

## Mathematical Modelling of Covid-19 with the help of Linear Cellular Automata

Ferhat ŞAH<sup>1</sup>

<sup>1</sup>Department of Mathematics, Adıyaman University, Adıyaman, Türkiye

✉:fsah@adiyaman.edu.tr,  0000-0003-4847-9180

Geliş (Received): 17.07.2020

Düzeltilme (Revision): 19.08.2020

Kabul (Accepted): 07.11.2020

### ÖZ

Tüm dünyayı saran Covid-19 virüsü nedeniyle ülkeler zor günler geçirmektedir. İlk olarak Çin'in Wuhan kentinde ortaya çıkan bu virüs sonrasında hemen hemen tüm dünyaya yayılmıştır. Peki bu yayılma nasıl olmuştur? Bu virüsün hızla yayılmasındaki ülkelerin rolü nedir? Virüsün yayılmaması için insanlar üzerlerine düşen görevleri yerine getirmiş midir? Bu sorulara matematiksel bir bakış açısı ile cevap vermeye çalışalım. Bu çalışmada, virüsün yayılmasının nasıl olduğunu matematiksel olarak açıklanmaya çalışılmıştır. Matematiksel metot olarak iki boyutlu hücresel dönüşümler kullanılmıştır. Bu dönüşümlerin geçiş fonksiyonları yardımıyla yayılma durumları incelenmiştir. Böylece virüsün yayılma şeklinin matematiksel bir modeli çıkarılmış oldu. Bu noktada, her ne kadar devletler önlem alsada, kurallara uymayan insanların virüsü nasıl diğer insanlara aktardığının matematiksel olarak modellenmesi çalışıldı.

**Anahtar Kelimeler:** Hücresel Dönüşüm, Temsili Matrisler, Covid-19, Sıfır Sınır Şartı

## Covid-19'un Lineer Hücresel Dönüşümler Yardımıyla Matematiksel Modellenmesi

### ABSTRACT

Countries have a hard time due to the Covid-19 virus, which covers the whole world. This virus, which first appeared in Wuhan, China, has spread to almost the whole world. So how did this spread occur? What is the role of countries in the rapid spread of this virus? Have people fulfilled their duties to prevent the virus from spreading? Let's try to answer these questions with a mathematical perspective. In this study, it is tried to explain mathematically how the virus spread. Two dimensional cellular transformations were used as a mathematical method. The propagation states of these transformations were analyzed with the help of transition functions. Thus, a mathematical model of how the virus spreads was created. At this point, it was tried to model mathematically how people who do not obey the rules transfer the virus to other people, although the states take precautions.

**Keywords:** Cellular Automata, Representative Matrices, Covid-19, Null Boundary Condition

### GİRİŞ

İki boyutlu hücresel dönüşümlerin birçok alanda uygulamaları vardır. Bu çalışmaların durum uzayı 0,1 elemanları ile ikili cisimlerden oluşur ve böylece iki boyutlu hücresel dönüşümler adını alır. Bir boyutlu hücresel dönüşümler ilk olarak Von Neumann tarafından farklı bilim alanlarında incelenmiştir [1]. O zamandan günümüze kadar birçok bilim adamı karmaşık sistemlerin düzenlenmesi için hücresel dönüşümleri incelemiştir. Hedlund ise sadece matematiksel bir bakış ile hücresel dönüşümleri incelemiştir [2]. Wolfram bir boyutlu hücresel dönüşümlerin kompleks davranışlarını polinom cebirleri yardımıyla incelemiştir [3]. İki boyutlu hücresel dönüşümlerle ilgili çalışmalar da yapılmaya başlanılmış ve hali hazırda birçok makale vardır. Wolfram ve ark., beş komşuluktan oluşan iki boyutlu hücresel dönüşümlerle ilgili bazı gözlemlerde bulunmuştur [4]. Khan ve ark., dokuz komşuluklu iki boyutlu liner hücresel dönüşümleri incelemek için en yakın

komşulukları kullandılar ve analitik bir sonuç elde ettiler [5]. Choudhury ve ark.,  $\mathbb{Z}_2$  cismi üzerinde iki boyutlu hücresel dönüşümlerin özel bir hybrid dönüşümünün karakterizasyonunun en genel halini verdiler [6]. Son yıllarda iki boyutlu hücresel dönüşümlerle ilgili birçok çalışma yapılmıştır. (Matematik, Fizik, Bilgisayar, Biyoloji [7], Kimya vb.) Ayrıca görüntü işleme, şifreleme, Kuantum, Simülasyon vb. çalışmalarda yapılmıştır [8-10]. Ribba ve ark., ise kanserli hücrenin ayırt edici özelliklerini incelemek için hücresel dönüşüm modellerinden faydalanmışlardır [11]. Bu çalışmaların bazıları yapılırken hücresel dönüşümlerin terslenebilirliği de ele alınıp incelenmiştir. [12-14]. Ayrıca bu çalışmaların çoğu  $\mathbb{Z}_3$  cismi üzerinde yapılmıştır [15-17].

Bu çalışmada iki boyutlu hücresel dönüşümleri kullanarak,  $\mathbb{Z}_3$  cismi üzerinde, dünyamızın şu an popüler vakalarından biri olan Covid 19'un insandan insana nasıl yayıldığını modellemeye çalıştık. Bunu yaparken matrislerden ve yerel fonksiyonlardan faydalanıldı.

## MATERYAL ve YÖNTEM

$\mathbb{Z}_m = \{0, 1, 2, \dots, p-1\}$  halkası verilsin.  $x = (x_n)_{n=-\infty}^{n=\infty}$  iki taraflı sonsuz bir dizi olsun. Bu şekildeki dizilerin uzayı  $\mathbb{Z}_p^{\mathbb{Z}}$  ile gösterilir. Yarıçapı  $r$  olan  $f$  yerel kuralı  $f: \mathbb{Z}_p^{2r+1} \rightarrow \mathbb{Z}_p$  olmak üzere

$$f(x_{-r}, \dots, x_r) = \left( \sum_{i=-r}^r a_i x_i \right) \pmod{p}$$

ile tanımlansın. Bu  $f$  yerel kuralı ile üretilen  $F: \mathbb{Z}_p^{\mathbb{Z}} \rightarrow \mathbb{Z}_p^{\mathbb{Z}}$  dönüşümüne toplamsal (additive) CA denir. Bu dönüşüm aşağıdaki gibi tanımlanır:

$$Fx = (y_n)_{n=-\infty}^{n=\infty},$$

$$y_n = f(x_{n-r}, \dots, x_{n+r}) = \left( \sum_{i=-r}^r a_i x_{n+i} \right) \pmod{p}$$

Şimdi iki boyutlu hücresel dönüşümlerin,  $\mathbb{Z}_3$  cismi üzerinde tanımını verelim.  $\mathbb{Z}_3$  durum kümesi olsun.  $\mathbb{Z}_3^{\mathbb{Z}^2}$  hücrelerin uzayı olsun.  $f$  yerel kural ve  $F$  de global dönüşüm fonksiyonu (geçiş fonksiyonu) olmak üzere;

$$f: \mathbb{Z}_3^{\mathbb{Z}^2} \rightarrow \mathbb{Z}_3, F: \mathbb{Z}_3^{\mathbb{Z}^2} \rightarrow \mathbb{Z}_3^{\mathbb{Z}^2}$$

şeklinde tanımlanır. İki boyutlu hücresel dönüşümler için bazı klasik komşuluklar vardır. Bu çalışmamızda biz en yakın komşuluk sistemi ile çalıştık. Matematiksel olarak  $(i, j)$  hücrenin bir sonraki  $(t+1)$  zamandaki durumu o hücreye en yakın olan komşulukların  $t$  zamandaki durumuna bağlıdır. Bu durum aşağıdaki gibi ifade edilebilir:

$$\begin{aligned} x_{(i,j)}^{(t+1)} &= f(x_{(i,j)}^{(t)}, x_{(i+1,j)}^{(t)}, x_{(i+1,j-1)}^{(t)}, x_{(i,j-1)}^{(t)}, \\ & x_{(i-1,j-1)}^{(t)}, x_{(i-1,j)}^{(t)}, x_{(i-1,j+1)}^{(t)}, x_{(i,j+1)}^{(t)}, x_{(i+1,j+1)}^{(t)}) \\ &= (a_0 x_{(i,j)}^{(t)} + a_1 x_{(i+1,j)}^{(t)} + a_2 x_{(i+1,j-1)}^{(t)} + \\ & a_3 x_{(i,j-1)}^{(t)} + a_4 x_{(i-1,j-1)}^{(t)} + a_5 x_{(i-1,j)}^{(t)} + \\ & a_6 x_{(i-1,j+1)}^{(t)} + a_7 x_{(i,j+1)}^{(t)} + a_8 x_{(i+1,j+1)}^{(t)}) \pmod{3} \end{aligned}$$

Burada  $a_0, a_1, \dots, a_8 \in \{1, 2\}$  dir. Her bir hücrenin değeri diğer tüm 9 hücreye bağlı değildir. Bu değer her bir hücreye en yakın olan komşu hücrelerin toplamına bakılarak bulunur. Hücrelerin hepsinin tek tek bulaştırma şeklinin modellenmesini bulabilmek için, yani düzenli bir örüntü elde etmek için belli sınır şartları ile çalışmamız lazım. Üç hücrelerdeki komşulukların durumuna göre sınır şartları değişir. Bu çalışmamızda sıfır sınır şartını kullandık.

### Sıfır Sınır Şartı

Uçtaki ve en kenardaki hücrelerin etraflarının tamamıyla sıfır ile kaplanması durumudur. Bu kuralın hücreler etrafına nasıl yerleştirileceğini aşağıdaki şekilde daha net görebilirsiniz.

**Tablo 1.** Sıfır Sınır Şartı

0	0	0	0	0
0	$x_{(i-1,j+1)}$	$x_{(i,j+1)}$	$x_{(i+1,j+1)}$	0
0	$x_{(i-1,j)}$	$x_{(i,j)}$	$x_{(i+1,j)}$	0
0	$x_{(i-1,j-1)}$	$x_{(i,j-1)}$	$x_{(i+1,j-1)}$	0
0	0	0	0	0

### Yerel (Lokal) Kural

İki boyutlu hücresel dönüşümlerin temsili matrislerini elde etmek için aşağıdaki yerel kuralı tanımlayalım:

$$f_{RN}(x_{11}, x_{12}, x_{13}, x_{21}, x_{22}, x_{23}, x_{31}, x_{32}, x_{33}) = kx_{12} + nx_{23} + mx_{32} + cx_{21} + tx_{22} \pmod{3} \quad (1)$$

şeklinde verilen  $f$  lokal kuralını göz önüne alalım.

**Tablo 2.** Yerel Kural

$x_{11}$	$k \cdot x_{12}$	$x_{13}$
$l \cdot x_{21}$	$t \cdot x_{22}$	$n \cdot x_{23}$
$x_{31}$	$m \cdot x_{32}$	$x_{33}$

$x_{22}$  merkez hücre olarak tanımlanır. Merkez de yer alan her hücre virüslü bir hücredir.

### BULGULAR ve TARTIŞMA

İki boyutlu hücresel dönüşümlerin yerel fonksiyonu yardımıyla temsil eden karakteristik matrisi yukarıda verdik. Burada bu matrisin nasıl elde edildiğinden bahsedeceğiz. Bu da bize covid 19 un insandan insana nasıl bulaştığını gösteren bir modelleme olacak. Yerel fonksiyon seçimi bizim için çok önemli. Çünkü burada yerel fonksiyonumuzu en yakın komşulukları seçecek şekilde tanımlayacağız ki bu duruma en yakın komşuluk modeli de deniliyor. Bu durum bize virüsün yayılma şeklinin ve modelinin nasıl olduğunu gösterecek. Şimdi bunun nedenini bir örnekle açıklayalım. Çünkü virüsün yayılması en yakınımızdakilerden başlıyor. Burada her bir hücre bir insanı temsil ediyor.

**Örnek 1:**  $a = 2$  ve  $b = 2$  olarak lokal kuralın temsili matrisini inceleyelim.

**Tablo 3.** 2x2 Tipinde Hücrelerden Oluşmuş Konfigurasyon

0	0	0	0
0	$x_{11}$	$x_{12}$	0
0	$x_{21}$	$x_{22}$	0
0	0	0	0

Yukarıda gördüğümüz üzere maviye boyadığımız 2x2 hücrenin tüm etrafı sıfır ile çevrilmiştir. Burada (1) ile verilen yerel fonksiyonu uygulayalım. Burada merkezde yer alan her bir hücre virüsün enfekte olduğu bir insanı temsil etsin. Yerel kuralı uygulandığında  $T$  dönüşümü altında yeni bir konfigürasyon elde edilir ve bu konfigürasyon  $Y$  ise bunun hücreleri sırasıyla aşağıdaki gibidir. Yerel kural her seferinde sağa doğru bir ötelenerek uygulanır. Uygulana satır bitince bir aşağıya doğru inilir ve yine sağa doğru öteleme devam eder. Her seferinde bu durum tekrar eder. Böylelikle tüm düzlemi taramış ve enfekte olmuş tüm insanları bulmuş oluruz.

0	0	0	0
0	$x_{11}$	$x_{12}$	0
0	$x_{21}$	$x_{22}$	0
0	0	0	0

Yukarıda sarı ile boyanmış kısma lokal fonksiyon uygulanmaya başlanır ise merkezde kalan hücre  $x_{11}$  virüslü hücre idi. Onun etrafındaki bütün hücreler ise enfekte olmayan hücrelerdir.

$$mx_{21} + nx_{12} + t \cdot x_{11} = y_{11}$$

İlk uygulamadan sonra iki tane insan daha virüs kapmış oldu. Bunlar  $x_{12}$  ve  $x_{21}$  dir. Benzer şekilde devam edelim.

0	0	0	0
0	$x_{11}$	$x_{12}$	0
0	$x_{21}$	$x_{22}$	0
0	0	0	0

Bu sefer merkezdeki hücremiz  $x_{12}$  daha önce virüsü kapmış  $x_{11}$  iyileşmiş olsa dahi tekrar ona bulaştırıyor ve ayrıca yeni bir insana daha virüsü enfekte etmiş oldu o da  $x_{22}$  dir.

$$lx_{11} + mx_{22} + t \cdot x_{12} = y_{12}$$

Şimdi bir alt satıra geçelim ve aynı kuralı uygulayalım.

0	0	0	0
0	$x_{11}$	$x_{12}$	0
0	$x_{21}$	$x_{22}$	0
0	0	0	0

Bu sefer merkezdeki hücremiz  $x_{21}$  dir. O da bu döngüde yer alıp aşağıda gördüğümüz gibi  $x_{11}$  ve  $x_{22}$  ye enfekte ediyorlar.

$$kx_{11} + nx_{22} + t \cdot x_{21} = y_{21}$$

Son olarak merkez hücre  $x_{22}$  oluyor ve o da lokal kural uygulandığında  $x_{12}$  ve  $x_{21}$  e bu virüsü enfekte ediyor.

0	0	0	0
0	$x_{11}$	$x_{12}$	0
0	$x_{21}$	$x_{22}$	0
0	0	0	0

$$kx_{12} + lx_{21} + t \cdot x_{22} = y_{22}$$

Dikkat edecek olursak var olan bir döngüde bir hücremizin dahi virüslü olması geride kalan tüm hastaliksız hücreleri hasta etmiştir. Şimdi doğal tabanlar yardımıyla elde ettiğimiz yeni hastalık enfekte olmuş hücrelerden oluşan matrisimiz aşağıdaki gibi olur:

$$T \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} t \\ l \\ a \\ 0 \end{pmatrix}, T \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} n \\ t \\ 0 \\ k \end{pmatrix},$$

$$\begin{pmatrix} t & n & m & 0 \\ l & t & 0 & m \\ k & 0 & t & n \\ 0 & k & l & t \end{pmatrix}_{4 \times 4} T \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} m \\ 0 \\ t \\ l \end{pmatrix},$$

$$T \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ m \\ n \\ t \end{pmatrix}.$$

Sütun matrisleri yan yana yazılırsa temsili matris,

$$T_{RN} = \begin{pmatrix} S_2(n, l, t) & mI_2 \\ kI_2 & S_2(n, l, t) \end{pmatrix}_{4 \times 4}$$

Artık bu hastalık enfekte olmuş insanların oluşturduğu bir topluluktur. Bu matris katsayılar matrisidir. Yani bu matrisin tipine bakarak hastalıklı hücre (insan) sayısını ifade edebiliriz.

Şimdi bu duruma daha geniş bir örnek verelim:

**Örnek 2:**  $a = 3$  ve  $b = 3$  alarak lokal kuralın temsili matrisini inceleyelim.

**Tablo 4.** 3x3 Tipinde Hücrelerden Oluşmuş Konfigürasyon

0	0	0	0	0
0	$x_{11}$	$x_{12}$	$x_{13}$	0
0	$x_{21}$	$x_{22}$	$x_{23}$	0
0	$x_{31}$	$x_{32}$	$x_{33}$	0
0	0	0	0	0

Şimdi lokal kuralımızı uygulamaya başlayalım.  $T$  dönüşümü altında yeni bir konfigürasyon elde edilir ve bu konfigürasyonun hücreleri aşağıdaki verilmiştir.

$$mx_{21} + nx_{12} + tx_{11} = y_{11}$$

$$lx_{11} + mx_{22} + nx_{13} + tx_{12} = y_{12}$$

$$+mx_{23} + tx_{13} = y_{13}$$

$$kx_{11} + mx_{31} + nx_{22} + tx_{21} = y_{21}$$

$$kx_{12} + lx_{21} + mx_{32} + nx_{23} + tx_{22} = y_{22}$$

$$kx_{13} + lx_{22} + mx_{33} + tx_{23} = y_{23}$$

$$kx_{21} + nx_{32} + tx_{31} = y_{31}$$

$$kx_{22} + lx_{31} + nx_{33} + tx_{32} = y_{32}$$

$$kx_{23} + lx_{32} + tx_{33} = y_{33}$$

Şimdi bu hücrelerin içlerinden bazılarının nasıl enfekte olduğunu görelim. Örneğin merkezdeki virüs enfekte olmuş hücremiz  $x_{12}$  olsun. Diğer hücreler hastaliksız olsun. Kuralımızı uygulamaya başladığımızda bu durumda yukarıdan da görüleceği üzere  $x_{11}, x_{22}$  ve  $x_{13}$  yeni enfekte olmuş hücreler olacaktır. Aşağıda şekilde bu durumu daha net görebiliriz.

0	0	0	0	0
0	$x_{11}$	$x_{12}$	$x_{13}$	0
0	$x_{21}$	$x_{22}$	$x_{23}$	0
0	$x_{31}$	$x_{32}$	$x_{33}$	0
0	0	0	0	0

$$lx_{11} + mx_{22} + nx_{13} + tx_{12} = y_{12}$$

Bir başka merkez hücremiz  $x_{22}$  olsun. Bu durumda  $x_{22}$  nin bulaştırdığı hücreler aşağıdaki matrisden de görüleceği üzere  $x_{12}, x_{21}, x_{23}$  ve  $x_{32}$  olarak bulunur.

0	0	0	0	0
0	$x_{11}$	$x_{12}$	$x_{13}$	0
0	$x_{21}$	$x_{22}$	$x_{23}$	0
0	$x_{31}$	$x_{32}$	$x_{33}$	0
0	0	0	0	0

$$kx_{12} + lx_{21} + mx_{32} + nx_{23} + tx_{22} = y_{22}$$

Son olarak merkez hücremiz  $x_{31}$  olsun. Bu durumda bulaştırdığı yeni hücrelerimiz  $x_{21}$  ve  $x_{32}$  olarak bulunur.

0	0	0	0	0
0	$x_{11}$	$x_{12}$	$x_{13}$	0
0	$x_{21}$	$x_{22}$	$x_{23}$	0
0	$x_{31}$	$x_{32}$	$x_{33}$	0
0	0	0	0	0

$$kx_{21} + nx_{32} + tx_{31} = y_{31}$$

Yukarıdaki örnekte olduğu gibi doğal tabanlardan faydalanarak temsili matrisimizi elde ederiz.

$$T \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} t \\ l \\ 0 \\ k \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, T \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} n \\ t \\ l \\ 0 \\ k \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, T \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ n \\ t \\ 0 \\ 0 \\ k \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix},$$

$$T \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} m \\ 0 \\ 0 \\ t \\ l \\ k \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, T \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ m \\ 0 \\ n \\ t \\ l \\ k \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, T \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ m \\ 0 \\ 0 \\ n \\ t \\ 0 \\ k \end{pmatrix}$$

$$T \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ t \\ l \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}, T \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ m \\ n \\ t \\ l \end{pmatrix}, T \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ m \\ n \end{pmatrix}. \begin{pmatrix} t & n & 0 & 0 & 0 & \dots & \dots & 0 & 0 \\ l & t & n & 0 & 0 & \dots & \dots & 0 & 0 \\ 0 & l & t & n & 0 & \dots & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & l & t & n & \dots & \dots & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & \dots & \dots & 0 & l & t & n \\ 0 & 0 & 0 & \dots & \dots & \dots & 0 & l & t \end{pmatrix}.$$

Sütun matrisleri yan yana yazılırsa temsili matris aşağıdaki gibi elde edilir.

$$T_{RN} = \begin{pmatrix} t & n & 0 & m & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ l & t & n & 0 & m & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & l & t & 0 & 0 & m & 0 & 0 & 0 \\ k & 0 & 0 & t & n & 0 & m & 0 & 0 \\ 0 & k & 0 & l & t & n & 0 & m & 0 \\ 0 & 0 & k & 0 & l & t & 0 & 0 & m \\ 0 & 0 & 0 & k & 0 & 0 & t & n & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & k & 0 & l & t & n \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & k & 0 & l & t \end{pmatrix}_{9 \times 9}$$

$$= \begin{pmatrix} S_3(n, t, l) & mI_3 & O_3 \\ kI_3 & S_3(n, t, l) & mI_3 \\ O_3 & kI_3 & S_3(n, t, l) \end{pmatrix}_{9 \times 9}$$

biçimindedir.

Yukarıdaki lokal fonksiyonu kullanarak  $a \geq 2$  ve  $b \geq 2$  durumu için düzenlenen sıfır sınır şartı altında elde ettiğimiz yeni virüs enfekte olmuş  $(T_{RN})_{a \times b \times a \times b}$  temsili matris aşağıdaki şekildedir:

$$\begin{pmatrix} S_{(n,t,l)} & ml & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ kl & S_{(n,t,l)} & ml & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & kl & S_{(n,t,l)} & ml & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & kl & S_{(n,t,l)} & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & kl & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & \dots & \dots & S_{(n,t,l)} & ml \\ 0 & 0 & 0 & \dots & \dots & kl & S_{(n,t,l)} \end{pmatrix}$$

Burada blok alt matrislerin her biri  $b \times b$  tipinde kare matrislerdir ve  $S_{b \times b}(n, t, l)$  matrisi de aşağıdaki gibidir:

Ayrıca  $kl$  ve  $ml$  blok alt matrislerin her biri  $b \times b$  tipinde birim kare matrislerdir. Buradan da görüleceği üzere yukarıdaki matris enfekte olmuş hücrelerden (insanlardan) oluşmuş bir topluluktur. Bu topluluğun sayısı matrisin tipi ile doğrudan ilişkilidir. Yani  $a$  ve  $b$  sayılarının çarpımı enfekte olacak virüslü hücrelerin sayısını da vermektedir. Bu sayı matrisin rankından bağımsızdır. Elbette ki matrisin terslenebilir olması bizim için çok önemli ancak, burada bu durum özellikle belirtilmelidir ki enfekte olacak hücre sayısı matrisin satır ve sütun sayılarının çarpımına eşittir. Yani enfekte olmuş hücre sayısı  $a \times b$  olarak bulunur.

## SONUÇ

Bu çalışmada tüm dünyayı etkisi altına alan covid 19 virüsüne matematiksel bir bakış açısı kazandırmak istedik. Ülkemizin dış dünyaya havadan ve karadan ulaşımı kapatmasını matematiksel olarak bir sınır şartı ile ifade edip bu durumu bir lokal fonksiyon yardımıyla modellemeye çalıştık. İki boyutlu hücresel dönüşümlerden faydalandık ve onları ifade edip modellemek için matrislerden yararlandık. Matrisin bileşenleri olan her bir hücreyi insan olarak düşündük. Başlangıçta hasta olan bir hücrenin (insanın) en yakın komşuluklu hücreleri kullanılarak oluşturulan lokal fonksiyon yardımıyla başlangıçta hasta olmayan hücrelere nasıl bulaştırdığını modelledik. Dikkat edecek olursak hücre sayısı matrisin tipi ile ilgilidir. Matrisin tipi ne kadar büyükse hücre sayısı da o kadar fazladır. Buradan şu sonuca varılır ki, ne kadar çok insan yoğunluğu varsa, virüsün enfekte olma sayısı ve hızı da o kadar çok artar.

## KAYNAKÇA

- [1] Von N.J. The theory of self-reproducing automata, (Edited by A.W.Burks), Univ. of Illinois Press, Urbana,1966.
- [2] Hedlund G.A. Endomorphisms and automorphisms of full shift dynamical system, Math. Syst. Theor. 3 320-375, 1969.
- [3] Wolfram S. Statistical mechanics of cellular automata, Rev. Mod. Phys. 55:3 601-644,1983.
- [4] Wolfram S., Packard N.H. Two dimensional cellular automata, Journal of Statistical Physics, 38 5-6, 1985.
- [5] Khan A.R., Choudhury P.P., Dihidar K., Mitra S., Sarkar P. VLSI architecture of a cellular automata, Comput. Math. Applic. 33 79-94,1997.

- [6] Chattopadhyay P., Choudhury P.P., Dihidar K. Characterisation of a particular hybrid transformation of two-dimensional cellular automata. *Computers Mathematics with Applications*, 38:5-6 207-216, 1999.
- [7] Holden A.V. Nonlinear Science- The Impact of Biology, *Journal of the Franklin Institute* 334:5-6 971-1014, 1997.
- [8] Alvarez G., Encinas L.H., Martín del Rey A.A. multisecret sharing scheme for color images based on cellular automata, *Information Sciences*, 178 4382-4395, 2008.
- [9] Kokolakis I., Koukopoulos S., Andreadis I., Boutalis Y. Cellular automata-based noise generator, *Journal of the Franklin Institute*, 336:5 799-808, 1999.
- [10] Wolfgang P. Quantum-dot Devices and Quantum-dot Cellular Automata, *Journal of the Franklin Institute*, 334:5-6 1147-1175, 1997.
- [11] Ribba B., Alarcon T., Marron K., Maini P.K., Agur Z. The Use of Hybrid Cellular Automaton Models for Improving Cancer Therapy, *ACRI 2004, LNCS 3305* 444-453, 2004.
- [12] Siap I., Akin H., Sah F. Garden of eden configurations for 2-D cellular automaton with rule 2460N, *Inform. Sci.* 180 3562-3571, 2010.
- [13] Siap I., Akin H., Sah F. Characterization of two-dimensional cellular automata over ternary fields. *Journal of the Franklin Institute*, 348:7 1258-1275, 2011.
- [14] Temiz F., Sah F., Akin H. Reversibility of a Family of 2D Cellular Automata Hybridized by Diamond and Cross Rules Over Finite Fields and an Application to Visual Cryptography, *J. Cell. Autom.* 14 241-262, 2019.
- [15] Koroglu M.E., Siap I., Akin H. Error Correcting Codes via Reversible Cellular Automata Over Finite Fields, *Arabian Journal for Science and Engineering (Springer Science and Business Media BV)*, 39:3 1881-1888, 2014.
- [16] Koroglu M.E., Siap I., Akin H. The reversibility problem for a family of two-dimensional cellular automata, *Turkish Journal of Mathematics*, 40:3 665-678, 2016.
- [17] Ying Z., Zhong Y., Pei-min D. On behavior of two-dimensional cellular automata with an exceptional rule”, *Inform. Sci.* 179 613-622, 2009.