

## Kablosuz Güç Transferi Sisteminin Genelleştirilmiş Düğüm Denklemleri ile Analizi

Ahmet Numan KOCACIK<sup>\*1</sup>, Ali Bekir YILDIZ<sup>\*2</sup> \*Kocaeli Üniversitesi, Mühendislik Fakültesi, Elektrik Mühendisliği Bölümü, Kocaeli, 41380, Türkiye

Araştırma Makalesi, Geliş Tarihi: 01.10.2020, Kabul Tarihi: 10.11.2020

#### Özet

Bu çalışmada kablosuz güç transferi yapan bir sistemin analizi için etkin bir yöntem önerilmiştir. Bu amaçla sistemin yapısı incelenmiş ve analizi için genelleştirilmiş düğüm denklemleri yönteminin nasıl uygulanacağı gösterilmiştir. Kablosuz güç transferi yapan sistem seri rezonans devresi topolojisi üzerine kurulmuştur. Analiz yöntemi örnek bir sistem üzerinde uygulanmıştır. Sistemin en temel elemanı olan bobinin tasarımı, Ansys Maxwell programı ile gerçekleştirilmiştir. Uygulanan yöntemle devrenin sistem denklemleri analitik olarak kolay bir şekilde çıkarılmıştır. Sistem denklemleri Laplace bölgesinde çözülerek, devrenin dinamiği, zaman sabitleri ve geçici haldeki durumu hakkında yorumlar yapılmıştır. Daha sonra, sistem denklemleri zaman bölgesine aktarılarak, devrenin sayısal analizi elde edilmiştir.

Anahtar Kelimeler: Kablosuz Güç Transferi, Analiz, Genelleştirilmiş Düğüm Denklemleri, Rezonans Devresi.

#### Analysis of Wireless Power Transfer System with Modified Nodal Equations Approach

#### Abstract

In this study, an effective method is proposed for the analysis of a system that transfers wireless power. For this purpose, the structure of the system is examined and it is shown how to apply the generalized nodal equations method for analysis. The system that transfers wireless power is based on the series resonance circuit topology. The analysis method is applied to a sample system. The design of the coil, the most basic element of the system, is realized with the Ansys Maxwell program. System equations of the circuit are easily obtained analytically with the applied method. By solving system equations in Laplace domain, comments are made about the dynamics of the circuit, time constants and its transient state. Then, system equations are transferred to the time domain and numerical analysis of the circuit is obtained.

Keywords: Wireless Power Transfer, Analysis, Modified Nodal Equations, Resonance Circuit.

<sup>&</sup>lt;sup>1</sup>Sorumlu yazar ahmetnumankocacik@gmail.com, <sup>2</sup>abyildiz@kocaeli.edu.tr

# 1. GİRİŞ

Günlük hayatımızda kullandığımız cihazların çoğu elektrik enerjisi ile calısmaktadır. Özellikle telefon, bilgisayar, tablet gibi cihazların günlük yaşantımızın ayrılmaz bir parçası olduğunu düşündüğümüzde, bu cihazların şarj durumları, şarj edilebilirliği ve şarj edilme süreleri gibi konular büyük önem taşımaktadır. Elektrikli cihazların hemen hemen hepsi şarj edilebilmek için kabloya ihtiyaç duymaktadır. Bu cihazların kablo ile şarjı esnasında, kullanımının getirdiği kısıtlamalar ve kablo ihtiyacını ortadan kaldırmak için, kablosuz şarj sistemleri geliştirilmiş ve şu anda piyasada kullanımı yaygınlaşmaya başlamıştır. Sadece elektronik cihazlar için değil elektrikli araçların şarj edilmesi için de büyük güçler seviyesinde aktarma yapabilen üretimler bulunmaktadır.

Sistemde, şarj mesafesi ve verimin artırılması en temel problemdir. Kabul edilebilir mesafe ve yüksek güç iletim verimi özelliklerinden dolayı, manyetik rezonans teknikleri gelecek vadeden çözümlerdir (Yang, May 2017) (Avisire , Shahat, & Sharaf, Oct. 2018) (Youn & Choi, June 2015) (Tang, Nov. 2018) (Choi, Kwak, & Kim, Sept. 2016). Enerji transferinin ana elemanlarını oluşturan alıcı ve verici devresindeki bobinler arasındaki manyetik etkileşim mesafeyle ve konumla değişir. (Ağcal, Bekiroğlu, & Özçıra, 2018) çalışmasında sistemdeki alıcı ve verici bobinlerin konumsal ve açısal olarak hizalanmış ve hizalanmamış durumlarına göre verimi incelemiştir. Kablosuz güç transferinin elektrikli araçlara uygulanması ile ilgili çalışmalar yoğunlaşmaya başlamıştır (Liu, Field circuit coupling analysis of dynamic wireless charging for electric vehicle, Nov. 2018) (Niculae & Iordache, 2019) (Liu, Jiang, & Qiu, Overview of coil designs for wireless charging of electric vehicle, May 2017) (Khutwat & Gaur, Oct. 2016).

Bu çalışmada, kablosuz güç transferi sisteminin analizine etkin bir katkı sağlanmıştır. Bu amaçla, sistem denklemlerinin analitik olarak daha kolay ve sistematik bir şekilde elde edilmesine olanak sağlayan Genelleştirilmiş Düğüm denklemleri (GDD) yaklaşımının nasıl kullanılacağı açıklanmıştır. Ayrıca, elde edilen devre denklemlerinden, sistemin dinamik analizi de yapılmıştır.

## 2. SİSTEM YAPISI

Kablosuz güç transferi yapan sistemler genel olarak verici (transmitter) ve alıcı (receiver) devrelerinden oluşmaktadır. Bu devreler genel itibariyle yüksek frekansta çalıştırılırken maksimum verimi sağlamak için bir rezonans devre topolojisi ile tasarlanmaktadır. Sisteme ilişkin devre topolojisi Şekil 1'de verilmiştir. Bu topolojiye göre, rezonans frekansında yükün endüktif  $(L_2)$  ve kapasitif  $(C_2)$  bileşenlerinin empedansları birbirlerini sıfırlar ve yük empedansı sadece bobinin omik direncinden oluşur. Dolayısıyla, toplam empedans en düşük seviyede olur. Bu da akımının genliğinin ve gücün maksimum olmasını sağlar (Fincan, 2015).



Şekil 1. Kablosuz güç aktarım devresi

Kablosuz güç aktarım devresi, aslında hava nüveli karşılıklı endüktans içeren manyetik etkileşimli bir devredir. Bu tür devreler genel itibariyle yüksek frekansta çalıştıkları için kablosuz güç aktarım yapan devrelerin beslenmesi güç elektroniği devreleri kullanılarak yapılmaktadır. Güç elektroniği elemanlarının anahtarlama durumları da göz önüne alındığında devrenin yapısı daha karmaşık hale gelmektedir. Bu nedenle devrenin analizi durum değişkenleri ile yapılırsa matematiksel denklemlerin ifade edilmesinde bazı zorluklar ile karşılaşılabilir. (İşak, Kelebekler, & Yıldız, Kasım 2007) çalışmasında karşılıklı endüktansın etkisinin anahtarlamalı devrelerde nasıl ifade edildiği incelenmiştir. Çalışmada hem karşılıklı endüktansın hem de anahtarlama modelinin genelleştirilmiş düğüm denklemleriyle Laplace ve zaman bölgesinde kolayca ifade edildiği belirtilmiştir.

Genelleştirilmiş düğüm denklemleriyle (GDD) devre analizi yapılırken, durum değişkenleri yöntemine nazaran daha fazla bilinmeyen ve denklem elde edilmesine karşın, denklemlerin elde edilmesi ve çözülmesi daha kolay olmaktadır. GDD yöntemi çok karmaşık devrelerin modellenmesini ve analizini kolaylaştırdığı için birçok paket program ve bilimsel çalışmalarda kullanılmaktadır.

Bu çalışmada, devrede kullanılacak bobinlerin öz endüktansları ve ortak endüktans değerleri Ansys Maxwell programından elde edilmiştir. Daha sonra belli bir frekans değeri seçilip devrenin rezonansa girmesi için gerekli kapasite değerleri belirlenerek devre tasarımı gerçekleştirilmiştir. Tasarlanan devrenin analizi ise, açıklanan avantajlarından dolayı genelleştirilmiş düğüm denklemleri ile yapılmıştır.

#### **3. BOBİN VE DEVRE TASARIMI**

Kablosuz güç aktarımında, bobin tasarımı ve manyetik güç aktarımı en önemli kısımdır. Verici tarafındaki bobinden geçen alternatif akım sonucu bobinin üzerinde bir manyetik alan oluşturmaktadır. Bu manyetik alan verici (transmitter) tarafındaki bobin ( $L_1$ ) ile etkileşime giren alıcı (receiver) taraftaki bobinin ( $L_2$ ) bulunduğu devrede bir akım akmasını sağlamaktadır. Bu nedenle uygun bobin seçimi yapılırken iletkenin endüktansı, kesiti ve bobin boyutları dikkate alınması gereken parametrelerdir.

Ansys Maxwell programı ile tasarlanan 10 kHz'deki bobinin (Şekil 2) parametreleri Tablo 1'de verilmiştir ve bobinlerin sargı dirençleri ihmal edilmiştir.

<b>Tablo 1</b> . Ansys Maxwell programi ile tasarlanan
bobinin parametreleri

Bobin	Verici	Alıcı Bobini
Parametreleri	Bobini ( <i>L</i> 1)	(L <sub>2</sub> )
İç çap	50 mm	50 mm
Dış çap	132.8 mm	105.6 mm
Sarım sayısı	30	20
İletkenler arası mesafe	0.687 mm	0.687 mm
İletken kesiti	0.5 mm <sup>2</sup>	0.5 mm <sup>2</sup>
Öz endüktans	45.2 μH	32.4 µH
Ortak endüktans	6.37 μH	
Kublaj katsayısı, k	0.166372	
Bobinler arası mesafe	30 mm	



Şekil 2. Tasarlanan bobinlerin Ansys Maxwell'deki görünümü

Kablosuz güç aktarım sistemleri, hava nüveli bir transformatör gibi düşünülebilir. Buradan hareketle, akan akımın yüksek frekansta zamanla değişmesi, iki bobin arasındaki ortak endüktansın olabildiğince yüksek olması ve bobinlerden akan akımdan doğacak güç kaybının en az olması yüksek verimli bir sistem için gereklidir.

Rezonans devreleri, sistemin verimliliğini arttırmak için kullanılır. Eğer devreye endüktif reaktans ile kapasitif reaktansı birbirine eşitleyecek frekansta bir gerilim uygulanırsa, devredeki toplam empedans sadece omik özellik gösterecek ve akım maksimum seviyede akacaktır. Verilen bu frekansa rezonans frekansı  $(f_r)$  denir. Rezonans frekansının eşitliği denklem 1'de verilmiştir.

$$f_r = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}} \tag{1}$$

Tasarlanan sistem için rezonans frekansı  $f_r = 10 kHz$ seçilmiştir. Ansys Maxwell programı ile tasarlanan bobinlerin parametre değerleri de Tablo 1'de verilmiştir. Denklem 1 kullanılarak, gerekli olan kapasite değeri belirlenebilir. Denklem 1'den gerekli kapasite değeri aşağıdaki gibi ifade edilebilir.

$$C = \left(\frac{1}{2\pi f}\right)^2 \frac{1}{L} \tag{2}$$

Denklem 2'ye göre elde edilen, alıcı ve verici taraftaki kapasite değerleri  $C_1 = 5.6 \ \mu F$ ,  $C_2 = 7.8 \ \mu F$  olarak elde edilir. Belirlenen değerler sonucunda sistemin eşdeğer devresi Şekil 3'te verilmiştir.



Şekil 3. Sistemin elektriksel eşdeğer devresi

# 4. GENELLEŞTİRİLMİŞ DÜĞÜM DENKLEMLERİ İLE ANALİZ

Şekil 3'te gösterilen kablosuz güç aktarımı devresinin analizi GDD yöntemiyle yapılacaktır. Verici devresine bağlı gerilim kaynağı  $L_1$  bobini üzerinde manyetik alan oluşmasını sağlar. Bu manyetik alan alıcı devresindeki  $L_2$  bobininde bir gerilim indükleyerek, verici devresinden alıcı devresine manyetik olarak enerji aktarılmış olur.

Devreye ait temel düğüm denklemleri Laplace bölgesinde aşağıda verilmiştir.

c (11

 $\langle n \rangle$ 

^

$$a \to i_{C_1} + i_e = 0 \implies sC_1(U_a - U_b) + i_e = 0 \quad (3)$$
  

$$b \to i_{L_1} - i_{C_1} = 0 \implies i_{L_1} - sC_1(U_a - U_b) = 0 \quad (4)$$
  

$$c \to i_{C_2} - i_{L_2} = 0 \implies sC_2(U_c - U_d) - i_{L_2} = 0 \quad (5)$$
  

$$d \to i_{R_y} - i_{C_2} = 0 \implies G_{R_y}(U_d) - sC_2(U_c - U_d) = 0$$
  
(6)

Denklem sisteminin çözümlenebilmesi için bilinmeyen sayısı kadar denklemin oluşturulması gerekmektedir. GDD sistemi için gerekli olan ek denklemler aşağıda verilmiştir.

$$L_1 \to U_b = sL_1 i_{L_1} - sM i_{L_2} \tag{7}$$

$$L_2 \to -U_c = sL_2i_{L_2} - sMi_{L_1}$$
 (8)

$$e_{(t)} = U_a \tag{9}$$

Denklem sistemi,

$$\begin{bmatrix} sC_1 & -sC_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1\\ -sC_1 & sC_1 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0\\ 0 & 0 & sC_2 & -sC_2 & 0 & -1 & 0\\ 0 & 0 & -sC_2 & sC_2 + G_{R_y} & 0 & 0 & 0\\ 0 & 1 & 0 & 0 & -sL_1 & sM & 0\\ 0 & 0 & -1 & 0 & sM & -sL_2 & 0\\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_a \\ U_b \\ U_c \\ U_d \\ i_{L_1} \\ i_{L_2} \\ i_e \end{bmatrix} =$$

Bu sistemin genel yapısı, Laplace bölgesinde denklem 10'da verilmiştir.

 $(G + sC)X(s) = BU(s) \rightarrow A(s)X(s) = BU(s)$  (10)

Burada G, C, B matrisleri katsayı matrisleridir. Tüm iletkenlikler ve frekanstan bağımsız değerler G matrisini oluşturur. Frekans ile ilgili olan endüktans ve kapasite değerleri C matrisinde yer alır. U matrisi ise bağımsız akım ve gerilim kaynakları ile sıfırdan farklı kapasite ve endüktansların başlangıç koşullarını içeren vektördür. Sistemin çözümü, denklem 11'deki gibi ifade edilir.

$$X(s) = (G + sC)^{-1}BU(s) = A(s)^{-1}BU(s)$$
(11)

Burada A(s) = (G + sC) matrisine devrenin karakteristik matrisi denir. Denklem 11'deki A(s)matrisinin tersi denklem 12'deki gibidir.

$$A(s)^{-1} = \left(\frac{1}{\det(A(s))}Adj(A(s))\right)$$
(12)

$$\det(A(s)) = \frac{Q(s)}{R(s)}$$
(13)

Denklem 12 ve 13'teki ifadeler denklem 11'de yerine konur.

$$X(s) = \left(\frac{Adj(A(s))BR(s)}{Q(s)}\right)U(s)$$
(14)

Denklem 14'deki Q(s) polinomu tüm devre değişkenlerinin paydasında ortak olarak görülür. Bu polinoma devrenin karakteristik denklemi denir. Bu denklem, devrenin karakteristik davranışı hakkında önemli bilgiler içerir. Karakteristik denklemin kökleri devrenin kutuplarını (özdeğerlerini) verir. Kutupların çarpmaya göre tersi devrenin zaman sabitini belirler.

Q(s) polinomunun kökleri devrenin kutuplarını (özdeğerlerini) vermektedir. Şekil 3'de verilen devre elemanlarının sayısal değerlerine göre, devrenin kökleri aşağıda verilmiştir.

$$\begin{aligned} & \propto_1 = (-1.3853 + 6.2441i) \times 10^4 \\ & \propto_2 = (-1.3853 - 6.2441i) \times 10^4 \\ & \propto_3 = (-0.2019 + 6.2660i) \times 10^4 \\ & \propto_4 = (-0.2019 - 6.2660i) \times 10^4 \end{aligned}$$

Sistemin kökleri kompleks ( $a \pm bi$  ve a < 0) yapıda olduğundan, devre geçici hal bölgesinde titreşimli bir hareket yaparak kararlı hale gelir. Sistemin geçici hal süresi, devrenin zaman sabitleri, dolayısıyla devrenin kutupları ile bulunabilir. Devrenin zaman sabitleri aşağıda verilmiştir.

$$\tau_1 = \frac{1}{|-1.3853 \times 10^4|} \cong 72.2 \ \mu s$$

$$\tau_2 = \frac{1}{|-0.2019 \times 10^4|} \cong 0.495 \, ms$$

Sistemin geçici hal süresi yani kararlı hale gelme süresi  $5\tau_{max}$  süresi kadardır. Burada  $\tau_2 > \tau_1$  olduğundan, devrenin geçici hal süresi süresi,  $5\tau_2 = 2.475 ms$  dir.

Sistemin zaman bölgesindeki analizi için, Laplace bölgesinden zaman bölgesine kolay bir işlemle geçilebilir. Bunun için (G + sC) matrisi  $\left(G + \frac{d}{dt}C\right)$ matrisine çevrilerek yapılır. Sistemin zaman bölgesindeki düzenlenmiş hali denklem 15'te verilmiştir.

$$GX(t) + C \frac{dX(t)}{dt} = BU(t)$$
(15)

Devredeki elemanların değerleri Şekil 3'te verilmiştir. Devrenin zaman bölgesi denklemleri denklem 16'da gösterilmiştir. Sayısal çözümler Trapez yöntemi elde edilmiştir. Analiz sonucu elde edilen grafikler Şekil 4, Şekil 5 ve Şekil 6'da verilmiştir.

Şekil 4'te devreye uygulanan gerilimin değişimi verilmiştir. Şekil 5'te, verici ve alıcı devrelerindeki bobinlerin üzerindeki gerilimlerin değişimi verilmiştir. Bu gerilim değerleri aynı zamanda Şekil 3'teki b ve c düğümlerinin gerilimleridir.

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} U_a \\ U_b \\ U_c \\ U_d \\ i_{L_1} \\ i_{L_2} \\ i_e \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} C_1 & -C_1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -C_1 & sC_1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -C_2 & -C_2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -L_1 & M & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & M & -L_2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} U_a \\ U_b \\ U_c \\ U_d \\ i_{L_1} \\ i_{L_2} \\ i_e \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} U_{(t)}$$
(16)



Şekil 4. Giriş gerilimi (U<sub>a</sub>)



Şekil 5. Verici ve alıcı devrelerindeki bobinlerin gerilimleri  $(U_{L1}, U_{L2})$ 



Şekil 6. Verici ve alıcı devrelerindeki bobinlerden akan akımlar  $(I_{L1}, I_{L2})$ 

Şekil 6'da verici ve alıcı devrelerindeki bobinlerden akan akımların değişimi verilmiştir. Akım değerlerinin yüksek çıkması, verici ve alıcı devrelerindeki rezonans yapısından kaynaklanmaktadır.

Kablosuz güç transferi yapan sistemlerde kaçak akıların yüksek olmasından dolayı alıcı (sekonder) tarafa aktarılacak güç miktarı önemli miktarda azalmaktadır. Bunun ana sebebi oluşan ortak akının manyetik direnci yüksek olan havadan devresini tamamlamasıdır.

Şekil 5'de alıcı taraftaki bobin üzerindeki gerilimin beklenildiği üzere verici taraftaki bobinin geriliminden daha düşük değerdedir. Ancak Şekil 6'da alıcı taraftaki bobinden akan akımın verici taraftaki akan akımdan daha düşük çıkması, hem alıcı devresindeki yük direncinin olması hem de kaçak akı miktarının fazla olmasından kaynaklanmaktadır. Laplace bölgesinde hesaplanan geçici hal süresinin Şekil 5 ve Şekil 6'da grafiklerde de görüldüğü gibi 2.475 ms civarındadır.

# **5. SONUÇLAR**

Bu çalışmada kablosuz güç aktarımı yapan bir devrenin analizi için etkin bir yöntem önerilmiştir. Kullanılan yöntem ile kolay bir şekilde sistemin denklemleri elde edilmiş ve devre karakteristiği belirlenmiştir. Devrenin sbölgesinde ve t-bölgesinde analizi yapılmıştır. Laplace bölgesinde devrenin karakteristik matrisi çıkarıldıktan sonra devrenin kutupları, zaman sabitleri, geçici halin süresi ve karakteristik yapısı belirlenmiştir. Zaman bölgesinde devrenin sayısal analizi gerçekleştirilip, devrenin dinamik cevabı doğrulanmıştır.

## KAYNAKLAR

Ağcal, A., Bekiroğlu, N., ve Özçıra, S. (2018). Manyetik rezonanslı kuplaj ile kablosuz enerji transferinde hizalanmış ve hizalanmamış durumların limitlerinin incelenmesi. *Fırat Üniv. Fen Bilimleri Dergisi, 3*(30), 67-73.

Avisire , E., Shahat, A., and Sharaf, A. (Oct. 2018). Magnetic resonance coupling modelling for electric vehicles. *IEEE Global Humanitarian Technology Conference (GHTC)*. USA. Choi, Y., Kwak, B., and Kim, M. (Sept. 2016). 4kW magnetic resonance wireless power transfer system. *IEEE Int. Conference on Power System Technology (POWERCON)*. Australia.

Fincan, B. (2015). Elektrikli Araçlar için Kablosuz Şarj Cihazı Tasarımı. *Yüksek Lisans Tezi*. İstanbul.

İşak, P., Kelebekler, E., ve Yıldız, A. B. (Kasım 2007). Karşılıklı Endüktans Etkisinin Anahtarlamalı Devrelerde İfade Edilmesi. *Kaynak Elektrik*.

Khutwat, S., and Gaur, S. (Oct. 2016). Wireless charging system for electric vehicle. *IEEE Int. Conference on Signal Processing, Communication, Power and Embedded System (SCOPES).* India.

Liu, C. (Nov. 2018). Field circuit coupling analysis of dynamic wireless charging for electric vehicle. *IEEE 2nd Int.Electrical and Energy Conference (CIEEC)*. China.

Liu, C., Jiang, C., and Qiu, C. (May 2017). Overview of coil designs for wireless charging of electric vehicle. *IEEE PELS Workshop on Emerging Technologies: Wireless Power Transfer (WoW)*. China.

Niculae, D., and Iordache, M. (2019). A Review of Electric Vehicles Charging Technologies Stationary and Dynamic. *The 11th International Symposium On Advanced Topics In Electrical Engineering*. Bükreş, Romanya.

Tang, G. (Nov. 2018). Study on frequency Splitting of SS magnetic resonance wireless charging. *IEEE Int. Conference on Power System Technology (POWERCON).* China.

Yang, Q. (May 2017). Max. power transfer scheme for magnetic resonance charging system. *IEEE Wireless Power Transfer Conference (WPTC)*. Taiwan.

Youn, J., and Choi, J. (June 2015). High efficiency magnetic resonance wireless power transfer system and charging IC for mobile devices. *IEEE 11th Conference on Ph.D. Research in Microelectronics and Electronics (PRIME)*. UK.