



Halat Demetinin Statik Davranışının İncelenmesi

Investigation of Static Response of Rope Strand

Yusuf Aytaç Onur

Bülent Ecevit Üniversitesi, Mühendislik Fakültesi, Makina Mühendisliği Bölümü, Zonguldak, Türkiye

Öz

Günümüzde tel halatlar, asansör, kren, teleferik ve telesiyej sistemlerinde, maden işletmelerinde, denizcilikte yük kaldırma ve iletme elemanı olarak sıklıkla kullanılırlar. Bu çalışmada, eğilen ve burulan helisel ince çubukların genel teorisi incelenmiş ve bu teori kullanılarak halat demetleri için denge denklemleri oluşturulmuştur. Statik yüklü bir halat demeti için örnek bir uygulama incelenmiştir. Halat demetini oluşturan merkez tel ve dış tellerde oluşan birim şekil değiştirmeler ve gerilmeler hesap edilmiş ve sunulmuştur. Merkez telin toplam yükün %15.58'ini dış tellerin ise %84.42'sini taşıdığı tespit edilmiştir.

Anahtar Kelimeler: Halat demeti, Tel gerilmeleri, Tel halatlar

Abstract

Nowadays, wire ropes are frequently used in elevator, crane, aerial ropeway systems, mine hoisting, offshore systems as materials handling equipment. In this study, general theory of the bending and twisting of thin rod has been investigated and equilibrium equations for rope strands have been constituted by using this theory. A case study of axially loaded rope strand has been investigated. Stresses and strains occurred on center wire and outer wire which form strand have been calculated and presented. It has been determined that center wire carries 15.58% of total load and outer wires carry 84.42% of total load.

Keywords: Rope strand, Wire stresses, Wire ropes

1. Giriş

Tel halatlar; asansör, vinç, köprü, maden işletme gibi sistemlerin ana elemanlarından birisidir (Onur 2010). Lifli veya çelik telli bir öz etrafına, bir veya birkaç kat halinde helisel olarak sarılmış ve bitkisel veya metalik malzemeden yapılmış, halat demetlerinin meydana getirdiği elemana halat adı verilir. Halatlar; kolay bükülebilmeleri ve rahat kullanımları nedeniyle yük kaldırma ve taşıma, kuvvet iletimini sağlamak bakımından, çekici eleman olarak oldukça yaygın kullanılmaktadırlar (Cülgül 1995). Halatlar birçok çalışan parçaya sahip bir makine gibi düşünülebilir ve çoğu makinede olduğu gibi doğru bir şekilde üretilmeli, kullanılacak yere göre doğru olanı seçilmeli ve doğru bir şekilde kullanılmalıdır. Ayrıca makineler gibi çok çeşitli kompozisyonlarda halatlar vardır ve her biri kullanım alanları göz önünde bulundurulduğu için değişik kompozisyonlarda imal edilmiştir.

(Cokes Limited 2007). Tellerin bir merkez tel veya öz etrafında helisel sarılması ile demet ve demetlerinde yine bir merkez tel veya öz etrafında sarılmaları ile halat meydana gelmektedir.

Halatın helisel bir şekilde sarılmasından dolayı teller üzerinde oluşan gerilme ve şekil değişiminin zorluğu araştırmacıları tel halat hesaplamaları yapabilmek amacıyla çeşitli analitik yaklaşımlar kurmaya itmiştir. Statik çekme yükü etkisindeki demetleri meydana getiren ve helisel bir şekilde sarılan tellerde meydana gelen gerilmeler ve birim şekil değişimlerin teorik hesabı hakkında birçok çalışma yapılmıştır. Love (1944) tarafından ince çubukların eğilmesi ve burulmasının genel teorisi ele alınmıştır. Costello (1983) eksenel, eğilme ve burulma yükleri taşıyan çok kademeli bir halat üzerinde meydana gelen gerilmelerin kestirimi için bir teori sunmuştur. Costello ve Phillips (1985) makara üzerinde eğilen eksenel yüklü 6x25 filler bir halatın telleri üzerinde oluşan gerilmeleri tespit etmişlerdir. Costello (1990), Love tarafından türetilen ince çubuk teorisini genişleterek ince bir telin eğrilik ve burulma değişim etkilerinin de hesaba

*Sorumlu yazarın e-posta adresi: aytaconur@hotmail.com

katacak şekilde sırasıyla tel, demet ve bütün bir halatın statik davranışını analitik olarak formüle etmiştir. Kumar ve Cochran (1990), eksenel yük taşıyan ve burulma momentine maruz lif özlü bir halatın statik davranışı için analitik bir yaklaşım sunmuşlardır. Jiang (1995), tel halatların lineer ve lineer olmayan analizlerinin genel formüllerini sunmuştur. Gnanavel, Gopinath ve Parthasarathy (2010), merkez telin (öz) teller ile ve tel-tel temasını bir arada göz önünde bulundurarak nümerik bir çalışma gerçekleştirmiştir ve sonuçları diğer teoriler ile karşılaştırmışlardır. Bu çalışmada, 15.7 mm çapında eksenel yüklü bir halat demetinin yük etkisi altında maruz kaldığı gerilmeler ve birim şekil değiştirmeler Love'un açıkladığı ve Costello tarafından geliştirilen ince çubuk teorisi kullanılarak tespit edilmiştir. Elde edilen sonuçların deneysel olarak doğrulanması bir sonraki çalışma olarak düşünülmektedir.

2. İnce Bir Telin Dengesi

Şekil 1'de gösterilen yük altındaki ince bir teli göz önünde bulunduralım. s , tel boyunca yay uzunluğu olsun. N , tel kesitinde x doğrultusundaki, N' de y eksenine doğrultusundaki kesme kuvveti bileşenlerini; T teldeki eksenel çekme kuvvetini; G tel kesitinde x eksenine doğrultusundaki, G' de y eksenine doğrultusundaki eğilme momenti bileşenlerini; X, Y ve Z sırasıyla x, y ve z eksenleri doğrultusundaki telin merkez çizgisi üzerinde birim boydaki dış yükleri; H teldeki burulma momentini; κ, κ' ve Θ ; sırasıyla x, y ve z eksenleri doğrultularında birim boydaki dış momentleri; κ ve κ' sırasıyla x ve y eksenleri doğrultularındaki eğrilik bileşenlerini ve τ telin birim boyundaki burulmasını göstermektedir (Costello, 1990).

Şekil 2, merkez çizgisinin uzunluğu ds olan ince bir telin y ekseninden bakıldığında kuvvetlerin yönlerini, Şekil 3'de benzer şekilde x ekseninden bakıldığında kuvvetlerin yönlerini göstermektedir. Burada şekil karmaşıklığını azaltmak için moment çiftleri gösterilmemiştir. Çizelge 1'de $N+dN$, $N'+dN'$ ve $T+dT$ kuvvetlerinin x, y ve z eksenlerindeki izdüşümlerinin belirlenebilmesi için doğrultman kosinüsler listelenmiştir.

x yönündeki kuvvetlerin dengesini yazarsak,

$$Xds + dN + T\kappa' ds - N'\tau ds = 0 \quad (1)$$

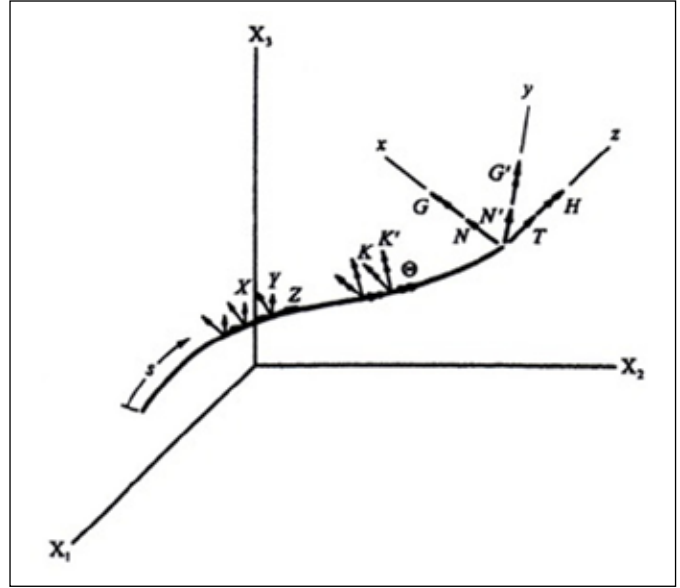
her iki tarafın ds ile bölünmesiyle,

$$\frac{dN}{ds} - N'\tau + T\kappa' + X = 0 \quad (2)$$

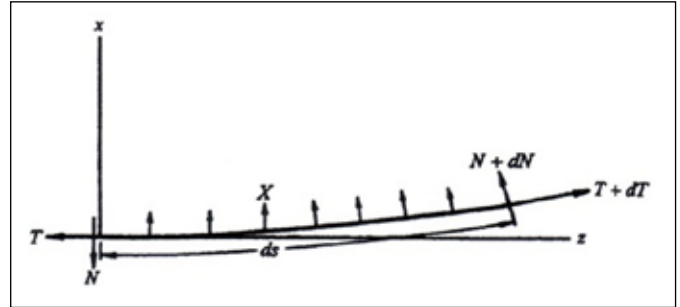
Benzer şekilde y ve z doğrultularındaki kuvvetlerin dengesini yazdığımızda,

Çizelge 1. Kuvvetlerin için doğrultman kosinüsler

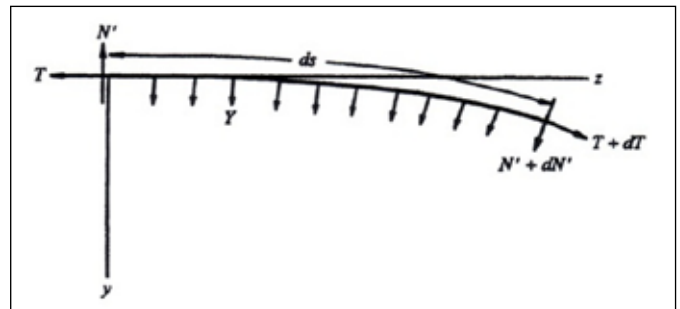
	$N+dN$	$N'+dN'$	$T+dT$
l	1	$-\tau ds$	$\kappa' ds$
m	τds	1	$-\kappa ds$
n	$-\kappa' ds$	κds	1



Şekil 1. İnce tele etki eden yükler.



Şekil 2. İnce bir telin y ekseninden bakıştaki merkez çizgisi ve kuvvetler (momentler hariç).



Şekil 3. İnce tir telin x ekseninden bakıştaki merkez çizgisi ve kuvvetler (momentler hariç)

$$\frac{dN'}{ds} - T\kappa + N\tau + Y = 0 \quad (3)$$

$$\frac{dT}{ds} - N\kappa' + N'\kappa + Z = 0 \quad (4)$$

Şekil 4 ve şekil 5 aynı ds boyundaki ince tel üzerine etki eden moment çiftlerini göstermektedir. $G+dG$, $G'+dG'$ ve $H+dH$ moment çiftlerinin x, y ve z eksenleri ile yaptıkları açısı; $N+dN$, $N'+dN'$ ve $T+dT$ yüklerinin yaptıkları açısı ile aynıdır. Çizelge 1 moment dengesi için tekrar kullanılabilir.

x yönündeki moment dengesini yazarsak,

$$dG - G'\tau ds + H\kappa' ds - N' ds + \kappa ds = 0 \quad (5)$$

her iki tarafın ds ile bölünmesiyle,

$$\frac{dG}{ds} - G'\tau + H\kappa' - N' + \kappa = 0 \quad (6)$$

Benzer şekilde y ve z doğrultularındaki momentlerin dengesini yazdığımızda,

$$\frac{dG'}{ds} - H\kappa + G\tau + N + \kappa' = 0 \quad (7)$$

$$\frac{dH}{ds} - G\kappa' + G'\kappa + \Theta = 0 \quad (8)$$

Denklem (2)'den (4)'e ve denklem (6)'dan (8)'e kadar olan altı diferansiyel denge denklemi Şekil 1'de gösterilen ince tel için çıkarılmıştır (Costello 1990).

3. Yükler ve Deformasyonlar Arasındaki Bağlılıklar

İnce telin x ve y doğrultularında I_x ve I_y atalet momentine sahip ve elastik olduğunu kabul edilmiştir. Denklem (9)'da C, burulma rijitliğidir. Eğrilikteki değişme ve birim boyda burulma değerinin iç kuvvetlerle ilişkileri 9 denklemde ifade edilmiştir.

$$G = EI_x(\kappa - \kappa_0); G' = EI_y(\kappa' - \kappa'_0) \text{ ve} \\ H = C(\tau - \tau_0) \quad (9)$$

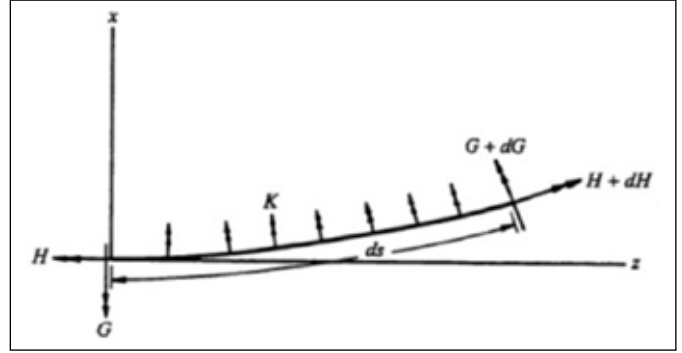
E tel malzemesinin elastisite modülüdür. Kesitin daire şeklinde olduğu durumda R tel kesit yarıçapı olmaktadır. Bu durumda denklem (9) şu şekli alır;

$$G = \frac{\pi R^4}{4} E(\kappa - \kappa_0); G' = \frac{\pi R^4}{4} E(\kappa' - \kappa'_0) \text{ ve} \\ H = \frac{\pi R^4 E}{4(1 + \nu)}(\tau - \tau_0) \quad (10)$$

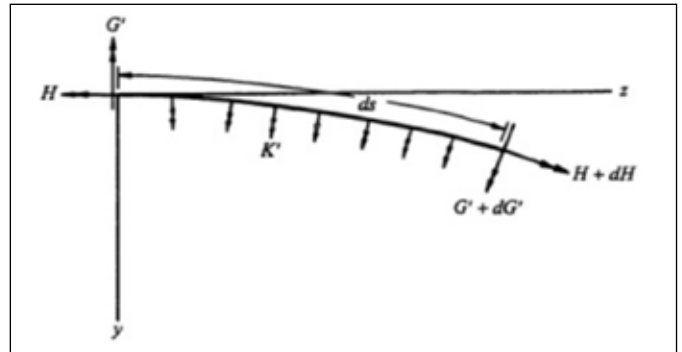
ν , tel malzemesinin poisson oranıdır. Teldeki T kuvveti denklem (11) ile hesaplanabilir.

$$T = AE\xi \quad (11)$$

A telin kesit alanı, ξ telin aksel birim şekil değiştirmesidir. Dairesel kesit için denklem (11) şu hali alır;



Şekil 4. İnce bir telin y ekseninden bakıştaki merkez çizgisi ve momentler (kuvvetler hariç).



Şekil 5. İnce bir telin x ekseninden bakıştaki merkez çizgisi ve momentler (kuvvetler hariç).

$$T = \pi R^2 E \xi \quad (12)$$

4. Halat Demetinin Statik Davranışı

4.1. Bir demetin geometrisi

Costello'nun aksel yüklü tel demetinin davranışına yönelik oluşturduğu denklemler bu bölümde ele alınmıştır. Öncelikle bir demetin geometrisi üzerinde durulmuştur.

Şekil 6 yük taşıyan bir demeti ve kesitini göstermektedir. Demet m_2 adet (şekilde 6 adet) ve R_2 yarıçaplı dış tellerin, R_1 yarıçaplı düz bir merkez tele sarılmasıyla yapılır. Merkez telin, dış tellerin birbirlerine temas etmelerini önleyecek yeterli çapa sahip olduğu kabul edilir. Yüksüz haldeki demet dış teli için başlangıç helis yarıçapının değeri denklem (13)'de verilmiştir (Costello 1990).

$$r_2 = R_1 + R_2 \quad (13)$$

Burada R_1 , merkez tel yarıçapı ve R_2 , dış tel yarıçapı olarak alınacaktır.

Tel inceyken, kesitin denklemi elips olarak kabul edilebilir. Dış tellerin birbiri ile temas edip etmediğini kontrol etmek için denklem (14) kullanılmaktadır.

$$R_2 \sqrt{1 + \frac{\tan^2\left(\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{m_2}\right)}{\sin^2 \alpha}} < R_1 + R_2 \quad (14)$$

4.2 Eksenel yüklü bir demetin incelenmesi

Şekil 6'daki demet ele alındığında bir dış telin helis açısı α_2 denklem (15) kullanılarak bulunabilir.

$$\tan \alpha_2 = \frac{p_2}{2\pi r_2} \quad (15)$$

Burada p_2 , yüksüz halde bir dış telin sarım uzunluğudur. Yüksüz halde eğrilik ve birim boydaki burulma değerleri denklem (16)'da verilmiştir.

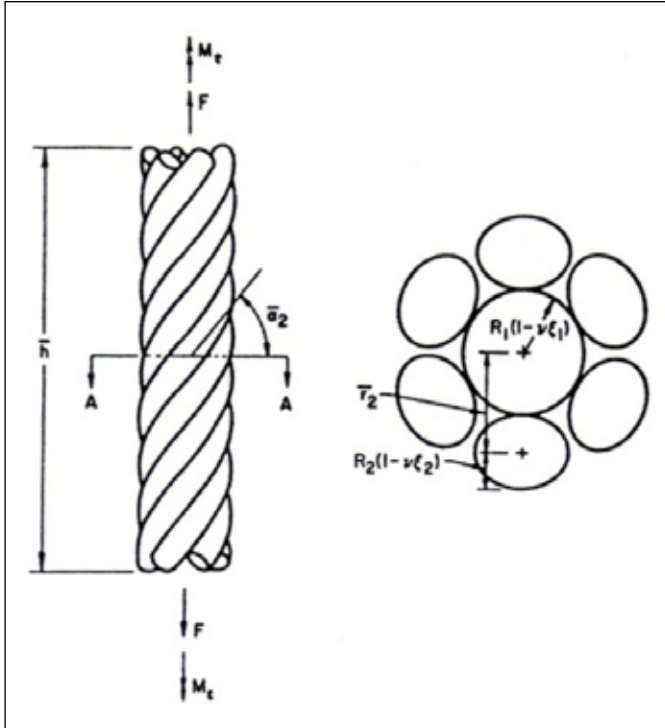
$$\kappa_2 = 0; \kappa_2' = \frac{\cos^2 \alpha_2}{r_2} \text{ ve } \tau_2 = \frac{\sin \alpha_2 \cos \alpha_2}{r_2} \quad (16)$$

Demet F ve M_t eksenel yükleri ile yüklenmiş ise dış teller bu yükleme altında farklı bir helis açısına sahip olurlar. F toplam eksenel kuvvet, M_t toplam burulma momentidir. Yüklenmiş halde eğrilik ve birim boydaki burulma değerleri denklem (17)'de verilmiştir.

$$\bar{\kappa}_2 = 0; \bar{\kappa}_2' = \frac{\cos^2 \bar{\alpha}_2}{r_2} \text{ ve } \bar{\tau}_2 = \frac{\sin \bar{\alpha}_2 \cos \bar{\alpha}_2}{r_2} \quad (17)$$

Üstü çizgili semboller yüklenme sonrası oluşan yeni değerleri ifade etmektedir.

Dış tellerin birim boyda herhangi bir dış eğilme momenti etkisi altında kalmadıkları ($\kappa_2 = \kappa_2' = \Theta_2 = 0$), dış telin birim



Şekil 6. Yük taşıyan düz demet.

boyda y ve z eksenlerinde dış kuvvete maruz kalmadıkları ($Y_2 = Z_2 = 0$), dış teldeki eksenel kuvvetin (T_2) tel boyunca sabit olduğunu kabul edilebilir. Denklem (10), (16) ve (17) kullanılarak denge denklemleri (denklem (2)'den (4)'e ve denklem (6)'dan (8)'e kadar) şu hali alır (Costello 1990);

$$-N_2' \bar{\tau}_2 + T_2 \bar{\kappa}_2' + X_2 = 0 \quad (18)$$

$$Y_2 = 0 \quad (19)$$

$$Z_2 = 0 \quad (20)$$

$$-G_2' \bar{\tau}_2 + H_2 \bar{\kappa}_2' - N_2' = 0 \quad (21)$$

$$N_2 = 0 \quad (22)$$

$$\Theta_2 = 0 \quad (23)$$

2 indisi dış teller için kullanılmaktadır.

Denklem (18) ve (21), bir dış helisel telin verilen $\bar{\alpha}_2, \bar{r}_2$ ve T_2 değerleri ile dengede kalabilmesi için gereken X_2 ve N_2' değerlerinin belirlenmesinde dikkate alınır. Dıştaki helisel ince telin α_2 helis açısı demet eksenel yüklendikten sonra $\bar{\alpha}_2$ değerine yükselmiştir ve α_2 'deki değişim $\Delta\alpha_2$ küçüktür.

$$\Delta\alpha_2 = \bar{\alpha}_2 - \alpha_2 \quad (24)$$

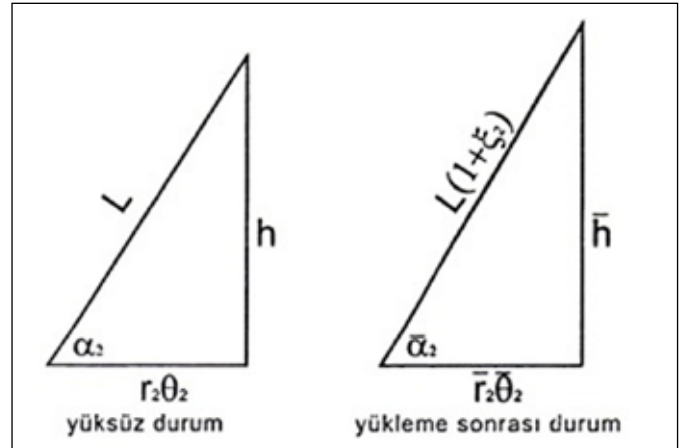
Düz bir demetin eksenel yönde birim şekil değiştirme miktarı ϵ denklem (25) kullanılarak bulunur.

$$\epsilon = \frac{\bar{h} - h}{h} \quad (25)$$

Burada h demetin ilk boyu, \bar{h} ise yüklenme sonrasındaki boyudur. Şekil 7 dış tellerin merkez ekseninin çizdiği helisin açılmasıyla aldığı görüntüleri göstermektedir.

Dış telin açısal şekil değiştirmesi β_2 denklem (26) kullanılarak bulunabilir.

$$\beta_2 = r_2 \frac{(\bar{\theta}_2 - \theta_2)}{h} \quad (26)$$



Şekil 7. Dış tellerin merkez eksenlerinin çizdiği helisin durumu.

Burada θ_2 ve $\bar{\theta}_2$, başlangıç ve son durumundaki burulma açılarıdır. Demetin birim boydaki burulma açısı τ_s denklem (27) kullanılarak bulunabilir.

$$\tau_s = \frac{(\bar{\theta}_2 - \theta_2)}{h} \quad (27)$$

Şekil 7'nin analiz edilmesiyle düz demetin birim şekil değiştirmesi ve dış telin açısal şekil değiştirmesi için denklem (28) ve (29) oluşturulabilir.

$$\varepsilon = \frac{\bar{h} - h}{h} = \xi_1 = (1 + \xi_2) \frac{\sin \bar{\alpha}_2}{\sin \alpha_2} - 1 \quad (28)$$

ve

$$\beta_2 = r_2 \tau_s = \frac{r_2 (1 + \xi_1)}{r_2 \tan \alpha_2} - \frac{1}{\tan \alpha_2} \quad (29)$$

elde edilir. Burada ξ_1 merkez telin birim şekil değiştirmesi ($\xi_1 = \varepsilon$) ve ξ_2 dış telin birim şekil değiştirmesidir. Denklem (30) çoğu metalik demetler için geçerlidir.

$$|\Delta \alpha_2| = |\bar{\alpha}_2 - \alpha_2| \ll 1 \quad (30)$$

$\sin \bar{\alpha}_2$ denklem (31) ile ifade edilebilir.

$$\sin \bar{\alpha}_2 = \sin(\alpha_2 + \Delta \alpha_2) = \sin \alpha_2 + \Delta \alpha_2 \cos \alpha_2 \quad (31)$$

Bu durumda denklem (28), denklem (32) halini alır.

$$\xi_1 = \xi_2 + \frac{\Delta \alpha_2}{\tan \alpha_2} = \varepsilon \quad (32)$$

ξ_1 ve ξ_2 değerleri küçük olduğu varsayılır. Denklem (29) benzer işlem ile denklem (33) halini alır.

$$\beta_2 = \left(\frac{r_2}{r_2} \frac{1 + \xi_2}{\tan \alpha_2} - \Delta \alpha_2 \right) - \frac{1}{\tan \alpha_2} \quad (33)$$

Poisson katsayısı etkisi ile yüklenmiş durumdaki helis yarıçapı r_2 denklem (34) halini alır.

$$\bar{r}_2 = R_1 (1 - \nu \xi_1) + R_2 (1 - \nu \xi_2) \quad (34)$$

Burada merkez tel ile dış teller arasındaki temas deformasyonları ihmal edilmiştir. $\frac{T_2}{r_2}$ oranı denklem (35) ile ifade edilebilir.

$$\frac{r_2}{r_2} = \frac{R_1 + R_2}{R_1 + R_2 - \nu (R_1 \xi_1 + R_2 \xi_2)} = \quad (35)$$

$$1 + \nu \frac{(R_1 \xi_1 + R_2 \xi_2)}{r_2}$$

Bu nedenle denklem (33), denklem (36) halini alır.

$$\beta_2 = r_2 \tau_s = \frac{\xi_2}{\tan \alpha_2} - \Delta \alpha_2 + \nu \frac{(R_1 \xi_1 + R_2 \xi_2)}{r_2 \tan \alpha_2} \quad (36)$$

Aynı zamanda, eğrilikteki değişim $\Delta \kappa'_2$ ve birim boyda burulma değişimi $\Delta \tau_2$ lineer hale getirilebilir. Bu durumda elde edilen denklemler denklem (37) ve denklem (38)'de

belirtilmiştir.

$$R_2 \Delta \kappa'_2 = \frac{\cos^2 \bar{\alpha}_2}{r_2/R_2} - \frac{\cos^2 \alpha_2}{r_2/R_2} \quad (37)$$

$$= -\frac{2 \sin \alpha_2 \cos \alpha_2}{r_2/R_2} \Delta \alpha_2 + \nu \frac{(R_1 \xi_1 + R_2 \xi_2)}{r_2} \frac{\cos^2 \alpha_2}{r_2/R_2}$$

ve

$$R_2 \Delta \tau_2 = \frac{\sin \bar{\alpha}_2 \cos \bar{\alpha}_2}{r_2/R_2} - \frac{\sin \alpha_2 \cos \alpha_2}{r_2/R_2} \quad (38)$$

$$= \frac{(1 - 2 \sin^2 \alpha_2)}{r_2/R_2} \Delta \alpha_2 + \nu \frac{(R_1 \xi_1 + R_2 \xi_2)}{r_2} \frac{\sin \alpha_2 \cos \alpha_2}{r_2/R_2}$$

Sonuç olarak bir dış tel için aşağıdaki denklemler yazılabilir;

$$\frac{G'_2}{ER_2^3} = \frac{\pi}{4} R_2 \Delta \kappa'_2 \quad (39)$$

$$\frac{H_2}{ER_2^3} = \frac{\pi}{4(1 + \nu)} R_2 \Delta \tau_2 \quad (40)$$

$$\frac{N'_2}{ER_2^2} = \frac{H_2}{ER_2^3} \frac{\cos^2 \alpha_2}{r_2/R_2} - \frac{G'_2}{ER_2^3} \frac{\sin \alpha_2 \cos \alpha_2}{r_2/R_2} \quad (41)$$

$$\frac{T_2}{ER_2^2} = \pi \xi_2 \quad (42)$$

$$\frac{X_2}{ER_2} = \frac{N'_2}{ER_2^2} \frac{\sin \alpha_2 \cos \alpha_2}{r_2/R_2} - \frac{T_2}{ER_2^2} \frac{\cos^2 \alpha_2}{r_2/R_2} \quad (43)$$

Dış tellere etki eden kuvvetlerin demet eksenindeki izdüşümleri alınarak denklem (44) elde edilir.

$$\frac{F_2}{ER_2^2} = m_2 \left(\frac{T_2}{ER_2^2} \sin \alpha_2 + \frac{N'_2}{ER_2^2} \cos \alpha_2 \right) \quad (44)$$

F_2 demetteki m_2 tane dış tele etki eden toplam eksenel kuvvettir. Dış tellere etki eden toplam burulma momenti M_2 ise denklem (45) kullanılarak hesap edilir.

$$\frac{M_2}{ER_2^3} = m_2 \left(\frac{H_2}{ER_2^3} \sin \alpha_2 + \frac{G'_2}{ER_2^3} \cos \alpha_2 + \frac{T_2}{ER_2^2} \frac{r_2}{R_2} \cos \alpha_2 - \frac{N'_2}{ER_2^2} \frac{r_2}{R_2} \sin \alpha_2 \right) \quad (45)$$

Merkez tele etki eden eksenel kuvvet F_1 ve burulma momenti M_1 sırasıyla denklem (46) ve denklem (47) kullanılarak bulunur.

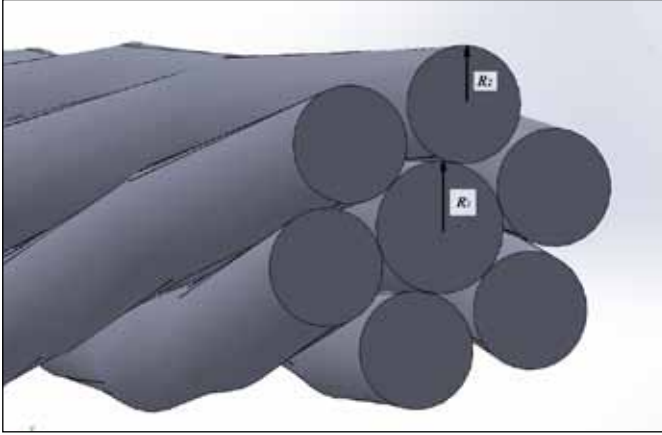
$$\frac{F_1}{ER_1^2} = \pi \xi_1 \quad (46)$$

$$\frac{M_1}{ER_1^3} = \frac{\pi}{4(1 + \nu)} R_1 \tau_s \quad (47)$$

Demete etki eden toplam eksenel kuvvet F ve toplam burulma momenti M_t sırasıyla denklem (48) ve denklem (49) kullanılarak bulunur (Costello 1990).

Çizelge 2. Kullanılan halat demetinin özellikleri

Parametre	Değer	Parametre	Değer
Merkez tel yarıçapı (R_1) (mm)	2.7	Minimum kopma yükü (F_{min}) (kN)	279
Dış kademedeki tel yarıçapı (R_2) (mm)	2.61	Demet teli elastiklik modülü (E) (MPa)	196500
Dış kademedeki tellerin hatvesi (p) (mm)	240	Dış tel adedi (m_2)	6
Poission oranı (ν)	0.3	Helis açısı (α_2)	82.085°

**Şekil 8.** Kullanılan halat demeti.

$$F = F_1 + F_2 \quad (48)$$

$$M = M_1 + M_2 \quad (49)$$

4.3 Düz bir demette oluşan gerilmelerin tespiti

Eksenel yükleme durumunda düz demeti oluşturan teller üzerine etki eden yükler yukarıda verilen denklemler kullanılarak bulunabilir. Bu yüklerden dolayı oluşan tel gerilmeleri de bulunabilir.

Merkez teldeki çekme gerilmesi denklem (50) kullanılarak bulunabilir.

$$F\sigma_1 = \frac{F_1}{\pi R_1^2} \quad (50)$$

Merkez teldeki maksimum burulma gerilmesi denklem (51) kullanılarak bulunabilir.

$$M\sigma_1 = \frac{2M_1}{\pi R_1^3} \quad (51)$$

Dış teller N_2 kesme yükünün yanı sıra eksenel, eğilme ve burulma yüklerine maruz kalırlar. N_2 kesme yükünden kaynaklanan gerilmeler diğer gerilmelerin yanında çok küçüktür ve ihmal edilecektir. Dış teldeki T_2 yükünden kaynaklanan eksenel çekme gerilmesi denklem (52) kullanılarak bulunabilir.

$$T\sigma_2 = \frac{T_2}{\pi R_2^2} \quad (52)$$

G_2 ' eğilme momenti nedeniyle oluşan dış teldeki maksimum eğilme gerilmesi denklem (53) kullanılarak bulunabilir.

$$G\sigma_2 = \frac{4G_2'}{\pi R_2^3} \quad (53)$$

Bir dış telde H_2 burulma momenti nedeniyle oluşan dış teldeki maksimum burulma gerilmesi denklem (54) kullanılarak bulunabilir (Costello 1990).

$$H\sigma_2 = \frac{2H_2}{\pi R_2^3} \quad (54)$$

5. Örnek Bir Uygulama

Bu çalışmada kullanılan 15.70 mm çapındaki halat demetinin özellikleri Çizelge 2'de gösterilmiştir.

Kullanılan halat demeti Şekil 8'de gösterilmiştir.

Dış tellerin birbiri ile temas edip etmediğinin kontrolü denklem (14) kullanılarak yapıldığında dış tellerin birbiri ile temas etmedikleri ve bu çalışmada önerilen denklemlerin kullanılabilceği görülmüştür.

$$2.61 \sqrt{1 + \frac{\tan^2\left(\frac{\pi}{2} - \frac{\pi}{6}\right)}{\sin^2 82.085}} < 2.61 + 2.7$$

Halat tellerinin helisel bir şekilde bir öz etrafında sarılmaları nedeniyle bu tellerin düz haldeki mekanik özellikleri ile halat meydana getirildikten sonra halatın mekanik özellikleri birebir aynı değildir. Örneğin halat tellerinin elastiklik modülü bilinmesine rağmen bu tellerin halat oluşturmak için bir araya getirildiklerinde meydana gelen bir halatın elastiklik modülü aynı olmamaktadır. Feyrer bir demetin elastiklik modülünü denklem (55) ile vermektedir.

$$E_{demet} = \frac{1}{A} \sum_{i=0}^n \frac{z_i \cdot \cos^3 \alpha_i}{1 + \nu_i \cdot \sin^2 \alpha_i} \cdot E_i \cdot A_i \quad (55)$$

Burada n, tel kademe sayısı (merkez telin bulunduğu kademe 0 olarak dış tellerin sarıldığı kademe 1. Kademe olarak alınmıştır.), z_i , i kademesindeki tel sayısı (0. Kademede 1 merkez tel ve 1. Kademede 6 adet tel vardır.), α_i , kademelerdeki helis açısı (0. Kademede merkez telde helis açısı sıfır olup 1. kademede dış tellerin bulunduğu helis

açısı denklem (15) kullanılarak hesaplanmış ve Çizelge 2'de belirtilmiştir.), v_p , kademelerdeki tel malzemesinin poisson oranıdır. E_p , kademelerdeki tellerin elastiklik modülü, A_p , kademedeki bir telin metalik kesit alanıdır ve A ise toplam demeti oluşturan tellerin metalik kesit alanıdır.

Bu çalışmada kullanılan halat demetinin elastiklik modülü $E_{\text{demet}}=190900$ MPa olarak bulunmuş ve kullanılmıştır.

Bu çalışmada, halat demetinin dönmesine izin verilmemiştir. Bu nedenle birim boydaki burulma açısı $\tau_s=0$ 'dır. Demetin merkez telinin birim şekil değiştirmesi $\xi_1 = \epsilon = 0.0003$ olarak alınmıştır. Bu birim şekil değiştirme nedeniyle demet dış tellerindeki birim şekil değiştirme, merkez telin ve dış tellerin yük taşıma miktarları, momentler ve demette meydana gelen gerilmeler tespit edilmiş ve sunulmuştur.

Yapılan hesaplamalarda izlenen işlem adımları şu şekilde özetlenebilir: denklem (32) ve (36) kullanılarak ξ_2 (dış telin birim şekil değiştirmesi) ve $\Delta\alpha_2$ (yükleme sonrası ve öncesi helis açısı arasındaki fark) bulunmuştur. Denklem (37) ve (38) kullanılarak $R_2\Delta\kappa'_2$ ve $R_2\Delta\tau_2$ bulunmuştur. Denklem (39)-(49) arasındaki denklemler kullanılarak demeti oluşturan tellerde $\xi_1 = \epsilon = 0.0003$ birim şekil değiştirmesi uygulandığında meydana gelen eksenel kuvvetler, eğilme ve burulma momentleri, temas yükleri hesaplanmıştır. Bu yüklerin tespit edilmesinden sonra denklem (50) kullanılarak merkez teldeki çekme gerilmesi, denklem (51) kullanılarak merkez teldeki maksimum burulma gerilmesi, denklem (52) kullanılarak dış teldeki eksenel çekme gerilmesi, denklem (53) kullanılarak dış teldeki maksimum eğilme gerilmesi, denklem (54) kullanılarak dış teldeki maksimum burulma gerilmesi hesaplanmış ve sonuçlar Çizelge 3'de bir arada sunulmuştur. Çizelge 3'de 1 alt indisi merkez teli, 2 alt indisi dış kademedeki teli ifade etmektedir.

Çizelge 3'de verilen sonuçlardan kolayca görülebileceği gibi merkez telin taşıdığı eksenel yük $F_1=1311.6095$ N iken dış kademedeki 6 adet telin taşıdığı eksenel yük $F_2=7104.9074$ N'dur. Demetin toplam taşıdığı yük ise $F=F_1 + F_2=8416.5169$ N olduğu tespit edilmiştir. Merkez tel toplam yükün %15.58'ini dış teller ise %84.42'sini taşıdığı görülmektedir.

Merkez tel düz olduğu için yük etkisi altında burulmaz ve bu nedenle merkez teldeki burulma momenti $M_1=0$ 'dır. Dış tellere etkiyen toplam burulma momenti $M_2=4988.274$ Nmm olarak bulunmuştur. Statik olarak eksenel yüklü bir demette meydana gelen gerilmelere baktığımızda, merkez teldeki oluşan çekme gerilmesi 57.27 MPa olduğu ve dış telin maruz kaldığı maksimum normal gerilme ise $T\sigma_2 + G\sigma_2=57.06$ MPa olduğu görülmektedir. Bu gerilme G'_2 momenti negatif olduğundan bir telin iç liflerinde oluşmaktadır. Merkez teldeki gerilmenin çok azda olsa dış tele göre üzerinde oluşan gerilmenin daha büyük olduğu görülmüştür.

6. Sonuçlar

Bu çalışmada, demeti oluşturan tellerde oluşan gerilmelerin tespit edilmesi ile bu sonuçların emniyet katsayısı hesabında kullanılabileceği ve bu yüklenme durumunda şekil değiştirmelerin bilinmesi gibi önemli sonuçlara erişilmiştir. Bu çalışmada, Love'un açıkladığı ve Costello tarafından geliştirilen ince çubuk teorisi kullanılarak, eksenel yüklü bir halat demetinin yük etkisi altında maruz kaldığı gerilmeler ve birim şekil değiştirmeler tespit edilmiş ve sunulmuştur. Demeti oluşturan merkez tel ve dış kademedeki tellerin taşıdığı yükler ve maruz kaldığı burulma momentleri ayrı ayrı tespit edilmiştir. Merkez telin toplam yükün %15.58'ini dış tellerin ise %84.42'sini taşıdığı tespit edilmiştir. Merkez teldeki gerilmenin çok azda olsa dış tele göre üzerinde oluşan gerilmenin daha büyük olduğu görülmüştür.

Çizelge 3. Demette meydana gelen yükler ve gerilmeler.

Yük/Moment/Gerilme/Gerinim	Değer	Yük/Moment/Gerilme/Gerinim	Değer
ξ_2	0.00029262	F_1 (N)	1311.6095
G'_2 (Nmm)	-16.748	M_1 (Nmm)	0
H_2 (Nmm)	-39.215	$F\sigma_1$ (MPa)	57.27
N'_2 (N)	0.29	$M\sigma_1$ (MPa)	0
T_2 (N)	1195.497	$T\sigma_2$ (MPa)	55.86
X_2 (N/mm)	-4.26	$G\sigma_2$ (MPa)	1.2
F_2 (N)	7104.9074	$H\sigma_2$ (MPa)	1.4041
M_2 (Nmm)	4988.274		

7. Kaynaklar

- Cookes Limited, 2007.** Wire rope handbook, Auckland, New Zealand.
- Costello, GA., 1983.** Stresses in Multilayered Cables, *J. Energy Resour. Technol.*, 105: 337-340.
- Costello, GA., 1990.** Theory of wire rope, *Springer*, Berlin,
- Cürgül, İ. 1995.** Transport tekniği cilt I, *Kocaeli Üniversitesi Yayınları*, İzmit.
- Feyrer, K. 2007.** Wire ropes: tension, endurance, reliability, *Springer Berlin Heidelberg* New York.
- Gnanavel, BK., Gopinath, D., Parthasarathy, NS. 2010.** Effect of Friction on Coupled Contact in a Twisted Wire Cable, *J. Appl. Mech*, 77: 1-6.
- Jiang, W. 1995.** A General Formulation of the Theory of Wire Ropes, *J. Appl. Mech*, 62: 747-755.
- Kumar, K., Cochran, Jr.JE., 1990.** Analytical Estimation for Static Deformation of Wire Ropes With Fibrous Core. *J. Appl. Mech*, 57: 1000-1003.
- Love, AEH., 1944.** A treatise on the mathematical theory of elasticity, fourth edition. *Dover Publications*, New York.
- Onur, YA., 2010.** Halat Ömrüne Etki Eden Parametrelerin Teorik ve Deneysel Olarak İncelenmesi, İTÜ Fen Bilimleri Enstitüsü Doktora Tezi
- Phillips, JW., Costello, GA., 1985.** Analysis of Wire Ropes With Internal-Wire-Rope Cores, *J. Appl. Mech*, 52: 510-516.