Zurina ve Williams, 2011). McNeill (1992) hikâye anlatan bireyler üzerinde yaptığı çalışmalar sonucu jestleri; "işaret", "ikonik", "metaforik" ve "vurgu" jestleri olmak üzere dört başlık altında toplamıştır.

İşaret jestleri, ortamdaki bir nesneyi, bir yeri ya da bir kişiyi göstermek, işaret etmek için kullanılan jestlerdir (Akıncı, 2014; McNeill, 1992). Bununla birlikte ortamda mevcut olmayan nesnelere ya da kişileri işaret etmek için de bu jestler kullanılabilir (Goldin-Meadow, 1999). Bu nedenle, işaret jestleri gösterilen nesnenin ortamda mevcut olup olmamasına göre somut işaret jesti ya da soyut işaret jesti olmak üzere ikiye ayrılabilir (McNeill, 1992, 2005). İkonik jestler, eşlik ettiği konuşmanın semantik (anlamsal) içeriği ile yakından ilişkili olan ve anlamı temsil eden el hareketlerini ifade eder (McNeill, 1992). İkonik jestler, konuşma içinde bir objenin direk biçimini çağrıştıran ve objenin şeklini el hareketiyle tasvir eden jestlerdir (Akıncı ve Arıkan, 2017). Metaforik jestler, zihinsel bir imajı veya soyut bir düşünceyi tasvir eder (McNeill, 1992). Metaforik jest, bir kavramın somut bir metaforunu, hissettiğimiz görsel ve kinetik bir resmini tasvir eder ve bir bakıma bu tasvir kavramın benzeridir. Vurgu jestleri ise genellikle konuşma vezni ile hizalanan ve net bir semantik anlamı olmayan (McNeill, 1992) ritmik, yukarı ve aşağı el hareketleridir (Alibali ve diğerleri, 2013). İkonik ve metaforik jestlerin aksine elin veya parmakların hareketleri; konuşmanın semantik içeriğinden bağımsız, yukarıdan aşağıya veya ileri geri olacak şekilde aynı forma sahip olma eğilimi gösterir (Goldin-Meadow, 1999; McNeill, 2006). Alibali ve Nathan (2012), Alibali ve arkadaşları (2013; 2014b), Shein (2012), Francaviglia ve Servidio (2011), Akıncı (2014), Nemirovsky ve Ferrara (2009), Edwards (2009), Güreffe (2015), Rasmussen ve arkadaşları (2004) ve Akçakoca (2018) matematik eğitiminde McNeill'in (1992) jest sınıflamasını kullanan araştırmalara birer örnektir.

### **Matematik Eğitimi Bağlamında Jestlere Yönelik Bakış Açıları**

Matematik eğitiminde öğretme ve öğrenme ortamlarında jestlerin düşünme ve iletişimdeki rolü farklı perspektiflerle incelenmiştir. Bu perspektifler; *semiyotik demet (semiotic bundle)*, *somutlaştırılmış biliş (embodied cognition)* ve *nesnelleştirme (objectification) teorisi* olarak karşımıza çıkmaktadır.

Matematiksel fikirlerin anlaşılmasında jestleri “semiyotik demet” bakış açısıyla (Arzarello, 2006) inceleyen araştırmalar, jestleri matematik sınıfında gerçekleştirilen birer semiyotik kaynak (semiotic resources) (konuşma, yazı, grafik, şekil vb.) olarak ele almıştır (Akıncı, 2014; Arzarello ve diğerleri, 2009; Arzarello ve Paola, 2007; Gürefe, 2015; Özlav, 2019; Radford, 2003; Thomas, Yoon ve Dreyfus, 2009; Yoon, Thomas ve Dreyfus, 2011; Weinberg, Fukawa-Connelly ve Wiesner, 2015). Bu bakış açısı semiyotik kaynakları bir bütünün parçaları olarak değerlendirmekte ve bu semiyotikleri çoklu-model (multimodal) yaklaşımı içerisinde analiz etmektedir (Arzarello, 2006).

Jestleri somutlaştırılmış biliş bakış açısı (Barsalou, 2008; Glenberg, 2010; Wilson, 2002) ışığında inceleyen araştırmalar ise bilişsel süreçlerin, insan vücudunun fiziksel dünya ile etkileşimlerinden kaynaklandığını iddia etmektedir (Alibali ve Nathan, 2012; Alibali ve diğerleri, 2014a, 2014b; Edwards, 2009; Kim ve diğerleri, 2011; McNeill, 2005; Nemirovsky ve Ferrara, 2009; Williams-Pierce ve diğerleri, 2017; Yazar(lar), 2018). Bu bakış açısında temel fikir, bilişin bedenün özelliklerine ve dünyadaki gerçek veya olası eylemlerine bağlı olduğudur (Anderson, 2003; Shapiro, 2014; Wilson, 2002). Bu somutlaşmış perspektife göre jestler bilişin fiziksel çevredeki yapılanmasını (Alibali ve Nathan, 2012; Alibali ve diğerleri, 2014a), kavramlara ve işlemlere ait somutlaşan düşünceleri ve zihinsel imajları (Alibali ve Nathan, 2012; Edwards, 2009; Hostetter ve Alibali, 2008; Nemirovsky ve Ferrara, 2009; Núñez, 2006) ve bazı beden-esaslı kavramsal metaforları (Alibali ve Nathan, 2012; Kim ve diğerleri, 2011) yansıtıcı özelliktedir. Başka bir deyişle jestler, bedenün ve fiziksel çevrenin, konuşma ve düşünmeye dâhil edildiğinin birer kanıtıdır (Alibali ve Nathan, 2012; Hostetter ve Alibali, 2008). Somutlaştırılmış biliş bakış açısıyla yapılan çalışmalarda ise jestlerin analizi indeksleme hipotezi (Glenberg ve Robertson, 1999), simüle edilmiş eylem olarak jest teorik çerçevesi (Hostetter ve Alibali, 2008), kavramsal metaforlar (Lakoff ve Johnson, 1980; Lakoff, 1993); kavramsal harmanlamalar (Fauconnier ve Turner, 2002) gibi çeşitli bilişsel iddialar ışığında, jestlerin konuşmayla eş zamanlı ve eş anlamlı olması dikkate alınarak yapılmaktadır.

Radford (2003) ise jestleri, nesnelleştirme sürecinin bir parçası olarak gözlemlemiştir. Bireylerin aktif bir şekilde matematiksel anlamı oluşturdukları sosyal süreci nesnelleştirme süreci olarak isimlendiren Radford’un (2009) nesnelleştirme teorisi Vygotsky’nin (1997) çalışmalarından ve fenomenolojiden etkilenmektedir. Bu bakış açısına göre nesnelleştirme, yani bireylerin matematiksel anlamı oluşturması, konuşmalar, bedensel eylemler, kalem vb. araçlar, matematiksel işaretler ve jestler aracılığıyla gerçekleştirilebilir (Radford, 2009).

### **Matematik Öğrenme ve Öğretme Ortamlarında Jestlerin Rolü**

Matematik öğrenme ortamları bağlamında jest, hem jesti yapanın zihinsel temsillerine bir pencere hem de öğrencilerin odaklanmasına ve temsillerle düşünmesine rehberlik eden bir öğretim aracı olması nedeniyle giderek artan bir çalışma nesnesi olmuştur (Alibali ve Nathan, 2012; Alibali ve diğerleri, 2013; Church ve diğerleri, 2004; Hostetter ve Alibali, 2008; Singer ve Goldin-Meadow, 2005;

Richland, 2015). Matematik eğitimindeki jest içerikli çalışmalar da matematiksel fikirlerin iletilmesinde ve matematiksel düşünmede jestlerin birçok rolüne dair ampirik çalışmalar ve kanıtlar sunmaktadır.

Matematik eğitiminde öğretmenlerin jestlerine odaklanan çalışmalar (Alibali ve diğerleri, 2013; Alibali ve diğerleri, 2014b; Flevaris ve Perry, 2001), öğretmenlerin matematiksel fikirleri ilişkilendirmede jestleri sıklıkla kullandıklarını gözlemlemiştir. Öğretmenler hem aritmetik hem de cebirsel akıl yürütmelerinde eylemi ve algıyı tasvir eden temsili jestleri ve söylemlerini fiziksel çevreye dayandıran işaret jestlerini kullanmıştır. Yapılan bu ampirik çalışmalar sonucunda araştırmacılar, jestlerin matematik öğretiminde öğretmenlerin iletişiminin ayrılmaz bir parçası olduğunu ve kavramın öğretiminde matematiksel bir temsil olarak kullanıldığını öne sürmüştür. Matematik eğitiminde öğretmen jestlerini inceleyen araştırmalardan bazıları (Alibali ve diğerleri, 2013; Valenzeno ve diğerleri, 2003) ise öğretmenlerin jestleri kullandığı ve kullanmadığı farklı öğrenme ortamlarında jestlerin öğretimdeki rolüne odaklanmıştır. Bu araştırmalar, öğretmenlerin konuşma eşliğinde jest kullanarak anlattığı derslerin öğrencilerin öğrenmesini olumlu yönde etkileyebileceğini göstermiştir. Yapılan bu araştırmalara göre öğretmenlerin ürettikleri işaret jestleri, işaret etme veya gösterme yoluyla sözel terimlerin anlamlarının aktarılmasını kolaylaştırmıştır. Bununla birlikte tasvir edici jestlerin de öğrencilerin öğrenmesini kolaylaştırdığı gözlemlenmiştir. Goldin-Meadow ve arkadaşları (1999) ise öğrencilerin problem çözme süreçlerinde öğretmenlerin öğretim sürecinde sergiledikleri jestlere odaklanmış ve öğretmen jestlerini inceleyen diğer çalışmalarla uyumluluk gösteren sonuçlara ulaşmıştır. Araştırmacılara göre öğretmen jestleri, kimi zaman konuşmada aktarılan bilgileri yinelerken kimi zaman da konuşmada yer almayan fikirlerin aktarılmasını sağlamış ve böylece öğrencilerin anlamasını kolaylaştırmıştır. Akıncı (2014) ve Edwards (2009) ise öğretmen adaylarının jestlerini sınıflayan ve bu jestlerin rollerini inceleyen çalışmalar yapmıştır. Edwards (2009), matematiğin somutlaşan doğasını anlamamız için jestlerin önemli bir veri kaynağı sağlayabileceğini iddia etmiştir. Akıncı (2014) ise jest ve konuşmanın bütünlüğü, jestlerin konuşmaya kattığı anlam, jestlerin konuşmaya yön verışı, üzerinde konuşulan kavrama ait jestin sözel temsilden önce iletişim ögesi olarak ortaya çıkması gibi önemli noktalara dair bulgulara ulaşmıştır.

Matematik öğrenme ortamlarında yapılan ampirik çalışmalar (Akçakoca, 2018; Alibali ve DiRusso; 1999; Alibali ve Nathan, 2012; Arzarello ve diğerleri, 2009; Bieda ve Nathan, 2009; Kim ve diğerleri, 2011) matematiksel kavramlar ile ilgili konuşurken öğrencilerin de rutin olarak jest ürettikleri gözlemlenmiş ve bu jestlerin rollerine odaklanılmıştır. Yapılan bu ampirik çalışmalarda öğrenci jestlerinin de matematiksel fikirler hakkında iletişimlerinin tamamlayıcı bir parçası olduğu görülmüştür. Öğrencilerin sözel ya da formel yollarla ifade edemediği bilgilerini somutlaştırmak ve organize etmek için alternatif bir yol olarak jestleri kullandığı gözlemlenmiştir (Akçakoca, 2018; Ararello ve diğerleri, 2009). Alibali ve DiRusso (1999) çalışmalarında jestlerin anaokulu öğrencilerinin saymayı öğrenmelerine yardımcı olmak için önemli bir işlevi olduğunu göstermiştir. Jestleri

somutlaştırılmış biliş perspektifinden inceleyen araştırmalar (Akçakoca, 2018; Alibali ve Nathan, 2012; Kim ve diğerleri, 2011) ise öğrencilerin kavramsal bilgilerini bedenlerinde ve bedenleri aracılığıyla nasıl sergilediklerini gözlemlemiş ve matematiksel bilişin yapılandırılmasında jestlerin rollerine dair kanıtlar sunmuştur. Bu çalışmalar öğrencilerin algılarına ve eylemlerine dayanarak matematiksel bilişini jestler aracılığıyla dışa vurduğunu ileri sürmüştür. Yapılan ampirik çalışmaların bulgularına göre öğrencilerin jestleri, öğrencilerin düşünmelerini desteklemiş, soyut fikirlerini somutlaştırmış, fiziksel çevrede ve bedenlerinde yapılandıkları kavramsal bilgileri açığa çıkarmıştır. Bu bağlamda öğrencilerin sergilediği işaret jestlerinin fiziksel çevrede yerleşik olan bilişlerini yansıttığını, temsili jestlerinin ise öğrencilerin zihinsel imajlarını açığa çıkaran, kavrama ait birer temsil niteliğinde olabileceği iddia edilmiştir. Matematik eğitiminde görme ve işitme engelli öğrencilerin jestlerini inceleyen çalışmalar (Gürefe, 2015, 2018; Healy ve Fernandes, 2011) da yer almaktadır. Bu çalışmalarda öğrencilerin geometrik kavramlarla ilgili sergiledikleri jestlerine odaklanıldığı görülmektedir. Hem görme hem de işitme engeli olan öğrencilerle yapılan ampirik çalışmalar, öğrencilerin matematiksel bilişlerini somutlaştırmak için jestler sergilediklerine dair kanıtlar sunmuştur. Bununla birlikte işitme engeli olan öğrencilerin kavramlara ilişkin jestleri bazı durumlarda sadece dil, bazı durumlarda da dil ve yazılı işaretler ile birlikte kullanıldığı tespit edilmiştir (Gürefe, 2015, 2018). Özlav (2019) ise işitme engellilerin öğrenim gördüğü okullarda çalışan matematik öğretmenlerinin derslerinde bazı matematiksel terimlerin işaret dilindeki gösterimlerinin neler olduğunu belirlemeye çalışmıştır. Öğretmenlerin yapmış oldukları jestleri derinlemesine araştırıp göstergebilime (semiyotik) göre yorumlayan araştırmacı, sergilenen jestlerden yola çıkarak bazı matematiksel kavramlara ait amblemler önermiştir.

Matematik öğrenme ortamlarında jestler; sayma (Alibali ve DiRusso, 1999), denklem, eğim (Alibali ve Nathan, 2012; Alibali ve diğerleri, 2013), kesir (Alibali ve Nathan, 2012; Edwards, 2009; Özlav, 2019; Zurina ve Williams, 2011), oran-orantı (Abrahamson, 2004; Özlav, 2019) fonksiyon grafikleri (Alibali ve Nathan, 2007; Arzarello ve diğerleri, 2009) gibi cebirsel kavramlar; dörtgen, piramit (Healy ve Fernandes, 2011), simetri (Healy ve Fernandes, 2011; Valenzano ve diğerleri, 2003), çokgenler (Alibali ve Nathan, 2012; Gürefe, 2015; Özlav, 2019), açı (Akçakoca, 2018; Akıncı, 2014; Özlav, 2019), açının ölçüsü, eşlik-benzerlik, öteleme (Akçakoca, 2018), nokta, doğru, düzlem, vektör, izdüşüm (Akıncı, 2014), çevre, çember, yarıçap (Özlav, 2019) gibi geometrik kavramlar ve geometrik şekiller (Kim ve diğerleri, 2011) bağlamında incelenmiştir. Bununla birlikte öğrencilerin cebirsel kavramlarla ilgili (Radford, 2003) ve problem çözme süreçlerinde (Alibali ve Nathan, 2012; Bjuland, Cestari ve Borgersen, 2008; Cook ve Goldin-Meadow, 2006; Cook ve diğerleri, 2008; Francaviglia ve Servidio, 2011) sergiledikleri jestler ve jestlerin rolleri de araştırılmıştır.

Bu bağlamda jestler, matematik eğitimi sırasında öğretmenlerin iletişiminin ayrılmaz bir parçası, öğrencilerin sözel veya formel yollarla ifade edemediği bilgileri için alternatif bir ifade etme biçimi ve yoludur (Alibali ve diğerleri, 2013; Alibali ve diğerleri, 2014b; Alibali, Nathan, Boncoddio ve

Pier, 2019; Arzarello ve diğerleri, 2009). Jestler iletişim kurmada, kavramları öğretmede ve matematiksel bilginin düzeyini dışa vurmada önemli bir rol oynar (Alibali ve Nathan, 2012; Williams-Pierce ve diğerleri, 2017). Bazı jestler (temsili jestler) matematiksel kavramlar için temsili bir eylem olma özelliğine sahiptir (Alibali ve Nathan, 2012; Edwards, 2009; Ping ve Goldin-Meadow, 2008). Bu jestler, konuşmada yer alan veya ima edilen (örtük) kavramsal bilgiyi iletir (Boyatzis ve Watson, 1993; Broaders, Cook, Mitchell ve Goldin-Meadow, 2007). Böylelikle matematiksel anlamın anlaşılmasını sağlar (Alibali ve diğerleri, 2014b) ve matematiksel düşüncenin oluşmasında aktif bir rol oynar (Alibali ve Nathan, 2012; Arzarello ve diğerleri, 2009; Goldin-Meadow, 2003; Nemirovsky ve Ferrara, 2009; Núñez, 2006; Radford, 2003). Jestler bu yönüyle bilişsel yükü hafifletir (Goldin-Meadow, 2000; Yoon ve diğerleri, 2011). Öğrenme ortamlarında matematiksel konuşmaları şekillendirir, ayrıca yeni ve daha doğru çözümlerin ortaya çıkmasını sağlar (Broaders ve diğerleri, 2007; Singer ve Goldin-Meadow, 2005). Yüz yüze öğretim ortamlarında bir kavrama ait farklı temsillerin ilişkilendirilmesinde önemli bir rol oynar (Flevaris ve Perry, 2001).

### **Tartışma, Sonuç ve Öneriler**

McNeill (1992) jestlerin analiz edilmesinin soyut kavramlara dair düşüncenin açığa çıkarılması açısından kelimenin tam anlamıyla “zihinleri okuma”nın bir yolu olarak önemli olduğuna vurgu yapmaktadır. Bu nedenle, matematiksel düşüncenin gelişimi ve bedensel deneyimlerle bağlantıları hakkında daha fazla bilgi edinmek için matematik eğitimcileri jest araştırmalarını yürütmektedirler (Gerofsky, 2010). Jestlerin matematik öğrenme ortamlarındaki rollerine dair ampirik kanıtlar sunan bu araştırmalar, öğrenme ortamlarında jestlerin de dikkate alınması gerektiği fikrini desteklemektedir.

Öğretmenlerin sınıf ortamında karmaşık ve yeni fikirleri öğrenciler tarafından kolayca anlaşılabilir ve ele alınabilecek şekilde iletmeleri gerekmektedir. Öğrenciler, buna karşılık olarak, sınıfta süregelen ilgi odağına katılmalı, ilgili ön bilgileri aktive etmeli ve yeni bilgileri kullanıma sunuldukça entegre etmelidir. Alibali ve arkadaşları (2019), öğretmenlerin, hem konuşan bireysel öğrenci ile ortak zemini paylaşmalarını sağlamak hem de bir bütün olarak sınıf arasında ortak zemini geliştirmek için jestleri kullandıklarını iddia etmektedir. Öğretmenlerin öğretim sırasında ortak bir zemin oluşturmak ve sürdürmek için kullandıkları teknikleri anlamının önemine vurgu yapan Alibali ve arkadaşlarına (2019) göre bu tekniklerin bir kısmı da jestleri içermektedir. Jest ve bedensel iletişim, matematik dersleri bağlamında özellikle zengin ve karmaşıktır. Bu kısmen, dilbilimsel temsillerin kullanımını, aynı zamanda çizimler gibi karmaşık görsel yazıtların yanı sıra bir matematiksel semboller sistemini içeren matematiğin gösteriminin semiyotik karmaşıklığından kaynaklanmaktadır (O'Halloran, 1998). Matematik sınıflarındaki iletişimi tüm zenginlikleriyle anlamak istiyorsak jestleri ve aktardıkları bilgileri dikkate almamız gerekmektedir. Bu doğrultuda, matematik sınıflarındaki çoklu iletişim biçimlerini değerlendirebilmek için, sadece işittiklerimizi değil gördüklerimizi de dikkate almak oldukça önemlidir (Flevaris ve Perry, 2001).



Matematik, düşünmenin kavramlar, problemler veya fikirler arasındaki ilişkileri tanımayı içerdiği bir disiplindir (Polya, 1945) ve eğitim reformu önerileri düzenli olarak öğrencileri matematiksel ilişkilendirmede desteklemenin önemine odaklanmaktadır (Ulusal Matematik Danışma Paneli (National Mathematics Advisory Panel, 2008). Matematiksel ilişkilendirmenin bir yolu, matematiksel nesnelere gösterimleri arasında daha üst düzey bağlantılar geliştirmektir (Richland, 2015). Bu bağlamda jestler öğretmenlerin matematik sınıfındaki temsiller arasındaki ilişkileri ifade etme biçiminde önemli bir rol oynayabilir (Alibali ve diğerleri, 2014b). Bunlar, eğitimcilerin, problem ilişkilerinin birlikte nasıl tanımlanabileceği ve haritalandırılabilirliği öğrencilere açıklığa kavuşturmayı amaçladığı bağlamlardır. Jestler, hem konuşmacının bilgiyi kavramsallaştırması hem de konuşmacının alıcının iletişim ihtiyaçlarını algılaması hakkında zengin bir bilgi kaynağıdır. Araştırmacılar (Alibali ve diğerleri, 2014b; Richland, 2015) öğretmenlerin bazı durumlarda ilgili fikirleri aynı anda ya da sırasıyla bağlamak için jest kullanabileceğini söylemektedir. Cook ve Goldin-Meadow (2006) göre de öğretmenlerin öğretim sırasında ürettiği jestler, öğrencilerin bu jestlere eşlik eden kelimeleri anlamalarına yardımcı olarak öğrenmeyi kolaylaştırabilir. Bu bağlamda matematiksel öğretimi ve öğrenimi kolaylaştırmak, matematiksel anlamın iletilmesini sağlamak amacıyla sınıf ortamlarında jestlerden faydalanılabilir.

Matematik öğrenme ortamlarındaki jest içerikli çalışmalar (Akçakoca, 2018; Alibali ve Nathan, 2012; Edwards, 2009) öğrencilerin özellikle temsili jestlerinin, onların matematiksel kavramlara dair zihinsel imajlarını yansıtıcı özellikte olduğunu söyler. Bu çalışmalarda öğrencilerin ikonik jestlerinin kavrama ait yapmış oldukları çizimlere ve kavramın kitaplarda yer alan modellerine biçimsel olarak benzerlik gösterdiği söylenir. Bu nedenle temsili jestler öğrenme ortamlarında matematiksel kavramlara ait birer temsil biçimi niteliğinde dikkate alınabilir. Bununla birlikte araştırmalar (Akçakoca, 2018; Alibali ve Nathan, 2012; Edwards, 2009) öğrencilerin işaret jestlerinin, onların matematiksel kavramları yapılandırma süreçlerine fiziksel çevreyi nasıl dâhil ettiklerine dair kanıtlar sunar. Sergilenen işaret jestleri incelendiğinde öğrencilerin, fiziksel olarak, matematiksel söylemleri ile ilişkili zihinsel süreçlerini fiziksel ortama bağladıkları görülür. Bu durum matematiksel kavramları yapılandırmada fiziksel çevreyle etkileşimli öğrenme ortamlarının rolüne vurgu yapar. Bu nedenle öğrencilerin fiziksel çevre ile etkileşimde bulunabileceği matematiksel nesne veya materyal açısından zengin ortamlarda matematik öğretimi sürecinde işaret jestlerinin kullanımı öğrencilerin öğrenmelerinde etkili olabilir.

Matematik eğitiminde jestlere giderek artan bir ilginin olmasına rağmen öğrenme ortamlarında açığa çıkan jestlerin bilişsel açıdan ne anlama geldiğini detaylı bir şekilde açıklayacak çalışmalara ihtiyaç vardır. Bunun için bir öğrencinin hem bireysel hem de sosyal öğrenme ortamlarında farklı matematiksel durumlarda sergilediği jestleri incelenebilir. Daha ileri bir çalışma olarak bu jestlerin bağlam-bağımlı olup olmadığı araştırılabilir. Yani öğrencinin bir matematiksel kavrama dair sergilediği jestler fiziksel çevreye, materyallere, iletişim halinde olunan nesne veya

kişiyeye (diğer öğrenciler, öğretmen vb.) göre değişiklik gösterip göstermediği incelenebilir. Bununla birlikte kavram değişimine bağlı olarak jest türlerindeki değişimi gözlemleyen daha fazla ampirik çalışma yapılabilir. Çeşitli matematiksel kavramlar üzerine yapılacak bu çalışmalar öğretmenlere kavram öğretiminde jestlerden nasıl faydalanılabileceğine dair fikirler sunabilir. Öğretmen jestlerinin öğrencilerin öğrenmesine olan etkisi öğrenciler için ne anlam ifade ettiği bağlamında incelenebilir. Böylelikle öğretmenlere sergiledikleri jestlerinin kavramın öğrenime olan katkısına dair dönütler verilerek öğretim süreci daha verimli bir hale dönüştürülebilir.



<http://kefad.ahievran.edu.tr>

# Ahi Evran University Journal of Kırşehir Education Faculty

ISSN: 2147 - 1037

## ENGLISH VERSION

### Introduction

Mathematics classrooms consist of various symbols, tools and technologies with which students and teachers regularly interact (Williams-Pierce et al., 2017). Research in mathematics education focuses on gestures, which are tools with increasing importance for conveying mathematical expressions (Alibali, Boncoddio and Hostetter, 2014a; Alibali and Nathan, 2012). Recent studies have revealed a growing interest in spontaneous gestures of teachers and students when speaking about mathematical expressions and the role of these gestures in mathematics classrooms (Alibali and DiRusso, 1999; Alibali and Nathan, 2012; Alibali et al., 2013; Alibali et al., 2014b; Arzarello, Paola, Robutti and Sabena, 2009; Bieda and Nathan, 2009; Church, Ayman-Nolley and Mahootian, 2004; Goldin-Meadow, Kim and Singer, 1999; Flevares and Perry, 2001; Kim, Roth and Thom, 2011; Marrongelle, 2007; Nathan, 2008; Perry, Church and Goldin-Meadow, 1988; Radford, 2003; Rasmussen, Stephan and Allen, 2004; Richland, Zur and Holyoak, 2007; Valenzeno, Alibali and Klatzky, 2003; Williams-Pierce et al., 2017). Many mathematics educators and linguists, anthropologists, cognitive scientists and psychologists interested in mathematics education have seemed to turn their attention to gesture studies in mathematics teaching and learning (Arzarello and Edwards, 2005; Arzarello et al., 2009; Goldin-Meadow, 2003; Nemirovsky and Ferrara, 2009; Núñez, 2004; Radford, 2009; Rasmussen et al., 2004; Kita, 2003; McNeill, 1992, 2000, 2005). Mathematics education studies consider gestures and bodily movements either as potential sources of information about how we think of mathematics or as a tool that contributes to mathematical thinking and communication (Alibali and Nathan, 2012; Bieda and Nathan, 2009; Edwards, 2009; Goldin-Meadow et al., 1999; Marrongelle, 2007; Nemirovsky, Tierney and Wright 1998; Núñez 2006; Radford 2003; Rasmussen et al., 2004; Roth, 2001; Singer and Goldin-Meadow, 2005; Valenzeno et al., 2003). In this context, some researchers perceive gestures as "semiotic resources" that teachers and students can use while expressing, structuring, developing and associating their ideas (Arzarello, 2006; Arzarello et al., 2009; Marrongelle, 2007; Rasmussen et al., 2004; Radford, 2003; Radford, Edwards and Arzarello, 2009). Furthermore, some studies highlight the ways in which mathematical cognition is embodied or formulated through perception and action, and consider gesture as an important cognitive resource, especially for mathematics learning (Alibali and Nathan, 2012; Alibali et al., 2014b; Williams-Pierce et

al., 2017; Cook, Mitchell and Goldin-Meadow, 2008; Edwards, 2009; Healy and Fernandes, 2011; Kim et al., 2011; Pier et al., 2014).

When the relevant literature is examined, it is observed that there has been an increasing interest in gestures and studies with gesture content in mathematics education in the last two decades. There are also studies (Akçakoca, 2018; Akıncı, 2014; Akıncı and Arıkan, 2017; Gürefe, 2015, 2018; Özlav, 2019) in our country on gestures which have become a crucial phenomenon in mathematics education. In this study, the role and importance of gestures in constructing mathematical meaning were examined. In the context of mathematics education, the definition and classification of the concept of gesture are mentioned, and the common findings of gesture studies in mathematics education are evaluated. This study is thought to contribute to the literature in our country in that it reviews the relevant literature in mathematics education comprehensively and examines the role of gestures in mathematics education.

### **What is a Gesture?**

Gestures are hand and arm movements that occur spontaneously and accompany the conversation (Goldin-Meadow, 2003; Kendon, 2004; McNeill, 1992, 2005). Gestures are a special form of action that involves moving part of the body (usually the hands or arms) to express an idea or meaning. Gestures are not produced to manipulate or move objects, but rather as part of the cognitive processes that underlie thought and speech (Alibali et al., 2014a). In other words, a gesture can be defined as an act that puts the image into effect and is produced as part of the speaking process to express it clearly (McNeill, 2012). In this sense, the role of gestures that usually accompany verbal messages during communication extends beyond daily interactions (Cameron and Xu, 2011). Gestures that individuals display spontaneously or voluntarily play an important role in facilitating the transfer of information (McNeill, 1992). Gestures can convey the thoughts of individuals that cannot be expressed verbally and can also play a role in learning (Goldin-Meadow, 2004). They have the capacity to depict actions or objects through their forms, represent abstract ideas, emphasize discourse structure, and reference places, items, or people in the world (McNeill, 1992; Novack and Goldin-Meadow, 2017). They can further reveal and affect cognitive processes (Alibali and Nathan, 2012; Hostetter and Alibali, 2008). McNeill (1992) states that gestures help the formation of thought along with language and that gesturing and expressing something by speaking are essentially different components of a mental process. In other words, speech and gestures express the same thing with their own ways. While speech enables ideas to be expressed verbally, the gestures accompanying the speech act as a tangible and visual representation of these ideas. In this context, gestures can repeat information expressed in speech, clarify uncertainties, and reveal information not included in the words that they accompany (Goldin-Meadow, 2003). Therefore, gestures function as a visually

embodied representation of thought throughout the communicative process, and in this sense become an actual representation (Ping and Goldin-Meadow, 2008).

Pioneering studies on gesture and language were carried out by psychologist and linguist David McNeill (1992, 2000). McNeill (1992) argues that gesture and speech are manners of expressing the same idea in different ways and a way of drawing attention to the integrity of speech and gesture in ensuring the integrity of meaning in communication (Edwards, 2003). Current gesture studies in mathematics education have also been influenced by pioneering works of McNeill (1992), and then by studies on gesture in cognitive psychology and linguistics. Therefore, despite the presence of different gesture classifications (Clark, 1996; Efron, 1941; Ekman and Friesen, 1969; Kendon, 1988; McNeill, 1992), this study briefly examines McNeill's (1992) gesture classification, which is widely used in mathematics education and is flexible in terms of being applicable to gestures in any discourse or content area.

McNeill et al., based on their detailed analysis of the video recordings, discovered that speech and gestures have the same origin and carry complementary aspects of the meaning we want to convey (Claxton, 2015). According to McNeill (1992), "gestures" are instrumental in conveying the "meaning" which is not included in the speech during the expression process (Goldin-Meadow, 1999). In McNeill's (1992) theory, aside from the verbal expression of communication, gesture accompanies external speech and the communication is embodied (Zurina and Williams, 2011). After carrying out studies on narrators, McNeill classified gestures under four headings as "*deictic*", "*iconic*", "*metaphoric*" and "*beat*" gestures.

Deictic gestures are gestures used to show or point an object, a place or a person in the environment (Akıncı, 2014; McNeill, 1992). Moreover, these gestures can also be used to point out objects or people that are not present in the environment (Goldin-Meadow, 1999). Therefore, deictic gestures can be divided into concrete and abstract deictic gestures, depending on whether the object shown exists in the environment (McNeill, 1992, 2005). Iconic gestures refer to hand gestures that represent meaning and are closely related to the semantic content of the accompanying speech (McNeill, 1992). Iconic gestures are gestures that evoke the direct shape of an object in speech and depict the shape of the object with hand gestures (Akıncı and Arıkan, 2017). Metaphoric gestures portray a mental image or an abstract thought (McNeill, 1992). The metaphoric gesture describes a concrete metaphor, a visual and kinetic picture of a concept and in a way, this description is similar to the concept itself. Beat gestures, on the other hand, are rhythmic, up and down hand movements (Alibali et al., 2013) that generally align with the rhythm of the speech and have no clear semantic meaning (McNeill, 1992). Unlike iconic and metaphoric gestures, movements of the hand or fingers tend to have the same form, from top to bottom or back and forth, regardless of the semantic content of speech (Goldin-Meadow, 1999; McNeill, 2006). Alibali and Nathan (2012), Alibali et al. (2013;

2014b), Shein (2012), Francaviglia and Servidio (2011), Akıncı (2014), Nemirovsky and Ferrara (2009), Edwards (2009), Gürefe (2015), Rasmussen et al. (2004), and Akçakoca (2018) are examples of studies using McNeill's (1992) gesture classification in mathematics education.

### **Perspectives on Gestures in the Context of Mathematics Education**

The role of gestures in thinking and communication has been examined with different perspectives in teaching and learning environments of mathematics education. We encounter these perspectives as the *semiotic bundle*, *embodied cognition* and *objectification theory*.

Studies that examine gestures in understanding mathematical ideas from the perspective of "semiotic bundle" (Arzarello, 2006) consider gestures as a semiotic resource (speech, writing, graphics, shapes, etc.) performed in the mathematics classroom (Akıncı, 2014; Arzarello et al., 2009; Arzarello and Paola, 2007; Gürefe, 2015; Özlav, 2019; Radford, 2003; Thomas, Yoon and Dreyfus, 2009; Yoon, Thomas and Dreyfus, 2011; Weinberg, Fukawa-Connelly and Wiesner, 2015). This perspective considers semiotic sources as parts of a whole and analyzes them in a multi-model approach (Arzarello, 2006).

On the other hand, studies that examine gestures in the light of an embodied cognition perspective (Barsalou, 2008; Glenberg, 2010; Wilson, 2002) claim that cognitive processes arise from the interactions of the human body with the physical world (Akçakoca, 2018; Alibali and Nathan, 2012; Alibali et al., 2014a, 2014b; Edwards, 2009; Kim et al., 2011; McNeill, 2005; Nemirovsky and Ferrara, 2009; Williams-Pierce et al., 2017). The main idea in this perspective is that cognition depends on the properties of the body and its actual or possible actions in the world (Anderson, 2003; Shapiro, 2014; Wilson, 2002). According to this embodied cognition perspective, gestures reflect the structuring of cognition in the physical environment (Alibali and Nathan, 2012; Alibali et al., 2014a), embodied thoughts and mental images of concepts and processes (Alibali and Nathan, 2012; Edwards, 2009; Hostetter and Alibali, 2008; Nemirovsky and Ferrara, 2009; Núñez, 2006), and body-based conceptual metaphors (Alibali and Nathan, 2012; Edwards, 2009; Hostetter and Alibali, 2008; Nemirovsky and Ferrara, 2009; Núñez, 2006). In other words, gestures are evidence that the body and the physical environment are involved in speaking and thinking (Alibali and Nathan, 2012; Hostetter and Alibali, 2008). In studies conducted from the perspective of embodied cognition, the analysis of gestures is carried out in the light of various cognitive arguments such as the indexing hypothesis (Glenberg and Robertson, 1999), theoretical framework of gesture as a simulated action (Hostetter and Alibali, 2008), conceptual metaphors (Lakoff and Johnson, 1980; Lakoff, 1993) and conceptual blends (Fauconnier and Turner, 2002) by taking into account that gestures are synchronous and synonymous with speech.

Radford (2003), on the other hand, observed gestures as part of the objectification process. The Objectification theory of Radford (2009), which names the social process as objectification process in which individuals actively form mathematical meaning, is influenced by Vygotsky's studies and

phenomenology (1997). According to this perspective, objectification can be realized through speeches, bodily actions, pencil, etc. tools, mathematical signs and gestures (Radford, 2009).

### **The Role of Gestures in Mathematics Learning and Teaching Environments**

In the context of mathematics learning environments, gesture has become a popular object of study, as it is both a window to the mental representations of the individual making gestures and a teaching tool that guides students to focus and think with representations (Alibali and Nathan, 2012; Alibali et al., 2013; Church et al., 2004; Hostetter and Alibali, 2008; Singer and Goldin-Meadow, 2005; Richland, 2015). Studies on gestures in mathematics education also provide empirical studies and proof on the many roles of gestures in conveying mathematical ideas and thinking.

Studies (Alibali et al., 2013; Alibali et al., 2014b; Flevares and Perry, 2001) focusing on the gestures of teachers in mathematics education observed that teachers frequently use gestures to associate mathematical ideas. Teachers used representational gestures while depicting action and perception in both arithmetic and algebraic reasoning, and deictic gestures while basing their discourse on the physical environment. As a result of these empirical studies, researchers argued that gestures are an integral part of the communication established by teachers in mathematics teaching and are used as a mathematical representation in teaching the concept. Some of the studies (Alibali et al., 2013; Valenzeno et al., 2003) examining the gestures used by teachers in mathematics education focused on the role of gestures in teaching in different learning environments where teachers both use gestures and do not. These studies found that the lessons taught by teachers using gestures accompanied by speech can positively affect the learning success of the students. According to these studies, the deictic gestures produced by teachers made it easier to convey the meanings of verbal terms by pointing or showing. Furthermore, it was observed that the descriptive gestures facilitated learning of the students. On the other hand, Goldin-Meadow et al. (1999), focused on the gestures that teachers employed during the problem-solving processes of students, and reached consistent results with other studies examining the gestures of teachers. According to the researchers, the gestures of the teachers both repeated the information conveyed in the speech and enabled the transfer of ideas not included in the speech at different times and thus facilitated the understanding of the students. Akıncı (2014) and Edwards (2009) conducted studies that classified the gestures of teacher candidates and examined the roles of these gestures. Edwards (2009) argued that gestures can provide an important source of data for us to understand the embodied nature of mathematics. On the other hand, Akıncı (2014) reached findings on important points such as the integrity of gesture and speech, the meaning added by gestures to speech, the direction of gestures on speech, and the emergence of the gesture associated with the concept spoken as a communication element even before verbal representation.

It was observed in empirical studies (Akçakoca, 2018; Alibali and DiRusso; 1999; Alibali and Nathan, 2012; Arzarello et al., 2009; Bieda and Nathan, 2009; Kim et al., 2011) conducted in

mathematics learning environments that students also routinely produce gestures while talking about mathematical concepts, and the roles of these gestures were examined. In these empirical studies, it was found that gestures of students are an integral part of their communication about mathematical ideas. It was observed that students use gestures as an alternative way to embody and organize information that they cannot express verbally or formally (Akçakoca, 2018; Ararello et al., 2009). Alibali and DiRusso (1999) showed in their studies that gestures have an important function to help kindergarten students learn to count. Studies (Akçakoca, 2018; Alibali and Nathan, 2012; Kim et al., 2011) examining gestures from the perspective of embodied cognition observed how students display their conceptual knowledge in and through their bodies and provided evidence of the role of gestures in structuring mathematical cognition. These studies suggested that students express their mathematical cognition through gestures based on their perceptions and actions. According to the findings of the empirical studies, the gestures of the students supported the thinking of the students, embodied their abstract ideas, revealed the conceptual information that they structured in the physical environment and their bodies. In this context, it was claimed that the deictic gestures performed by the students reflected their cognitions established in the physical environment, while the representational gestures could be a representation of the concept revealing the mental images of the students. There are also studies (Gürefe, 2015, 2018; Healy and Fernandes, 2011) examining the gestures of visually and hearing impaired students in mathematics education. It is observed that these studies focus on the gestures of the students regarding geometric concepts. Empirical studies conducted with both visually and hearing impaired students provided evidence that students exhibit gestures to embody their mathematical cognition. Furthermore, it was determined that students with hearing impairment used gestures related to concepts in some cases only with language, and in other cases with language and written signs (Gürefe, 2015, 2018). On the other hand, Özlav (2019) tried to determine the sign language representations of some mathematical terms in the lessons of mathematics teachers working in schools where hearing impaired students received education. The researcher, who examined the gestures made by the teachers in depth and interpreted them according to semiotics, proposed the emblems of some mathematical concepts based on the gestures displayed.

Gestures in mathematics learning environments have been examined in the context of algebraic concepts such as counting (Alibali and DiRusso, 1999), equation, slope (Alibali and Nathan, 2012; Alibali et al., 2013) fraction (Alibali and Nathan, 2012; Edwards, 2009; Özlav, 2019; Zurina and Williams, 2011), ratio and proportion (Abrahamson, 2004; Özlav, 2019) function graphs (Alibali and Nathan, 2007; Ararello et al., 2009); and in the context of geometric concepts and shapes (Kim et al., 2011) such as quadrilateral, pyramid (Healy and Fernandes, 2011), symmetry (Healy and Fernandes, 2011; Valenzeno et al., 2003), polygons (Alibali and Nathan, 2012; Gürefe, 2015; Özlav, 2019), angle (Akçakoca, 2018; Akıncı, 2014; Özlav, 2019), measure of angle, congruence-similarity, translation (Akçakoca, 2018), point, line, plane, vector, projection (Akıncı, 2014), circumference, circle and radius



(Özlav, 2019). Moreover, gestures that students perform in algebraic concepts (Radford, 2003) and problem-solving processes (Alibali and Nathan, 2012; Bjuland, Cestari and Borgersen, 2008; Cook and Goldin-Meadow, 2006; Cook et al., 2008; Francaviglia and Servidio, 2011) and the roles of gestures were examined.

In this context, gestures are an integral part of the communication established by teachers during mathematics education and an alternative form and way of expressing knowledge that students cannot express verbally or formally (Alibali et al., 2013; Alibali et al., 2014b; Alibali, Nathan, Boncoddio and Pier, 2019; Arzarello et al., 2009). Gestures play an important role in communicating, teaching concepts and expressing the level of mathematical knowledge (Alibali and Nathan, 2012; Williams-Pierce et al., 2017). Some gestures (representational gestures) serve as a representative action for mathematical concepts (Alibali and Nathan, 2012; Edwards, 2009; Ping and Goldin-Meadow, 2008). These gestures convey conceptual information included or implied (implicit) in speech (Boyatzis and Watson, 1993; Broaders, Cook, Mitchell and Goldin-Meadow, 2007). In this manner, they ensure the understanding of mathematical meaning (Alibali et al., 2014b) and play an active role in the formation of mathematical thinking (Alibali and Nathan, 2012; Arzarello et al., 2009; Goldin-Meadow, 2003; Nemirovsky and Ferrara, 2009; Núñez, 2006; Radford, 2003). Gestures reduce the cognitive load in this respect (Goldin-Meadow, 2000; Yoon et al., 2011). They shape mathematical conversations in learning environments, and also enable new and more accurate solutions to emerge (Broaders et al., 2007; Singer and Goldin-Meadow, 2005). They have a crucial role in associating different representations of a concept in face-to-face teaching environments (Flevaris and Perry, 2001).

### **Discussion, Conclusion and Suggestions**

McNeill (1992) emphasizes that the analysis of gestures is important as a way of "reading minds" to reveal the thinking processes about abstract concepts. Therefore, mathematics educators conduct studies on gesture to learn more about the development of mathematical thinking and its connections to bodily experiences. These studies, which present empirical evidence on the role of gestures in mathematics learning environments, support the idea that gestures should also be taken into account in learning environments.

Teachers are required to convey complex and new ideas in the classroom in a way that can be easily understood and addressed by students. In turn, students should participate in the ongoing focus of attention in the classroom, actively make use of prior knowledge, and integrate new information as they become available. Alibali et al. (2019) argue that teachers use gestures both to enable themselves to share common ground with the students and to improve this common ground in the classroom as a whole. Alibali et al. (2019) emphasize the importance of understanding the techniques used by teachers to create and maintain a common ground during their teaching and state that some of these techniques also include gestures. Gestures and bodily communication are

particularly rich and complex in the context of mathematics lessons. This is partly due to the semiotic complexity of the representation of mathematics, which includes the use of linguistic representations, as well as complex visual inscriptions such as drawings and a system of mathematical symbols (O'Halloran, 1998). If we want to understand the communication in mathematics classrooms with all its richness, we need to focus on the gestures and the information they convey. Accordingly, it is very important to consider not only what we have heard but also what we see in order to evaluate the multiple forms of communication in mathematics classrooms (Flevaris and Perry, 2001).

Mathematics is a discipline which involves recognizing relationships between concepts, problems or ideas (Polya, 1945), and education reform proposals regularly focus on the importance of supporting students in mathematical association (National Mathematics Advisory Panel, 2008). One way of mathematical association is to develop higher-level connections between representations of mathematical objects (Richland, 2015). In this context, gestures can play an important role in the way teachers express the relationships between representations in the mathematics classroom (Alibali et al., 2014b). These are contexts that educators aim to explain to students on how problem relationships can be defined and mapped together. Gestures are a rich source of information in terms of enabling the speaker to conceptualize the information and to perceive the needs of the recipient in the communication. Researchers (Alibali et al., 2014b; Richland, 2015) state that in some cases, teachers may use gestures to link related ideas simultaneously or sequentially. According to Cook and Goldin-Meadow (2006), gestures made by teachers during teaching can contribute to an easier learning process by helping the students understand the words accompanied by these gestures. In this context, gestures can be used in classrooms in order to facilitate mathematics teaching and learning and to convey the mathematical meaning.

Studies (Akçakoca, 2018; Alibali and Nathan, 2012; Edwards, 2009) focusing on gestures used in learning environments indicate that gestures of students, especially representational ones, reflect their mental images of mathematical concepts. In these studies, it is emphasized that the iconic gestures of the students resemble the drawings made by students and models of the concept in the books in a formal manner. Therefore, representational gestures can be considered as a form of representation of mathematical concepts in learning environments. Furthermore, studies (Akçakoca, 2018; Alibali ve Nathan, 2012; Edwards, 2009) prove evidence of how students' deictic gestures involve the physical environment in their process of constructing mathematical concepts. When deictic gestures are examined, it is observed that students physically connect their mental processes related to their mathematical discourse to the physical environment. This emphasizes the role of learning environments that interact with the physical environment in constructing mathematical concepts. Therefore, the use of deictic gestures in the process of teaching mathematics in environments rich in mathematical objects or materials where students can interact with the physical environment can be effective in the learning process of the students.

Despite the increasing interest in gestures in mathematics education, there is a need for studies to thoroughly explain the cognitive meaning of gestures that emerge in learning environments. In order to do so, gestures performed by a student in different mathematical situations in both individual and social learning environments can be examined. As a further study, it can be investigated whether these gestures are context-dependent or not. In other words, it can be examined whether the gestures performed by the student regarding a mathematical concept differ according to the physical environment, materials, object or person (other students, teachers, etc.). However, more empirical studies can be conducted to observe the change in gesture types depending on the concept change. These studies on various mathematical concepts can offer teachers ideas about how gestures can be used in concept teaching. The effect of gestures performed by teachers on the learning processes of the students can be examined in the context of what they mean for students. In this way, the teaching process can be made more efficient by giving feedback to teachers about the contribution of their gestures to learning the concepts.

## References

- Abrahamson, D. (2004). Embodied spatial articulation: A gesture perspective on student negotiation between kinesthetic schemas and epistemic forms in learning mathematics. In D. E. McDougall & J. A. Ross (Eds.), *Proceedings of the twenty sixth annual meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, (Vol. 2, pp. 791-797). Windsor, Ontario: Preney.
- Akçakoca, T. (2018). *Ortaöğretim öğrencilerinin bazı matematiksel kavramlara ait somutlaştırılmış bilişlerinin jestler açısından incelenmesi*. Yüksek Lisans Tezi, Gazi Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Ankara.
- Akıncı, M. (2014). *Matematik öğretmen adaylarının bazı geometrik kavramlara ilişkin jestlerinin incelenmesi*. Doktora Tezi, Gazi Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Ankara.
- Akıncı, M. & Arıkan, A. (2017). Matematik öğretmen adaylarının bazı geometrik kavramlara ilişkin jestlerinin incelenmesi. *İlköğretim Online*, 16(4), 1357-1383.
- Alibali, M. W., Boncoddò, R. & Hostetter, A. B. (2014a). Gesture in reasoning: An embodied perspective. In Lawrence Shapiro (Ed.) *The Routledge handbook of embodied cognition* (pp. 150-160). New York: Routledge.
- Alibali, M. W. & DiRusso, A. A. (1999). The function of gesture in learning to count: More than keeping track. *Cognitive Development*, 14(1), 37-56. doi:10.1016/S0885-2014(99)80017-3
- Alibali, M. W. & Nathan, M. J. (2007). Teachers' gestures as a means of scaffolding students' understanding: Evidence from an early algebra lesson. In R Goldman, R. Pea, B. Barron, & S. J. Derry (Eds.), *Video research in the learning sciences* (pp. 349-365). Mahwah, NJ: Erlbaum.
- Alibali, M.W. & Nathan, M. J. (2012). Embodiment in mathematics teaching and learning: evidence from learners' and teachers' gestures. *The Journal of the Learning Sciences*, 21, 247-286. doi: 10.1080/10508406.2011.611446
- Alibali, M. W. Nathan, M. J., Boncoddò, R., & Pier, E. (2019). Managing common ground in the classroom: teachers use gestures to support students' contributions to classroom discourse. *ZDM*, 51(2), 347-360.
- Alibali, M. W., Nathan, M. J., Wolfgram, M. S., Church, R. B., Jacobs, S. A., Johnson Martinez, C. & Knuth, E. J. (2014b). How teachers link ideas in mathematics instruction using speech and gesture: A corpus analysis. *Cognition and Instruction*, 32(1), 65-100. doi:10.1080/07370008.2013.858161
- Alibali, M. W., Young, A. G., Crooks, N. M., Yeo, A., Wolfgram, M. S., Ledesma, I. M., ... Knuth, E. J. (2013). Students learn more when their teacher has learned to gesture effectively. *Gesture*, 13(2), 210-233.

- Anderson, M. L. (2003). Embodied cognition: A field guide. *Artificial Intelligence*, 149, 91–130. doi: 10.1016/S0004-3702(03)00054-7
- Arzarello, F. (2006). Semiosis as a multimodal process. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa*, 9(1), 267-299.
- Arzarello, F. & Edwards, L. (2005). Gesture and the construction of mathematical meaning. In H. Chick & J. Vincent (Eds.), *Proceedings of the 29th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 1, pp. 123-154). Melbourne, Australia.
- Arzarello, F. & Paola, D. (2007). Semiotic games: The role of the teacher. In J. Woo, H. Lew, K. Park, & D. Seo (Eds.), *Proceedings of the 31st Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (vol. 2 (pp. 17–24). Seoul: Korea.
- Arzarello, F., Paola, D., Robutti, O. & Sabena, C. (2009). Gestures as semiotic resources in the mathematics classroom. *Educational Studies in Mathematics*, 70(2), 97–109. doi: 10.1007/s10649-008-9163-z
- Barsalou, L. W. (2008). Grounded cognition. *Annual Review of Psychology*, 59, 617-645.
- Bieda, K. N. & Nathan, M. J. (2009). Representational disfluency in algebra: Evidence from student gestures and speech. *ZDM*, 41(5), 637-650. doi: 10.1007/s11858-009-0198-0
- Bjuland, R., Cestari, M.L. & Borgersen, H. E. (2008). The interplay between gesture and discourse as mediating devices in collaborative mathematical reasoning: A multimodal approach. *Mathematical Thinking and Learning*, 10(3), 271-292. doi: 10.1080/10986060802216169
- Boyatzis, C. J. & Watson, M. W. (1993). Preschool children's symbolic representation of objects through gestures. *Child Development*, 64(3), 729-735. doi: 10.2307/1131214
- Broaders, S. C., Cook, S. W., Mitchell, Z. & Goldin-Meadow, S. (2007). Making children gesture brings out implicit knowledge and leads to learning. *Journal of Experimental Psychology: General*, 136(4), 539. doi: 10.1037/0096-3445.136.4.539
- Cameron, H. & Xu, X. (2011). Representational gesture, pointing gesture, and memory recall of preschool children. *Journal of Nonverbal Behavior*, 35(2), 155-171. doi: 10.1007/s10919-010-0101-2
- Church, R. B., Ayman-Nolley, S. & Mahootian, S. (2004). The role of gesture in bilingual education: Does gesture enhance learning?. *International Journal of Bilingual Education and Bilingualism*, 7(4), 303-319. doi: 10.1080/13670050408667815
- Clark, H. H. (1996). *Using language*. Cambridge: UK.
- Claxton, G. (2015). *Beden: zekânın özü, zihnin bedene sandığımızdan daha çok ihtiyacı var*. (Çev. D. Tanla). İstanbul: The Kitap.

- Cook, S. W. & Goldin-Meadow, S. (2006). The role of gesture in learning: Do children use their hands to change their minds?. *Journal of Cognition and Development*, 7(2), 211-232. doi: 10.1207/s15327647jcd0702\_4
- Cook, S. W., Mitchell, Z. & Goldin-Meadow, S. (2008). Gesturing makes learning last. *Cognition*, 106(2), 1047-1058. doi: 10.1016/j.cognition.2007.04.010
- Edwards, L. D. (2003, April). *A natural history of mathematical gesture*. In American Educational Research Association Annual Conference, Chicago.
- Edwards, L. D. (2009). Gestures and conceptual integration in mathematical talk. *Educational Studies in Mathematics*, 70(2), 127-141. doi: 10.1007/s10649-008-9124-6
- Efron, D. (1941). *Gesture and environment*. New York, NY: Kings Crown Press.
- Ekman, P. & Friesen, W. (1969). The repertoire of nonverbal behavior: Categories, originals, usage, and coding. *Semiotica*, 1, 49-98. doi: 10.1515/semi.1969.1.1.49
- Fauconnier, G. & Turner, M. (2002). *The way we think: Conceptual blending and the mind's hidden complexities*. New York: Basic Books.
- Flevaris, L. M. & Perry, M. (2001). How many do you see? The use of nonspoken representations in first-grade mathematics lessons. *Journal of Educational Psychology*, 93(2), 330-345. doi: 10.1037/0022-0663.93.2.330
- Francaviglia, M. & Servidio, R. (2011). Gesture as a cognitive support to solve mathematical problems. *Psychology*, 2(2), 91-97. doi: 10.4236/psych.2011.22015
- Gerofsky, S. (2010). Mathematical learning and gesture: Character viewpoint and observer viewpoint in students' gestured graphs of functions. *Gesture*, 10(2-3), 321-343. doi: 10.1075/gest.10.2-3.10ger
- Glenberg, A. M. (2010). Embodiment as a unifying perspective for psychology. *Wiley Interdisciplinary Reviews: Cognitive Science*, 1(4), 586-596. doi: 10.1002/wcs.55
- Glenberg, A. M. & Robertson, D. A. (1999). Indexical understanding of instructions. *Discourse Processes*, 28(1), 1-26. doi: 10.1080/01638539909545067
- Goldin-Meadow, S. (1999). The role of gesture in communication and thinking. *Trends in Cognitive Sciences*, 11, 419-429. doi: 10.1016/S1364-6613(99)01397-2
- Goldin-Meadow, S. (2000). Beyond words: The importance of gesture to researchers and learners. *Child Development*, 71(1), 231-239. doi: 10.1111/1467-8624.00138
- Goldin-Meadow, S. (2003). *Hearing gesture: How our hands help us think*. Cambridge, MA: Harvard University Press.
- Goldin-Meadow, S. (2004). Gesture's role in the learning process. *Theory into Practice*, 43(4), 314-321. doi: 10.1207/s15430421tip4304\_10

- Goldin-Meadow, S., Kim, S., & Singer, M. (1999). What the teacher's hands tell the student's mind about math. *Journal of Educational Psychology*, 91(4), 720-730. doi: 10.1037/0022-0663.91.4.720
- Gürefe, N. (2015). *İşitme engelli öğrencilerin bazı geometrik kavramların tanımlamalarında semiyotik kaynakların kullanımı*. Yayımlanmamış doktora tezi, Gazi Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Ankara.
- Gürefe, N. (2018). The role of gestures in mathematical discourse of hard-hearing students: Prism example. *Acta Didactica Napocensia*, 11, 125-140. doi: 10.24193/adn.11.3-4.10
- Healy, L. & Fernandes, S. H. A. A. (2011). The role of gestures in the mathematical practices of those who do not see with their eyes. *Educational Studies in Mathematics*, 77(2-3), 157-174. doi: 10.1007/s10649-010-9290-1
- Hostetter, A. B. & Alibali, M. W. (2008). Visible embodiment: Gestures as simulated action. *Psychonomic Bulletin & Review*, 15(3), 495-514. doi: 10.3758/PBR.15.3.495
- Kendon, A. (1988). How gestures can become like words. In Potyatos, F. (Ed.), *Crosscultural perspectives in nonverbal communication*, (p.p. 131-141). Toronto, Canada: Hogrefe.
- Kendon, A. (2004). *Gesture: Visible action as utterance*. Cambridge University Press.
- Kim, M., Roth, W. M. & Thom, J. (2011). Children's gestures and the embodied knowledge of geometry. *International Journal of Science and Mathematics Education*, 9(1), 207-238. doi: 10.1007/s10763-010-9240-5
- Kita, S. (Ed.). (2003). *Pointing: Where language, culture, and cognition meet*. Mahwah, NJ: Erlbaum.
- Lakoff, G. & Johnson, M. (1980). *Metaphors we live by*. Chicago: University of Chicago.
- Lakoff, G. (1993). The contemporary theory of metaphor. In A. Ortony (Ed.), *Metaphor and thought*, (2nd Ed.). (pp. 202-251), Cambridge, UK: Cambridge University Press.
- Marrongelle, K. (2007). The function of graphs and gestures in algorithmatization. *The Journal of Mathematical Behavior*, 26(3), 211-229. doi: 10.1016/j.jmathb.2007.09.005
- McNeill, D. (1992). *Hand and mind: What gestures reveal about thought*. Chicago: University of Chicago.
- McNeill, D. (Ed.). (2000). *Language and gesture* (Vol. 2). Cambridge University, UK.
- McNeill, D. (2005). *Gesture and thought*. University of Chicago, London.
- McNeill, D. (2006). Gesture: a psycholinguistic approach. *The Encyclopedia of Language and Linguistics*, 58-66.
- McNeill, D. (2012). *How language began: Gesture and speech in human evolution*. Cambridge University: New York.
- Nathan, M. J. (2008). An embodied cognition perspective on symbols, gesture, and grounding instruction. *Symbols and Embodiment: Debates on Meaning and Cognition*, 18, 375-396. doi: 10.1093/acprof:oso/9780199217274.003.0018

- National Mathematics Advisory Panel. (2008). *Foundations for success: The final report of the national mathematics advisory panel*. Washington, DC: U.S. Department of Education.
- Nemirovsky, R. & Ferrara, F. (2009). Mathematical imagination and embodied cognition. *Educational Studies in Mathematics*, 70(2), 159-174. doi: 10.1007/s10649-008-9150-4
- Nemirovsky, R., Tierney, C. & Wright, T. (1998). Body motion and graphing. *Cognition and Instruction*, 16(2), 119-172. doi: 10.1207/s1532690xci1602\_1
- Novack, M. A. & Goldin-Meadow, S. (2017). Gesture as representational action: A paper about function. *Psychonomic Bulletin & Review*, 24(3), 652-665. doi: 10.3758/s13423-016-1145-z
- Núñez, R. (2004). Do real numbers really move? Language, thought, and gesture: The embodied cognitive foundations of mathematics. In F. Iida, R. Pfeifer, L. Steels, & Y. Kuniyoshi (Eds.), *Embodied artificial intelligence* (pp. 54–73). Berlin, Germany: Springer-Verlag.
- Núñez, R. (2006). Do real numbers really move? Language, thought, and gesture: The embodied cognitive foundations of mathematics. In R. Hersh (Ed.) *18 unconventional essays on the nature of mathematics* (pp. 160–181). New York: Springer.
- O'Halloran, K. L. (1998). Classroom discourse in mathematics: A multisemiotic analysis. *Linguistics and Education*, 10(3), 359-388. doi: 10.1016/S0898-5898(99)00013-3
- Özlav, E. (2019). Matematikte temel kavramlara ait jestlerin geliştirilmesi. Yayımlanmamış yüksek lisans tezi. Zonguldak Bülent Ecevit Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Zonguldak.
- Perry, M., Church, R. B. & Goldin-Meadow, S. (1988). *Transitional knowledge in the acquisition of concepts*. *Cognitive Development*, 3(4), 359-400. doi: 10.1016/0885-2014(88)90021-4
- Pier, E., Walkington, C., Williams, C., Boncoddio, R., Waala, J., Alibali, M. W. & Nathan, M. J. (2014). Hear what they say and watch what they do: predicting valid mathematical proofs using speech and gesture. In W. Penuel, S. A. Jurow, & K. O'Connor (Eds.), *Learning and becoming in practice: Proceedings of the Eleventh International Conference of the Learning Sciences* (pp. 649-656). Boulder, CO: University of Colorado.
- Ping, R. M. & Goldin-Meadow, S. (2008). Hands in the air: using ungrounded iconic gestures to teach children conservation of quantity. *Developmental Psychology*, 44(5), 1277-1287. doi: 10.1037/0012-1649.44.5.1277
- Polya, G. (1945). *How to solve it: A new aspect of mathematical method*. Princeton, NJ: Princeton University Press.
- Radford, L. (2003). Gestures, speech and the sprouting of signs. *Mathematical Thinking and Learning*, 5(1), 37-70. doi: 10.1207/S15327833MTL0501\_02
- Radford, L. (2009). Why do gestures matter? Sensuous cognition and the palpability of mathematical meanings. *Educational Studies in Mathematics*, 70(2), 111-126. doi: 10.1007/s10649-008-9127-3



- Radford, L., Edwards, L. & Arzarello, F. (2009). Introduction: beyond words. *Educational Studies in Mathematics*, 70(2), 91-95. doi: 10.1007/s10649-008-9172-y
- Rasmussen, C., Stephan, M. & Allen, K. (2004). Classroom mathematical practices and gesturing. *The Journal of Mathematical Behavior*, 23(3), 301-323. doi: 10.1016/j.jmathb.2004.06.003
- Richland, L. E. (2015). Linking gestures: Cross-cultural variation during instructional analogies. *Cognition & Instruction*, 33, 295-321. doi: 10.1080/07370008.2015.1091459
- Richland, L. E., Zur, O. & Holyoak, K. J. (2007). Cognitive supports for analogies in the mathematics classroom. *Science*, 316, 1128-1129. doi: 10.1126/science.1142103
- Roth, W. M. (2001). Gestures: Their role in teaching and learning. *Review of Educational Research*, 71(3), 365-392. doi: 10.3102/00346543071003365
- Shapiro, L. (Eds.). (2014). *The Routledge handbook of embodied cognition*. Routledge: New York.
- Shein, P. P. (2012). Seeing with two eyes: A teacher's use of gestures in questioning and revoicing to engage English language learners in the repair of mathematical errors. *Journal for Research in Mathematics Education*, 43, 182-222. doi: 10.5951/jresematheduc.43.2.0182
- Singer, M. A. & Goldin-Meadow, S. (2005). Children learn when their teacher's gestures and speech differ. *Psychological Science*, 16(2), 85-89. doi: 10.1111/j.0956-7976.2005.00786.x
- Thomas, M. O. J., Yoon, C. & Dreyfus, T. (2009). Multimodal use of semiotic resources in the construction of antiderivative. In R. Hunter, B. Bicknell, & T. Burgess (Eds.), *Proceedings of the 32nd conference of the mathematics education research group of Australasia* (Vol. 2; pp. 539-546). Wellington, NZ: MERGA.
- Valenzeno, L., Alibali, M. W. & Klatzky, R. (2003). Teachers' gestures facilitate students' learning: A lesson in symmetry. *Contemporary Educational Psychology*, 28(2), 187-204. doi: 10.1016/S0361-476X(02)00007-3
- Vygotsky, L. S. (1997). *Collected works, Vol. 4* (R. Rieber, Ed.). New York: Plenum.
- Weinberg, A., Fukawa-Connelly, T. & Wiesner, E. (2015). Characterizing instructor gestures in a lecture in a proof-based mathematics class. *Educational Studies in Mathematics*, 90(3), 233-258. doi: 10.1007/s10649-015-9623-1
- Williams-Pierce, C.C, Pier, E. L., Walkington, C., Boncoddio, R., Clinton, V., Alibali, M. W. & Nathan, M. J. (2017). What we say and how we do: action, gesture, and language in proving. *Journal for Research in Mathematics Education*, 48(3), 248-260. doi: 10.5951/jresematheduc.48.3.0248
- Wilson, M. (2002). Six views of embodied cognition. *Psychonomic Bulletin & Review*, 9(4), 625-636. doi: 10.3758/BF03196322

- Yoon, C., Thomas, M. O. & Dreyfus, T. (2011). Grounded blends and mathematical gesture spaces: Developing mathematical understandings via gestures. *Educational Studies in Mathematics*, 78(3), 371-393. doi: 10.1007/s10649-011-9329-y
- Zurina, H. & Williams, J. (2011). Gesturing for oneself. *Educational Studies in Mathematics*, 77(2-3), 175-188.