Endüstri Mühendisliği / *Industrial Engineering* **DOI: 10.21597/jist.777939**
Araştırma Makalesi / *Research Article*
Iğdır Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Dergisi, 10(4): 2520-2531, 2020
Journal of the Institute of Science and Technology, 10(4): 2520-2531, 2020
ISSN: 2146-0574, eISSN: 2536-4618

Stokastik Parametre Değerlerine Sahip Hiyerarşik Çinli Postacı Problemi ve Bir Uygulama

Özlem ÇOMAKLI SÖKMEN[1]*, Mustafa YILMAZ[2]

ÖZET: Ülkelerin ekonomik ve sosyal gelişimini büyük oranda etkileyen ulaşım sektörüne ve dolayısıyla rotalama problemlerine verilen önem gün geçtikçe artmaktadır. Günümüzde gerek kamu kuruluşları, gerekse özel sektörlerde rotalama faaliyetlerinde maliyet azaltıcı politikaların izlenmesi gerekmektedir. Bu bağlamda bir ürün veya kişinin gideceği yere en kısa sürede ve en az maliyetle ulaştırılması önem arz etmektedir. Rotalama problemleri ayrıt rotalama ve düğüm rotalama olmak üzere ikiye ayrılmaktadır. Bu çalışmada ayrıt rotalama problemlerinden biri olup öncelik ilişkilerine göre sınıflandırılmış ayrıtlardan en az bir kez geçilerek en kısa tur veya turların bulunmasını hedefleyen hiyerarşik Çinli postacı problemi (HÇPP) ele alınmıştır. Gerçek hayat problemlerinin birçoğunda belirsizlik nedeniyle parametreler rasgele değişken olarak karşımıza çıkmaktadır. Bir şebekede düğümler arasındaki ulaşım süresi; hava şartları, trafik yoğunluğu gibi çeşitli sebeplerden ötürü değişkenlik gösterdiği için bu çalışmada HÇPP, şans kısıtlı stokastik programlama yaklaşımı ile çözülmüştür. Çalışmada rasgele değişken olan amaç fonksiyonu katsayılarının normal dağılıma sahip olması durumunda ortaya çıkan şans kısıtlı stokastik programlama modeli kullanılarak deterministik model oluşturulmuştur. Geliştirilen stokastik parametre değerlerine sahip matematiksel model GAMS 24.2.3 paket programında CPLEX çözücü kullanılarak çözülmüştür.

Anahtar Kelimeler: Ayrıt rotalama problemi, hiyerarşik Çinli postacı problemi, şans kısıtlı stokastik programlama.

Hierarchical Chinese Postman Problem with Stochastic Parameter Values and an Application

ABSTRACT: The importance is given to the transportation sector, which greatly affects the economic and social development of countries, and therefore the importance given to the routing problems is increasing day by day. Today, cost-cutting policies should be followed in routing activities in both public institutions and private sectors. In this context, it is important to deliver a product or person to its destination in the shortest time and with the least cost. Routing problems are divided into two as edge routing and node routing. In this study, The hierarchical Chinese postman problem (HCPP), which is one of the route routing problems and aims to find the shortest tour or tours by passing at least once on arcs which classified according to priority relations, is discussed. Parameters appear as random variables due to uncertainty in many real-life problems. Travel time between nodes in a network; which varies depending on various reasons such as weather conditions, traffic density, etc so HCPP was solved by the chance-constrained stochastic programming approach in this study. In the study, deterministic model was created by using the chance constrained stochastic programming model emerging, when the objective function coefficients, which are random variables, have normal distribution. The developed mathematical model with stochastic parameter values was solved in GAMS 24.2.3 package program using CPLEX solver.

Keywords: Arc routing problem, hierarchical Chinese postman problem, chance- constrained stochastic programming,

[1] Özlem ÇOMAKLI SÖKMEN(**Orcid ID:** 0000-0001-8765-0038), Erzurum Teknik Üniversitesi, Sürekli Eğitim Uygulama ve Araştırma Merkezi, Erzurum, Türkiye
[2] Mustafa Yılmaz (Orcid ID: 0000-0002-2135-5762), Atatürk Üniversitesi, Mühendislik Fakültesi, Endüstri Mühendisliği Bölümü, Erzurum, Türkiye

*Sorumlu Yazar/Corresponding Author: Özlem ÇOMAKLI SÖKMEN, e-mail: ozlem.sokmen@erzurum.edu.tr

* Bu çalışma Özlem Çomaklı Sökmen'in doktora tezinin bir ön çalışmasıdır.

Geliş tarihi / *Received:* 07-08-2020
Kabul tarihi / *Accepted:* 02-11-2020

GİRİŞ

Rotalama problemleri, düğüm rotalama ve ayrıt rotalama olmak üzere iki ana kategoriye ayrılabilir. Düğüm rotalama problemlerinde bir çizgenin düğümleri, ayrıt rotalama problemlerinde ise ayrıtları ele alınmaktadır. Ayrıt rotalama problemleri bir şebeke üzerinde bulunan tüm ayrıtlara en az bir kez uğrayarak başlangıç noktasına dönen en kısa tur veya turları oluşturmayı amaçlamaktadır. Ayrıt rotalama problemleri ikiye ayrılmaktadır. Bunlar; kırsal postacı problemi (KPP) ve Çinli postacı problemidir (ÇPP). KPP'de, bir çizge üzerinde yer alan sadece belirli ayrıtlardan en az bir kere geçilerek başlangıç noktasına tekrar geri dönülmektedir. ÇPP'de ise çizgede bulunan her ayrıttan en az bir kere geçilerek başlangıç noktasına dönülmektedir. Her iki problem türünde de, en iyi tur rotasının bulunması amaçlanmaktadır (Corberan ve ark., 2002).

ÇPP; tanımlanan ağ üzerindeki tüm bağlantıların bir postacı tarafından ziyaret edilerek, başlangıç noktasına dönülmesi problemi olarak tanımlanabilir (Ahuja ve ark., 1993). ÇPP'nin; su, gazete ve mektup dağıtımı, kışın yapılan tuzlama ve kar küreme çalışmaları, sokakların temizlenmesi, okul servisleri ve polis devriye araçları için rota çizelgelenmesi, çöplerin toplanması, etkili web sitesi kullanılabilirliğinin tespiti gibi günlük hayatta pek çok uygulama alanı vardır (Thimbleby, 2002). ÇPP'nin gerçek hayata uygulandığı birçok çalışma bulunmaktadır. Filho ve Junqueria (2010), yaptıkları çalışmada ÇPP'yi çözmek için en uygun yöntemi seçmeye yönelik bir algoritma önermişlerdir. Önerilen algoritma Brezilya kentinde çöp toplama hizmeti ve posta dağıtımında kullanılmıştır. Willemse ve Joubert (2012), yaptıkları çalışmada ÇPP'nin çözümüne yönelik site güvenlik görevlileri için birden fazla devriye güzergahı oluşturabilen bir tabu arama algoritması sunmuşlardır. Shafahi ve Haghani (2015), çalışmalarında Maryland Üniversitesinin College Park kampüsündeki devriye araçlarının rotalanması için ÇPP ele almışlardır. Yılmaz ve ark., (2017) çalışmalarında periyodik olarak demiryolu denetimi yapan makinelerin optimum rotasını bulmak için ÇPP'yi kullanmışlardır. Literatürde ÇPP'nin kesin olmayan parametreleriyle ilgili çalışmaların ise oldukça az sayıda olduğu görülmektedir. Tan ve ark., (2005) çalışmalarında seyahat süreleri stokastik ağlarda ÇPP'yi ele almışlardır. Bu şebekede her bir ayrıt farklı bir olasılık dağılımına sahiptir. Çalışmada ele alınan problemin çözümüne yönelik bir algoritma önerilmiştir. Sökmen ve Yılmaz (2019) ÇPP'yi şans kısıtlı stokastik programlama yaklaşımı ile çözmüşlerdir. Majumder ve ark., (2018), çalışmalarında belirsizlik teorisi çerçevesinde yönsüz, bağlı şebekede çok amaçlı ÇPP'yi ele almışlardır. Modelin deterministik dönüşümü yapılarak çözüme yönelik çok amaçlı genetik algoritma önerilmiştir.

Kar küreme, çöp toplama, tuz serpme ve yol bakım çalışmaları gibi bazı uygulamalarda yollar, öncelik ilişkilerine göre kısıtlandırılabilir. Bu problem, literatürde ÇPP'nin bir türü olan hiyerarşik Çinli postacı problemi (HÇPP) olarak adlandırılmaktadır. HÇPP'de amaç; verilen bir şebekedeki yolların (ayrıtların) öncelik ilişkilerinin dikkate alınarak, yüksek öncelikli yollardan başlanarak düşük öncelikli yollara doğru şebekede bulunan her ayrıttan en az bir kere geçmek koşuluyla optimum tur/turları bulmaktır (Dror ve ark., 1987).

Deterministik araç rotalama problemlerindeki (ARP) bazı katsayılar rasgele olduğunda stokastik araç rotalama problemi (SARP) ortaya çıkmaktadır. SARP içerdiği belirsizlik durumu sebebiyle gerçek hayat problemlerine daha yakındır. Bu problem türündeki rasgele elemanlar; ziyaret edilecek müşteri kümesi, müşteri talepleri veya müşteriler arasındaki seyahat zamanları olabilir (İşleyen, 2008).

İlgili literatür incelendiğinde daha önce HÇPP'nin, şans kısıtlı stokastik programlama yaklaşımı ile çözüldüğü bir çalışmaya rastlanılmamıştır. Bu sebeple bu kısımda literatürde SARP üzerine yapılan çalışmalara değinilmiştir. Bu alanda yapılan çalışmaların bir kısmında uygun matematiksel modelin oluşturulması ve oluşturulan modellerin çözümüne odaklanılmıştır. Diğer çalışmalarda ise SARP'ın çözümüne yönelik algoritmaların geliştirilmesi amaçlanmıştır. Literatürdeki çalışmalar göz önünde bulundurulduğunda; matematiksel model oluşturulurken SARP'ın şans kısıtlı programlama ve yardımcı eylemli stokastik programlama yaklaşımlarının kullanıldığı görülmektedir. Gendreau ve ark., (1996), çalışmalarında müşteri taleplerinin stokastik olduğu SARP'ı ele almışlar ve tabu arama algoritması ile problemi çözüme kavuşturmuşlardır. Hvattum ve ark., (2004), SARP'ın çözümünde sezgisel algoritma kullanmışlardır. Mak ve Guo (2004), stokastik talepli ve esnek zaman kısıtlı ARP'yi genetik algoritma ile çözmüşlerdir. Chepuri ve Homem-De-Mello (2005); Bianchi ve ark., (2006) ve İşleyen (2008) stokastik talepli ARP'yi (STARP) sezgisel algoritmalarla çözmüşlerdir. Shen ve ark., (2006), çalışmalarında, hem talebin hem de dolaşım süresinin belirsiz olduğu ARP'yi çözmek için deterministik probleme eşdeğer olan bir şans kısıtlı formülasyon sunmuşlardır. Li ve ark., (2010); Taş ve ark., (2014); Miranda ve Conceição (2016) çalışmalarında zaman pencereli, stokastik seyahat ve servis süreli ARP'nin çözümünde tabu sezgiseli, markov karar süreçleri ve diğer meta-sezgiseller kullanmışlardır. Calvet ve ark., (2016) asimetrik maliyetli ve araç filosunun heterojen olduğu STARP'ı ele almışlar ve bu problemin çözümü için sezgisel algoritma kullanmışlardır. Gee ve ark., (2016), araç kapasitesini dikkate alan çok amaçlı zaman pencereli STARP'ı ele almışlar ve problemin çözümüne yönelik ayrıştırma tabanlı bir algoritma önermişlerdir. Liu ve ark., (2016), çalışmalarında taleplerin bulanık olduğu ARP'yi incelemişler, problemin çözümü için karınca kolonisi algoritmasını kullanmışlardır. Uslu ve ark., (2017) çok depolu ve taleplerin belirsiz olduğu STARP'ı incelemişler ve problemi şans kısıtlı programlama kullanarak modellemişlerdir. Qin Ye ve ark., (2017) çalışmalarında belirsiz taleplerin normal dağılıma uyduğunu kabul ederek zaman pencereli STARP'ı incelemişler ve problemin çözümüne yönelik genetik algoritma yaklaşımı kullanmışlardır. Florio ve ark., (2018) çalışmalarında tek araçlı STARP için önerdikleri matematiksel modeli markov karar prosesi ile geliştirerek küçük boyutlu problemlerin çözümünde kullanmışlardır. Hu ve ark., (2018) belirsiz talep ve servis süresi altındaki katı zaman pencereli ARP'yi ele alarak problemin çözümü için komşu arama sezgiseline dayanan iki aşamalı bir algoritma önermişlerdir. Subramanyam ve ark., (2018), kapasiteleri farklı olan araç filosunun bulunduğu STARP'ı incelemiş ve problemi komşu arama algoritmasıyla çözmüşlerdir. Arvianto ve ark., (2019), STARP'ı ele almışlar ve problemin çözümüne yönelik 0-1 yer değiştirme tekniğine dayalı bir sıralı ekleme algoritması önermişlerdir.

HÇPP ile ilgili yapılan çalışmaların çoğunda sabit değer olması sebebiyle mesafelerin dikkate alındığı; belirsizliklerden dolayı değişkenlik gösteren varış sürelerinin göz ardı edildiği görülmektedir. Ancak gerçek hayatta şehir içi trafikte; değişkenlik gösteren trafik yoğunluğu ve hava şartları gibi nedenlerden ötürü düğümler arasındaki ulaşım süresi sabit kalmamaktadır. Bu belirsizlik nedeniyle bu çalışmada HÇPP, şans kısıtlı stokastik programlama yaklaşımı ile çözülmüştür. Problemde stokastik parametre olan amaç fonksiyonu katsayılarının normal dağılıma sahip olma durumları incelenmiştir. Geliştirilen stokastik parametre değerlerine sahip matematiksel model GAMS 24.2.3 paket programında CPLEX çözücü kullanılarak çözülmüştür.

MATERYAL VE YÖNTEM

Şans Kısıtlı Stokastik Programlama

Stokastik programlama tekniklerinden biri olan şans kısıtlı programlama; rasgele parametrelere sahip problemin kısıtlarının, belirlenen olasılık limitlerine kadar bozulmalarına izin vermektedir. Şans kısıtlı programlamada rasgele değişken olan katsayıların; uygulanma kolaylığı nedeniyle genellikle normal dağılım özelliği gösterdiği varsayılmıştır (Alankaya, 2013). Şans kısıtlı doğrusal programlama modeli;

$maks(min)Z^{(k)}(x) = \sum_{j=1}^{n} c^{(k)}{}_j \, . x_j \quad k = 1,..,K$ (1)

$P[\sum_{j=1}^{n} a_{ij} . x_j \leq b_i] \geq 1 - \propto_i, \quad i = 1,2,3, \ldots \ldots, m$ (2)

$x_j \geq 0, \qquad j = 1,2, \ldots, n$ (3)

$\propto_i \; \epsilon \; (0,1) \qquad i = 1,2, \ldots, m$ (4)

şeklinde tanımlanır. $c^{(k)}$, a_{ij} ve b_i'ler model parametreleridir ve bunlardan tümü, ikisi veya birisi rasgele değişkenlerdir. Modelde $\propto_i$ önceden belirlenen olasılıkları göstermektedir ve x_j karar değişkenleri deterministik yapıdadır (Taha, 2000). Modeldeki stokastik parametreler belirli bir dağılıma sahip olmalı ve $\propto_i$ olasılık seviyeleri belirlenmelidir. Bu bilgilerle model deterministik hale getirilerek çözülmektedir (Aksaraylı ve Pala, 2015).

Eşitlik 1., Eşitlik 2., Eşitlik 3. ve Eşitlik 4. ile verilen modelde rasgele değişken olan katsayılardan her birinin belli bir dağılıma sahip olması veya bu katsayıların ortak dağılımının bilinmesi gerekmektedir (Atalay ve Apaydın, 2011). Burada amaç; katsayıları rasgele değişken olan modelin deterministik eşdeğer formunun elde edilerek problemin çözülmesidir.

Katsayıları Normal Dağılıma Sahip Rastgele Değişkenler Olan Şans Kısıtlı Modeller

$c^{(k)}$, a_{ij} ve b_i katsayılarından en az birinin rasgele değişken olduğu doğrusal programlama problemlerinde bu katsayıların genelde normal dağılım özelliği gösterdiği varsayılmaktadır. Bu varsayım altında Eşitlik 1., Eşitlik 2., Eşitlik 3. ve Eşitlik 4. modeli verilen şans kısıtlı stokastik doğrusal programlama probleminde $c^{(k)}$, a_{ij} ve b_i'ler normal dağılıma sahip rasgele değişkenlerdir. Katsayıları normal dağılıma özelliği gösteren şans kısıtlarının belirlenmesi;

1) Yalnız a_{ij} katsayıları rasgele değişken,
2) Yalnız b_i katsayıları rasgele değişken,
3) Yalnız $c_j^{(k)}$ katsayıları rasgele değişken,
4) a_{ij} ve b_i katsayılarının her ikisi de rasgele değişken,
5) a_{ij} ve $c_j^{(k)}$ katsayılarının her ikisi de rasgele değişken,
6) $c_j^{(k)}$ ve b_i katsayılarının her ikisi de rasgele değişken,
7) a_{ij}, b_i ve $c_j^{(k)}$ katsayılarının hepsi rasgele değişken,

şeklinde tanımlanan 7 durum ile gösterilmektedir. Ancak ilk 4 durumun kombinasyonu ile diğer durumlar elde edilebilir (Hulsurkar ve ark., 1997). Bu nedenle alt bölümlerde söz konusu 4 durum ele alınacaktır.

Yalnız a_{ij} katsayılarının rasgele değişken olduğu durum

a_{ij}, E (a_{ij}) ortalamalı ve Var (a_{ij}) varyanslı normal dağılıma sahip rasgele değişken olsun. a_{ij} ve a_{kl} rasgele değişkenleri arasındaki kovaryansın bilindiği varsayılsın. d_i rasgele değişkeni

$d_i = \sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j, \quad i = 1, \ldots, m$ (5)

biçiminde tanımlanasın. $a_{i1},..,a_{in}$ katsayıları normal dağılımlı rasgele değişkenler ve $x_1,..,x_n$ karar değişkenleri olmak üzere, d_i rasgele değişkeni

$E(d_i) = \sum_{j=1}^{n} E\left(a_{ij} x_j\right), \quad i = 1,..,m$ (6)

ve

$Var(d_i) = X^T V_i X, \qquad i = 1,..,m$ (7)

ile normal dağılır. Burada V_i, i. kovaryans matrisi şu şekilde tanımlanabilir:

$$V_i = \begin{bmatrix} Var(a_{i1}) & Cov(a_{i1},a_{i2}) & \dots & Cov(a_{i1},a_{in}) \\ Cov(a_{i2},a_{i1}) & Var(a_{i2}) & \dots & Cov(a_{i2},a_{in}) \\ . & . & . & . \\ . & . & . & . \\ Cov(a_{in},a_{i1}) & Cov(a_{in},a_{i2}) & \dots & Var(a_{in}) \end{bmatrix}$$

O halde Eşitlik 1., Eşitlik 2., Eşitlik 3. ve Eşitlik 4. ile tanımlanan modelin kısıtları,

$$P[d_i \le b_i] \ge 1 - \propto_i, \tag{8}$$

$$P\left[\frac{d_i - E(d_i)}{\sqrt{Var(d_i)}} \le \frac{b_i - E(d_i)}{\sqrt{Var(d_i)}}\right] \ge 1 - \propto_i,\ i = 1,..,m \tag{9}$$

şeklinde yazılabilir. Burada $\frac{d_i - E(d_i)}{\sqrt{Var(d_i)}}$, ortalaması 0 ve varyansı 1 olan standart normal dağılıma sahip rasgele bir değişkendir. Φ(z), standart normal dağılıma sahip z'nin dağılım fonksiyonu olmak üzere,

$$\mathrm{P}[d_i \le b_i] = \Phi\left[\frac{b_i - E(d_i)}{\sqrt{Var(d_i)}}\right] \tag{10}$$

biçiminde yazılır. Eğer $K_{\propto_i}$, Φ ($K_{\propto_i}$)= $1 - \propto_i$, olan standart normal değişkenin değeri olarak alınırsa Eşitlik 9. kısıtı,

$$\Phi\left[\frac{b_i - E(d_i)}{\sqrt{Var(d_i)}}\right] \ge \Phi[K_{\propto_i}], \quad i = 1, \dots, m \tag{11}$$

olarak ifade edilir. Eşitlik 11. eşitsizliği, sadece

$$\frac{b_i - E(d_i)}{\sqrt{Var(d_i)}} \ge K_{\propto_i} \tag{12}$$

olduğu durumda sağlanır, veya

$$\mathrm{E}(d_i) + K_{\propto_i}\sqrt{\mathrm{Var}\ (d_i)} \le b_i\ i = 1, \dots, m \tag{13}$$

şeklinde de yazılabilir. Eşitlik 13. eşitsizliğinde d_i rasgele değişkeninin değeri yerine konularak,

$$\sum_{j=1}^{n} E(a_{ij}).x_j + K_{\propto_i}\sqrt{X^T V_i X} \le b_i\ i = 1,..,m \tag{14}$$

eşitsizliği elde edilir. Eşitlik 14. kısıtı, orijinal olasılıksal doğrusal kısıtlara eşit, deterministik doğrusal olmayan kısıtlardır. Bu durumda çözüm,

$$\text{maksimize(minimize)} = z^{(k)}(x) = \sum_{j=1}^{n} c_j^{(k)} x_j,\ k = 1,..,K \tag{15}$$

$$\sum_{j=1}^{n} E(a_{ij}).x_j + K_{\propto_i}\sqrt{X^T V_i X} \le b_i\ i = 1,..,m \tag{16}$$

$$x_j \ge 0, \qquad j = 1, 2, \dots, n \tag{17}$$

şeklinde oluşturulan deterministik doğrusal olmayan programlama probleminin çözümü ile bulunur. Bütün normal dağılımlı a_{ij} rasgele değişkenlerinin bağımsız olması halinde ise kovaryansların tümü 0 olacak ve Eşitlik 14. ile verilen kısıtlar,

$$\sum_{j=1}^{n} E(a_{ij}).x_j + K_{\propto_i}\sqrt{\sum_{j=1}^{n} \mathrm{Var}(a_{ij}).x^2{}_j} \le b_i\ i = 1, 2, \dots, m \tag{18}$$

şekline dönüşecektir (Hulsurkar ve ark., 1997).

Yalnız b_i katsayıları rasgele değişken olduğu durum

b_i, $E(b_i)$ ortalamalı ve $Var(b_i)$varyanslı normal dağılıma uyan rasgele değişkenler olarak ele alınsın. Bu durumda Eşitlik 1., Eşitlik 2., Eşitlik 3. ve Eşitlik 4. ile gösterilen şans kısıtı

$$P\left[\frac{(b_i-\mathrm{E}(b_i))}{\sqrt{\mathrm{Var}\,(b_i)}} \leq \frac{\left(\sum_{j=1}^{n} a_{ij}.x_j-\mathrm{E}(b_i)\right)}{\sqrt{\mathrm{Var}\,(b_i)}}\right] \geq p_i\,, i=1,2,\ldots,m \quad (19)$$

biçiminde yazılır. Burada p_i =1- $\propto_i$ ve $\frac{(b_i-\mathrm{E}(b_i))}{\sqrt{\mathrm{Var}\,(b_i)}}$ standart normal rasgele değişkendir. Bu durumda Eşitlik 19. ile verilen eşitsizlik

$$P\left[\frac{(b_i-\mathrm{E}(b_i))}{\sqrt{\mathrm{Var}\,(b_i)}} \leq \frac{\left(\sum_{j=1}^{n} a_{ij}.x_j-\mathrm{E}(b_i)\right)}{\sqrt{\mathrm{Var}\,(b_i)}}\right] \leq 1-p_i\,, \quad (20)$$

biçimine dönüşür. Eğer, K_{pi}, $\Phi(K_{pi}) = 1- p_i$ olan standart normal değişkenin değeri olarak alınırsa Eşitlik 20. ile verilen kısıtlar,

$$\Phi\left[\frac{\sum_{j=1}^{n} a_{ij}.x_j-\mathrm{E}(b_i)}{\sqrt{\mathrm{Var}\,(b_i)}}\right] \leq \Phi[\mathrm{K}_{pi}], \quad (21)$$

biçiminde ifade edilir. Eşitlik 21. eşitsizliği sadece

$$\frac{\sum_{j=1}^{n} a_{ij}.x_j-\mathrm{E}(b_i)}{\sqrt{\mathrm{Var}\,(b_i)}} \leq \mathrm{K_{pi}}\,, \quad i=1,2,\ldots,m \quad (22)$$

olduğu durumda sağlanır ya da,

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij}\,.x_j \leq \mathrm{E}(b_i) + \mathrm{K_{pi}}\sqrt{\mathrm{Var}\,(b_i)},\ i=1,2,\ldots,m \quad (23)$$

olarak da yazılabilir. Dolayısıyla olasılıksal doğrusal programlamaya eşit deterministik doğrusal programlama modeli,

$$\text{maksimize(minimize)}= z^{(k)} = \sum_{j=1}^{n} c_j^{(k)} x_j,\ k=1,..,K \quad (24)$$

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij}\,.x_j \leq \mathrm{E}(b_i) + \mathrm{K_{pi}}\sqrt{\mathrm{Var}\,(b_i)} \quad i=1,2,\ldots,m$$

$$x_j \geq 0 \quad j=1,2,\ldots,n \quad (25)$$

biçiminde ifade edilir (Hulsurkar vd., 1997).

Yalnız c_j katsayıları rasgele değişken olduğu durum

$c_j^{(k)}$, k. ıncı amaç fonksiyonu; $z^{(k)}$ normal dağılıma sahip rasgele değişkenler olsun. $z^{(k)}$'nın ortalaması $E\left(z^{(k)}\right)$ şeklinde verilsin. Bu durumda olasılıksal doğrusal programlama problemine karşılık gelen olan deterministik doğrusal programlama denklemi aşağıdaki gibidir:

$$E\left(z^{(k)}\right) = \sum_{j=1}^{n} E(c_j^{(k)})\,x_j,\ k=1,..,K \quad (26)$$

Burada, $E(c_j^{(k)})$, $c_j^{(k)}$'nın ortalama değeridir. Böylece beklenen değer modeline (E-model) sahip deterministik amaç fonksiyonu aşağıdaki gibi olacaktır (Hulsurkar ve ark., 1997):

$$\text{maksimize(minimize)} = E(z^{(k)}) = \sum_{j=1}^{n} E(c_j^{(k)})\,x_j,\ k=1,..,K \quad (27)$$

a_{ij} ve b_i katsayıları rasgele değişken olduğu durum

$h_i = \sum_{j=1}^{n} a_{ij}x_j - b_i$ olarak tanımlanan bir rasgele değişkendir. Buna göre Eşitlik 1., Eşitlik 2., Eşitlik 3. ve Eşitlik 4. ile ifade edilen modelin kısıtları şu şekilde yazılabilir:

$$P[h_i \leq 0] \geq 1-\propto_i, \quad i=1,2,\ldots,m \quad (28)$$

h_i normal dağılım özelliği gösteren rassal değişkenlerin doğrusal kombinasyonu olarak verildiğinden normal dağılım özelliği gösterecektir. Böylece Eşitlik 28. ile ifade edilen kısıt,

$$\left[\frac{h_i-E(h_i)}{\sqrt{Var(h_i)}} \leq \frac{-E(h_i)}{\sqrt{Var(h_i)}}\right] \geq 1-\propto_i,\ i=1,..,m \quad (29)$$

şeklinde yazılacaktır. Burada $\frac{(h_i-\mathrm{E}(h_i))}{\sqrt{\mathrm{Var}\,(h_i)}}$ standart normal dağılıma sahip rasgele değişkenlerdir. Bu durumda $K_{\propto_i}$, $\Phi[K_{\propto_i}] = 1-\propto_i$ olan standart normal değişkenin değeri olarak alınırsa Eşitlik 29. kısıtı

$$\Phi\left[\frac{-E(h_i)}{\sqrt{Var(h_i)}}\right] \geq \Phi\,[K_{\propto_i}], \quad i = 1,..,m \tag{30}$$

olarak ifade edilir. Eşitlik 30. eşitsizliği sadece,

$$\frac{-E(h_i)}{\sqrt{Var(h_i)}} \geq K_{\propto_i}\,,\ i = 1,..,m \tag{31}$$

olduğu durumda sağlanır veya

$$\mathrm{E}(h_i) + K_{\propto_i}\sqrt{\mathrm{Var}\ (h_i)} \leq 0,\ i = 1,..,m \tag{32}$$

olarak da ifade edilebilir. Bu durumda olasılıksal doğrusal programlama modeline karşılık gelen doğrusal olmayan deterministik programlama modeli

$$\text{maksimize(minimize)} = z^{(k)}(x) = \sum_{j=1}^{n} c_j^{(k)} x_j,\ \ k = 1,..,K \tag{33}$$

$$\mathrm{E}(h_i) + K_{\propto_i}\sqrt{\mathrm{Var}\ (h_i)} \leq 0,\ i = 1,..,m \tag{34}$$

$$x_j \geq 0 \qquad j = 1, 2, \ldots, n \tag{35}$$

biçimine dönüştürülür (Taha, 1997).

Hiyerarşik Çinli Postacı Problemi

NP-hard problem sınıfına ait HÇPP'de; yollar/ayrıtlar sınıflara ayrılmış ve bu sınıflar üzerinde bir öncelik ilişkisi tanımlanmıştır (Dror ve ark., 1987). Dolayısıyla HÇPP'de yollar/ayrıtların hangi sırayla geçileceği önceden belirlenmiştir. Bu problem türünde amaç; öncelik ilişkilerini göz önünde bulundurarak ve hiyerarşik bir şebekedeki her bir ayrıttan/yoldan en az bir kere geçerek en kısa tur/turların oluşturulmasıdır.

V düğümler kümesini, E ise yönsüz ayrıtlar (yollar) kümesini göstermek üzere; bir G(V,E) şebekesi m tane farklı alt şebekeye ayrılır ve bu şebekelerden her biri bir hiyerarşik seviyeye karşılık gelir. Bu bağlamda bir hiyerarşik şebeke farklı öncelik seviyelerine ait ayrıtlardan (yollardan) oluşmaktadır ve $G(V,E)=G_1(V_1,E_1) \cup G_2(V_2,E_2) \cup \ldots \cup G_m(V_m,E_m)$ olarak gösterilmektedir. Bu gösterimde $G_1(V_1,E_1)$ 1. öncelikte geçilecek olan ayrıt/yol ve düğümleri; aynı şekilde G_m (V_m,E_m) m. sırada öncelikli geçilecek olan ayrıtları/yolları ve düğümleri gösteren alt şebekedir. HÇPP tam sayılı doğrusal programlama modelinde kullanılan indisler, kümeler, parametreler ve karar değişkenleri aşağıda başlıklar halinde sunulmuştur (Çodur ve Yılmaz, 2020).

Indisler:

i : başlangıç düğümleri
j : varış düğümleri
t : rotaya ait yollardan geçiş sıralarını (adımları)
h : hiyerarşik seviyeleri temsil eder.

Kümeler;

i,j / V : düğümler $i,j=\{1, 2, \ldots, n\}$,
h / H : hiyerarşiler $\{1, 2, \ldots, h\}$,
$t \leq L$: adım sayısı $L=2\ \|E\|$
E_h : h. hiyerarşik sınıfa ait ayrıtlar (yollar) kümesi,
E : Şebekedeki tüm ayrıtların kümesi, $E=\{E_1 \cup E_2 \cup \ldots \cup E_h\}$
$\|E_h\|$: h. hiyerarşik sınıfa ait toplam yol sayısı,
$\delta_h(i)$: i düğümünden çıkan E_h kümesine ait yollar, $\delta_h(i) = \{j\ |(i,j) \in E_h\}$.
$\delta(i)$: i düğümünden çıkan bütün yollar kümesi, $\delta(i) = \bigcup_{h\in H} \delta_h(i) = \{\delta_1(i) \cup \delta_2(i) \cup \ldots \cup \delta_h(i)\}$

Parametreler;

C_{ij} : (*i,j*) ayrıtının mesafe/süre matrisi,
B_{ij} : (*i,j*) ayrıtının bağlantı matrisi,
O_{ij} : (*i,j*) ayrıtının öncelik matrisi,
M : Büyük pozitif bir sayı,
n : Şebekedeki toplam düğüm sayısı.

0-1 Tam sayı değişkenler;

x_{ij}^t = *t*. adımda (*i,j*) yolundan geçilmişse 1, değilse 0.
y_{ij}^t =*t*. adımda (*i,j*) yada (*j,i*) yolu ilk kez geçilmişse 1, değilse 0.

$$\phi_{ht} = \begin{cases} 1 \\ 0 \end{cases} \text{ } t.\text{ adımda } h.\text{ hiyerarşiye ait bütün yollardan geçilmişse 1, değilse 0.}$$

Bu bilgilerle birlikte HÇPP'nin karma tam sayılı doğrusal programlama modeli aşağıdaki gibi yazılabilir (Çodur ve Yılmaz, 2020).

$$Min\ Z: \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}\sum_{t=1}^{T} c_{ij}x_{ijt} \tag{36}$$

Kısıtlar;

$$\sum_{t=1}^{L}(x_{ij}^t + x_{ji}^t) \geq 1 \qquad \forall\ (i,j) \in E \tag{37}$$

$$\sum_{i} x_{ij}^{t-1} = \sum_{s} x_{js}^t \qquad \forall\ j,t \quad t > 1 \quad i,j,s\ \in V \tag{38}$$

$$\sum_{(i,j)} x_{ij}^1\ \geq 1 \qquad (i,j) \in \delta_1(i_0) \tag{39}$$

$$\sum_{\text{j}} x_{ji}^t\ \geq 1 \qquad t =\ t_{son}\ , i = i_0 \tag{40}$$

$$\sum_{(i,j)\in E} x_{ij}^t = 1 \qquad \forall t \tag{41}$$

$$x_{ij}^t +\ x_{ji}^t \geq\ y_{ij}^t \qquad \forall i,j,t \quad i < j \tag{42}$$

$$\sum_{t'<t}(x_{ij}^{t\prime} +\ x_{ji}^{t\prime})\ \leq M^*\ (1 -\ y_{ij}^t) \qquad \forall i,j,\text{t} \quad i < j \tag{43}$$

$$\sum_{t=1}^{L} y_{ij}^t = 1 \qquad \forall (i,j) \in E \qquad i < j \tag{44}$$

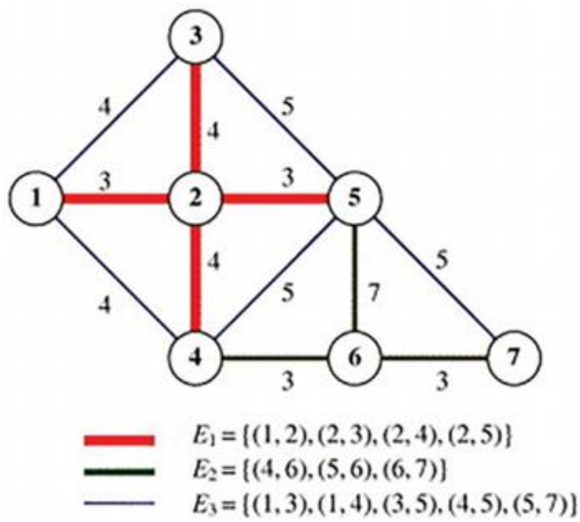
$$\sum_{t'\leq t}\ \sum_{(i,j)\in E_h} y_{ij}^{t\prime}\ \geq\ \|E\| * \phi_{ht} \qquad \forall h,t \tag{45}$$

$$\sum_{t^1\leq t}\ \sum_{(i,j)\in E_{h+1}} (x_{ij}^{t\prime} +\ x_{ji}^{t\prime})\ \leq M * \phi_{ht} \quad \forall_t, \qquad h =\ 1,\ldots,H-1 \tag{46}$$

$$x_{ij}^t, y_{ij}^t, \phi_{ht} \in \{0,1\} \qquad \forall i,j,t,h \tag{47}$$

Eşitlik 36., toplam tur süresinin en küçüklemesini hedefleyen amaç fonksiyonunu ifade etmektedir. Eşitlik 37., şebekedeki tüm yollardan en az bir kere geçilmesini; Eşitlik 38., düğümler arası sürekliliğin sağlanmasını; Eşitlik 39., ilk adımda (*t*=1), i_0 başlangıç düğümünden gidilebilecek 1. hiyerarşiye ait yolların herhangi birinden geçilmesini; Eşitlik 40. son adımda başlangıç düğümüne (i_0 =1) geri dönülmesini; Eşitlik 41., her adımda yalnız bir yoldan geçilmesini; Eşitlik 42-44., (i,j) ayrıtından ilk geçilen adımı tanımlayan y_{ijt} değişkenine değer ataması yapıldığını gösteren kısıtlardır. Eşitlik 45., t. adımda h hiyerarşisine ait yolların tamamından geçilip geçilmediğini kontrol eder. Eşitlik 46., h. hiyerarşideki yollar tamamlanmadan ($h+1$). hiyerarşiye ait yollardan geçilemediğini, Eşitlik 47. ise; yol kullanım değişkenlerinin {0,1} tamsayı değerlerini alması gerektiğini göstermektedir (Çodur ve Yılmaz, 2020).

Bu çalışmada daha önce Korteweg ve Volgenant (2006) tarafından geliştirilen, Şekil 1'de gösterilen küçük boyutlu bir hiyerarşik yönsüz şebeke ele alınmıştır.



Şekil 1. Hiyerarşik yönsüz şebeke

Bu hiyerarşik şebeke V={1, 2, 3, 4, 5, 6, 7} olmak üzere 7 düğüm içermektedir. E={$E_1 \cup E_2 \cup E_3$} ise her bir hiyerarşik sınıftaki ayrıtlar/yollar kümesini göstermektedir. Korteweg ve Volgenant (2006) çalışmalarında, optimum tur mesafesini 67 ve optimum turu, 1-2-3-2-4-2-5-6-4-6-7-5-4-1-3-5-2-1 olarak bulmuşlardır. Günümüze kadar HÇPP ile ilgili yapılan çalışmalar 2 temel varsayım üzerine kurulmuştur. Bu varsayımlardan ilki, hiyerarşik sınıflarda bulunan her bir yolun, ikincisi ise; art arda gelen tüm hiyerarşik seviyelerin birbiriyle bağlantılı olduğudur (Yılmaz, 2018).

Bu çalışmada Şekil 1.'de verilen şebeke kullanılmıştır. HÇPP matematiksel modelindeki c_{ij} amaç fonksiyonu katsayıları normal dağılım özelliği gösteren rasgele değişkenler olarak ele alınmış ve model daha sonra stokastik parametre değerlerine sahip HÇPP'ye dönüştürülmüştür.

BULGULAR VE TARTIŞMA

Bu çalışmada trafik yoğunluğu, hava şartları ve yol çalışmaları gibi etmenler düğümler arasındaki ulaşım süresini değiştirdiğinden dolayı Korteweg ve Volgenant (2006) tarafından geliştirilen şebekede düğümler arası mesafeler yerine varış süreleri kullanılmıştır. Korteweg ve Volgenant (2006) tarafından geliştirilen şebekedeki mesafe değerleri şehir içi yasal hız sınırı baz alınarak varış sürelerine dönüştürülmüştür. Trafik yoğunluğu göz önünde bulundurularak her bir yol için varış sürelerinin stokastik olduğu varsayılmıştır. HÇPP'nin matematiksel modelinde amaç fonksiyonu katsayıları olan c_{ij} rasgele değişkenlerine ilişkin beklenen değer ve varyanslar Çizelge 1.'de sunulmuştur. c_{ij} 'ler simetrik olduğundan ($c_{ij} = c_{ji}$) ilgili beklenen değer ve varyanslar Çizelge 1.'de sadece bir kez verilmiştir. Örneğin $c_{12} = c_{21}$=0.821'dir.

Çizelge 1. Katsayıların Beklenen Değerleri ve Varyansları

Katsayılar (c_{ij})	C_{12}	C_{13}	C_{14}	C_{23}	C_{24}	C_{25}	C_{35}	C_{45}	C_{46}	C_{56}	C_{57}	C_{67}
Beklenen Değer	0.821	1.119	1.151	1.137	1.162	0.821	1.447	1.413	0.859	2.023	1.314	0.781
Varyans	0.083	0.111	0.111	0.111	0.111	0.083	0.139	0.139	0.083	0.195	0.139	0.083

HÇPP matematiksel modelinde rastgele değişken olabilecek tek parametre c_{ij} katsayılarıdır. İstatistikte genellikle çoğu verinin normal dağılıma uyduğu ve normal dağılımın gerçek hataya en uygun dağılım olduğu varsayılmaktadır (Anonim, 2020). Bu nedenle bu çalışma kapsamında c_{ij} katsayılarının normal dağılıma sahip olmaları durumu ele alınarak elde edilen deterministik model çözülmüştür. Bu durumda "Katsayıları Normal Dağılıma Sahip Rasgele Değişkenler Olan Şans Kısıtlı Modeller" başlığı altında incelenen "Yalnız c_j katsayılarının rasgele değişken olduğu durum" dan yararlanılarak yeni beklenen değer modeline sahip deterministik amaç fonksiyonu ve maliyet matrisi aşağıda verilmiştir. Burada "Hiyerarşik Çinli Postacı Problemi" başlığı altında verilen Eşitlik 37. - Eşitlik 47. arasındaki kısıtlar kullanılmıştır.

$$[c_{ij}]_{7x7} = \begin{pmatrix} - & 0.821 & 1.119 & 1.151 & - & - & - \\ 0.821 & - & 1.137 & 1.162 & 0.821 & - & - \\ 1.119 & 1.137 & - & - & 1.447 & - & - \\ 1.151 & 1.162 & - & - & 1.413 & 0.859 & - \\ - & 0.821 & 1.447 & 1.413 & - & 2.023 & 1.314 \\ - & - & - & 0.859 & 2.023 & - & 0.781 \\ - & - & - & - & 1.314 & 0.781 & - \end{pmatrix}$$

$$Min\ E(z): \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} \sum_{t=1}^{T} c_{ij} x_{ijt} = (0.821)x_{121} + (1.119)x_{131} + (1.151)x_{141} + \cdots + (0.781)x_{76\mathrm{T}} \quad (48)$$

GAMS 24.2.3 paket programında CPLEX çözücü kullanılarak model çözülmüştür. Optimum rota: R = 1-2-4-2-3-2-5-6-4-6-7-5-3-1-2-5-4-1 ve amaç fonksiyonu değeri Min $E(z)$=18.848 olarak bulunmuştur.

SONUÇ

Rotalama birçok üretim ve servis sektöründe önemli bir karar verme sürecidir. Her yıl bu operasyonlar için büyük miktarlarda paralar harcanmaktadır. Ayrıca yanlış planlamalardan dolayı bu paralar israf olabilmektedir. Bu bağlamda yapılan çalışmalar maliyet açısından büyük önem arz etmektedir. Gerçek hayat problemlerinin birçoğunda trafik ve hava şartlarından kaynaklanan belirsizlik nedeniyle düğümler arasındaki seyahat süreleri değişkenlik göstermektedir. Ayrıca, gerçek seyahat süreleri tahmini sürelerden, yol koşulları, kazalar vb. sebeplerden dolayı farklı olabilmektedir. Bu nedenle bu çalışmada bir HÇPP şebekesi üzerinde c_{ij} amaç fonksiyonu katsayıları normal dağılıma uygun rasgele değişkenler olarak ele alınmıştır. Ele alınan şans kısıtlı modelin katsayılarının normal dağılıma uyması durumunda eşdeğer deterministik modeli bulunmuştur. Şans kısıtlı stokastik programlama daha önce HÇPP'de kullanılmamış bir yaklaşımdır. Çalışma HÇPP'ye uyarlanabilen gerçek hayat problemleri ile örtüşmesi açısından büyük önem arz etmektedir. Sonraki çalışmalarda, amaç fonksiyonu katsayılarının farklı dağılımlara sahip rasgele değişken olduğu durumlar ele alınarak problem tekrar çözülebilir. Ayrıca belirsiz ortamda daha büyük boyutlu problemlerin çözülebilmesi için sezgisel algoritmalara başvurulabilir.

KAYNAKLAR

Anonim, 2020. Normal Dağılım ve Veri Bilim'indeki Yeri. https://medium.com/datarunner/normaldagilim-589846bb850a (Erişim Tarihi: 22.06.2020).

Ahuja RK, Magnanti TL, Orlin JB, 1993. Network Flows: Theory, Algorithms and Applications. Prentice Hall: New Jersey.

Aksaraylı M, Pala O, 2015. Şans Kısıtlı Stokastik Programlama Yaklaşımı ile Ofis Ürünleri Üretim Sistemi Modellemesi. 15. Üretim Araştırmaları Sempozyumu, Ekim 2015, İzmir.

Alankaya G, 2013. Şans Kısıtlı Stokastik Doğrusal Programlama. Marmara Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Yüksek Lisans Tezi (Basılmış).

Arvianto A, Saptadi S, Budiawan W, Nartadhi RL, 2019. Vehicle routing problem model and simulation with probabilistic demand and sequential insertion, Proceedings of the 5th International Conference on Engineering, Technology, and Industrial Application (ICETIA) 2019, 12–13 December 2018, Surakarta, Indonesia.

Atalay KD, Apaydın A, 2011. Şans kısıtlı stokastik programlama problemlerinin deterministik eşitlikleri. Anadolu Üniversitesi Bilim ve Teknoloji Dergisi. 1: 1-18.

Bianchi L, Birattari M, Chiarandini M, Manfrin M, Mastrolilli M, Paquete L, Schiavinotto T, 2006. Hybrid metaheuristics for the vehicle routing problem with stochastic demands. Journal of Mathematical Modelling and Algorithms, 5: 91-110.

Calvet L, Bernaus AP, Travessat-Baro O, Juan AA, 2016. A Simheuristic for the heterogeneous site-dependent asymetric VRP with stochastic demands. Advances in Artificial Intelligence, 408-417.

Chepuri K, Homem-De-Mello T, 2005. Solving the vehicle routing problem with stochastic demands using the cross-entropy method. Annals of Operations Research, 134: 153-181.

Corberan A, Marti R, Sanchis JM, 2002. A grasp heuristic for the mixed chinese postman problem. European Journal of Operational Research, 142: 70-80.

Çodur MK, Yılmaz M, 2020. A time-dependent hierarchical Chinese postman problem. Central European Journal of Operations Research, 28: 337-366.

Dror M, Stern H, Trudeau P, 1987. Postman tour on a graph with precedence relation on arcs. Networks, 17: 283-294.

Filho GM, Junqueira RDÁR, 2006. Chinese postman problem: solution methods choice and computational time analysis. Production, 16: 538-551.

Florio AM, Hartl RF, Minner S, 2018. New exact algorithm and solution properties for the vehicle routing problem with stochastic demands. Technical Report. arXiv: 1806.08549.

Gee SB, Arokiasami WA, Jiang J, Tan K.C, 2016. Decomposition-based multi-objective evolutionary algortihm for vehicle routing problem with stochastic demands. Soft Computing, 20: 3443-3453.

Gendreau M, Laporte G, Guo B, 1996. Stochastic vehicle routing: Invited review. European Journal of Operational Research, 88: 3-12.

Hu C, Lu J, Liu X, Zhang G, 2018. Robust vehicle routing problem with hard time windows under demand and travel time uncertaint. Computational Optimization and Applications, 61: 463-487.

Hulsurkar S, Biswal MP, Sinha SB, 1997. Fuzzy programming approach to multi-objective stochastic linear programming problems. Fuzzy Sets and Systems, 88:173-181.

Hvattum LM, Lokketangen A, Laporte G, 2004. A heuristic solution method to a stochastic vehicle routing problem. In Proceedings of TRISTAN V—The Fifth Triennial Symposium on Transportation Analysis, 2004, 13-18 June, Guadeloupe, France.

İşleyen SK, 2008. Lojistik Yönetim Sistemlerinde Stokastik Talepli Araç Rotalama Problemi, Gazi Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Doktora Tezi (Basılmış).

Korteweg P, Volgenant T, 2006. On the hierarchical Chinese postman problem with linear ordered classes. European Journal of Operational Research, 169: 41-52.

Li X, Tian P, Leung SC, 2010. Vehicle routing problems with time windows and stochastic travel and service times: Models and algorithm. International Journal of Production Economics, 125: 137-145.

Liu C, Kou G, Huang F, 2016. Vehicle coordinated strategy for vehicle routing problem with fuzzy demands. Mathematical Problems in Engineering, 1-10.

Majumder S, Kar S, Pal T, 2019. Uncertain multi-objective Chinese postman problem. Soft Computing, 23: 11557-11572.

Mak KL, Guo ZG, 2004, A genetic algorithm for vehicle routing problems with stochastic demand and soft time windows, Proceedings of the 2004 IEEE Systems and Information Engineering Design Symposium, 2004, Virginia, USA.

Miranda DM, Conceição SV, 2016. The vehicle routing problem with hard time windows and stochastic travel and service time. Expert Systems with Applications, 64: 104-116.

Qin J, Ye Y, Cheng B, Zhao X, Ni L, 2017. The emergency vehicle routing problem with uncertain demand under sustainability environment. Sustainability, 9: 288.

Shafahi A, Haghani A, 2015. Generalized maximum benefit multiple chinese postman problem. Transportation Research Part C: Emerging Technologies, 55: 261-272.

Shen Z, Ordónez F, Dessouky MM, 2009. The stochastic vehicle routing problem for minimum unmet demand. Optimization and Logistics Challenges in the Enterprise, 30: 349-371.

Sökmen ÖÇ, Yılmaz M, 2019. Stochastic chinese postman problem and an application. 4th International Energy and Engineering Congress. Gaziantep, 24- 25 October, 2019, 1160-1168.

Subramanyam A, Repoussis PP, Gounaris CE, 2018. Robust optimization of broad class of heterogeneous vehicle routing problems under demand uncertainty. INFORMS Journal on Computing. 1-54.

Taha HA, 2000.Yöneylem Araştırması, 1.basım, Literatür Yayıncılık, İstanbul.

Tan G, Cui X, Zhang Y, 2005. Chinese postman problem in stochastic networks. In Joint International Conference on Autonomic and Autonomous Systems and International Conference on Networking and Services (icas-isns'05). Papeete, Tahiti, French Polynesia, October 23-28, 2005, pp:78-78.

Taş D, Gendreau M, Dellaert N, Van Woensel T, De Kok AG, 2014. Vehicle routing with soft time windows and stochastic travel times: A column generation and branch-and-price solution approach. European Journal of Operational Research, 236: 789-799.

Thimbleby H, 2003. Explaining code for publication. Software: Practice and Experience, 33: 975-1001.

Uslu A, Çetinkaya C, İşleyen SK, 2017. Vehicle routing problem in post-disaster humanitarian relief logistics: A case study in Ankara. Sigma Journal of Engineering and Natural Science, 35: 481-499.

Willemse EJ, Joubert JW, 2016. Splitting procedures for the mixed capacitated arc routing problem under time restrictions with intermediate facilities. Operations Research Letters, 44: 569-574.

Yılmaz M, Çodur MK, Yılmaz H, 2017. Chinese postman problem approach for a large-scale conventional rail network in Turkey. Tehnički Vjesnik, 24: 1471-1477.

Yılmaz M, 2018. Karayolları bakım çalışmasında kullanılan araçların güzergâhlarının hiyerarşik Çinli postacı problemi kullanılarak düzenlenmesi. Iğdır Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü Dergisi, 8: 107-115.