

Araştırma Makalesi

ÖĞRETMEN ADAYLARININ ÖKLİD GEOMETRİDE HATALARA YAKLAŞIMLARININ İNCELENMESİ

EXAMINATION OF PRE-SERVICE TEACHERS' APPROACHES TOWARDS ERRORS IN EUCLIDEAN GEOMETRY

Solmaz Damla GEDİK ALTUN

Nevşehir Hacı Bektaş Veli Üniversitesi, Eğitim Fakültesi, Türkiye
e-posta: sdgedik@nevsehir.edu.tr, ORCID ID: 0000-0002-6205-6603

Başvuru Tarihi: 30.09.2020

Yayına Kabul Tarihi: 10.12.2020

Doi: 10.33418/ataunikkefd.802667

Atıf/Citation: Gedik Altun, S.D. (2020). Öğretmen adaylarının öklid geometride hatalara yaklaşımlarının incelenmesi. *Atatürk Üniversitesi Kazım Karabekir Eğitim Fakültesi Dergisi*, 41, 44-66.

Öz

Bu çalışmada matematik öğretmeni adaylarının Öklid geometri konusunda hatalara yaklaşımları araştırılmıştır. Bu amaç doğrultusunda öğretmen adaylarının Öklid geometri konusuna ilişkin konu alan bilgileri; verilen hatalı soru ve cevapları tespit edebilme, hataları anlamlı bir şekilde açıklayabilme ve doğrularının nasıl olacağını belirtme doğrultusunda incelenmiştir. Çalışmanın katılımcılarını İç Anadolu'da bir üniversitenin Matematik Öğretmenliği Programının üçüncü sınıfında öğrenim gören matematik öğretmeni adayları oluşturmaktadır. Katılımcılar 43 kişidir. Araştırmada, altı tane sorudan oluşan bir bilgi testi hazırlanmış ve veri toplama aracı olarak katılımcılara sunulmuştur. Öklid geometride eşitsizlik konusunu içeren bu sorulardan üç tanesinde hatalı soru sorulmuş ve çözümleri doğru verilmiştir. Diğer 3 soruda ise verilen çözümler hatalıdır. Katılımcıların soru ve çözümlerdeki hataları tespit edebilmeleri istenmiş ve yapılan hataların sebeplerini sorgulayan sorular yöneltilmiştir. Çalışmada betimsel analiz yöntemi kullanılmıştır. Öğretmen adaylarının veri toplama aracı olarak kullanılan bilgi testine verdikleri cevaplar doğrultusunda elde edilen veriler, sorulardaki ve/veya soruların çözümlerindeki hataları belirleyebilmelerine ve bu hataların gerekçelerini açıklayabilmelerine göre kodlanarak, çalışmanın amacı doğrultusunda önceden belirlenen kategoriler altında sınıflandırılmıştır. Öğretmen adaylarının verilen soruları ve çözümleri değerlendirirken doğru ya da hatalı soru ve çözümü ayırt etmede zorlandıkları tespit edilmiştir. Bazı öğretmen adaylarının hatalı soruları ya da hatalı çözümleri doğru olarak kabul ettikleri görülmüştür. Ayrıca öğretmen adaylarına doğru ya da hatalı olduğunu düşündükleri soru ve çözümlerin gerekçeleri üzerine yeterli açıklama yapamadıkları fark edilmiştir.

Anahtar Kelimeler: Alan bilgisi, üçgen eşitsizliği, hataya yaklaşım

Abstract

In this study, prospective mathematics teachers' approaches to errors in Euclidean geometry were investigated. For this purpose, the subject matter knowledge of the prospective teachers on the subject of Euclidean geometry was examined in order to be able to identify the wrong questions and answers, to explain the errors in a meaningful way and to indicate how the correctness would be. Participants of the study are prospective mathematics teachers studying in the third grade of the Mathematics Education Program of a university in Central Anatolia. Participants are forty-three student teachers. In the study, a knowledge test consisting of 6 questions was prepared and administered to the participants as a data collection tool. Three of these questions regarding the issue of inequality in Euclidean geometry involved

incorrect questions and the solutions to the questions were given correctly. The solutions given to the other 3 questions are incorrect. Participants were asked to detect errors in questions and solutions, and questions were asked about the reasons for the mistakes made. The descriptive analysis method was used in the study. The data obtained in line with the answers given by the prospective teachers to the knowledge test, which was used as a data collection tool, were coded according to their ability to identify the errors in the questions and/or the solutions of the questions and to explain the reasons for these errors, and were classified under predetermined categories in line with the purpose of the study. The data obtained in line with the answers given by the prospective teachers to the knowledge test, which was used as a data collection tool, were coded according to their ability to identify the errors in the questions and the solutions of the questions and to explain the reasons for these errors, and were classified under predetermined categories in line with the purpose of the study. It was determined that the prospective teachers had difficulty in distinguishing the correct or incorrect questions and solutions while evaluating the given questions and solutions. It has been observed that some prospective teachers accepted the wrong questions or wrong solutions as correct. In addition, it was noticed that the prospective teachers could not give sufficient explanations on the reasons for the questions and solutions they thought were correct or wrong.

Keywords: content knowledge, triangle inequality, approach to error

GİRİŞ

Matematik dersi öğretim programı öğrenme alanlarından biri olan geometri, uzay ve şekil kavramlarını içerdiğinden öğrencilerin görsel algılarını ve sezgisel düşüncelerini geliştirmede; çevresindeki durumlara eleştirel ve yansıtıcı bir şekilde bakmalarında önemli rol oynamaktadır (Singer, Voica ve Pelczer, 2017; Türnüklü, Ergin ve Aydoğdu, 2017). Geometri sadece kurallardan ve anlamsız şekillerden oluşan bir alan değildir. Geometri, bireylerin çevresini daha gerçekçi bir şekilde tanımasını, değerlendirmesini ve analiz etmesini sağlayan; sezgi, kavram ve bilgiler kümesinden oluşan; aralarında anlamlı ilişkiler bulunduran bir öğrenme alanıdır. Öğrencilerin bu ilişkileri anlamlı kullanabilmesi için anlamlı öğrenmenin gerçekleştirilmesi gerekmektedir (Milli Eğitim Bakanlığı [MEB], 2018).

Anlamlı öğrenme dikkate alındığında geometriye verilen önemin daha da fazla olması tartışılmaz bir durumdur. Ülkemizde geometri öğretimi ile ilgili çalışmalara bakıldığında öğrencilerin geometriyi daha çok kurallar, semboller ve şekiller yığını olarak gördükleri; geometride kullanılan kavramlar arasında anlamlı ilişkiler kuramadıkları ve öğretmenlerin öğrencilere geometri konularını kavratmada sıkıntı yaşadıklarını belirten çalışmalara rastlanmaktadır (Geçici ve Aydın, 2019; Konyalıoğlu, 2013). Geometri öğretimine ilişkin yapılan bu çalışmalar da öğrenen ve öğreticilerin Öklid geometride zorlandıkları ve bu konuda kavram yanlışlarına sahip oldukları açıkça görülmektedir (Altaylı, Konyalıoğlu, Hızarcı ve Kaplan, 2014; Kaba, Boğazlıyan ve Daymaz, 2016; Şengül-Akdemir ve Türnüklü, 2017).

Geometri öğretiminde gerekli olan formüllerin öğretmen tarafından direk verilmesi ve ezberletilmesi, sadece ezberletilen formüllerin kullanılabileceği örneklerin sunulması; öğrencilerin geometride kavramları belirli ve sınırlı kalıplara yerleştirerek öğrenmelerine, bu kavramlar arasında sezgiler oluşturarak anlamlı ilişkiler kuramamalarına ve akıl yürütememelerine neden olmaktadır (Zeybek, 2019). Bu doğrultuda ilerleyen bir öğretimde öğrenciler, geometrideki konuları öğrenmekte daha çekingen ve daha isteksiz bir tutum geliştirmektedir. Bunun sonucunda öğrencilerin geometride pek çok hata yapmaları kaçınılmaz bir sorun haline gelmektedir (Tosun, 2019). Öğrenciler tarafından yapılan bu hatalar öğretmen tarafından tespit edilmeli ve öğrencilere bu hatalara yönelik eksik bilgilerin giderilebilmesi için öğretmen tarafından gerekli çalışmalar yapılmalıdır.

Öğretmenlerin öğrencilerinin yapmış oldukları hataları tespit etmesi ve bu hatalara olan yaklaşımı ise öğrenme ve öğretme süreçlerinde yer alan öğretmenin meslek bilgisine; yani alan bilgisi ve alan eğitimi bilgisine bağlıdır (Baki, 2018). Bir öğretmenin gerekli yeterliğe sahip olabilmesi için öncelikle alan bilgisi ön plandadır (Shulman, 1986). Matematik öğretim programında belirtilen anlamlı öğrenmenin gerçekleştirilebilmesi için öğrencilerin geometrik kavramlarla ilgili öğrenme güçlükleri ve yaptıkları hatalar tespit edilmelidir (Öçal, 2017). Bu durumun ancak öğretmenlerin meslek bilgisinin yeterli olması ile gerçekleşeceği açıktır (Ball,1990).

Matematik öğretiminde öğretmenlerin öğrenci hatalarını belirlemesi ve bu hatalara olan yaklaşımı oldukça önemlidir. Öğretmenler, öğrencilerin hatalarını tespit edip ve bu hataların yapıldığı kavramlar üzerinde çalışmazsa, öğrencilerin ileriki eğitimlerinde ve gelecekteki yaşantılarında matematik ile ilgili sorunlarla karşı karşıya gelip çözüm üretemeyeceği kaçınılmaz bir sorundur (Tall ve Razali, 1993). Matematik öğretimi içerisinde, geometri öğrenme alanı analitik düşünme becerisini gerektirmektedir (Akay ve Kurtuluş, 2017). Buna ek olarak matematiksel model oluşturmada, problem kurmada ve çözüme yaygın olarak kullanılmasına rağmen öğrenciler zorluk yaşamaya devam etmektedir (Çelebi-Akkaya, 2006).

Öğrencilerin geometri konularında hata yapmalarının ve kavram yanılgılarına sahip olmalarının sebepleri oldukça fazladır. Bu sebeplerden biri, geometrinin öğrenciler tarafından ezberlenmesi gereken kurallar ve şekiller bütünü olarak düşünülmesi ve matematik öğretmenlerinin derslerde bu önyargıları kaldıracak şekilde bir öğretim gerçekleştirmede zorluk yaşamalarıdır. Bu önyargılardan dolayı geometri öğreniminde genel başarı düşük olmaktadır (Konyalıoğlu, 2013). Bu bakımdan, geometri öğretiminde matematik öğretmeni adaylarının, öğrencilerin ön yargılarından, yaptıkları hatalardan haberdar olmaları, yapılan hatalar karşısında nasıl bir yaklaşım sergilemeleri gerektiği ve bu hataların nasıl giderildiğine ilişkin alan ve alan eğitimi bilgisine sahip olmaları daha da önemli bir hal almaktadır. Buna bağlı olarak, yapılan bu çalışmanın amacı matematik öğretmen adaylarının Öklid geometride üçgenlerde eşitsizlik konusundaki hatalı sorular ve çözümlere olan yaklaşımlarını derinlemesine incelemektir.

YÖNTEM

Araştırma Deseni

Nitel araştırma yaklaşımlarından kabul edilen durum çalışması yönteminde ilgili durum ya da durumlar hakkında derinlemesine inceleme yapıp, detaylı bir betimleme yapmak amaçlanır (McMillan ve Schumacher, 2010; Subaşı ve Okumuş, 2017). Bu çalışmada bireylerin üçgenlerde eşitsizlik konusundaki hatalara olan yaklaşımları durum olarak belirlenmiştir. Bu duruma karşı bakış açıları adayların “ne, nasıl, niçin” sorularına verdikleri cevaplar doğrultusunda detaylı bir şekilde incelenip, okuyucuya sunulmuştur (Yin, 1984).

Çalışma Grubu

Çalışmanın katılımcılarını İç Anadolu’da bir üniversitenin Matematik Öğretmenliği Programının üçüncü sınıfında öğrenim gören matematik öğretmeni adayları oluşturmuştur. Katılımcılar 43 kişidir. Ölçüt örnekleme, bir araştırmada problemle ilgili olarak belirlenen niteliklere sahip kişiler, olaylar veya durumlarla çalışma imkanı vermektedir (Yıldırım ve Şimşek, 2016). Araştırmada öğretmen adaylarının matematiğin

temelleri I-II, özel öğretim yöntemleri I derslerini almış olmaları hatalara karşı farklı bir bakış açısına sahip olabileceklerini düşündüğünden ölçüt olarak alınıp, bu ölçüte uygun bireyler tercih edilmiştir. Araştırmaya katılan öğretmen adayları $\bar{O}_1, \bar{O}_2, \dots, \bar{O}_{43}$ olarak kodlanmış ve bu kodlar kullanılarak veriler sunulmuştur.

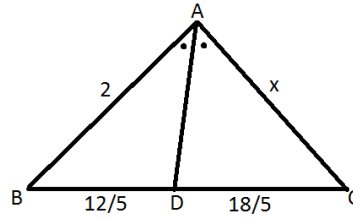
Veri Toplama Aracı ve Verilerin Toplanması

Araştırmada, veri toplama aracı altı tane sorudan oluşan bir bilgi testidir. Bilgi testinde verilen açık uçlu test sorularının tamamı Öklid geometride üçgenin temel ve yardımcı elemanları arası ilişkiden hareketle üçgen eşitsizliği kullanmayı gerektiren sorulardan oluşmaktadır. Bunlardan üç test sorusu, soru ifadeleri hatalı yazılmış sorular ile bunların sebepleri ve çözümlerinin istendiği, diğer üçü ise hatalı çözülmüş soruları içeren ve yapılan hatanın tespiti ve bunların sebeplerinin sorgulandığı sorulardan oluşmaktadır. Sorularda verilen hatalar fark edilemediğinde sorular doğruymuş gibi çözüme ulaşılabilmektedir. Fakat teknik olarak bu hatalı verilerle bu sorulardaki üçgenlerin çizilebilmesi mümkün değildir. Bu çalışma hata tespiti ana teması üzerinden öğretmen adaylarının üçgenlerde eşitsizlik konusundaki alan bilgilerini inceleme üzerine odaklanmıştır. Çalışma öğretmen adayları üzerinde yapıldığından uygulanan testteki hatalı soru ifadeleri ve hatalı çözümler araştırmacı tarafından üretilmiştir.

Veri toplama aracı olarak hazırlanan bilgi testi öğretmen adaylarına yazılı olarak sunulmuştur. Belirli bir süre kısıtlamasına gidilmemiştir. Öğretmen adaylarından sorulardaki ve yapılmış olan çözümlerdeki (varsa) hataları belirlemeleri ve bu hatanın sebebini gerekçeleri ile açıklamaları istenmiştir. Bununla birlikte soru ve/veya çözümün hatalı olduğunu düşünen adayların da kendince doğru olduğunu düşündükleri soru ve/veya çözümleri yapmaları istenmiştir.

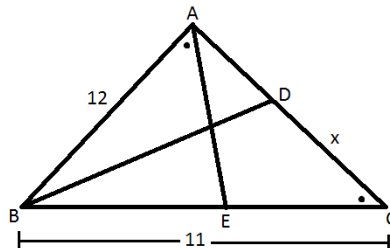
Öğretmen adaylarına verilen bilgi testindeki sorular aşağıda verilmiştir.

1. Aşağıdaki şekilde $[AD]$ açıortay, $|AB| = 2$ br, $|BD| = 12/5$ br ve $|DC| = 18/5$ br ise $|AC| = x$ uzunluğu kaç br dir?



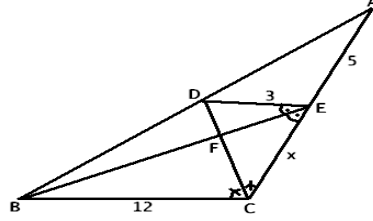
Çözüm: $\frac{2}{12/5} = \frac{x}{18/5} \Rightarrow x = 3$ br

2. Aşağıdaki soruda $|AB| = 12$ br, $|BC| = 11$ br, $m(\angle BAE) = m(\angle ECA)$ ve $m(\angle EAC) = m(\angle DBC)$ ise, $|AB| = x$ kenar uzunluğu kaç farklı tam sayı değeri alır?

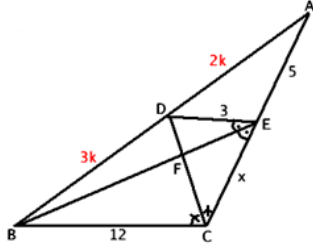


Çözüm: $12-11 < x < 12+11$
 $\Rightarrow 1 < x < 23$ olup 21 farklı tamsayı değeri alır.

3.

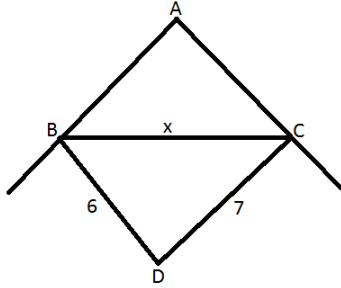


Çözüm:



ADE üçgeninde [EB] dış açıortay olduğundan $|BD|/3 = |BA|/5$ yazılır. ABC üçgeninde [CD] iç açıortay olduğundan $3k/12 = 2k/x + 5$ yazılır. Buradan $x=3$

4. Aşağıdaki şekilde [BD ve [CD dış açıortaylardır. $|BD| = 6$ br, $|CD| = 7$ br ise $|BC| = x$ in kaç farklı tam sayı değeri vardır?



Çözüm: BDC açısı dış açıortay özelliğinden, $m(BDC) = 90 - \frac{m(A)}{2}$ şeklinde hesaplanır. Yani BDC açısı dar açıdır. O halde,

$$x^2 < 6^2 + 7^2 \text{ ise } x^2 < 85 \text{(I)}$$

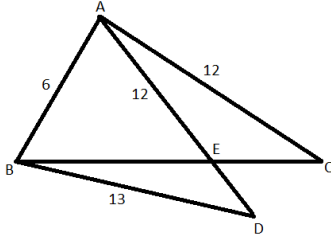
olmalıdır.

Üçgen eşitsizliğinden,

$$7-6 < x < 7+6 \text{ ise } 1 < x < 13 \text{(II)}$$

olur. (I) ve (II) den $x; 2,3,4,5,6,7,8,9$ bulunur.

5.



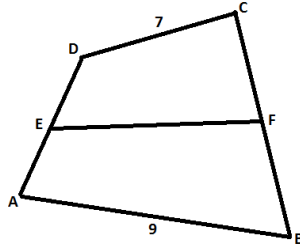
Yukarıdaki şekilde $|AC| = |AD| = 12$ br, $|AB| = 6$ br, $|BD| = 13$ br ve D noktası BAC açısının iç bölgesindedir. Buna göre $|BC| = x$ kaç farklı tamsayı değeri alır?

Çözüm: ABC üçgeninde üçgen eşitsizliği yazılırsa,

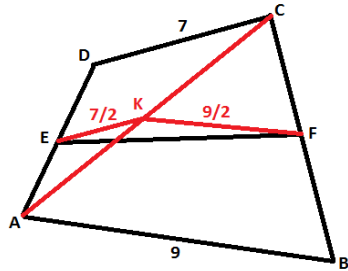
$$12 - 6 < x < 12 + 6 \Rightarrow 6 < x < 18$$

olur. O halde x ; 7,8,9,10,11,12,13,14,15,16,17 olabilir.

6. Aşağıdaki ABDC dörtgeninde, E ve F buldukları kenarların orta noktalarıdır. Buna göre $|EF|$ uzunluğunun alabileceği tamsayı değerlerinin toplamı kaçtır?



Çözüm:



Verilerin Analizi

Betimsel analiz, araştırmadan elde edilen verilerin hiçbir değişiklik yapılmadan özgün haline bağlı kalarak doğrudan alıntılarla okuyucuya sunulmasıdır (Miles ve Huberman, 1994). Betimsel analizde, önceden belirlenmiş bir çerçeveye bağlı kalarak nitel veriler işlenir, bulgular tanımlanır ve tanımlanan bulgular yorumlanır (Yıldırım ve Şimşek, 2016).

Bu çalışmada öğretmen adaylarının veri toplama aracı olarak kullanılan bilgi testine verdikleri cevaplar doğrultusunda elde edilen veriler, sorulardaki ve/veya soruların çözümlerindeki hataları belirleyebilmelerine ve bu hataların gerekçelerini açıklayabilmelerine göre kodlanarak, çalışmanın amacı doğrultusunda önceden belirlenen kategoriler altında sınıflandırılmıştır. Bilgi testinde verilen altı sorudan üç tanesinde sorularda hata olup çözüm yolunda herhangi bir sıkıntı bulunmamaktadır. Bu sorular bilgi testinde art arda verilmeyip, çözümlerde hata olan sorularla birlikte karma bir şekilde öğretmen adaylarına sunulmuştur. Bulguların analizinde ise hatalı olan sorularla, hatalı olan çözümler ayrı olarak analiz edilmiştir.

Analiz edilen veriler tablolar halinde sunulmuş ve yorumlanmıştır. Her kategori altında verilen cevaplar doğrudan alıntılarla desteklenmiştir. Matematik öğretmen adaylarına uygulanan testteki soruların özelliği gereği test verileri, konu ile ilgili soru kalıplarındaki ve çözümlerindeki hataları bulup sebeplerini doğru açıklayabilme biçiminde sınıflandırılmıştır. Daha sonra öğretmen adaylarının cevaplarından elde edilen verilerin frekansları hesaplanmış ve sebep ifadeleri analiz edilmiştir.

Güvenirlilik ve Geçerlik

Bu araştırmanın güvenirliğini sağlamak için öncelikle öğretmen adaylarına isimlerinin hiçbir şekilde kullanılmayacağı belirtilerek, rahat edebilecekleri bir sınıf ortamı oluşturulmuş ve cevaplarını ayrıntılı olarak verebilmeleri için belirli bir süre kısıtlamasına gidilmemiştir. Araştırmanın amacı doğrultusunda öğretmen adaylarıyla uygun oldukları ve istedikleri bir zaman diliminde, gerekli süreyi tanıyarak çalışma yapılmıştır. Böylece öğretmen adaylarından daha doğru cevaplar alınmaya çalışılmıştır.

Araştırmanın Etik İzinleri

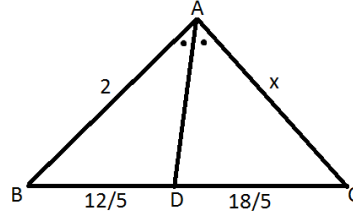
Bu çalışmada “Yüksek Öğretim Kurumlarının Bilimsel Araştırma ve Yayın Etiği Yönergesi” kapsamında belirtilen tüm kurallara uyulmuştur. Yönergenin ikinci bölümünde yer alan “Bilimsel Araştırma ve Yayın Etiğine Aykırı Eylemler” başlığı altında belirtilen eylemler gerçekleştirilmemiştir. Bu çalışma için Nevşehir Hacı Bektaş Veli Üniversitesi Etik Kurulunun 22.09.2020 tarih ve E.17647 sayılı kararında etik açıdan uygunluk kararı verilmiştir.

BULGULAR

Bu bölümde, öğretmen adaylarının; verilen hatalı soru ve çözümleri tespit edebilme ve bu hataların gerekçelerine yönelik yaptıkları açıklamaların analizinden elde edilen bulgular yer almaktadır. Bu doğrultuda, öğretmen adaylarının cevaplarından elde edilen veriler, önceden belirlenen çerçeveye göre gruplandırılarak frekans değerleri hesaplanmış ve her bir soruya ilişkin değerler aşağıda tablo halinde sunulmuştur. Ayrıca öğretmen adaylarının soru ve çözümlerdeki hataların gerekçelerine ilişkin verdikleri cevaplar doğrudan alıntılarla desteklenmiştir.

Veri toplama aracının ilk sorusu üçgende iç açıortay sorusu olarak aşağıda verilmiştir.

1. Aşağıdaki şekilde [AD] açıortay, $|AB|=2$ br, $|BD|=12/5$ br ve $|DC|=18/5$ br ise $|AC|=x$ uzunluğu kaç br dir?



Çözüm: $\frac{2}{\frac{12}{5}} = \frac{x}{\frac{18}{5}} \Rightarrow x = 3$ br

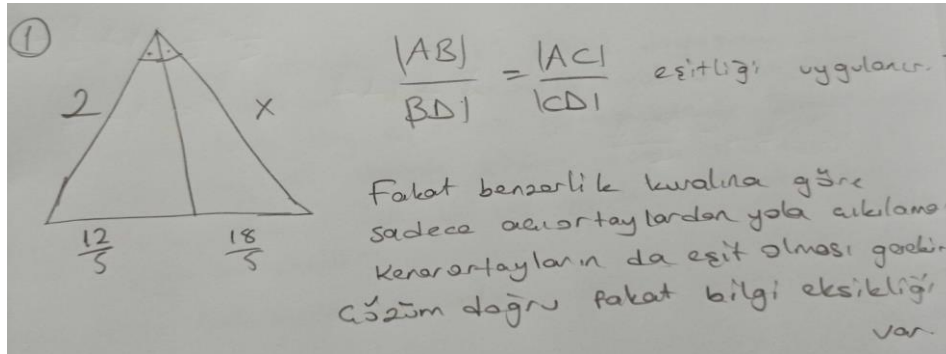
Yukarıda verilen soruya bakıldığında çözüm doğru yapılmıştır. Fakat soru hatalıdır. Çünkü dikkatli incelendiğinde soruda verilen değerlere göre üçgenin kenar uzunlukları üçgen eşitsizliğini sağlamamaktadır. Bu soru ile ilgili öğretmen adaylarının değerlendirdikleri soru kalıbı ve çözüme ait bulgular Tablo 1’de yer almaktadır.

Tablo 1.

Öğretmen Adaylarının 1. Soru Ve Çözüme İlişkin Cevapları

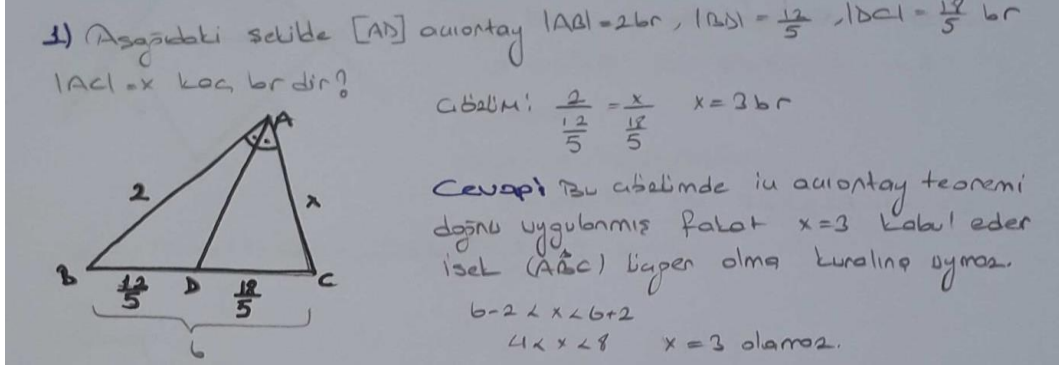
	Öğretmen Adayları	f
Soru ve Çözüm doğrudur	Ö ₁ , Ö ₂ , Ö ₃ , Ö ₄ , Ö ₅ , Ö ₆ , Ö ₇ , Ö ₈ , Ö ₁₀ , Ö ₁₁ , Ö ₁₂ , Ö ₁₄ , Ö ₁₆ , Ö ₁₇ , Ö ₁₈ , Ö ₁₉ , Ö ₂₀ , Ö ₂₁ , Ö ₂₂ , Ö ₂₃ , Ö ₂₄ , Ö ₂₅ , Ö ₂₆ , Ö ₂₇ , Ö ₂₈ , Ö ₂₉ , Ö ₃₀ , Ö ₃₁ , Ö ₃₂ , Ö ₃₄ , Ö ₃₅ , Ö ₃₆ , Ö ₃₇ , Ö ₃₈ , Ö ₃₉ , Ö ₄₀ , Ö ₄₁ , Ö ₄₂ , Ö ₄₃	40
Soru hatalıdır	Ö ₉ , Ö ₁₃ , Ö ₁₅	3
Çözüm hatalıdır		

Tablo 1’deki veriler incelendiğinde birinci soruda sorulan üçgende iç açıortay teoreminin uygulanması gereken soruyu ve yapılan çözümü doğru kabul eden 40 öğretmen adayı; sorunun hatalı olduğunu kabul eden ise sadece üç öğretmen adayı bulunmaktadır. Bununla birlikte hiçbir öğretmen adayı çözümün hatalı olduğunu belirtmemiştir. Soru ve çözümün doğru olduğunu kabul eden öğretmen adaylarından sadece bir tanesi (Ö₂₃) soruda bilgi eksikliği olduğunu dile getirmiştir. Öğretmen adayının bu soru ile ilgili düşüncesi aşağıda verilmiştir.

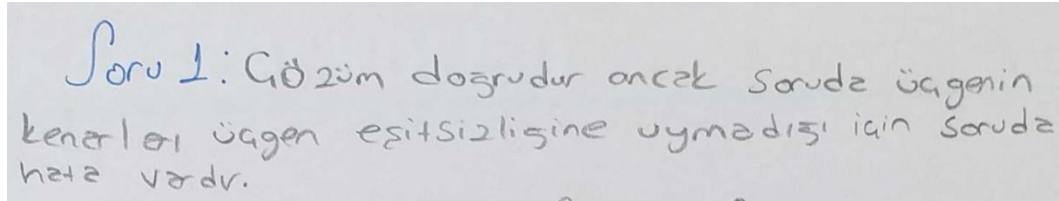


Şekil 1. Ö₂₃ ‘ün 1. Soru İle İlgili Düşüncesi

Öğretmen adaylarından sorunun hatalı olduğunu söyleyen üç öğretmen adayının cevaplarına bakıldığında ise gerekçe olarak çözüm yolunun doğru olduğunu fakat çıkan sonuca göre soruda hata olduğunu, verilen verilerin üçgen eşitsizliğine uymadığını belirttikleri görülmüştür. Aşağıda öğretmen adaylarının birkaçının sorunun neden hatalı olduğunu söyledikleri gerekçeleri verilmiştir.

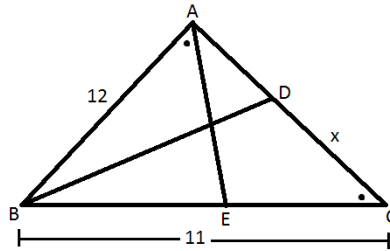


Şekil 2.Ö₁₃ 'ün 1. Soru İle İlgili Düşüncesi



Şekil 3.Ö₉ 'un 1. Soru İle İlgili Düşüncesi

2. Aşağıdaki soruda $|AB|=12$ br, $|BC|=11$ br, $m(\angle BAE)=m(\angle ECA)$ ve $m(\angle EAC)=m(\angle DCB)$ ise, $|AC|=x$ kenar uzunluğu kaç farklı tam sayı değeri alır?



Çözüm: $12-11 < x < 12+11$

$\Rightarrow 1 < x < 23$ olup 21 farklı tamsayı değeri alır.

Öğretmen adaylarına sorulan ikinci soruya bakıldığında üçgen eşitsizliğinde aç-kenar-açı ilişkisini irdelemeleri istenmiştir. Soru ve çözüme bakıldığında çözümde herhangi bir yanlışlık yoktur. Fakat soru dikkatli incelendiğinde büyük açı karşısına kısa kenar gelmektedir. Bu yüzden de soru kalıbında hata bulunmaktadır. Adayların ikinci soru ve çözümünü irdeleyerek verdikleri cevaplar Tablo 2' de sunulmuştur.

Tablo 2.

Öğretmen Adaylarının 2. Soru Ve Çözümüne İlişkin Cevapları

	Öğretmen Adayları	f
Soru ve çözüm doğrudur	Ö ₂ , Ö ₉ , Ö ₁₁ , Ö ₁₄ , Ö ₁₆ , Ö ₂₁ , Ö ₂₅ , Ö ₂₈ , Ö ₃₇ , Ö ₃₈ , Ö ₄₀ , Ö ₄₂	12
Soru hatalıdır	Ö ₁ , Ö ₃ , Ö ₄ , Ö ₆ , Ö ₈ , Ö ₁₀ , Ö ₁₂ , Ö ₁₃ , Ö ₁₇ , Ö ₁₈ , Ö ₁₉ , Ö ₂₀ , Ö ₂₂ , Ö ₂₃ , Ö ₂₆ , Ö ₂₇ , Ö ₂₉ , Ö ₃₀ , Ö ₃₁ , Ö ₃₂ , Ö ₃₃ , Ö ₃₄ , Ö ₃₅ , Ö ₃₆ , Ö ₃₉ , Ö ₄₃	26
Çözüm hatalıdır	Ö ₅ , Ö ₇ , Ö ₁₅ , Ö ₂₀ , Ö ₂₄ , Ö ₄₁	6

Yukarıda Tablo 2’de verilen değerlere bakıldığında ikinci soru için; 12 öğretmen adayı soru ve çözümü doğru kabul ederken; 25 öğretmen adayı sorunun hatalı olduğunu, beş öğretmen adayı ise çözümün hatalı olduğunu kabul etmiştir. Bununla birlikte bir öğretmen adayı (Ö₂₀) hem sorunun hatalı olduğunu hem de çözümün hatalı olduğunu belirtmektedir. Bu durum da tabloda öğretmen adayının her iki kodda yer alması ile gösterilmiştir. Soru ve çözümün doğru olduğunu belirten öğretmen adayları verilen soru ve çözümü direk kabul ettikleri için hiçbir yorum ve gerekçe belirtmemişlerdir. Sorunun hatalı olduğunu kabul eden 26 öğretmen adayı gerekçe olarak üçgende açı kenar bağıntısına göre büyük açının karşısına büyük kenarın gelmesi gerektiğini vurgulamışlardır. Verilen soruda büyük açı karşısına kısa kenarın geldiğini bu yüzden de sorunun hatalı olduğunu söylemişlerdir. Çözümün hatalı olduğunu kabul eden diğer altı öğretmen adayının iki tanesi (Ö₇ ve Ö₁₅) çözümün eksik olduğunu, üç tanesi (Ö₅, Ö₂₄ ve Ö₄₁) ise çözüm işlemlerinde hata olduğunu belirtmiş ve farklı bir çözüm yolunu kullanmışlardır. Geri kalan bir öğretmen adayı (Ö₂₀) sorunun hatalı olduğunu kabul etmiş ve hatanın büyük açı karşısına küçük kenar geldiği için olduğunu vurgulamıştır. Soru hatalı olduğu için yapılan çözümü de hatalı kabul etmiştir. Öğretmen adaylarının ikinci soruya ilişkin verdikleri cevapların gerekçelerin bazıları aşağıda sunulmuştur.

2-) $\triangle BAD$ bir ikizkenar üçgendir. Bu özellikten dolayı $m(\widehat{BDA}) < 90^\circ$ dir. Bu açının bütünü olan $m(\widehat{BDC}) > 90^\circ$ olmak zorundadır. Yani $m(\widehat{BDC})$ bir geniş açıdır.

2. Aşağıdaki soruda $|AB|=12$ br, $|BC|=11$ br, $m(\widehat{BAE})=m(\widehat{ECA})$ ve $m(\widehat{EAC})=m(\widehat{DBC})$ ise, $|AB|=x$ kenar uzunluğu kaç farklı tam sayı değeri alır?

Çözüm: $12 - 11 < x < 12 + 11 \Rightarrow 1 < x < 23$ olup 21 farklı tamsayı değeri alır.

$|BC|$ 'ye 12'den büyük bir değer verirsek 13 gibi o zaman $13 - 11 < x < 13 + 11 \Rightarrow 2 < x < 24$ olup 21 farklı değer alır

Şekil 4.Ö₄ 'ün 2. Soru İle İlgili Düşüncesi

2. Aşağıdaki soruda $|AB|=12$ br, $|BC|=11$ br, $m(\angle BAE)=m(\angle ECA)$ ve $m(\angle EAC)=m(\angle DBC)$ ise, $|AB|=x$ kenar uzunluğu kaç farklı tam sayı değeri alır?

Soruda hata yok.

Çözüm: $12-11 < x < 12+11 \Rightarrow 1 < x < 23$ olup 21 farklı tam sayı değeri alır.

Cözümde elistik var bu kısım doğru fakat bu çözümün yapılabildiği için $|BD|$ bilinmeli açılarla da $|BD|=12$ br olarak buldum. $|BD|$ bulunduğundan sonra $12-11 < x < 12+11 \Rightarrow 1 < x < 23$ 21 farklı tam sayı değeri vardır denilir.

Şekil 5.Ö₇'nin 2. Soru İle İlgili Düşüncesi

⇒ Çözüm hatasıdır.

Doğru çözüm:

Benzer açılara nispetlendirme yapıldığında $\triangle BAD$ çögeni ikizkenar çögen olur. İkizkenar çögenin dik indirtileninde $|BC|=11$ br hipotenüs olur. x en fazla 10 tam sayı değerini alabilir. Çögen eşitsizliğinden de en küçük tam sayı değeri bulunur.

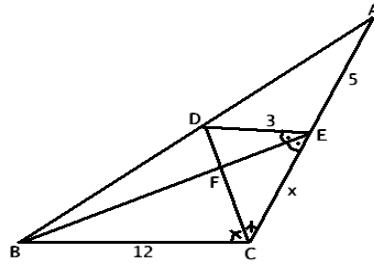
$12-11 < x < 11$
 $1 < x < 11$

$= 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10$ tam sayı değerleri olabilir.

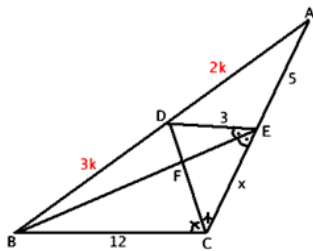
9 farklı tam sayı değeri

Şekil 6.Ö₄₁'in 2. Soru İle İlgili Düşüncesi

3. Aşağıdaki şekilde verilenlere göre x kaçtır?



Çözüm:



ADE üçgeninde $[EB]$ dış açıortay olduğundan $|BD|/3 = |BA|/5$ yazılır. ABC üçgeninde $[CD]$ iç açıortay olduğundan $3k/12 = 2k/x + 5$ yazılır. Buradan $x=3$ bulunur.

Öğretmen adaylarına sorulan üçüncü soruda soru ve çözüme bakıldığında, çözümde hiçbir sıkıntı yoktur. Fakat soruya dikkatli bakıldığında dış açıortay ve iç açıortay teoremlerinden değerlerde hata olduğu görülmektedir. Bu yüzden burada soru hatalıdır. Üçüncü soru ve çözümünün hatalı olup olmadığına ilişkin verilen cevaplara ait tablo aşağıda verilmiştir.

Tablo 3.

Öğretmen Adaylarının 3. Soru ve Çözüme İlişkin Cevapları

	Öğretmen Adayları	f
Soru ve Çözüm doğrudur	Ö ₁ , Ö ₂ , Ö ₃ , Ö ₄ , Ö ₅ , Ö ₆ , Ö ₇ , Ö ₈ , Ö ₉ , Ö ₁₀ , Ö ₁₁ , Ö ₁₂ , Ö ₁₄ , Ö ₁₆ , Ö ₁₇ , Ö ₁₈ , Ö ₁₉ , Ö ₂₀ , Ö ₂₁ , Ö ₂₂ , Ö ₂₃ , Ö ₂₄ , Ö ₂₅ , Ö ₂₆ , Ö ₂₇ , Ö ₂₈ , Ö ₂₉ , Ö ₃₀ , Ö ₃₁ , Ö ₃₂ , Ö ₃₃ , Ö ₃₅ , Ö ₃₆ , Ö ₃₇ , Ö ₃₈ , Ö ₃₉ , Ö ₄₀ , Ö ₄₁ , Ö ₄₂ , Ö ₄₃	40
Soru hatalıdır	Ö ₁₅	1
Çözüm hatalıdır	Ö ₁₃ , Ö ₃₄	2

Öğretmen adaylarının üçüncü soruya verdikleri cevaplara göre Tablo 3 düzenlenmiştir. Tablomuzaya bakıldığında 40 öğretmen adayı yazılan bu soru ve çözümde herhangi bir hata görememişler soruyu ve çözümü doğru kabul etmişlerdir. Diğer bir öğretmen adayı (Ö₁₅) soruyu hatalı bulurken iki öğretmen adayı (Ö₁₃, Ö₃₄) ise çözümü hatalı bulmuşlardır. Soruyu hatalı bulan öğretmen adayı direk soruyu hatalı olarak belirtmemiştir. Fakat şeklin yanlış olduğunu belirtip, verilen değerler karşılığında x'in bulunan değeri ile birlikte böyle bir üçgen çizilemeyeceğini yazmıştır. Bu duruma bağlı olarak öğretmen adayının bu şekildeki cevabı tabloda soru hatalıdır kodunda verilmiştir. Çözümü hatalı bulan iki öğretmen adayı ise x=15 değerini bulmuşlardır. Fakat bu sonucun verilen soruda üçgen olma şartını sağlamadığını dikkat etmemişlerdir. Bu yüzden gerekçe olarak buldukları çözüm de hatalıdır. Öğretmen adaylarının hataların sebeplerine ilişkin söyledikleri bulgular aşağıda verilmiştir.

* Sorunun çözüm yolu doğrudur. Soruda da hata yoktur. Şekil yanlıştır.
* Dış açıortay ve iç açıortay teoremleri kullanarak x=3 olarak bulunuz.
* x=3 olduğundan dolayı (DEC) ikizkenar üçgen olur. [EF] iç açıortay olduğu için [DC] kenarına diktir. (ikizkenar üçgenin özelliğinden dolayı) ve aynı zamanda [EF], [DC] ni eşit iki parçaya böler.
* (DFE) ve (BFC) de benzerlik uyguladığımız zaman $\frac{3}{12} = \frac{[DF]}{[FC]}$ [DF]=[FC] olduğu için $\frac{3}{12} = 1$ (?)
* Böyle bir üçgen çizilemez. Şekilde hata vardır. Eğer şekil doğru çizilseydi sorunun çözüm yolu ve cevabı doğru olacaktı.

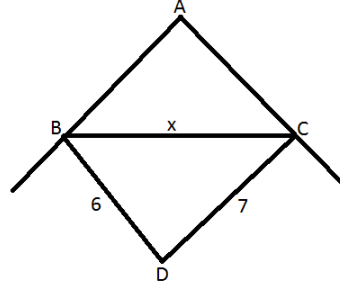
Şekil 7. Ö₁₅ 'in 3. Soru İle İlgili Düşüncesi

$$\frac{3}{12} = \frac{5}{5+x}$$
$$\frac{1}{4} = \frac{5}{5+x}$$

x=15 bulunur.

Şekil 8. Ö₃₄ 'ün 3. Soru İle İlgili Düşüncesi

4. Aşağıdaki şekilde [BD ve [CD dış açıortaylardır. $|BD| = 6$ br, $|CD| = 7$ br ise $|BC| = x$ in kaç farklı tam sayı değeri vardır?



Çözüm: BDC açısı dış açıortay özelliğinden, $m(BDC) = 90 - \frac{m(A)}{2}$ şeklinde hesaplanır. Yani BDC açısı dar açıdır. O halde,

$$x^2 < 6^2 + 7^2 \text{ ise } x^2 < 85 \text{(I)}$$

olmalıdır.

Üçgen eşitsizliğinden,

$$7-6 < x < 7+6 \text{ ise } 1 < x < 13 \text{(II)}$$

olur. (I) ve (II) den x ; 2,3,4,5,6,7,8,9 bulunur.

Dördüncü soru altında verilen soru ve çözüm incelendiğinde soruda herhangi bir hata bulunmazken çözümde eksiklik vardır. Soruda verilen bilgilere göre üçgenin dar açılı olduğu bilgisine ulaşılmalı ve çözüm daha ayrıntılı yapılmalıdır. Öğretmen adaylarının bu soru ve çözümde hata olup olmadığına ilişkin cevapları Tablo 4 de sunulmuştur.

Tablo 4.

Öğretmen Adaylarının 4. Soru ve Çözüme İlişkin Cevapları

	Öğretmen Adayları	f
Soru ve Çözüm doğrudur	Ö ₁ , Ö ₃ , Ö ₄ , Ö ₆ , Ö ₇ , Ö ₉ , Ö ₁₀ , Ö ₁₁ , Ö ₁₂ , Ö ₁₄ , Ö ₁₅ , Ö ₁₆ , Ö ₁₈ , Ö ₁₉ , Ö ₂₀ , Ö ₂₁ , Ö ₂₂ , Ö ₂₄ , Ö ₂₅ , Ö ₂₆ , Ö ₂₈ , Ö ₂₉ , Ö ₃₀ , Ö ₃₁ , Ö ₃₃ , Ö ₃₄ , Ö ₃₆ , Ö ₄₂ , Ö ₄₃	29
Soru hatalıdır	Ö ₂ , Ö ₈ , Ö ₁₇ , Ö ₂₇ , Ö ₃₇ , Ö ₃₈ , Ö ₃₉ , Ö ₄₀ , Ö ₄₁	9
Çözüm hatalıdır	Ö ₅ , Ö ₈ , Ö ₁₃ , Ö ₂₃ , Ö ₃₂ , Ö ₃₅	6

Tabloya bakıldığında 29 öğretmen adayı soru ve çözümde herhangi bir hata görememiş ve doğru olduğunu kabul etmişlerdir. Sekiz öğretmen adayı sorunun hatalı olduğunu belirtirken, beş öğretmen adayı da çözümün hatalı olduğunu belirtmiştir. Geri kalan bir öğretmen adayı ise hem soruda hem de çözümde hata olduğunu söylemiştir. Sorunun hatalı olduğunu belirten öğretmen adayları gerekçe olarak soruda yazılan ışının doğru parçası olarak yazılması gerektiğini vurgulamışlardır. Bunun harici soruda ve çözümde hata olmadığını yazmışlardır. Çözümün hatalı olduğunu belirten öğretmen adayları ise üçgenin dar açılı olduğuna dikkat edilmediğini ve bu durum dikkate alınarak çözüme gidildiğinde alınan değerlerin farklı olduğunu belirtmişlerdir. Hem soruyu hem de çözümü hatalı gören öğretmen adayı (Ö₈) ise soruda $|BC|$ kenarını tam sayı istediğini fakat çözümün bu şekilde çıkmadığını belirtmiştir. Bu yüzden de hem soruyu hem de çözümü hatalı kabul etmiştir. Öğretmen adaylarının dördüncü soru ve çözümdeki buldukları hatalara ilişkin düşündükleri gerekçelerden bazıları aşağıda verilmiştir.

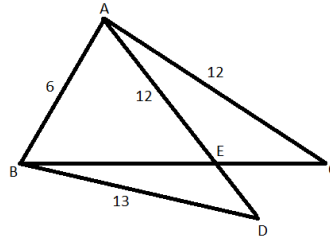
Soruda $|BC|$ kenarının uzunluğunun tam sayı olmasını istiyor.
ve yaptığım çözümden $x=13a$ oluyor.
 \hat{D} açısı 90° küçük olduğunda $x^2 < b^2 + r^2$ olur.
Ayrıca (\hat{BDC}) üçgeninde üçgen eşitsizliği yaparsak
 $1 < x < 13$ oluyor. Yani x $(1,9]$ aralığındaki tam sayıları kapsar.
Ama soruda x 'in tam sayı olmasını istediği için
 x 13'ün katı olmalı, burada da karşımıza şu çıkıyor.
 \hat{D} açısı 90° küçük olduğu için x 13'ün katı olamaz.
Yani soru ve çözüm yanlıştır.

Şekil 9.Ö₈ 'in 4. Soru İle İlgili Düşüncesi

Soruda $[BD]$ ve $[CD]$
gösterimleri yanlıştır.
 $[BD]$ ve $[CD]$ doğru
parçasıdır. İşin değildir.

Şekil 10.Ö₄₀ 'in 4. Soru İle İlgili Düşüncesi

5.



Yukarıdaki şekilde $|AC|=|AD|=12$ br, $|AB|=6$ br, $|BD|=13$ br ve D noktası BAC açısının iç bölgesindedir. Buna göre $|BC|=x$ kaç farklı tamsayı değeri alır?

Çözüm: ABC üçgeninde üçgen eşitsizliği yazılırsa,

$$12-6 < x < 12+6 \Rightarrow 6 < x < 18$$

olur. O halde x ; 7,8,9,10,11,12,13,14,15,16,17 olabilir.

Öğretmen adaylarına sorulan beşinci soruya bakıldığında soruda herhangi bir hata yoktur. Çözüme bakıldığında ise eksiklik vardır. Burada üçgenin geniş açı olduğuna ulaşılmalı ve çözüm daha ayrıntılı yapılmalıdır. Öğretmen adaylarının beşinci soru ve çözümde hata olup olmadığına ilişkin verdikleri cevaplar Tablo 5 de verilmiştir.

Tablo 5.

Öğretmen Adaylarının 5. Soru ve Çözümüne İlişkin Cevapları

	Öğretmen adayları	f
Soru ve çözüm doğrudur	Ö ₉ , Ö ₁₁ , Ö ₂₃ , Ö ₃₂ , Ö ₃₄ ,	5
Soru hatalıdır	Ö ₁₅	1
Çözüm hatalıdır	Ö ₁ , Ö ₂ , Ö ₃ , Ö ₄ , Ö ₅ , Ö ₆ , Ö ₇ , Ö ₈ , Ö ₁₀ , Ö ₁₂ , Ö ₁₃ , Ö ₁₄ , Ö ₁₆ , Ö ₁₇ , Ö ₁₈ , Ö ₁₉ , Ö ₂₀ , Ö ₂₁ , Ö ₂₂ , Ö ₂₄ , Ö ₂₅ , Ö ₂₆ , Ö ₂₇ , Ö ₂₈ , Ö ₂₉ , Ö ₃₀ , Ö ₃₁ , Ö ₃₃ , Ö ₃₅ , Ö ₃₆ , Ö ₃₇ , Ö ₃₈ , Ö ₃₉ , Ö ₄₀ , Ö ₄₁ , Ö ₄₂ , Ö ₄₃	37

Tablo 5'e bakıldığında üçgen eşitsizliği ile ilgili sorulan beşinci soru ve çözümünde herhangi bir hata görmeyen beş öğretmen adayı bulunmaktadır. Bununla birlikte bu soruda hata olduğunu iddia eden bir öğretmen adayı bulunurken, çözümde hata olduğunu iddia eden 37 öğretmen adayı bulunmaktadır. Sorunun hatalı olduğunu belirten öğretmen adayı (Ö₁₅) soruda kavram hatası olduğunu söylemiştir. Çözümün hatalı olduğunu belirten öğretmen adaylarının tamamı soruda üçgenin geniş açısı olduğunu dikkat etmiştir. Fakat buna karşın öğretmen adaylarından 19 tanesi (Ö₁₄, Ö₁₆, Ö₁₇, Ö₁₉, Ö₂₀, Ö₂₁, Ö₂₅, Ö₂₆, Ö₂₇, Ö₂₈, Ö₂₉, Ö₃₃, Ö₃₆, Ö₃₇, Ö₃₈, Ö₃₉, Ö₄₀, Ö₄₁, Ö₄₂) x için 3 değer alabileceğine ilişkin çözüme ulaşırken, 18 tanesi de (Ö₁, Ö₂, Ö₃, Ö₄, Ö₅, Ö₆, Ö₇, Ö₈, Ö₁₀, Ö₁₂, Ö₁₃, Ö₁₈, Ö₂₂, Ö₂₄, Ö₃₀, Ö₃₁, Ö₃₅, Ö₄₃) x için 4 değer alabileceğine ilişkin çözüme ulaşmıştır. Bu durumun öğretmen adaylarının verdikleri cevaplardan; m(BAD) açısını dik açı olarak kabul edip, |AB| kenarını 5 olarak aldıkları için olduğu açıkça görülmektedir. Öğretmen adaylarının beşinci soru ve çözümde hata belirledikleri hataların gerekçelerin bazıları aşağıda verilmiştir.

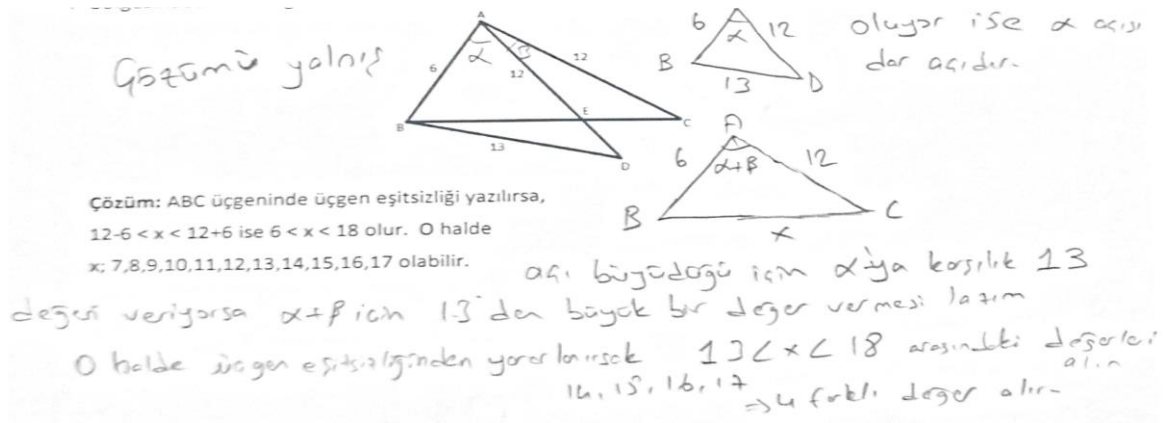
* Soruda kavram hatası vardır. Çünkü [BA] ve [AC] eğer 15'in olsaydı BAC açısının iç bölgesi diyebilirdik.
 * BÂD ve BÂC üçgenlerinin 2 kenarları eşit olduğu için benzerlikten [BC] da 13 br olur.
 * D noktası bu yüzden C noktasının üzerinde olabilir.
 * D noktası BÂC iç bölgesinde değildir. Dış bölgesinde olabilir.

Şekil 11. Ö₁₅'in 5. Soru İle İlgili Düşüncesi

Soru 4) Çözüm ve cevap yanlış. Sorudaki BC'nin karşısındaki m(ABC) açısının, geniş açı mıdır açısı olduğunu bulmak önemlidir. Onu bulup öyle yazmalıyız.
 |AB|=5, |BD|=13
 Soruya bakılınca 5-12-13 ötel üçgeni bariz görünmektedir. Bu yüzden m(BÂD) = 90° m(EÂC) = x derece
 m(BÂC) = 90 + x yani geniş açı olur. Eğer 90° olsaydı BÂC açısı |BC| = 13 olurdu. Ama 90° den büyük açı olduğu için üçgen eşitsizliğini şöyle yazmalıyız.
 $13 < |BC| < 5 + 12 \Rightarrow 13 < |BC| < 17$, BC ⇒ 3 farklı tam sayı değer alır.

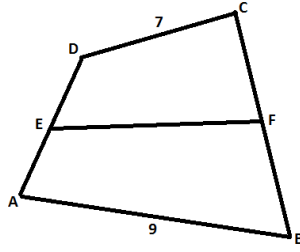
Şekil 12. Ö₃₆'nın 5. Soru İle İlgili Düşüncesi

Gedik Altun, S.D. (2020). Öğretmen adaylarının öklid geometride hatalara yaklaşımlarının incelenmesi, 44-66.

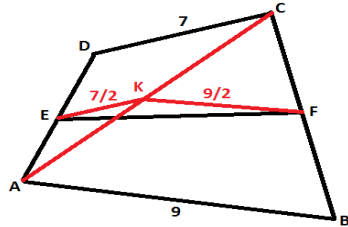


Şekil 13.Ö₁₀ 'un 5. Soru İle İlgili Düşüncesi

6. Aşağıdaki ABDC dörtgeninde, E ve F buldukları kenarların orta noktalarıdır. Buna göre |EF| uzunluğunun alabileceği tamsayı değerlerinin toplamı kaçtır?



Çözüm:



Yukarıda verilen soruda ABCD dörtgeni yamuk olursa |EF| uzunluğu 8 br olur. Yani |EF| nin alabileceği değerler arasında 8 br de olmalıdır. Sorunun çözümünde ABCD dörtgeninin yamuk olacağı düşünülmemiştir. Bu yüzden de tamsayı değerleri toplamı 27 olarak verilmiştir. Burada soru doğrudur fakat çözüm hatalıdır. Öğretmen adaylarının Tablo 6' da soru ve çözümdeki hataları tespitlerine ilişkin cevapları verilmiştir.

Tablo 6.

Öğretmen Adaylarının 6. Soru ve Çözüme İlişkin Cevapları

			Öğretmen adayları	f
Soru ve Çözüm doğrudur	ve	Çözüm	Ö ₂ , Ö ₅ , Ö ₆ , Ö ₇ , Ö ₈ , Ö ₉ , Ö ₁₀ , Ö ₁₁ , Ö ₁₄ , Ö ₁₅ , Ö ₁₆ , Ö ₁₇ , Ö ₁₈ ,	22
			Ö ₂₁ , Ö ₂₅ , Ö ₂₇ , Ö ₂₈ , Ö ₃₀ , Ö ₃₂ , Ö ₃₄ , Ö ₃₇ , Ö ₄₂	
Soru hatalıdır				
Çözüm hatalıdır	ve	Çözüm	Ö ₁ , Ö ₃ , Ö ₄ , Ö ₁₂ , Ö ₁₃ , Ö ₁₉ , Ö ₂₀ , Ö ₂₂ , Ö ₂₃ , Ö ₂₄ , Ö ₂₆ , Ö ₂₉ , Ö ₃₁ ,	21
			Ö ₃₃ , Ö ₃₅ , Ö ₃₆ , Ö ₃₈ , Ö ₃₉ , Ö ₄₀ , Ö ₄₁ , Ö ₄₃ ,	

Yukarıdaki tabloya bakıldığında 22 öğretmen adayı soru ve çözümde herhangi bir hata bulamadıklarını belirtmiştir. Bunların içinden 16 öğretmen adayı (Ö₂, Ö₅, Ö₆, Ö₇, Ö₉, Ö₁₀, Ö₁₄, Ö₁₅, Ö₁₈, Ö₂₁, Ö₂₅, Ö₂₈, Ö₃₀, Ö₃₂, Ö₃₇, Ö₄₂) çözümün eksik olduğunu belirtip tamamladıklarını söylemiştir. Fakat soruda şekilde gösterilen değerleri sadece işleme döktükleri için bu öğretmen adayları “Soru ve Çözüm doğrudur” kodunda belirtilmiştir. 21 öğretmen adayı ise çözümün hatalı olduğunu söylemiştir. Bu öğretmen adaylarından 20 tanesi gerekçe olarak verilen şekilde $|EK|$ ve $|KF|$ nin doğrusal olabileceğini bu yüzden uzunluğun sekiz de olabileceğini belirtip tam sayı değer toplamını 35 bulmuşlardır. Bir öğretmen adayı (Ö₂₆) ise paralellığı belirterek $m(EKF)$ 'nin geniş açı olduğunu göz önüne alarak farklı bir çözüm yolu sunmuştur. Öğretmen adaylarının soru ve çözüme ilişkin sundukları gerekçelerden bazıları aşağıdadır.

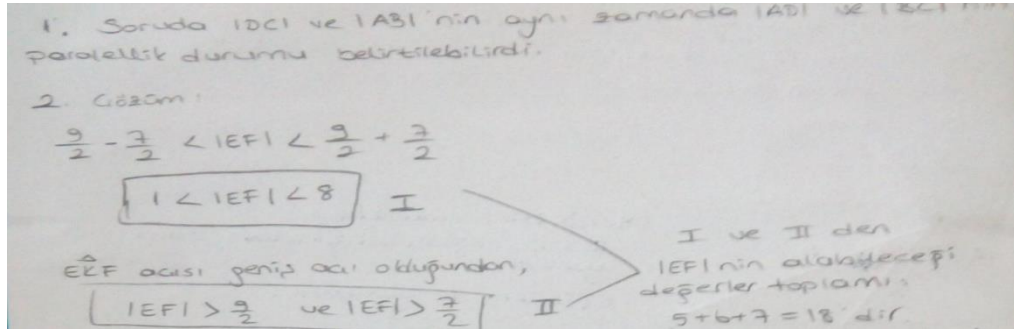
Soru doğrudur. Çözüm eksiktir. Çözümün devamında EKF üçgeninde, üçgen eşitsizliği pılması gerekirdi. Yani ;

$$\frac{9}{2} - \frac{7}{2} < x < \frac{7}{2} + \frac{9}{2}$$

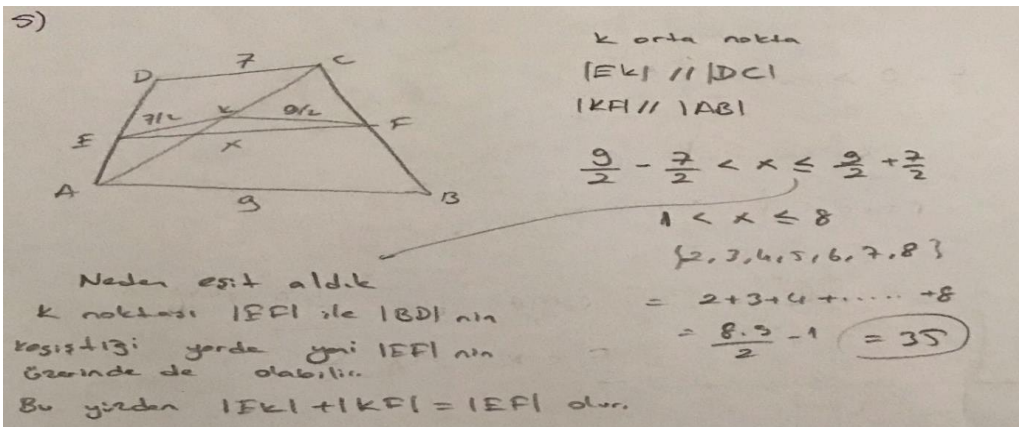
$$1 < x < 8$$

$x = 2, 3, 4, 5, 6, 7$ olmalıdır. x 'in alabileceği tam sayı değerlerinin toplamı ise 27'dir.

Şekil 14.Ö₆'nın 6. Soru ile İlgili Düşüncesi



Şekil 15.Ö₂₆ 'nın 6. Soru İle İlgili Düşüncesi



Şekil 16.Ö₃₃ 'ün 6. Soru İle İlgili Düşüncesi

TARTIŞMA ve SONUÇ

Bu çalışmada matematik öğretmen adaylarının Öklid geometri konusunda hazırlanan altı soruluk bilgi testinde yer alan hataları belirleyebilme ve bu hataların gerekçelerini anlamlı bir şekilde açıklayabilme durumları incelenmiştir. Araştırmacı, bu testte her bir soru için çözüm gerçekleştirmiştir. Bilgi testinde verilen soru ve çözümlerin üç tanesinde soru hatalı iken üç tanesinde de çözüm hatalı olarak sunulmuştur. Hatalı sorular ve çözümler öğretmen adaylarına karışık bir şekilde sunulmuştur. Bilgi testinde verilen soru ve çözümlerde hata olup olmadığı belirtilmemiştir. Öğretmen adayları verilen bu soruları ve çözümleri değerlendirmişlerdir.

Bilgi testinde verilen soruların üçünde hata bulunurken çözüm yollarında herhangi bir hata bulunmamaktadır. Fakat sorularda verilen çözümlere ulaşabilmek için eşitsizliklerde üçgen olma şartlarını sağlaması gerekmektedir. Öğretmen adaylarına açığortay teoremlerinin uygulanabileceği, açı kenar bağıntılarının kullanılarak çözülebileceği sorular verilmiştir. Soruların çözümleri incelendiğinde bu şekilde yapıldığı görülmektedir. Sorulara dikkatli bakıldığında ise verilen değerlerle üçgen olma kuralları uyuşmamakta bu yüzden de sorularda verilen üçgenler üçgen olma şartını sağlamamaktadır. Öğretmen adaylarının cevaplarına bakıldığında çoğunun birinci ve üçüncü sorudaki hatayı tespit edemedikleri, ikinci sorudaki hatayı da bazı öğretmen adaylarının tespit ettiği görülmektedir. İkinci soruda büyük açı karşısına kısa kenar geldiği açıkça görülmektedir. Bu yüzden de öğretmen adaylarının çoğu bu hatayı fark edebilmiştir. Fakat birinci ve üçüncü soruda açığortay teoremlerinin uygulanması daha ön planda olduğu için öğretmen adayları üçgen olma şartına dikkat etmeyerek soruları ve çözümleri doğru kabul etmiştir. Verilen bir soruda doğru çözümü yapmak önemlidir, buna ek olarak birey bildiği konu ile ilgili yapılan hata ve yanlışları da görebilmelidir. Yapılan hatalar sadece çözümlerde değil sorularda da aranmalıdır. Fakat öğretmen adaylarının genellikle sorularda hata olup olmadığını dikkatlice incelemedikleri; sorularda hata arayan öğretmen adaylarının da net bir sonuca ulaşamadıkları açıkça görülmektedir. Bu durum bir konuyu bilmenin öğrenmişlik için gerek fakat yeterli olmadığı sonucu ile örtüşmektedir (Konyalıoğlu, Özkaya ve Gedik, 2012).

Öğretmen adaylarına verilen diğer üç soruda ise sorularda herhangi bir hata bulunmaz iken, çözümlerde eksiklik ve hata görülmektedir. Bu sorularda öğretmen adaylarının cevaplarına bakıldığında çoğunluğu dördüncü soru ve çözümü doğru kabul etmiştir. Bunun sebebi ise soruda verilen kenarı tamsayı istediği fakat çözümde kenarın dar açıya denk geldiğine dikkat etmemeleridir. Dikkatli incelendiğinde dar açıya karşı gelen kenarın çözümlenen tamsayı değerlerini almadığı görülebilmektedir. Beşinci soruya bakıldığında öğretmen adaylarının çoğunluğu çözümü hatalı kabul etmiştir. Çözümü hatalı kabul edenlerin bir kısmı kendilerince doğru çözümü yaparken dört değer, bir kısmı da üç değer bulmuştur. Üç değer bulan öğretmen adaylarının çözümleri incelendiğinde altı olarak verilen $|AB|$ kenarını soruda bir yanlışlık olduğunu düşünerek beş olarak kabul etmeleridir. Fakat çözümü hatalı kabul eden öğretmen adaylarının cevapları incelendiğinde çözüm yollarının doğru olduğu, BAC açısının geniş açı olduğunu dikkate alarak çözüme ulaştıkları gözden kaçmamıştır. Son soruda ise verilen cevaplara bakıldığında soru ve çözümü kabul eden ile çözümü hatalı kabul eden öğretmen adayları arasında bir fark bulunmaktadır. Bu soruda çözümü hatalı bulan öğretmen adaylarından bir tanesi farklı bir bakış açısı ile soruyu çözmüştür. Fakat bu çözüm de hatalıdır. Çözümü hatalı kabul eden diğer 20 öğretmen adayı ise verilen çözümde paralelliğin dikkate alınmadığını gerekçe olarak belirtmiştir. Adayların Tirosh (2000), Even ve Tirosh (1995), Even ve Markovitz (1995) in çalışmalarında olduğu gibi soruların

çözümlerini derinlemesine bir anlamlandırma sürecine alamadıkları görülmektedir. Ayrıca öğretmen adaylarının hata tespiti ve sebebini doğru açıklamada zorluk çektikleri ve bazılarının hata sebeplerini açıklarken farklı hata ve yanlışlara düştükleri gözlenmektedir. Bu bulgu Konyalıoğlu, Aksu, Şenel ve Tortumlu (2010) ve Durkaya vd. (2011) in çalışmalarıyla uyumludur.

Öğretmen adaylarının verilen soruları ve bu sorular için verilen çözümleri değerlendirirken doğru ya da hatalı soru ve çözümü ayırt etmede zorlandıkları tespit edilmiştir. Bazı öğretmen adaylarının hatalı soruları ya da hatalı çözümleri doğru olarak kabul ettikleri görülmüştür. Ayrıca öğretmen adaylarına doğru ya da hatalı olduğunu düşündükleri soru ve çözümlerin gerekçeleri üzerine yeterli açıklama yapamadıkları fark edilmiştir. Yapılan bazı çalışmalarda da öğrenen de öğretici de çözümü doğru yapmakla birlikte yapılan bir çözümü değerlendirebilme yani neden doğru ya da neden yanlış olduğunu açıklayabilme yetisine sahip olması gerektiği sonucuna ulaşılmıştır (Bilgili, Özkaya, Çiltaş ve Konyalıoğlu, 2020).

Geometri alan bilgisinin yeterli olabilmesi sadece konuyu anlatmak, kuralları verilen bir soruda direk uygulayabilmek anlamına gelmemektedir. Alan bilgisinde anlamlı bir öğrenme sağlanabilmesi için verilen hatalı soru ve çözümleri görebilmek, bunları anlamlandırabilmek de gerekmektedir (Dalehefte, Seidel ve Prenzel, 2012). Nitekim konu alan bilgisi öğrenci hatalarını tespit etmede ve nedenlerini irdeleme de önemli bir etkidir (Boz, 2004). Bu çalışmada matematik öğretmen adaylarının Öklid geometri ile ilgili verilen hatalı soru ve çözümleri tam anlamı ile tespit edemedikleri; hataların gerekçelerine ilişkin yeterli açıklama yapamadıkları tespit edilmiştir. Çalışmanın sonucuna bakıldığında öğretmen adaylarının Öklid geometri konusunda alan bilgilerinin geliştirilmesi gerektiği düşünülmektedir. Hataları belirlemeye yönelik uygulamaların öğrenenler ve öğreticilerde olumlu etki gösterdiği yapılan çalışmalarda da görülmektedir (Konyalıoğlu, 2013; Özkaya, 2015; Demirci, Özkaya ve Konyalıoğlu, 2017).

ÖNERİLER

Yapılan bu çalışmanın sonuçlarına bakılarak yapılmak istenen diğer çalışmalara ışık tutacak bazı öneriler aşağıda verilmiştir;

1. Öğrencilerin geometri konularında hatalara yaklaşımlarına ilişkin araştırmalar yapılabilir.
2. Öğretmen adaylarının farklı matematik konularında hatalara ilişkin yaklaşımları incelenebilir.
3. Öğrencilerin öğretmenlerinin yaptıkları hatalar karşısındaki düşünceleri araştırılabilir.
4. Öğretmen adaylarının hatalara bakış açılarını değiştirmek için hata temelli etkinliklere dayalı ders anlatımları yapılabilir.

KAYNAKLAR

- Akay, S. ve Kurtuluş, A. (2017). Öğretmen adaylarının geometri düşünme düzeyleri ve beyin baskınlıklarının bazı değişkenler açısından incelenmesi. *Mehmet Akif Ersoy Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 41, 38-61.
- Altaylı, D., Konyalıoğlu, A., Hızarcı, S. ve Kaplan, A. (2014). İlköğretim matematik öğretmen adaylarının üç boyutlu cisimlere ilişkin pedagojik alan bilgilerinin incelenmesi. *Middle Eastern and African Journal of Educational Research*, 10, 4-24.

Gedik Altun, S.D. (2020). Öğretmen adaylarının öklid geometride hatalara yaklaşımlarının incelenmesi, 44-66.

- Baki, A. (2018). *Matematiği öğretme bilgisi*. (1. Baskı) Ankara: Pegem Akademi.
- Ball, D.L. (1990). The mathematical understandings that prospective teachers bring to teacher education. *The Elementary School Journal*, 90(4), 449-466.
- Bilgili, S., Özkaya, M., Çiltaş, A. ve Konyalıoğlu, A.C. (2020). Ortaokul matematik öğretmenlerinin modellemeye ilişkin hata yaklaşımlarının incelenmesi. *Anemon Muş Alparslan Üniversitesi Sosyal Bilimler Dergisi*, 8(3), 871-882.
- Boz, N. (2004). Öğrencilerin hatasını tespit etme ve nedenlerini irdeleme. *XIII. Ulusal Eğitim Bilimleri Kurultayı*. İnönü Üniversitesi Eğitim Fakültesi, Malatya.
- Çelebi Akkaya, S. (2006). *Van Hiele düzeylerine göre hazırlanan etkinliklerin ilköğretim öğrencilerinin geometri başarısına ve tutumuna etkisi*. (Yayımlanmamış yüksek lisans tezi). Abant İzzet Baysal Üniversitesi, Bolu.
- Dalehefte, I.M., Seidel, T. and Prenzel, M. (2012). Reflecting on learning from errors in school instruction: findings and suggestions from a swissgerman video study. In J. Bauer and C. Harteis (Eds). *Human Fallibility: The Ambiguity Of Errors For Work and Learning*. Springer. Dordrecht.
- Demirci, Ö., Özkaya, M. ve Konyalıoğlu, A.C. (2017). Öğretmen adaylarının olasılık konusuna ilişkin hata yaklaşımları. *Erzincan Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 19(2), 153-172.
- Durkaya, M., Aksu, Z., Öçal, M.F., Şenel, E.Ö., Konyalıoğlu, A.C., Hızarcı, S. ve Kaplan, A. (2011). Secondary school mathematics teachers' approaches to students' possible mistakes. *Procedia Social and Behavioral Sciences*, 15, 2569-2573.
- Even, R. and Markovitz, Z. (1995). Some aspects of teachers' and students' views on student reasoning and knowledge construction. *International Journal of Mathematics Education in Science Technology*, 26, 531-544.
- Even, R. and Tirosh, D. (1995). Subject-Matter knowledge and knowledge about students as sources of teacher presentations of the subject matter. *Educational Studies in Mathematics*, 29, 1-20.
- Geçici, M.E. ve Aydın, M. (2019). Sekizinci sınıf öğrencilerinin geometri problemi kurma becerileri ile geometri öz-yeterlik inançları arasındaki ilişkinin incelenmesi. *Kuramsal Eğitimbilim Dergisi*, 12(2), 431-456.
- Ginat, D. (2003). *The Greedy trap and learning from mistakes, proc of the 34th acm computer science education symposium - SIGCSE*, Nevada, February, 11-15.
- Kaba, Y., Boğazlıyan, D. ve Daymaz, B. (2016). Ortaokul öğrencilerinin geometriye yönelik tutumları ve öz-yeterlikleri. *The Journal of Academic Social Science Studies*, 52(Winter I), 335-350.
- Konyalıoğlu, A.C., Aksu, Z., Şenel, E.Ö. ve Tortumlu, N. (2010). Matematik öğretmen adaylarının matematik soru çözümlerinde yapılan hataların nedenlerini sorgulama becerilerinin incelenmesi. *Uluslararası Öğretmen Yetiştirme Politikaları ve Sorunları Sempozyumu II*. Hacettepe Üniversitesi, Mayıs 2010, Ankara.
- Konyalıoğlu, A.C., Özkaya, M. ve Gedik, S.D. (2012). matematik öğretmen adaylarının konu alan bilgilerinin hataya yaklaşımları açısından incelenmesi. *Iğdır University Journal of the Institute of Science and Technology*. 2(2SpA). 27-32.
- Konyalıoğlu, A.C. (2013). Matematik öğretmen adaylarının geometri alan bilgilerinin hata yaklaşımı ile incelenmesi. *Kazım Karabekir Eğitim Fakültesi Dergisi*, 27, 45-62.
- McMillan, J.H. and Schumacher, S. (2010). *Research in education*, (7th edition), Boston: Pearson Publishing.

- Miles, M.B. and Huberman, M. (1994). *Qualitative data analysis* (2nd Edition). Sage Publication: London.
- Milli Eğitim Bakanlığı [MEB]. (2018). *Matematik dersi öğretim programı (ilkokul ve ortaokul (1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 ve 8. Sınıflar))*. Ankara: MEB Basımevi.
- Öçal, M.F. (2017). Geometri sorularındaki kavramsal hataları belirlemede geogebra'nın rolü. *Erzincan Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 19(3), 204-224.
- Özkaya, M. (2015). *Hata temelli aktivitelerin matematik öğretmenlerinin mesleki gelişimlerine etkisinin incelenmesi*. (Yayımlanmamış doktora tezi). Atatürk Üniversitesi, Erzurum.
- Özkaya, M. ve Konyalıoğlu, A. C. (2019). Ortaokul matematik öğretmenlerinin konu alan bilgilerinin gelişiminde hata temelli aktiviteler: kesirlerle toplama işlemi. *Bayburt Eğitim Fakültesi Dergisi*. 14(27), 23-52.
- Shulman, L.S. (1986). Those who understand: knowledge growth in teaching. *Educational Researcher*, 15(2), 4-14.
- Singer, F. M., Voica, C. and Pelcer, I. (2017). Cognitive styles in posing geometry problems: implications for assessment of mathematical creativity. *ZDM Mathematics Education*, 49(1), 37-52.
- Subaşı, M. ve Okumuş, K. (2017). Bir araştırma yöntemi olarak durum çalışması. *Atatürk Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü Dergisi*, 21(2), 419-426.
- Şengül Akdemir, T. ve Türnüklü, E. (2017). Ortaokul 6. sınıf öğrencilerinin açılar ile ilgili problem kurma süreçlerinin incelenmesi. *International Journal of New Trends in Arts, Sports & Science Education*, 6(2), 17-39.
- Tall, D.O. and Razali, M.R. (1993). Diagnosing students' difficulties in learning mathematics. *International Journal of Mathematics Education in Science and Teaching*, 24(2), 209-222.
- Tanışlı, D. (2013). İlköğretim matematik öğretmeni adaylarının pedagojik alan bilgisi bağlamında sorgulama becerileri ve öğrenci bilgileri. *Eğitim ve Bilim*, 38(169), 80-95.
- Tirosh, D. (2000). Enhancing prospective teachers' knowledge of children's conceptions: the case of division of fractions. *Journal for Research in Mathematics Education* 31(1), 5-25.
- Tosun, N. (2019). Dokuzuncu sınıf öğrencilerinin açıortay konusunda matematiksel düşünme süreçlerinin incelenmesi (Yayımlanmamış yüksek lisans tezi). Balıkesir Üniversitesi, Balıkesir.
- Türnüklü, E. (2009). Üçgen eşitsizliğini oluşturmada karşılaşılan bazı engeller. *Eğitim ve Bilim*, 34(152), 174-181.
- Türnüklü, E., Ergin, A.S. ve Aydoğdu, M.Z. (2017). 8. Sınıf öğrencilerinin üçgenler konusunda problem kurma çalışmalarının incelenmesi. *Bayburt Eğitim Fakültesi Dergisi*, 12(24), 467-486.
- Yıldırım, A. ve Şimşek, H. (2016). *Sosyal bilimlerde nitel araştırma yöntemleri* (11. baskı). Ankara: Seçkin Yayıncılık.
- Yin, R. (1984). *Case study research: design and methods*. (3. Basım). California: Sage Publications.
- Zeybek, A.(2019). *Ortaokul öğrencilerinin geometrik düşünme düzeyleri ve geometri öğrenme alanına ilişkin öğretmen görüşleri* (Yayımlanmamış yüksek lisans tezi). Pamukkale Üniversitesi, Denizli.

Extended Abstract

Purpose

Teachers' determination of the mistakes made by their students and their approach to these mistakes depends on the teacher's professional knowledge in the learning and teaching processes; that is, it depends on content knowledge and content education knowledge

In the study, the subject matter knowledge of the prospective teachers on the subject of Euclidean geometry was examined in order to be able to identify the wrong questions and answers, to explain the errors in a meaningful way and to indicate the correctness. Accordingly, it was aimed to examine in-depth their approach to errors in inequality in triangles. In line with this purpose, the attitudes of the individuals participating in the study to errors in inequality in triangles were determined as the situation and their perspectives against this situation were examined in detail in line with the answers given by the candidates to the questions of "what, how, why".

Method

Participants of the study consisted of forty-three prospective mathematics teachers studying in the third grade of the Mathematics Teaching Program of a university in Central Anatolia. In the study, whether the prospective teachers' taking courses "the foundations of mathematics I-II" and special teaching methods I was taken as a criterion because they are suggested that they might have a different perspective against mistakes, and individuals who were suitable for this criterion were chosen. The prospective teachers participating in the study were coded as Ö1, Ö2,..., Ö43, and the data were presented using these codes. In the research, a knowledge test consisting of 6 questions was applied as a data collection tool. Three of these questions were solved incorrectly about inequality in triangles in Euclidean geometry and questions on the reason for the error were asked, and 3 of these questions were asked incorrectly on the same subject and questioned the reasons for this error. In the study, the data obtained in line with the answers given by the prospective teachers to the knowledge test, were coded according to their ability to identify the errors in the questions and or the solutions of the questions and to explain the reasons for these errors and were classified under predetermined categories in line with the purpose of the study.

Results

It is important to make the right solution to a given question, in addition, the individual should be able to see the mistakes and the mistakes made about the subject he/she knows. Errors made should be sought not only in solutions but also in questions. However, prospective teachers generally do not examine carefully whether there are errors in questions or not; It is clearly seen that the prospective teachers who searched for errors in the questions could not reach a clear result.

It is observed that prospective teachers have difficulty in determining the error and explaining the reason correctly and some of them make different mistakes while explaining the reasons for the error.

Discussion

It was determined that the prospective teachers had difficulty in distinguishing the correct or incorrect questions and solutions while evaluating the given questions and the solutions given for these questions. It has been observed that some prospective teachers accepted the wrong questions or wrong solutions as correct. In addition, it was noticed that the prospective teachers could not give sufficient explanations on the reasons for the questions and solutions which they thought were correct or wrong.

In this study, it was found that prospective mathematics teachers could not identify the erroneous questions and solutions about Euclidean geometry completely. It was determined that they could not give sufficient explanation about the reasons for the errors. It is concluded that the learner and instructor should have the ability to evaluate a solution, that is, he/she should have the ability to explain why it is right or wrong while making the solution right.

Conclusion

Sufficient geometry content knowledge does not mean to explain the subject and to apply the rules directly in a given question. In order to provide meaningful learning in content knowledge, it is also necessary to see the wrong questions and solutions and to make sense of them. As a matter of fact, subject matter knowledge is an important factor in detecting student errors and examining their reasons.

Considering the results of the study, it is thought that the content knowledge of prospective teachers on Euclidean geometry should be improved. It is also seen in the studies that practices aimed at identifying mistakes have a positive effect on learners and trainers.

Etik Kurul Belgesi: Bu çalışma için Nevşehir Hacı Bektaş Veli Üniversitesi Etik Kurulunun 22.09.2020 tarih ve E.17647 sayılı kararında etik açıdan uygunluk kararı verilmiştir.