İBN EL-HAVVÂM, ESERLERİ VE EL-FEVÂİD EL-BAHÂİYYE Fİ EL-KAVÂİD EL-HİSÂBİYYE'DEKİ ÇÖZÜMSÜZ PROBLEMLER BAHSİ

İhsan Fazlıoğlu

İslam bilim tarihinde, İlhanlı hükümdarı Hülagü Han'ın 4 Safer 656/10 Şubat 1258 tarihinde Bağdad'a girip Abbasi Devleti'ni tarih sahnesinden kaldırmasıyla İslam biliminin "Altın Çağı"nın bittiği anlayışı, son yıllara kadar hakim bir anlayıştı. Ancak son yıllarda, bu düşüncenin, tarihi arka planının zayıf olduğu ve daha çok, bilgi eksikliği ile siyasi-ideolojik kaygılara dayandığı gösterilmiştir(1).

Moğol istilası ile en azından Doğu-İslam dünyasında Arap unsurunun siyasi hakimiyetinin bittiği ve Bağdad merkezli bilim-kültür hayatının yıkıcı bir darbe aldığı doğrudur. Ayrıca bu darbenin, genel anlamda, İslam bilim ve medeniyetini menfi yönde etkilediği de açıktır. Ancak, bu istila sonucunda İslam medeniyeti bir bütün ve canlı bir uzuv olarak ortadan kalkmamış, sadece sendelemiştir. Moğol istilasının tamamlanması ve bölgede siyasi-ekonomik istikrarının yeniden sağlanmasından sonra İslam bilim ve medeniyeti yeni bir atılıma girmiştir. Çünkü Moğollar, İslam dünyasına yeni bir "siyasi hakimiyet" olarak girmiş iseler de alternatif bir medeniyet-kültür anlayışı getirmemişlerdir. Tersine, zamanla, üzerinde hakimiyet kurdukları dünyanın medeniyet-kültür anlayışını benimsemişlerdir.

Yeni siyasi gücün hakimiyetini kabul eden ve ilgilerini de dikkate alarak onları yönlendiren bir grup bilim adamı, İslam medeniyetinde, Abbasi Halifesi Me'mun (813-833) döneminde Bağdad'da kurulan Beyt el-Hikme ile müesseseleşen ve ilk parlak dönemini yaşayan İslam biliminin ikinci yaratıcı atılımını gerçekleştirmişlerdir. Bu grubun kurucu başkanı Nasîruddîn el-Tûsî (597-672/1201-1274)'dir ve İslam medeniyetinde fen bilimlerinin "tahriri" yani "yeniden düzenlenmesi"ni gerçekleştiren bilim adamıdır. Cemaziyelevvel 657/Nisan-Mayıs 1259 senesinde, Hülagü Han'ın maddi desteğiyle tesis edilmeye başlanan Merağa Rasathanesi ve Kütüphanesinin başında bulunan Nasîruddîn el-Tûsî, bu fırsatı ve imkanları değerlendirmesini bilmiş ve o dönemde İslam dünyasında mevcut olan Ali b. Ömer el-Kazvînî, Müeyyuddîn el-Urdî, Fahruddîn el-Ahlâtî, Muhyiddîn el-Mağribî, Şemsuddîn el-Şirvânî ve Kutbuddîn el-Şirâzî gibi büyük bilim adamlarını bir araya getirmiş ve İslam biliminin daha sonraki dönemine damgasını vuran "Merağa matematik-astronomi" okulunu kurmuştur(2).

Merağa matematik-astronomi okulunun başarısı, sadece bu okula mensub olan bilim adamlarının ferdi veya kollektif olarak ortaya koydukları ilmi ve teknik ürünlerle sınırlı değildir. Bunun yanında okul üyesi bilim adamları, yetiştirdikleri veya yetişmesine yardımcı oldukları bilim adamları vasıtasıyla da İslam bilimine önemli katkılarda bulunmuşlardır. Bu eğitim ve öğretim hareketinde, şüphesiz, en önemli yere sahip olan ve birçok öğrenci yetiştiren, okulun kurucu-üyesi Nasîruddîn el-Tûsî'dir. Bu çalışmada, onun, akli ilimler sahasında yetişmesine katkıda bulunduğu, ancak doğrudan Merağa okulunun bir üyesi olmayan VIII/XIV. yüzyıl İslam bilim adamlarından İbn el-Havvâm ve eseri *el-Fevâid el-Bahâiyye fi el-Kavâid el-Hisâbiyye* incelenerek müellifin ve eserin İslam matematik tarihi içindeki yeri tespit edilmeye çalışılmıştır. Ayrıca, *el-Bahaiyye*'nin beşinci makalesinin son faslı ve eserin hatimesi olan ve "Çözümsüz Problemler" başlığı altında İbn el-Havvâm tarafından kayd edilen otuz üç problem, matematik tarihi açısından geniş olarak ele alınmıştır.

İbn el-Havvâm, Hayatı ve Eserleri

Klasik tabakat kitaplarında İbn el-Havvâm hakkındaki ilk bilgiyi İbn el-Fuvâtî (642-724/1244-1323) vermektedir[3]. İbn el-Fuvâtî'nin, Nasîruddîn el-Tûsî'nin idaresindeki Merağa Rasathanesi'nin kütüphanecisi olduğu gözönüne alınırsa, Nasîruddîn el-Tûsî'nin öğrencisi olması hasebiyle, İbn el-Havvâm'ı yakından tanıdığı düşünülebilir[4]. Ayrıca İbn el-Fuvâtî'nin, İbn el-Havvâm'ın da hizmetinde bulunduğu ve çocuklarının eğitim ve öğretim işlerini yürüttüğü Alâuddîn Atâ Melik b. Muhammed el-Cüveynî (623-685/1226-1286)'nin çevresinde bulunması bu fikri teyit etmektedir[5].

İmâduddîn (veya Cemâluddîn) Ebû Ali Abdullah b. Muhammed el-Havvâm b. Abdurrezzak el-Harbûvî, el-Bağdadî, el-Irakî, el-İsfehânî[6]*, el-Harezmî*[7]*, el-Şafiî*, İbn el-Fuvâtî'nin verdiği ve daha sonraki kaynaklarca kabul ve tekrar edilen bilgiye göre Zilkade 643/Mart 1245'de, muhtemelen, Bağdad'da doğdu[8]. Hayatının ilk dönemlerine ait herhangi bir bilgi yoktur. İlhanlılar (İran Moğolları) hükümdarı Hülagü Han (öl. 663/1265) 4 Safer 656/10 Şubat 1258 tarihinde Bağdad'a girdiğinde İbn el-Havvâm henüz on üç yaşındaydı.

İbn el-Havvâm, ilk eğitimini, muhtemelen, Bağdad'da yaptı. Daha sonra Nasîruddîn el-Tûsî'den akli ilimleri tahsil etti[9]. Ancak bu tahsilin nerede ve nasıl olduğu hakkında kaynaklarda bilgi yoktur[10]. İsim zincirinde verilen; Feylosof, Hakîm, Hâsib, Tabîb, Edîb ve Mütekellim gibi ünvanlardan kendisinin felsefe, matematik, tıb, edebiyat, kelam ve fıkıh sahalarında iyi bir tahsil gördüğü ve ün yaptığı anlaşılmaktadır.

Akli ve nakli ilimlerde zamanının tanınmış simalarından olan İbn el-Havvâm, Bağdad'da, Dâr el-Zeheb'te Şafii fıkhı okuttu, bu müessesenin tıb riyasetini üstlendi ve Rıbat şeyhliği makamına geldi. Bu tedris faaliyeti esnasında Tabîb el-İzz el-İrbilî gibi bir çok öğrenci yetiştirdi[11]. Dönemin İlhanlı veziri, Şemsuddîn Muhammed b. Muhammed el-Cüveynî'nin oğlu Harun ve amcası Alâuddîn Atâ Melik b. Muhammed'in çocuklarının eğitim ve öğretimini yürüttü[12]. Kendisinden rivayet edildiğine göre, Alâuddîn Atâ Melik çocuklarına hisâb öğretmesini istediğinde, ona "(4 × 4) kaç eder" diye sormuş, o da normal cevab vermenin yakışık almayacağını düşünerek 1/2(32), 1/3(48), 1/5(80) şeklinde cevab vermiş, bunun üzerine Atâ Melik'in övgü ve itimadını kazanmıştır[13]. Daha sonra İsfehân'a giderek, Şemsuddîn el-Cüveynî'nin oğlu Bahâuddîn Muhammed (öl. 678/1279)'ın hizmetine girdi ve orada onun adına ithafen, aşağıda geniş olarak incelenecek olan, *el-Fevâid el-Bahâiyye fi el-Kavâid el-Hisâbiyye* adlı eserini Şaban 675/Ocak 1276 ayında, yani Hülagü Han'ın oğlu Abaka Han (öl. 680/1282)'ın saltanatı esnasında telif etti[14]. İbn el-Havvâm'ın daha sonra Muharrem 715/Nisan 1315'de Sultaniye Medresesi'nde tedris faaliyetini üstlendiği görülmektedir. Bu tedris faaliyeti esnasında Kemâluddîn el-Fârisî gibi birçok öğrenci yetiştirdi[15].

Yukarıda zikredilen klasik kaynaklarda, ahlâk sahibi, hoşgörülü, adil ve bilgili bir insan olarak tavsif edilen İbn el-Havvâm, İlhanlı devletinin ileri gelenleri ile kurduğu özel ilişkiler neticesinde varlıklı bir insan olmuş ve bu imkanlarını hayır işlerinde kullanmıştır. Dâr el-Zeheb vakfının mütevelli heyetinin başkanlığını üstlenmiş, binasının imarı, gelirlerinin düzenlenmesi ve yönetiminin ıslahı için çalışmıştır. Ayrıca buraya birçok değerli kitap bağışlamış ve öğrencilere burs sağlamıştır. Diğer taraftan bir Dâr inşa ettirmiş, buraya bir imam, on yetim ve işlerini düzenleyecek bir müeddib tayin ederek vakfetmiştir. Klasik kaynaklar, ayrıca, çeşitli güzel kokular ve macunlar kullanması ve gül mevsiminde evinin çatı ve duvarlarını güllerle döşemesi gibi garib adetlerini de kaydetmektedir[16].

İbn el- Havvâm, hamisi ünlü İlhanlı veziri ve tarihçi Fadlullah Reşiduddîn b. Ebû'l-Hayr İmâduddîn el-Hemedanî (öl. 8 Cemaziyelevvel 718/18 Temmuz 1318)'nin İran-Moğol Hükümdarı Ebû Said (öl. 736/1335) tarafından öldürülmesinden sonra[17], onun tefsirine yazdığı bir takrizden dolayı küfürle itham edilmiştir[18]. İbn el-Havvâm takrizinde, Reşiduddîn için "O Rabbani bir insandır, belki de insani bir Rab'tır. Allah'tan sonra ismini yüceltesi geliyor insanın..."[19]; diğer bazı kaynaklara göre ise "Allah'tan sonra ona ibadet etmeyi tercih edesi geliyor insanın..." gibi ibareler kullanmıştır[20]. Mahkemede, İbn el-Havvâm hakime bir miktar altın vermiş ve kendisi için düzenlenen bir celsede Kâdî el-Kudat Kutbuddîn'in önünde kelime-i şehadet getirmiş, hakim de onu serbest bırakmıştır. İbn el-Havvâm daha sonra 724/1323-1324 yılında vefat etmiş ve Bağdad'da defnedilmiştir(21).

İbn el-Havvâm'ın klasik ve modern kaynaklara dayanarak tefsir, tasavvuf, ahlâk ve tıp sahasında birer, mâtematik sahasında ise üç olmak üzere toplam yedi eseri tespit edilebilmiştir. Ayrıca matematik sahasında zamanımıza ulaşan İbn el-Havvâm'a ait bazı "Fevâid" mevcuttur.

Nakd Rey el-Nasihîn ve İbtâl Temessukihim bi Ayât el Kurâ'n
Tefsir sahasında Arapça telif edilmiş olan bu eser, klasik ve modern kaynaklarda zikredilmemektedir. Yalnızca Ziriklî'de bu eserin, Şükrî Faysal adlı bilim adamının özel kütüphanesinde mevcut olduğu kayıtlıdır(22).

Risâlet el-Firâse
Tasavvuf ile ilgili olan Arapça bu eserden klasik ve modern kaynaklar bahsetmemektedir. Eser Hüseyin Ali Mahfûz tarafından 1954 yılında Tahran'da 16 sahife olarak yayınlanmıştır(23). Herhangi yazma bir nüshasına ise tesadüf edilememiştir.

Makâle fi İlm el-Ahlâk
Ahlâk sahasında yazılmış olan bu eserden de klasik ve modern kaynaklar bahsetmemektedir. Tespit edilebilen tek nüshası Topkapı Sarayı, III.Ahmed, nr: 1361/8, yaprak 109b-114b'de mevcuttur(24).

Mukaddime fi el-Tıb (Kitab el-Tezkire el-Sadiyye fi el-Kavânin el-Tıbbiyye veya *el-Kulliyye)*
İlk olarak el-Safedî'nin kaydettiği bu eser, Brockelmann, Ahmed İsa ve Ziriklî tarafından da zikredilmektedir(25).

Nüshaları: Süleymaniye, Laleli, nr. 1625, nesihle 59 yaprak, 11,8x21,5(6,8x14,7)cm., 19 satır. Safer 719/ Mart 1319 tarihinde el-Hac İbrahim b. Muhammed el-Merağî tarafından istinsah edilmiştir (26); Musul, nr. 33,152,6 (27).

Fevâid İbn el-Havvâm
Matematik sahasında olan bu Fevâid, İbn el-Havvâm'ın aşağıda zikredilecek matematik eserlerinde mevcut değildir. Daha çok bazı aritmetik, cebir ve geometri konuları ile ilgili olan Fevâid, ya İbn el-Havvâm'ın *el-Bahâiyye*'si

üzerine yazılan şerhlerde şarihlerin zikrettiği ya da değişik matematikçilerin telif eserlerinde İbn el-Havvâm'a nispet ederek aktardığı problemler (mesâil) olarak gözükmektedir. Ayrıca İbn el-Havvâm'ın aşağıda verilecek olan matematik eserlerinin değişik nüshalarında görülen Fevâid, genellikle nüshaların zahriyelerinde veya ferağ kayıtlarından sonra kaydedilmişlerdir.

Kemâluddîn el-Fârisî'nin *el-Bahâiyye* şerhinde İbn el-Havvâm'a nisbet ettiği "fâide", bir cebir problemi ve çözümünden oluşmaktadır(28). Aynı problem ve çözümü, *el-Bahâiyye*'nin Kitâbhâne-i Dânişgede-i İlahiyyât ve Maârif el-İslamî'de nr. 524/2, yaprak 22b-68b arasında bulunan 729/1328-1329 tarihinde istinsah edilmiş nüshasının ferağ kaydından sonra "min Fevâid Mevlana İbn el-Havvâm" yazılarak kaydedilmiştir(29).

Aşağıda verilen *el-Şemsiyye*'nin Diyarbekir, nr. A 2213/4, yaprak 44b-63b'de bulunan nüshasından önce aynı mecmuada 43a-44a yaprakları arasında kaydedilmiş Fevâid, aritmetik, cebir ve geometri ile ilgili konuları ihtiva etmektedir. Fevâid büyük bir ihtimalle nüshanın müstensihi ve İbn el-Havvâm'ın öğrencisi Abdulvâhid Tâlib b. Sâlih el-Maâddî tarafından Bağdad'da 726/1326 tarihinde kaydedilmiştir.

Müellifi meçhul olan ve Sultan II. Bayezid'e sunulan *İrşâd el-Tullâb İla İlm el-Hisâb* adlı eserde İbn el-Havvâm'a nispet edilerek verilen "faide" çözümsüz bir cebir probleminden oluşmaktadır(30).

Fusûl ala Fehm el-Makâle el-Âşira min Kitâb İklidis

Sezgin tarafından *Risâle fi Fehm el-Makâle el-Âşira el-Muteallika min Kitâb İklidis*, King ve Şeşen tarafından ise *Şerh el-Makâle el-Âşira min Kitâb el-İklidis* adıyla verilen eserin doğru ismi yazma nüshalarına dayanarak yukarıdaki şekilde tespit edilmiştir(31). Eser Arapça telif edilmiştir ve Euclides (M.Ö. III. yüzyıl)'ın *Elementler* adlı kitabının X. makalesinin açıklamasıdır(32).

Nüshaları: Kastamonu, İl Halk Kütüphanesi, nr. 2506/2, yaprak 35b-37a. İstinsahı 725/1324-1325'de(33); Dâr el-Kutub (Kahire), Riyada, nr. 300/1, bozuk mağribi hat ile yaprak 1a-3b. İstinsahı 1150/1737-1738'de(34); Süleymaniye, Carullah, nr. 2060/9, talikle yaprak 138a-139b. İstinsahı, Şeşen'e göre X./XVI., Sezgin'e göre XII./XVIII. asırdadır. Nüshanın sonunda ise herhangi bir tarih zikredilmemektedir(35); Süleymaniye, Fatih, nr. 3401/6, nesihle yaprak 212a-230b, 13,3x18(8,4x12,2) cm., 20 satır.

El-Risâle el-Şemsiyye fi el-Kavâid el-Hisâbiyye

Klasik kaynaklarda adı geçmeyen bu Arapça eseri ilk olarak Brockelmann vermekte ve Paris 2470'de bir nüshasının olduğunu belirtmektedir[36]. Şeşen ise aynı eserin Kastamonu 2506/1 numarada bir nüshasının bulunduğunu kaydetmektedir[37]. Ayrıca Şeşen'in, Diyarbekir, A 2213/4 numarada bulunan ve *el-Yetîme fi el-Hisâb* adıyla ayrı bir eser olarak verdiği nüshanın, *el-Şemsiyye*'nin diğer bir nüshası olduğu tespit edilmiştir[38].

Benzer şekilde Bağdad'lı İsmail Paşa'nın müellifi meçhul olarak verdiği, Şeşen'in de aynı şekilde zikrettiği İstanbul Üniversitesi, A.1225, 141a-184a numara ve yapraklarda mevcut *el-Makâlât el-Riyâdiyye fi el-Kavâid el-Hisâbiyye* adlı altı makaleden oluşan eserin ilk beş makalesi *el-Şemsiyye* ile aynıdır[39]. Altıncı makale "Fi el-Kusûr ve Amâlihâ" başlığını taşımaktadır ve 172b-184a yaprakları arasındadır. Fakat 172b'de makalenin ilk cümlesinin hemen yanında düşülen Arapça talikte "Bu makale, önceki makalelerin cümlesinden değil, Ahmed b. Sebât Kâdî el-Humâmiye (öl. 631/1234)'nin *Kitâb Umdet el-Râid ve Uddet el-Fârid*'inin cümlesindendir" ibaresi mevcuttur[40]. Dolayısıyla altıncı makaleyi müstensih sonradan esere eklemiştir; çünkü altı makale de aynı müstensihin kaleminden çıkmıştır.

Ancak, Kastamonu ve Diyarbekir nüshaları ile İstanbul Üniversitesi nüshası arasında yapılan mukayesede bazı "bab" ve "fasıl"ların yerlerinin farklı olduğu tespit edilmiştir. Fakat genel olarak nüshalar muhteva açısından birbiriyle aynıdır. Sadece Kastamonu ve Diyarbekir nüshalarının birinci makalelerinin sonunda (19a ve 49a-b) bulunan "Cezr el-Derec" faslı, İstanbul Üniversitesi kütüphanesi nüshasında mevcut değildir.

Nüshaları: Kastamonu, İl Halk Kütüphanesi, nr. 2506/1, nesihle yaprak 1a-35a, 17 satır. Muhammed b. el-Huseyn b. el-Hac Muhammed tarafından 26 Recep Cumartesi 725/Haziran 1325 tarihinde Bağdad'da istinsah edilmiştir[41]; Diyarbekir, İl Halk Kütüphanesi, nr. A 2213/4, yaprak 44b-63b, 18x13 (14x8) cm., 25 satır. Recep 726/Haziran 1326 tarihinde Abdülvâhid Tâlib b. Sâlih el-Maâdî tarafından Bağdad'da istinsah edilmiştir[42]; İstanbul Üniversitesi, nr. A 1225, yaprak 141a-172b. X./XVI. asırda istinsah edilmiştir[43]; Paris, nr. 2740[44].

El-Şemsiyye ile biraz sonra geniş olarak incelenecek olan *el-Bahâiyye* arasında yapılan karşılaştırma ilkinin ikincisinin bir versiyonu olduğunu ortaya koymuştur. İki eser arasındaki önemli farklılıklar şöyle sıralanabilir:

* *el-Şemsiyye*'de, *el-Bahâiyye*'nin Pythagoraşçı sayı anlayışı ile "Mukaddime"sinin bir bölümü değiştirilmiştir.
* İbn el-Havvâm'ın *el-Bahâiyye*'yi takdim ettiği Muhammed el-Cüveynî ile ilgili övgü ifadeleri *el-Şemsiyye*'de mevcut değildir.
* Makalelerin, *el-Bahâiyye*'de genişçe ele alınan "bab" ve "fasıl"ları *el-Şemsiyye*'de özetlenmiş, verilen örnekler çıkarılmış ve birçok bab ve fasıl birleştirilmiştir.
* *el-Şemsiyye*'nin Kastamonu ve Diyarbekir nüshalarının, birinci makalelerinin sonunda, *el-Bahâiyye*'de zikredilmeyen "Cezr el-Derec" başlıklı bir fasıl yer almaktadır.
* *el-Şemsiyye*'nin dördüncü makalesine, "Hisâb el-Hatâeyn" babından önce "Fi İstikrâ" adını taşıyan ve *el-Bahâiyye*'de olmayan yeni bir bab eklenmiştir.
* İbn el-Havvâm'ın, *el-Bahâiyye*'de herhangi bir tasnife tabi tutmadan basitten karmaşığa doğru verdiği cebir problemleri, *el-Şemsiyye*'nin beşinci makalesinde "Çarpma, Bölme ve Değişik Türler" başlıkları altında, üç fasıla bölünerek verilmiştir.
* *el-Bahâiyye*'de İbn el-Havvâm'ın "Hatime"de verdiği otuzüç çözümsüz problem, *el-Şemsiyye*'de mevcut değilidir.

Netice olarak, *el-Şemsiyye* ve *el-Bahâiyye* arasındaki esas fark, birincisinin daha muhtasar olmasıdır. Eserlerin beş makaleye bölünmesi, konuların takdiminde takip edilen sıra vb. diğer konularda iki eser arasında fark yoktur. Fakat *el-Şemsiyye*'nin bizzat İbn el-Havvâm tarafından yazılıp yazılmadığı tespit edilememiştir. Ancak Kastamonu nüshasının birinci yaprağında (1a) bulunan ve 723/1323 tarihini taşıyan kıraat kaydından hareketle, eserin muhtemelen İbn el-Havvâm tarafından, *el-Bahâiyye*'den ihtisar edilerek hazırlanmış olduğu söylenebilir.

El-Fevâid el-Bahâiyye fi el-Kavâid el-Hisâbiyye

İbn el-Havvâm'ın klasik kaynaklarda zikredilen tek matematik eseridir. Eseri *el-Kavâid el-Bahâiyye fi el-Hisâb* adıyla veren ilk müellif el-Safedî'dir[45]. Ziriklî ve Ahmed İsa da aynı ismi tekrar ederler[46]. Katip Çelebi ise eseri *el-Fevâid el-Bahâiyye* başlığı altında zikreder[47]. Suter, Salih Zeki, Tûkân, Azzavi, Sarton ve Brockelmann ile eserin aşağıda inceleyeceğimiz nüshalarının çoğunda ve Kemâluddîn el-Fârisî ve İmâduddîn el-Kâşî'nin şerhlerinde eserin adı yukarıda tespit edilen şekilde verilir[48]. Ancak eser *el-Risâlet el-Bahâiyye* olarak tanınmıştır[49].

* *el-Bahâiyye* üzerine Kemâluddîn el-Fârisî (öl. 19 Zilkade 718/12 Ocak 1319) ve İmâduddîn el-Kâşî(öl. 745/1344'den sonra) tarafından birer şerh yazılmıştır. Her iki şerhte "kale-ekulu" tarzında olup *el-Bahâiyye* metninin tümünü ihtiva etmektedir.
* *el-Bahâiyye*'nin incelenen ve aşağıda zikredilen nüshalarının büyük çoğunluğunda müstensihler, eserin İbn el-Havvâm'a ait olduğunda müttefiktirler.
* Tûkân ve Suveysî dışında, eseri zikreden klâsik ve modern kaynaklar eserin İbn el-Havvâm'a ait olduğunu teyit etmektedir. Ayrıca yine Tûkân ve Suveysî dışında, hiçbir klasik ve modern kaynak Cemşîd el-Kâşî'ye bu isimde bir eser nisbet etmemektedir.
* Cemşîd el-Kâşî'nin *Miftâh el-Hisâb*'ı ve yine onun tarafından yapılan ihtisarı ile *el-Bahâiyye*'nin muhtevaları değişik olduğu gibi kullanılan matematik terminolojisi de yer yer farklılık arzeder. Mesela; *Miftâh el-Hisâb*, hisâb el-hindî'yi incelerken, *el-Bahâiyye*, hisâb el-hevâî'yi ele alır.
* Son olarak, bizzat Cemşîd el-Kâşî'nin kendisi, *el-Bahâiyye*'nin İbn el-Havvâm'a ait olduğunu eseri *Miftâh el-Hisâb*'ta "Hakim, Muhakkık İmâduddîn el-Havvâm el-Bağdadî, *el-Risâlet el-Bahâiyye*'de zikretti" cümlesiyle teyit etmektedir(53). Aynı şekilde Kemâluddîn el-Fârisî'den "Şârih" olarak bahsetmekte ve *el-Bahâiyye* üzerine olan şerhinden alıntı yapmaktadır(54). İmâduddîn el-Kâşî'yi ise yine "Şârih *el-Bahâiyye*" olarak kaydetmektedir(55). Ayrıca, yukarıda işaret edilen Laleli 2175 numarada kayıtlı *el-Bahâiyye* nüshasının müstensihinin, *Miftâh el-Hisâb*'ın beşinci makalesinin dördüncü babında Cemşîd el-Kâşî tarafından zikredildiğini söylediği eser "*el-Bahâiyye*" adıyla kaydedilmiştir(56). Fakat müstensih eseri Cemşîd el-Kâşî'nin zannetmiştir. Dolayısıyla Cemşîd el-Kâşî, hem İbn el-Havvâm'ın *el-Bahâiyye*'sinden hem de Kemâluddîn el-Fârisî ile İmâduddîn el-Kâşî'nin şerhlerinden haberdardır ve her üç eseri de mütalaa etmiştir.

Araştırmalar neticesinde *el-Bahâiyye*'nın Türk ve dünya kütüphanelerinde otuz nüshasının bulunduğu tespit edilmiş ve tenkitli metin hazırlanırken bunlardan on tanesi kullanılmıştır (Bkz: Ek.1).

Tenkitli metin çalışmasında esas alınan Süleymaniye, Hasan Hüsni Paşa, nr. 1292/8 nüshasının içinde bulunduğu mecmua değişik matematik eserlerini ihtiva eden değerli bir mecmuadır ve Osmanlı matematikçisi Mustafa Sıdkı tarafından 1168-1170/1754-1756 tarihleri arasında istinsah edilmişlerdir. Dolayısıyla *el-Bahâiyye*'nin istinsah tarihi olarak mecmuada bulunan bir önceki risâlenin istinsah tarihi olan 1170/1756 tarihi kabul edilebilir. Hasan Hüsni Paşa nüshasının en önemli özelliği değişik birkaç nüshanın karşılaştırılmasından hareketle meydana getirilmiş olmasıdır. Müstensih Mustafa Sıdkı istinsah ettiği üzerine yazılan şerhlerde şarihlerin zikrettiği ya da değişik matematikçilerin telif eserlerinde İbn el-Havvâm'a nispet ederek aktardığı problemler (mesâil) olarak gözükmektedir. Ayrıca İbn el-Havvâm'ın aşağıda verilecek olan matematik eserlerinin değişik nüshalarında görülen Fevâid, genellikle nüshaların zahriyelerinde veya ferağ kayıtlarından sonra kaydedilmişlerdir.

Kemâluddîn el-Fârisî'nin *el-Bahâiyye* şerhinde İbn el-Havvâm'a nisbet ettiği "fâide", bir cebir problemi ve çözümünden oluşmaktadır(28). Aynı problem ve çözümü, *el-Bahâiyye*'nin Kitâbhâne-i Dânişgede-i İlahiyyât ve Maârif el-İslamî'de nr. 524/2, yaprak 22b-68b arasında bulunan 729/1328-1329 tarihinde istinsah edilmiş nüshasının ferağ kaydından sonra "min Fevâid Mevlana İbn el-Havvâm" yazılarak kaydedilmiştir(29).

Aşağıda verilen *el-Şemsiyye*'nin Diyarbekir, nr. A 2213/4, yaprak 44b-63b'de bulunan nüshasından önce aynı mecmuada 43a-44a yaprakları arasında kaydedilmiş Fevâid, aritmetik, cebir ve geometri ile ilgili konuları ihtiva etmektedir. Fevâid büyük bir ihtimalle nüshanın müstensihi ve İbn el-Havvâm'ın öğrencisi Abdulvâhid Tâlib b. Sâlih el-Maâddî tarafından Bağdad'da 726/1326 tarihinde kaydedilmiştir.

Müellifi meçhul olan ve Sultan II. Bayezid'e sunulan *İrşâd el-Tullâb İla İlm el-Hisâb* adlı eserde İbn el-Havvâm'a nispet edilerek verilen "faide" çözümsüz bir cebir probleminden oluşmaktadır(30).

Fusûl ala Fehm el-Makâle el-Âşira min Kitâb İklidis
Sezgin tarafından *Risâle fi Fehm el-Makâle el-Âşira el-Muteallika min Kitâb İklidis*, King ve Şeşen tarafından ise *Şerh el-Makâle el-Âşira min Kitâb el-İklidis* adıyla verilen eserin doğru ismi yazma nüshalarına dayanarak yukarıdaki şekilde tespit edilmiştir(31). Eser Arapça telif edilmiştir ve Euclides (M.Ö. III. yüzyıl)'ın *Elementler* adlı kitabının X. makalesinin açıklamasıdır(32).

Nüshaları: Kastamonu, İl Halk Kütüphanesi, nr. 2506/2, yaprak 35b-37a. İstinsahı 725/1324-1325'de(33); Dâr el-Kutub (Kahire), Riyada, nr. 300/1, bozuk mağribi hat ile yaprak 1a-3b. İstinsahı 1150/1737-1738'de(34); Süleymaniye, Carullah, nr. 2060/9, talikle yaprak 138a-139b. İstinsahı, Şeşen'e göre X./XVI., Sezgin'e göre XII./XVIII. asırdadır. Nüshanın sonunda ise herhangi bir tarih zikredilmemektedir(35); Süleymaniye, Fatih, nr. 3401/6, nesihle yaprak 212a-230b, 13,3x18(8,4x12,2) cm., 20 satır.

El-Risâle el-Şemsiyye fi el-Kavâid el-Hisâbiyye

Klasik kaynaklarda adı geçmeyen bu Arapça eseri ilk olarak Brockelmann vermekte ve Paris 2470'de bir nüshasının olduğunu belirtmektedir(36). Şeşen ise aynı eserin Kastamonu 2506/1 numarada bir nüshasının bulunduğunu kaydetmektedir(37). Ayrıca Şeşen'in, Diyarbekir, A 2213/4 numarada bulunan ve *el-Yetîme fi el-Hisâb* adıyla ayrı bir eser olarak verdiği nüshanın, *el-Şemsiyye*'nin diğer bir nüshası olduğu tespit edilmiştir(38).

Benzer şekilde Bağdad'lı İsmail Paşa'nın müellifi meçhul olarak verdiği, Şeşen'in de aynı şekilde zikrettiği İstanbul Üniversitesi, A.1225, 141a-184a numara ve yapraklarda mevcut *el-Makâlât el-Riyâdiyye fi el-Kavâid el-Hisâbiyye* adlı altı makaleden oluşan eserin ilk beş makalesi *el-Şemsiyye* ile aynıdır(39). Altıncı makale "Fi el-Kusûr ve Amâlihâ" başlığını taşımaktadır ve 172b-184a yaprakları arasındadır. Fakat 172b'de makalenin ilk cümlesinin hemen yanında düşülen Arapça talikte "Bu makale, önceki makalelerin cümlesinden değil, Ahmed b. Sebât Kâdî el-Humâmiye (öl. 631/1234)'nin *Kitâb Umdet el-Râid ve Uddet el-Fârid*'inin cümlesindendir" ibaresi mevcuttur(40). Dolayısıyla altıncı makaleyi müstensih sonradan esere eklemiştir; çünkü altı makale de aynı müstensihin kaleminden çıkmıştır.

Ancak, Kastamonu ve Diyarbekir nüshaları ile İstanbul Üniversitesi nüshası arasında yapılan mukayesede bazı "bab" ve "fasıl"ların yerlerinin farklı olduğu tespit edilmiştir. Fakat genel olarak nüshalar muhteva açısından birbiriyle aynıdır. Sadece Kastamonu ve Diyarbekir nüshalarının birinci makalelerinin sonunda (19a ve 49a-b) bulunan "Cezr el-Derec" faslı, İstanbul Üniversitesi kütüphanesi nüshasında mevcut değildir.

Nüshaları: Kastamonu, İl Halk Kütüphanesi, nr. 2506/1, nesihle yaprak 1a-35a, 17 satır. Muhammed b. el-Huseyn b. el-Hac Muhammed tarafından 26 Recep Cumartesi 725/Haziran 1325 tarihinde Bağdad'da istinsah edilmiştir(41); Diyarbekir, İl Halk Kütüphanesi, nr. A 2213/4, yaprak 44b-63b, 18x13 (14x8) cm., 25 satır. Recep 726/Haziran 1326 tarihinde Abdülvâhid Tâlib b. Sâlih el-Maâdî tarafından Bağdad'da istinsah edilmiştir(42); İstanbul Üniversitesi, nr. A 1225, yaprak 141a-172b. X./XVI. asırda istinsah edilmiştir(43); Paris, nr. 2740(44).

El-Şemsiyye ile biraz sonra geniş olarak incelenecek olan *el-Bahâiyye* arasında yapılan karşılaştırma ilkinin ikincisinin bir versiyonu olduğunu ortaya koymuştur. İki eser arasındaki önemli farklılıklar şöyle sıralanabilir:

* *el-Şemsiyye*'de, *el-Bahâiyye*'nin Pythagorasçı sayı anlayışı ile "Mukaddime"sinin bir bölümü değiştirilmiştir.
* İbn el-Havvâm'ın *el-Bahâiyye*'yi takdim ettiği Muhammed el-Cüveynî ile ilgili övgü ifadeleri *el-Şemsiyye*'de mevcut değildir.
* Makalelerin, *el-Bahâiyye*'de genişçe ele alınan "bab" ve "fasıl"ları *el-Şemsiyye*'de özetlenmiş, verilen örnekler çıkarılmış ve birçok bab ve fasıl birleştirilmiştir.
* *el-Şemsiyye*'nin Kastamonu ve Diyarbekir nüshalarının, birinci makalelerinin sonunda, *el-Bahâiyye*'de zikredilmeyen "Cezr el-Derec" başlıklı bir fasıl yer almaktadır.
* *el-Şemsiyye*'nin dördüncü makalesine, "Hisâb el-Hatâeyn" babından önce "Fi İstikrâ" adını taşıyan ve *el-Bahâiyye*'de olmayan yeni bir bab eklenmiştir.
* İbn el-Havvâm'ın, *el-Bahâiyye*'de herhangi bir tasnife tabi tutmadan basitten karmaşığa doğru verdiği cebir problemleri, *el-Şemsiyye*'nin beşinci makalesinde "Çarpma, Bölme ve Değişik Türler" başlıkları altında, üç fasıla bölünerek verilmiştir.
* *el-Bahâiyye*'de İbn el-Havvâm'ın "Hatime"de verdiği otuzüç çözümsüz problem, *el-Şemsiyye*'de mevcut değilidir.

Netice olarak, *el-Şemsiyye* ve *el-Bahâiyye* arasındaki esas fark, birincisinin daha muhtasar olmasıdır. Eserlerin beş makaleye bölünmesi, konuların takdiminde takip edilen sıra vb. diğer konularda iki eser arasında fark yoktur. Fakat *el-Şemsiyye*'nin bizzat İbn el-Havvâm tarafından yazılıp yazılmadığı tespit edilememiştir. Ancak Kastamonu nüshasının birinci yaprağında (1a) bulunan ve 723/1323 tarihini taşıyan kıraat kaydından hareketle, eserin muhtemelen İbn el-Havvâm tarafından, *el-Bahâiyye*'den ihtisar edilerek hazırlanmış olduğu söylenebilir.

El-Fevâid el-Bahâiyye fi el-Kavâid el-Hisâbiyye

İbn el-Havvâm'ın klasik kaynaklarda zikredilen tek matematik eseridir. Eseri *el-Kavâid el-Bahâiyye fi el-Hisâb* adıyla veren ilk müellif el-Safedî'dir[45]. Ziriklî ve Ahmed İsa da aynı ismi tekrar ederler[46]. Katip Çelebi ise eseri *el-Fevâid el-Bahâiyye* başlığı altında zikreder[47]. Suter, Salih Zeki, Tûkân, Azzavi, Sarton ve Brockelmann ile eserin aşağıda inceleyeceğimiz nüshalarının çoğunda ve Kemâluddîn el-Fârisî ve İmâduddîn el-Kâşî'nin şerhlerinde eserin adı yukarıda tespit edilen şekilde verilir[48]. Ancak eser *el-Risâlet el-Bahâiyye* olarak tanınmıştır[49].

* *el-Bahâiyye* üzerine Kemâluddîn el-Fârisı (öl. 19 Zilkade 718/12 Ocak 1319) ve İmâduddîn el-Kâşî(öl. 745/1344'den sonra) tarafından birer şerh yazılmıştır. Her iki şerhte "kale-ekulu" tarzında olup *el-Bahâiyye* metninin tümünü ihtiva etmektedir.
* *el-Bahâiyye*'nin incelenen ve aşağıda zikredilen nüshalarının büyük çoğunluğunda müstensihler, eserin İbn el-Havvâm'a ait olduğunda müttefiktirler.
* Tûkân ve Suveysî dışında, eseri zikreden klasik ve modern kaynaklar eserin İbn el-Havvâm'a ait olduğunu teyit etmektedir. Ayrıca yine Tûkân ve Suveysî dışında, hiçbir klasik ve modern kaynak Cemşîd el-Kâşî'ye bu isimde bir eser nisbet etmemektedir.
* Cemşîd el-Kâşî'nin *Miftâh el-Hisâb*'ı ve yine onun tarafından yapılan ihtisarı ile *el-Bahâiyye*'nin muhtevaları değişik olduğu gibi kullanılan matematik terminolojisi de yer yer farklılık arzeder. Mesela; *Miftâh el-Hisâb*, hisâb el-hindî'yi incelerken, *el-Bahâiyye*, hisâb el-hevâî'yi ele alır.
* Son olarak, bizzat Cemşîd el-Kâşî'nin kendisi, *el-Bahâiyye*'nin İbn el-Havvâm'a ait olduğunu eseri *Miftâh el-Hisâb*'ta "Hakim, Muhakkık İmâduddîn el-Havvâm el-Bağdadî, *el-Risâlet el-Bahâiyye*'de zikretti" cümlesiyle teyit etmektedir(53). Aynı şekilde Kemâluddîn el-Fârisî'den "Şârih" olarak bahsetmekte ve *el-Bahâiyye* üzerine olan şerhinden alıntı yapmaktadır(54). İmâduddîn el-Kâşî'yi ise yine "Şârih *el-Bahâiyye*" olarak kaydetmektedir(55). Ayrıca, yukarıda işaret edilen Laleli 2175 numarada kayıtlı *el-Bahâiyye* nüshasının müstensihinin, *Miftâh el-Hisâb*'ın beşinci makalesinin dördüncü babında Cemşîd el-Kâşî tarafından zikredildiğini söylediği eser "*el-Bahâiyye*" adıyla kaydedilmiştir(56). Fakat müstensih eseri Cemşîd el-Kâşî'nin zannetmiştir. Dolayısıyla Cemşîd el-Kâşî, hem İbn el-Havvâm'ın *el-Bahâiyye*'sinden hem de Kemâluddîn el-Fârisî ile İmâduddîn el-Kâşî'nin şerhlerinden haberdardır ve her üç eseri de mütalaa etmiştir.

Araştırmalar neticesinde *el-Bahâiyye*'nın Türk ve dünya kütüphanelerinde otuz nüshasının bulunduğu tespit edilmiş ve tenkitli metin hazırlanırken bunlardan on tanesi kullanılmıştır (Bkz: Ek.1).

Tenkitli metin çalışmasında esas alınan Süleymaniye, Hasan Hüsni Paşa, nr. 1292/8 nüshasının içinde bulunduğu mecmua değişik matematik eserlerini ihtiva eden değerli bir mecmuadır ve Osmanlı matematikçisi Mustafa Sıdkı tarafından 1168-1170/1754-1756 tarihleri arasında istinsah edilmişlerdir. Dolayısıyla *el-Bahâiyye*'nin istinsah tarihi olarak mecmuada bulunan bir önceki risâlenin istinsah tarihi olan 1170/1756 tarihi kabul edilebilir. Hasan Hüsni Paşa nüshasının en önemli özelliği değişik birkaç nüshanın karşılaştırılmasından hareketle meydana getirilmiş olmasıdır. Müstensih Mustafa Sıdkı istinsah ettiği

El-Bahâiyye'nin bazı nüshalarında, eseri Gıyâseddîn Cemşîd el-Kâşî'ye nisbet eden ibarelerin bulunması, bazı modern İslam bilim tarihçilerini *el-Bahâiyye*'yi Cemşîd el-Kâşî'nin eseri olarak zikretmeye sevketmiştir. Mesela; *el-Bahâiyye*'nin Süleymaniye, Laleli 2175 numarada kayıtlı nüshasının birinci yaprağında, eser Gıyâseddîn Cemşîd el-Kâşî'ye şu ibare ile nisbet edilmektedir: " Gıyâseddîn Cemşîd el-Kâşî'nin meşhur *Miftâh el-Hisâb* adlı eserinin beşinci makalesinin dördüncü babının başında zikrettiği Hisâb sahasındaki eserlerinden birisi olan *el-Risâlet el-Bahâiyye.*"

El-Bahâiyye'nin Tunus'taki nüshalarına dayanarak, "Çözümsüz Problemler" bölümü üzerinde çalışmış olan Mehdî Abdulcevâd ve Hamide Hadiffî'nin bildirdiğine göre, Tunus, nr. 8607 (istinsahı 1168/1754), 2731 (istinsahı ilk nüshadan sonra) ve 9722 (istinsah tarihi yok)'de kayıtlı bulunan *el-Bahâiyye* nüshalarında, benzer ibarelere rastlanmakta ve eserin Gıyâseddîn Cemşîd el-Kâşî'ye ait olduğu kaydedilmektedir. Ayrıca 9722 numaradaki yazmada, *el-Bahâiyye*'nin, Cemşîd el-Kâşî'nin ünlü eseri *Miftâh el-Hisâb*'ın muhtasarı olduğu belirtilmektedir(50).

İslam bilim tarihçilerinden Kadrî Hâfız Tûkân, İmâduddîn Yahya b. Ahmed el-Kâşî'nin hal tercümesi ve eserlerinin zikri esnasında, "*el-Fevâid el-Bahâiyye fi el-Kavâid el-Hisâbiyye* li'l-Kâşî" kitabını şerhetti ve "*İdah el-Mekâsid fi el-Fevâid*" diye isimlendirdi demekte; yine aynı müellif İbn el-Havvâm bölümünde, *el-Bahâiyye* şerh ve şarihlerini zikrederken İmâduddîn Yahya b. Ahmed el-Kâşî'nin *İdah el-Mekâsid fi Ferâid el-Fevâid* adlı şerhini kaydetmektedir(51). Gerçekte Tûkân aynı olan iki eseri birbirine karıştırmış görünmektedir. Fakat "li'l-Kâşî" ibaresi ile Cemşîd el-Kâşî'yi kast edip etmediği açık değildir; çünkü Yahya b. Ahmed el-Kâşî'nin hal tercümesini, Cemşîd el-Kâşî'nin hal tercümesinden çok önce vermektedir. Ayrıca iki müellifin ölüm tarihleri arasındaki farkın yaklaşık bir asır olduğunun bilincindedir. İkinci müellif olarak Muhammed Suveysî, *el-Bahâiyye*'yi, Cemşîd el-Kâşî'ye atfeden İslam matemetik tarihçilerinden biridir(52).

El-Bahâiyye'nin bazı müstensih ve matematik tarihçileri tarafından yanlışlıkla Cemşîd el-Kâşî'ye nisbet edilmesi, aşağıda zikredilen noktalar açısından mümkün değildir:

* *el-Bahâiyye*'nin telif tarihi, Şaban 675/Ocak 1276'dır ve bu tarih aşağıda zikredilecek olan *el-Bahâiyye* nüshalarının birçoğunda verilmektedir.
* *el-Bahâiyye*'nin ithaf edildiği Muhammed b. Muhammed el-Cüveynî'nin vefat tarihi ise 678/1279'dur.

nüsha ile diğer nüshalar arasında fark olduğunu "nun" harfi ile gösterip, hemen yanına diğer nüshada olan kelimeyi yazmıştır.

Diğer taraftan, müstensih Mustafa Sıdkı, bazen metnin içinde, bazen hamişde, Kemâluddîn el-Fârisî'nin şerhinden alıntılar yapmış ve haşiyede yaptığı alıntıların hemen altına şerhin isminin ilk kelimesi olan "*Esâs*" kelimesini yazarak üstüne bir çizgi koymuştur. Üçüncü makalede bulunan geometrik şekiller hamişde oldukça dikkatli ve kırmızı kalemle çizilmiştir. Minerallerin özgül ağırlıklarını gösteren iki tablo birleştirilip tek bir tablo haline getirilmiştir.

Müstensih Mustafa Sıdkı ilk yaprakta (73a), eserin ve müellifin ismini vermiş; ayrıca karşılaştırdığı nüshaların bazılarında bulunduğunu söylediği eserin telif tarihini kaydederek, bu tarihi kendisinden aktardığı nüshanın 1000/1591 tarihinde istinsah edildiğini belirtmiş ve aynı nüshada İbn el-Havvâm'ın isim zincirinde el-İsfehânî nisbesinin bulunduğunu kaydetmiştir(57).

İbn el-Havvâm, *el-Bahâiyye*'nin önsözünde "çok kısa" ve "çok uzun" arasında "orta", "özet" bir eser kaleme almaya çalıştığını ve zamanında hisâb sahasında bu şekilde bir eser olmadığından dolayı böyle bir telife teşebbüs ettiğini belirtir. Eserde hisâb biliminin tüm muhtevasını, sayısal açıklama ve geometrik ispat (el-beyânât el-adediyye ve el-berâhin el-hendesiyye) ile sergilediğini söyler. Fakat, gerçekte, eser tamamen sayısal (analitik) özellik taşır ve geometrik ispata hiç teşebbüs edilmez. Nitekim İbn el-Havvâm'ın bizzat kendisi *el-Bahâiyye*'nin dördüncü makalesi olan cebir bölümünde "Burada serd edilen yöntemlerle ilgili geometrik ispatlara (el-berâhîn bi el-hutût) gelince, onların zikredildiği yer bu kitaba olan şerhimizdedir" demekle birlikte böyle bir şerhi yazıp yazmadığına dair gerek klasik gerek modern kaynaklarda bilgi mevcut değildir(58). Zamanımıza da böyle bir şerh gelmemiştir. Ancak eser, yukarıda da belirtildiği gibi VIII/XIV. asır matematikçilerinden olan Kemâluddîn el-Fârisî ve İmâduddîn el-Kâşî tarafından şerhedilmiştir.

Şerhinin önsözünde, *el-Bahâiyye*'yi İsfehân'da bizzat İbn el-Havvâm'dan baştan sona kadar okuduğunu ifade eden Kemâluddîn el-Fârisî, matematik bilgisini ilerlettikten sonra, faydalı fakat kısa olan bu eseri şerhettiğini belirtir(59). Kemâluddîn el-Fârisî şerhine *Esâs el-Kavâid fi el-Usûl el-Fevâid* adını vermiş ve gerekli olan anailitik ve geometrik ispatları yapmıştır. Zamanımıza birçok nüshası gelen bu şerhin Mustafa Mevâldî tarafından doktora tezi olarak tenkitli metni hazırlanmış ve tahlil edilmiştir(60).

Kemâluddîn el-Fârisî'nin şerhini yeterli görmeyerek, *el-Bahâiyye* üzerine ikinci bir şerh kaleme alan İmâduddîn el-Kâşî, şerhini *Idâh el-Mekâsid fi el-Ferâid el-Fevâid* olarak isimlendirmiştir. Ayrıca şerhinde, Kemâluddîn el-Fârisî'den de faydalanmıştır(61). Zamanımıza birçok nüshası gelen bu eser yazma halindedir ve henüz incelenmemiştir(62).

Katip Çelebi, Abdülalî el-Bircendî (öl. 935/1528'den sonra)'nin *el-Bahâiyye* üzerine olan bir şerhinden bahsetmekte ve şerhin müellif tarafından 891/1486 tarihinde bitirildiğini kaydetmektedir(63). Aynı bilgiyi Salih Zeki ve Kadrî Hâfız Tûkân da tekrar etmekte, Ziriklî ise şerhin ismini *Şerh el-Fevâid el-Behiyye* şeklinde vermektedir(64). Ancak Mustafa Mevâldî'nin tespitine göre, Katip Çelebi'nin, Abdulalî el-Bircendî'ye nisbet ettiği şerh, gerçekte Kemâluddîn el-Fârisî'nin şerhinin, Abdülalî el-Bircendî tarafından yapılan bir istinsahıdır(65).

İmâduddîn el-Kâşî, *İdâh el-Mekâsıd fi el-Ferâid el-Fevâid* adlı şerhinde, *el-Bahâiyye*'de son fasıl olan "Çözümsüz Problemler" için ayrı bir "Risâle" kaleme almayı düşündüğünü belirtmektedir(66). Ancak böyle bir risâle yazıp yazmadığı tespit edilememiştir. Ayrıca İmâduddîn el-Kâşî, *el-Bahâiyye*'de serd edilen bazı matematik kaidelere bağımsız şerhler kaleme almıştır. Mesela, Süleymaniye, Ayasofya, nr. 2742/3, yaprak 133b-134a'da kayıtlı olan *Kısm fi Mesâhat el-Mahrût el-Nâkıs min Risâlet el-Bahâiyye* adlı küçük risâlesinde el-Kâşî, İbn el-Havvâm'ın *el-Bahâiyye*'de elipsin misahası ile ilgili olarak verdiği kaideyi şerhetmiştir. Nüshanın istinsah tarihinin 723/1323 olması, şerhin İbn el-Havvâm hayatta iken telif edildiğini göstermektedir.

El-Bahâiyye'nin "sayı" anlayışı, sayı mistisizmine dayanan Pythagoras geleneği içinde değerlendirilebilir. O bu tavrı ile, İslam matematiğinde Nicomachos'un eseri *Introductio Aritmetica*'nın Sabit b. Kurra tarafından Arapça'ya tercümesi ile başlayan ve özellikle İhvân el-Safâ ile olgunlaşan "Theologoumenates Aritmetikes" anlamındaki sayı mistisizminin bir takipçisi olarak kabul edilebilir(67).

İbn el-Havvâm *el-Bahâiyye*'de hisâb el-hindî'yi dikkate almadan, sadece hisâb el-hevâîyi incelemektedir(68). Dolayısıyla *el-Bahâiyye*, yalnızca astronomların kullandığı hisâb el-müneccimîn bir tarafa bırakılırsa, İslam matematiğinde mevcut olan hisâb el-hevâî ve hisâb el-hindî gibi iki büyük hisâb geleneğinin ilki içerisinde görülebilir.

El-Bahâiyye'de serd edilen cebir ise, Kerecî'nin kurucusu olduğu aritmetiğe dayalı analitik cebir okulu içinde mutalaa edilebilir. Bu okulun hedefi, cebir ifadelerini geometrik izahlara dayanmadan, analitik yollarla ifade etmek; kısaca cebri, aritmetikleştirmektir. Bilindiği gibi Mezopotamya ve Eski Yunan'da cebire yönelik analitik ve geometrik tavır, İslam matematiğinde Harezmî ve Ebû Kâmil ile beraber mecz edilmiş ve cebir denklemlerinin çözümünde beraberce kullanılmıştır. Kereci ile beraber, cebir geometriden bağımsız hale gelmeye başlamış ve Samavel ile bu süreç olgunlaşarak cebir tamamen aritmetikleşmiştir. İşte *el-Bahâiyye*'de dördüncü makalede ortaya konulan cebir ile beşinci makalede İbn el-Havvâm tarafından çözülen cebir problemleri tamamen yukarıda özetlediğimiz analitik cebir anlayışı içinde yer almaktadır[69].

Yukarıda zikredilen özellikleri ile *el-Bahâiyye*, döneminde İslam matematiğinin, hisâb el-hevâî, hisâb el-müneccimîn, el-adâd el-erbaa el-mutenâsibe, ilm el-misâha ve ilm el-cebr ve el-mukâbele'de ulaştığı seviyenin, "orta hacim" ve "orta seviye"de dökümü olan "tekrar" niteliğinde ve matematik eğitiminde belirli bir seviyeye ulaşan kişiler için hazırlanmış "matematik kaideler mecmuası"nı andıran bir eserdir. Ancak, *el-Bahâiyye*'nin hatimesi ve beşinci makalesinin son faslı olan "çözümsüz problemler" bölümünde İbn el-Havvâm tarafından kaydedilen otuzüç çözümsüz problem, eserin, İslam ve genel matematik tarihi açısından en orjinal tarafıdır.

El-Bahâiyye'nin Çözümsüz Problemler Bahsinin Matematik Tarihi Açısından Değerlendirilmesi

El-Bahâiyye, bir dibace, bir mukaddime, dört makale ve bir hatimeden oluşan "orta hacimli" bir eserdir. Dibace ve mukaddimede sayıların genel özellikleri incelenirken, birinci makalede hisâb el-hevâî geniş olarak ele alınmakta, hisâb el-müneccimîn ise çok kısa bir şekilde gözden geçirilmektedir. İkinci makalede dört orantılı sayı başlığı altında oran ve orantı kaideleri ve bu kaideler ile çözülen problemler incelenmektedir. Üçüncü makalenin konusu ise pratik (uygulamalı) geometri diyebileceğimiz 'misaha'dır. Bu başlık altında temel geometrik kavramlar, geometrik yüzey ve cisimlerin alanları ile cisimlerin hacimlerinin hesaplanma usulleri verilmektedir. Dördüncü makalede İbn el-Havvâm, 'cebir ve mukabele'yi incelemektedir. Bu başlık içinde temel cebir ifadeleri ve çeşitli cebirsel işlemler yanında altı cebir formülü sergilenmekte, ayrıca hisâb el-hataeyn son derece kısa bir şekilde zikredilmektedir. Beşinci makale ise cebir ve mukabele ile çözülebilen problemlere tahsis edilmiştir[70].

Bu makalenin son faslında İbn el-Havvâm "Çözümsüz Problemler" başlığı altında, kendisinin çözemediği otuz üç problem kaydetmiştir. Eserin beşinci makalesinin son faslı ve kitabın hatimesi olan ve aşağıda incelenecek olan "Çözümsüz Problemler" bahsi eserin en orjinal tarafıdır(Bkz. Ek.2).

İbn el-Havvâm, kendisinin bu problemleri çözemediğini, aynı zamanda çözümsüz olduklarını da ispatlayamadığını söyler. Fakat problemleri kaydederek, onları çözmeye güç yetirebilecek kişilere aktarmak istediğini belirtir. Çözemediği problemleri gelecek nesillere aktarma düşüncesiyle kaydetme anlayışı, tesbit edilebildiği kadarı ile ilk defa İbn el-Havvâm'da görülmektedir. Benzer yaklaşıma, Bahâuddîn el-Âmilî(1031/1622)'nin *Hulâsat el-Hisâb*'ında tesadüf edilmektedir; ancak onun zikrettiği problemler yedi tanedir ve İbn el-Havvâm'ın verdiği problemlerden sırası ile 4, 18, 17, 24, 32, 8 ve 19. problemlere tekabül etmektedir(71). el-Âmilî'nin bu problemleri Nesselmann tarafından Almanca'ya, A. Marre tarafından da Fransızca'ya tercüme edilmişlerdir(72).

Daha önce zikredildiği gibi İbn el-Havvâm'ın öğrencisi Kemâluddîn el-Fârisî, *el-Bahâiyye* üzerine olan şerhi *Esâs*'da, İbn el-Havvâm'ın Bağdad'da iken ilgilendiği; önce halledemediği ancak sonra hocası (muhtemelen Nasîruddîn el-Tûsî) ile beraber çözdüğü bir problemi nakletmektedir(73). Aynı şekilde, Sultan II. Bayezid'e sunulan müellifi meçhul *İrşâd el-Tullâb ila İlm el-Hisâb*'ta, İbn el-Havvâm'dan çözümsüz bir problem iktibas edilmektedir(74). Her iki problem de *el-Bahâiyye*'de zikredilmemiştir.

Bir öğrencisi olarak Kemâluddîn el-Fârisî'nin, İbn el-Havvâm'ın diğer matematik faaliyetlerini bildiği düşünülebilir. Ancak İbn el-Havvâm'ın ölümünden yaklaşık iki asır sonra yazılan bir eserin, *el-Bahâiyye*'de ve İbn el-Havvâm'ın diğer matematik eserlerinde yer almayan ona ait çözümsüz bir problemi aktarması düşündürücüdür. Bu, İbn el-Havvâm'ın "çözümsüz cebir problemleri" üzerindeki özel ilgisi sebebiyle tesirinin "fevâid geleneği" yolu ile uzun yıllar devam ettiğini göstermektedir.

İbn el-Havvâm'ın, *el-Bahâiyye*'si üzerine bir şerh yazan Kemâluddîn el-Fârisî, çözümsüz problemleri aynen aktarmış ve onları çözmeye veya çözümsüz olduklarını ispata teşebbüs etmemiştir. Aynı esere ikinci bir şerh yazan İmâduddîn el-Kâşî, çözümsüz problemlerden dördüncüsünü çözmeye kalkışmış ve şerhinde bu problemler için ayrı bir "risale" kaleme almayı düşündüğünü belirtmiştir. Ancak yukarıda da ifade edildiği gibi, böyle bir risale yazıp yazmadığı tespit edilememiştir(75).

İbn el-Havvâm'ın çözümsüz problemleri yakın zamanlarda İslam matematik tarihçilerinin dikkatini çekmiştir. *el-Bahâiyye*'yi yanlışlıkla Cemşîd el-Kâşî'ye nisbet eden Muhammed Suveysî ile Âdil Anbûbâ, bazı tanıtıcı yayınlarda bulunmuşlardır[76]. Ancak konu ile ilgili ilk geniş çalışmayı Mehdî Abdülcevâd ve Hamide Hadifî beraberce yapmışlar ve L. E. Dickson'un eseri *History of the Theory of Numbers*'ın ikinci cildine dayanarak İbn el-Havvâm'ın çözümsüz problemlerini İslam ve genel matematik tarihi açısından değerlendirmişlerdir[77]. İkinci şumullu çalışmaya ise Mustafa Mevâldî teşebbüs etmiş ve çözümsüz problemleri genel matematik tarihi açısından incelemiştir[78]. Dolayısıyla burada çözümsüz problemler ile ilgili tarihi detaylara girilmeden, yukarıda zikredilen kaynaklardan hareketle konunun genel bir özeti verilecek ve değerlendirme yapılacaktır.

İbn el-Havvâm'ın kaydettiği otuz üç problemin tümü belirsiz denklemler sınıfına girer. Bu tür bir problemde istenilen, bilinmeyenlerin sayısı denklemlerin sayısından fazla olmamak şartıyla bir veya daha fazla bilinmeyenli bir denklem veya denklem sistemleri için "rasyonel bir çözüm" bulmaktır. Belirsiz denklemler konusunda matematik tarihinde bilinen ilk çalışmayı Diophantus (M.III.asır), Arapça'ya Kusta b. Luka (III/IX. asır) tarafından *Sınaât el-Cebr li-Diyofantes el-İskenderanî* adıyla tercüme edilen *Arithmetica* adlı eserinde yapmıştır[79]. Benzer çalışmayı İslam matematiğinde Ebû Kâmil Şucâ b. Eslem (II/IX.asır), el-Kerecî (III/X.asır), Ebû'l-Vefâ el-Bûzcânî (IV/XI:asır), el-Hazin (IV/XI.asır), el-Hucendî (IV/XI.asır), el-Samavel (V/XII.asır), Izzuddîn el-Zencânî (VI/XIII.asır) ve Gıyâseddîn Cemşîd el-Kâşî (IX/XV:asır) gibi matematikçiler devam ettirmişlerdir(80).

R. Râşid'e göre Diophantus, *Arithmetica* adlı eserinde belirli denklemlerle belirsiz denklemler arasında sarih bir ayırım yapmamakta, dolayısıyla "çözümsüz problemler" konusunda hiç bir şey söylememektedir. Tersine, bazı belirli denklemleri belirsiz denklemler arasında incelemektedir. Ayrıca $x^3 + y^3 = z^3$ gibi *Arithmetica*'da olması gereken bazı problemlere de yer vermemektedir[81].

Belirsiz denklemlerin çözümü konusunda modern matematikte kullanılan "Diophantik analiz" tabiri de matematik tarihi açısından yanıltıcıdır. Çünkü Diophantus büyük oranda belirsiz denklemlerin çözümünü gerçekleyen pozitif rasyonel sayıları dikkate almıştır. Ebû Kâmil ise modern matematikte olduğu gibi belirsiz denklemleri gerçekleyen bütün tamsayıları incelemeye çalışmıştır [82].

R. Râşid'in verdiği bilgilere göre denklemlerin Diophantik analizi konusunda İslam matematiğinde üç yönelim ortaya çıkmıştır. Birinci yönelim doğrudan Diophantus'u takip ederek bir, iki veya çok bilinmeyenli birinci veya ikinci dereceden denklem veya denklem sistemlerine pozitif rasyonel sayılar aracılığı ile çözüm bulmaya önem verir. İkinci yönelim sayıyı "birlerin toplamı" olarak gören Euclides okuludur. Bu okul rasyonel(muntak) kenarlı dik açılı üçgenler hakkında çalışmalarda bulunmuş ve el-Hazin ile en yüksek noktasına varmıştır. Üçüncü yönelim ise tamamen cebirsel olup temelleri el-Harizmî tarafından atılmış, Ebû'l-Vefâ el-Bûzcânî ile devam etmiştir. Analitik cebir okulunun kurucusu el-Kerecî tarafından geliştirilen bu yönelim, "bilinmeyenler üzerine, 'hasib'in bilinenler üzerinde bulunduğu tasarrufa benzer şekilde hisâbın tüm imkanlarını kullanarak tasarrufta bulunma" anlayışına davet eden el-Samavel ile en olgun seviyesine ulaşmıştır[83].

İbn el- Havvâm'ın zikrettiği belirsiz otuz üç problem, bazıları bir kaç gruba ait olmak üzere, yedi grup altında toplanabilir:

1.*Uyumlu Sayılar*:

Bu tür problemlerde, bir sayıya eklendiğinde veya çıkarıldığında kare sayıya eşit olan bir kare sayı tespit etmek esastır. Dolayısıyla, eğer "a" uyumlu bir sayı ise, (x^2+a) ve (x^2-a)'nın eşit olduğu sayı rasyonel kare bir sayıdır[84].

Matematik tarihinde bu tür denklemlerle Diophantus, Ebû Kâmil, el-Kerecî, el-Hucendî, el-Hazin, Pisalı Leonardo (öl.1225) ve Cemşîd el-Kâşî gibi matematikçiler uğraşmışlardır. Ancak Diophantus'un bu tür deklemleri ele alış tarzı fazla sarih değildir. Bu tür denklemlerin sınırlarını tam olarak ilk kez el-Hazin belirlemiş ve rasyonel kenarlı dik açılı üçgenler teorisinin esas konusu olarak kabul etmiştir[85].

Diophantus, $x^2+y^2=z^2$ gibi bir denklemin $z^2 \pm 2xy=(x \pm y)^2$ şartını gerektirdiğini biliyordu. Ancak bu konuyu X. asırda el-Hazin ele aldı ve eğer $a \in N$ ve $z>x>u \Rightarrow$ (1) $x^2+a=z^2$ ve $x^2-a=u^2$ gibi bir denklem sisteminin doğal sayı çözümü vardır ve (2) $p^2+q^2=x^2$ ve $2pq=a$

durumunu sağlayacak $p, q \in N$ sayı çifti mevcuttur şeklinde ifade edilebilirse (1) ve (2) arasında bir eşitlik olmalıdır. Bu şartlara göre "a", $4k$ $(k > 2)$ türünden bir sayıdır. El-Hazin, $x^2 + 20 = z^2$ ve $x^2 - 20 = u^2$ denklem sistemini örnek vererek, sistemin doğal çözümü olmadığını ancak rasyonel çözümü bulunduğunu göstermiştir. Gerçekte el-Hazin bu noktada hisâbın konusu kabul ettiği "doğal çözüm" araştırma ile cebrin konusu saydığı "rasyonel çözüm" araştırma arasında bir ayırım yapmaktadır.

Genocchi(1882) ise eğer "a", ya $(8k+3)$ çeşidinden bir asal sayı veya bu çeşitten iki asal sayının çarpımı ya da $(8k+5)$ çeşidinden bir asal sayının iki katı veya bu çeşit iki sayının çarpımının iki katı olan bir asal sayı olursa $(x^2 + a) \neq z^2$ ve $(x^2 - a) \neq u^2$ ve $z, u \in Q$ olacağını ispatlamıştır[86].

1. Problem: Üssü kare olan öyle iki sayı bulmak istiyoruz ki toplamları ve aralarındaki fark yine kare olsun.

$$x^2 + y^2 = z^2$$
$$x^2 - y^2 = u^2$$

Bu denklem sisteminin G. Le Destournelles tarafından 1874'de tamsayı bir çözümü olmadığı ispatlanmıştır. Ayrıca daha önce Frénicle(1765) ve Barlow(1811) de aynı sistemin tamsayı çözümü olmadığını ispatlamışlardır[87]. Her iki denklem taraf tarafa toplanırsa:

$$2x^2 = z^2 + u^2 \Rightarrow 2x^2 = \frac{(z+u)^2 + (z-u)^2}{2} \Rightarrow x^2 = \left(\frac{z+u}{2}\right)^2 + \left(\frac{z-u}{2}\right)^2,$$

değişken kullanılırsa; $\frac{z+u}{2} = ab$, $\frac{z-u}{2} = \frac{a^2 - b^2}{2}$ ve $(a, b) = 1$ (1), $2y^2 = z^2 - u^2$ (2) olduğundan (1) ve (2) ilişkisinden $y^2 = ab(a^2 - b^2), a = m^2, b = n^2$ ve $(m, n) = 1$; yerine konulursa, $y^2 = m^2 n^2 (m^4 - n^4) \Rightarrow (m^4 - n^4) = r^2$, değişken kullanılırsa;

$m^2 + n^2 = 2K^2$ ve $m^2 - n^2 = 2L^2$ olur; gerekli işlemlerden sonra $K^2 + L^2 = m^2$ ve $K^2 - L^2 = n^2$, buradan,
$x^2 = 4a^2b^2 + a^4 + b^4 - 2a^2b^2 = a^4 + 2a^2b^2 + b^4$
$\Rightarrow x = a^2 + b^2 = m^4 + n^4$ ve $K < x$ ve $L < y$ olduğundan rasyonel bir çözümü yoktur. Gerçekten de verilen "z" ve "u" sabit sayıları için: $x = \sqrt{z^2 + u^2}$ ve $y = \sqrt{z^2 - u^2}$ denklem sistemlerinde $z > y \Rightarrow$ x ve y reel; $z < u \Rightarrow$ x reel, y karmaşık olur. Dikkat edilirse bu tür bir denklem sistemine rasyonel bir çözüm bulmak, aynı zamanda $x^4 - y^4 = z^2$ denklemine doğal bir çözüm bulmayı gerektirir ki üçüncü problemde bunun mümkün olmadığı gösterilecektir.

18. Problem: Cezr'i olan öyle bir sayı istiyoruz ki, kendisine on dirhem eklediğimiz veya çıkardığımızda sonuç yine cezr olsun.

$$x^2 + 10 = y^2$$
$$x^2 - 10 = z^2$$

Bahâuddîn el-Âmilî'nin ikinci denklemine karşılık gelmektedir. Denklemin doğal bir çözümü olmadığını ilk önce el-Hazin göstermiş ve ispatında 10'un 4'e bölünemezliği kabulune dayanmıştır(88). Gerçekten de her iki denklemi taraf tarafa toplarsak, $2x^2 = y^2 + z^2$ denklemi elde edilir. Burada değişken kullanılırsa $y = tz \Rightarrow 2x^2 = z^2(1 + t^2)$ olur. Buradan $x = \pm z\sqrt{\frac{1+t^2}{2}}$ ve $y = \pm|tz|$ çıkar. $\frac{1+t^2}{2}$ tam kare olmadığından tamsayı çözümü yoktur. Reel veya rasyonel çözümü olabilir. Ancak Genocchi de 1882 yılında 10'un $(8k + 5)$ çeşidinden bir asal sayının katı olduğu anlayışına dayanarak sistemin rasyonel bir çözümü olmadığını ortaya koymuştur (89).

19. Problem: Cezr'i olan bir mal'a cezr'inin iki fazlasını eklediğimiz veya çıkardığımızda sonuç cezr olsun.

$$x^2 + [x+2] = y^2$$
$$x^2 - [x+2] = z^2$$

Bahâuddîn el-Âmilî'nin yedinci denklemine karşılık gelmektedir. Bu denklemin benzeri olan $x^2 + (ax+b) = p^2$ ve $x^2 - (ax+b) = q^2$ gibi bir denklemi Ebû Kâmil (öl. 950 civarı) daha önce çözmüştür. Ebû Kâmil'in bu yöntemi İbn el-Havvâm'ın verdiği probleme uygulanırsa, x= -17/16 elde edilir. A. Marre adlı matematikçi de 1846' da aynı çözümü bulmuş ve problemin pozitif tamsayı çözümü olmadığını göstermiştir. Ancak 1885 tarihinde A. Gennochi bu problem için x= -2, -17/16 ve 34/15 şeklinde üç çözüm önermiştir(90). Gennochi'nin sistem için önerdiği üç çözümün aralarındaki parametrik uyuma dikkat edilmelidir.

Denklem sisteminde $y^2 = (z+p)^2$ alınırsa, $x^2 + (x+2) = (\sqrt{x^2 - (x+2)} + p)^2$ olur. Buradan, gerekli işlemler yapılırsa, $2(x+2) - p^2 = 2p\sqrt{x^2 - x - 2}$ elde edilir. $p = 1$ alınırsa $2(x+2) - 1 = 2\sqrt{x^2 - x - 2} \Rightarrow 2x + 3 = 2\sqrt{x^2 - x - 2}$ olur. Her iki tarafın karesi alınırsa; $4x^2 + 12x + 9 = 4x^2 - 4x - 8$, gerekli sadeleştirmeler yapılırsa, $16x = -17 \Rightarrow x = -\dfrac{17}{16}$ elde edilir.

Eğer $y^2 = (p+q)^2$ ve $z^2 = (p-q)^2$ alınır ve denklemlerde yerine konulursa; $x^2 + (x+2) = (p+q)^2$ ve $x^2 - (x+2) = (p-q)^2$ olur. Her iki denklem taraf tarafa toplanır ve gerekli işlemler yapılırsa $x^2 = p^2 + q^2$ (1) elde edilir. $x + 2 = 2pq \Rightarrow x = 2pq - 2$ alınır ve (1)' de yerine konulursa, $(2pq-2)^2 = p^2 + q^2 \quad \Rightarrow (4p^2 - 1)q^2 - 8pq - (p^2 - 4) = 0$ olur.

Buradan, $4p^2 - 1 = 0$ alınırsa, $p = \pm\frac{1}{2}, q = \frac{15}{16} \Rightarrow x = -\frac{17}{16}$ bulunur. Eğer $p^2 - 4 = 0$ alınırsa, $p = \pm 2, q = 0 \Rightarrow x = -2$ elde edilir.

II. *Fermat'nın Son Teoremi*:

Diophantus(öl.250 civarı)'un Bachet de Méziriac tarafından 1621'de yayınlanan *Arithmetica*'sının II.kitabında mevcut olan "Varsayılan kare bir sayıyı iki kare sayıya bölmek" şeklindeki sekizinci problemi okuyan Pierre de Fermat(öl.1665) "Bir küp sayıyı iki küp sayıya; dördüncü kuvvetten bir sayıyı, dördüncü kuvvetten iki sayıya; kısaca, genel olarak, kare sayı haricinde herhangi bir üsse sahip olan bir sayıyı, aynı üsse sahip iki tamsayıya bölmek mümkün değildir. Bunu ispatladım ancak şu anda yazmak için kitabın hamişi müsait değil" cümlelerini elinde bulunan Diophantus'un kitabının üzerine yazmış ve bu cümleler oğlu tarafından 1670 yılında yayınlanmıştır. Bu yayından sonra $x^n + y^n = z^n$, $x, y, z \in Z, n > 2$'nin mümkün olmadığı şeklinde ifade edilen denklem matematik tarihinde "Fermat'nın Son Teoremi" olarak biline gelmiştir. Fermat n=4, 1790'da Euler n=3, ve Adrien Legendre ise 1823'te n=5 olma durumunu ispatlamış, ancak "n" olma durumu ispatsız kalmıştır(91). Son yıllarda Andrew Wiles adlı matematikçi Fermat teoremini sağlayacak herhangi bir sayının eliptik bir düzlemde gösterilebileceğini farkederek teoremi ispatlamaya başlamış, daha sonra Kenneth A. Ribet adlı matematikçinin "herhangi bir eliptik eğrinin kesin bir tipte gösterilemeyeceği" şeklindeki ispatını dikkate alarak, kendisinin kullandığı eliptik eğrilerin Ribet'in söz konusu ettiği eliptik eğri tiplerinden olduğunu göstermiş ve böylece Ribet'in teoreminin, Fermat'nın teoremini sağlayacak ikiden büyük tamsayı olmadığını gösterdiğini ispatlamıştır. Ancak Wiles'in bu ispatı henüz tam anlamı ile incelenip kritik edilmiş değildir(92).

R. Raşid ve A. Anbuba 'nın tespitlerine göre İslam matematikçileri, başta el-Hazin ve el-Hucendî olmak üzere, bu denklemin n= 2, n=3 ve n=4 olma durumlarıyla özellikle ilgilenmişler ve ortaya çıkan durumu tartışmışlardır. Özellikle el-Hazin, Pyhtagoras üçlüleri konusu üzerinde durmuş ve Pyhtagoras denkleminin üssünü ikiden üçe çıkartarak, $x^3 + y^3 = z^3$ 'ün imkansızlığını ispatladığını düşünmüştür; ayrıca el-Hucendî'nin aynı konuda verdiğii geometrik ispatın yanlış olduğunu göstermeye çalışmıştır(93).

3. Problem: Öyle bir dik üçgen bulmak istiyoruz ki, her bir dıl'ı üssü kare olan bir sayıya eşit olsun.

$$(x^2)^2 + (y^2)^2 = (z^2)^2 \Rightarrow x^4 + y^4 = z^4$$

Bu denklem Pythagoras teorisine göre kurulmuş bir denklemdir ve kenarları kare sayılar olan dik kenarlı bir üçgen tespit etmeyi hedeflemektedir. Denklem $x^4 + y^4 = z^4$ halini alacağından Fermat teoremine (n=4 için) göre tamsayı çözümü mümkün değildir. Eğer denklem $z = \sqrt[4]{x^4 + y^4}$ haline dönüştürülürse, mümkün çözümler:

x,y tamsayı→ z reel

x,z tamsayı→ y reel

y,z tamsayı→ x reel

x tamsayı→ y,z reel

y tamsayı → x,z reel

z tamsayı → x,y reel

x,y,z her üçü reel, olabilir.

12. Problem: Üssü küp olan öyle bir sayı bulmak istiyoruz ki, kendisine bir dirhem eklediğimizde sonuç yine üssü küp olan bir sayıya eşit olsun.

$$x^3 + 1 = y^3$$

$y^3 - x^3 = 1 \Rightarrow y^3 + (-x)^3 = 1$ alınırsa, buradan $(-x = z) \Rightarrow y^3 + z^3 = 1$ olur. Fermat teoreminin özel bir hali (n=3) olduğundan tamsayı çözümü yoktur.

24. Problem: Üssü küp olan bir sayıyı, üssü küp olan iki sayıya bölmek istiyoruz.

$$x^3 = y^3 + z^3$$

Bahâuddîn el-Âmilî'nin dördüncü denklemine karşılık gelmektedir. Fermat teoreminin özel durumu (n=3) olduğundan tamsayı çözümü yoktur.

III: *Sayıların Toplamı Teorisi*:

Sayıların toplamı teorisi " A gibi bir sayı kümesinden alınacak z elemanı, bu A kümesinin bir alt kümesi olan A_m kümesinden alınacak z_m'lerin toplamı olarak nasıl yazılabilir "türünden problemlerle uğraşır.

El-Hazin, Pyhtagoras üçlüleri üzerinde çalışırken sayıların toplamı teorisi içine giren "herhangi bir doğal sayının, iki doğal sayının kareleri toplamı olarak ifadesi" gibi problemlerle ilgilenmişti. İbn el-Havvâm ise aşağıda zikredilecek "bir sayının iki küp sayının toplamı olarak ifadesi", "bir sayının biri küp diğeri kare olan iki sayi şeklinde ifadesi" veya "herhangi bir sayının üsleri farklı iki sayı olarak ifadesi" tarzındaki problemlerle uğraşmıştır. Bu teori Fermat ile büyük bir gelişme göstermiş, A. Girard'ın bildirdiğine göre, Fermat'dan sonra bir çok matematikçi (4n+1) türünden tüm sayıların, iki kare sayının toplamı olduğunu teklif etmiştir. Bu tespitle beraber onlar el-Hazin gibi daha önceki matematikçilerin herhangi bir doğal sayının, iki doğal sayının kareleri toplamı şeklinde yazımı ile ilgili çalışmalarını tamamlamışlardır. Bu konu üzerindeki çalışmalar günümüze kadar devam etmiştir. Bu gün bir doğal sayının iki doğal sayının karesi olarak yazımının, ancak her bir asal unsurunun (4m+3) cinsinden ve >2 olması şartına bağlı olduğu bilinmektedir. Euler 1773'te her bir doğal sayının dört kare doğal sayının, Ryley de 1825'de her doğal sayının üç kare doğal sayının toplamı olduğunu ispatlamıştır. Lenhart ise 1836'da hazırladığı listede iki pozitif küp rasyonel sayının toplamı olarak yazılabilecek 100 000'den küçük 2581 doğal sayı kaydetmiştir(94). Bütün bu çalışmalar İbn el-Havvâm'ın bu konudaki problemlerinin önemini göstermektedir.

6. Problem: On'u öyle iki kısma bölmek istiyoruz ki, her birini kendi cezri ile çarpıp sonuçları topladığımızda varsayılan bir sayıya eşit olsun.

$$x + y = 10$$

$$x.\sqrt{x} + y.\sqrt{y} = a,$$ a varsayılan bir sayı.

modern matematik açısından doğrudan,

$2x^6 - 30x^4 - 2ax^3 + 300x^2 + (a^2 - 1000) = 0$ gibi bir denkleme pozitif rasyonel bir çözüm bulmayı gerektirir.

Değişken ile; $x = p^2$ ve $y = q^2$, alınırsa $p^2 + q^2 = 10 = (p+q)^2 - 2pq$ ve $p^3 + q^3 = a = (p+q)^3 - 3pq(p+q)$ olur. Tekrar $p+q = u$ ve $pq = v$ alınır yerine konulursa $u^2 - 2v = 10$ ve $u^3 - 3uv = a$ elde edilir. Gerekli işlemlerden sonra $u^2 - 2v = 10$ ve $u^2 - 3v = \frac{a}{u}$ olur. Buradan, $10 - v = \frac{a}{u} \Rightarrow v = 10 - \frac{a}{u}$, yerine koyarsak; $u^2 - 20 + \frac{2a}{u} = 10$, gerekli işlemler yapılırsa $u^3 - 20u + 2a = 10u \Rightarrow u^3 - 30u + 2a = 0$ elde edilir. Bu denklemden önce "u" tespit edilir, daha sonra denklemlerde yerine konularak "v" bulunur.

16. Problem: Üssü kare olan öyle bir sayı bulmak istiyoruz ki, cezr'inin on katının on fazlasından çıkarıldığında sonuç üssü kare olan bir sayıya eşit olsun.

$$(10x + 10) - x^2 = y^2$$

Ebû Kâmil daha önce $a + bx - dx^2 = y^2$ gibi bir denklemi ele almış ve eğer $d = (\frac{b}{2})^2 + a$ iki kare sayının toplamı olursa denklemin sonsuz çözümü bulunduğunu; eğer "d" iki kare sayının toplamı değilse denklemin çözümsüz olduğunu göstermiştir.

Üstteki denklemde $z = 5 - x \Rightarrow x = 5 - z$ alınıp yerine konulursa $50 - 10z + 10 - 25 + 10z - z^2 = y^2$ elde edilir; gerekli sadeleştirmelerden sonra $35 - z^2 = y^2$ olur. $z = \frac{p}{q}, (p, q) = 1$ alınıp yerine konulursa $35 - \frac{p^2}{q^2} = y^2$, gerekli işlemlerden sonra $35q^2 - p^2 = t^2, (t^2 = y^2q^2)$ elde edilir; böylece denklem 'aralarında asal iki doğal sayı araştırma' şekline döner.

Ancak burada $35q^2$, 7 sayısı $(4m+3)$ formunda ve tekil üs olduğundan iki kare sayının toplamı olarak ifade edilemez.

26. Problem: Varsayılan bir sayıyı öyle iki kısma bölmek istiyoruz ki; biri üssü küp, diğeri üssü kare olan bir sayı olsun.

$$x^3 + y^2 = a, \text{ a varsayılan bir sayı.}$$

Mordelle(1966) adlı matematikçinin ifade ettiği teoriye göre "Eğer k rasyonel bir sayı ise üssü altı olan bir çarpanı yoktur. Dolayısı ile $t^3 + k = y^2$ gibi bir denklemin normal rasyonel bir çözümü varsa denklemin, $k = 1$ veya $k = -432$ olmak şartı ile sonsuz rasyonel çözümü mevcuttur". Bu teoriye göre eğer $k = a$ alınır ve bazı düzenlemeler yapılırsa $t^3 + a = y^2 \Rightarrow a = -(t)^3 + y^2$ elde edilir. Burada $(-t = x)$ alınırsa $x^3 + y^2 = a$ olur. Böylece İbn el-Havvâm'ın denklemi elde edilir.

27. Problem: Varsayılan bir sayıyı, üssü küp olan iki sayıya bölmek istiyoruz.

$$a = x^3 + y^3, \text{ a varsayılan bir sayı.}$$

Bazı "a"lar için (x,y) tamsayı ikilisi vardır. Ancak a>2 (a∈N) ve çarpanlarının üssü küp değilse rasyonel veya irrasyonel sonsuz tane (x,y) ikilisi bulunabilir[95].

33. Problem: Onu iki kısma böldük ve büyüğü küçüğüne bölerek sonucu büyükle çarptık, sonra küçüğü büyüğüne bölüp, neticeyi küçüğü ile çarptık, daha sonra küçüğü büyüğünden çıkardık, sonuç varsayılan dirhemdir.

$$x + y = 10 \quad \text{ve} \quad x > y$$

$$x\left(\frac{x}{y}\right) - y\left(\frac{y}{x}\right) = a, \text{ a varsayılan bir sayı.}$$

Eğer, $p=\frac{x}{10}, q=\frac{y}{10}$ ve $A=\frac{a}{10}$ alınırsa, denklem sistemi; $p+q=1$ ve $p(\frac{p}{q})-q(\frac{q}{p})=A$ olur. Burada gerekli işlemler yapılırsa $p^3-q^3=Apq$ elde edilir. $q=p-1$ olduğundan yerine konulursa $p^3-(1-p)^3=Ap(1-p)$ olur. Denklem düzenlenirse

$$-2p^3-(A-3)p^2+(A-3)p+1=0, \quad 1>p>\frac{1}{2} \text{ ve } A>0 \text{ elde edilir.}$$

Dolayısı ile denklem üçüncü dereceden bir denklem haline getirilerek çözülebilir.

IV. *Kare Bir Sayıya Eşit Olan Denklemler*:

Matematik tarihinde, bu tip denklemlerin $y^3-x^3=z^2$, $x^3+ax^2=y^2$, $(x^3)^3+ax^3y^2=z^2$ ve $(x^3)^2(x^3)^2+x^3=y^2$ şeklindeki türlerini ilk olarak Diophantus ele almıştır(96). Ayrıca Ebû Kâmil $ax^2+bx+c=y^2$ türünden bir denklemi çözmüştür. İbn el-Havvâm bu tarz denklemlere dokuz örnek vermektedir.

2. Problem: Üssü kare olan öyle üç sayı bulmak istiyoruz ki toplamları kare ve her ikisinin karelerinin toplamı, üçüncüsünün karesine eşit olsun.

$$\begin{array}{lcl} x^2+y^2+z^2=u^2 & & x^2+y^2+z^2=u^2 \\ (x^2)^2+(y^2)^2=(z^2)^2 & \Rightarrow & x^4+y^4=z^4 \\ (x^2)^2+(z^2)^2=(y^2)^2 & & x^4+z^4=y^4 \\ (y^2)^2+(z^2)^2=(x^2)^2 & & y^4+z^4=x^4 \end{array}$$

Problemin özellikle son üç kısmı geometrik bir anlayışa dayanmaktadır ve çözümsüzdürler. İlk denklem haricindeki üç denklemi alt alta toplarsak $2x^4+2y^4+2z^4=x^4+y^4+z^4$ olur. Buradan $x^4+y^4+z^4=0$ ve $x^2+y^2+z^2=u^2$ denklem sistemi elde edilir. $2x^4=o \Rightarrow x^4=o \Rightarrow x=0$, $2y^4=0 \Rightarrow y^4=0 \Rightarrow y=0$ ve $2z^4=0 \Rightarrow z^4=0 \Rightarrow z=0$ olduğundan bu denklem sisteminin reel veya karmaşık kökü de yoktur (Fermat'nın son teoremi grubuna bakınız).

Benzer şekilde problemin son üç kısmında x^4, y^4 ve z^4 bir dik üçgenin kenarları olarak düşünürlürse Pyhtagoras bağıntısından sırasıyla $x^4 > y^4 \wedge z^4$, $y^4 > x^4 \wedge z^4$ ve $z^4 > x^4 \wedge y^4$ olmaları gerekir; bu ise "trichotomy kuralı"na aykırıdır.

7. Problem: Üssü kare olan öyle bir sayı istiyoruz ki, dıl'ının karesine dıl'ını ve bir dirhem eklediğimizde, sonuç kare olsun.

$$(x^2)^2+x^2+1=y^2 \Rightarrow x^4+x^2+1=y^2$$

$x=\frac{p}{q}, (p,q \in Z)$ ve $(p,q)=1$ alınırsa, $\frac{p^4}{q^4}+\frac{p^2}{q^2}+1=y^2$ olur. Buradan

$y=\frac{z}{q^2}$ alınıp gerekli işlemler yapılırsa $p^4+q^2p^2+q^4=z^2$ denklemi elde edilir. Eğer yedi numaralı denklemin rasyonel çözümü varsa $p^4+q^2p^2+q^4=z^2$ $(p,q)=1$ denkleminin tamsayı çözümü vardır. Euler özellikle $x^4+kx^2y^2+y^4=z^2$ denkleminin kökleri ile ilgilenmiş ve $x^4-x^2+1 \neq y^2$ $(x^2 \neq 1$ veya $o)$ olduğunu göstermiştir. R. Adrain(1825) ise Fermat'nın yöntemini takip ederek $x^4+x^2y^2+y^4 \neq z^2$ olduğunu tespit etmiş ve ispatlamıştır(97).

Reel ve karmaşık köklerine gelince; $x^2 = p$ ve $y^2 = q$ alınırsa $p^2 + p + 1 = q \Rightarrow p^2 + p + (1 - q) = 0$ olur. Buradan;

$p = \frac{1}{2}(-1 \pm \sqrt{1 - 4(1 - q)} = \frac{1}{2}(-1 \pm \sqrt{4q - 3})$ elde edilir. Yerine

koyarsak, $x^2 = \frac{1}{2}(-1 \pm \sqrt{4y^2 - 3}) \Rightarrow x = \pm\sqrt{-\frac{1}{2} \pm \sqrt{y^2 - \frac{3}{4}}}$, daha sonra her "y" için dört tane "x" tespit edilir.

8. Problem: Üssü kare ve birbirleriyle orantılı öyle üç sayı istiyoruz ki toplamları yine kare olsun.

$$\frac{x^2}{y^2} = \frac{y^2}{z^2} \quad \text{ve} \quad x^2 + y^2 + z^2 = u^2$$

Bahâuddîn el-Âmilî'nin altıncı denklemine karşılık gelmektedir. Denklem sisteminde birinci denklemden $x^2z^2 = y^4 \Rightarrow x^2 = \frac{y^4}{z^2}$ elde edilir. Bu ikinci denklemde yerine konduğunda

$\frac{y^4}{z^2} + y^2 + z^2 = u^2 \Rightarrow y^4 + z^2y^2 + z^4 = t^2, (t^2 = u^2z^2)$ olarak yazılabilir ve bu haliyle rasyonel çözümü yoktur. Sebebi için yedi numaralı denklemin çözümüne bakınız.

Benzer şekilde birinci denklemden $x^2z^2 = y^4 \Rightarrow y^2 = \sqrt{x^2z^2} \Rightarrow y^2 = xz$ elde edilir. Bu ikinci denklemde yerine konulursa $x^2 + xz + z^2 = u^2$ olur. $x^2 + xz + z^2$ denkleminin kare bir sayıya eşit olması için $x^2 + 2xz + z^2$ şeklinde olması gerektiğinden denklemin rasyonel bir çözümü olmadığı ortaya çıkar.

9. Problem: Üssü kare olan öyle iki sayı istiyoruz ki, ikisinden birinin, toplamları ile çarpımı diğer sayının karesine eşit olsun.

$$x^2(x^2+y^2)=(y^2)^2 \Rightarrow x^4+x^2y^2=y^4$$

Eğer denklemin rasyonel bir çözümü varsa, $y = tx$ olarak yazılabilir. Buradan yerine konulur ve gerekli işlemler yapılırsa $x^4+t^2x^4=t^4x^4$, gerekli sadeleştirmeler yapılırsa, $t^4-t^2-1=0$ elde edilir. Ayrıca $t=\frac{u}{v}, (u,v)=1$ olarak farzedilir ve yerine konulursa $u^4-v^4=u^2v^2$ şeklinde bir denklem ortaya çıkar. Bu denklem tamsayı çözüm vermelidir. Bu da üç numaralı denklemde ifade edilen sebeblerden dolayı mümkün değildir.

13. Problem: Üssü küp olan öyle iki sayı bulmak istiyoruz ki, her birini diğerine bölüp topladığımızda sonuç kare bir sayı olsun.

$$\frac{x^3}{y^3}+\frac{y^3}{x^3}=z^2$$

Denklemde, eğer $\frac{x^3}{y^3}=t$ varsayılır ve yerine konulursa

$t+\frac{1}{t}=z^2 \Rightarrow t^2-z^2t+1=0$ elde edilir. Bu denklemin ise diskiriminantı negatif olduğundan tam veya rasyonel bir çözümü yoktur. (x,y,z) üçlüsü karmaşık olabilir.

14. Problem: Üssü kare olan öyle iki sayı bulmak istiyoruz ki, herbirini diğerine bölüp topladığmız ve herhangi biriyle çarptığımızda sonuç üssü kare olan bir sayıya eşit olsun.

$$x^2(\frac{x^2}{y^2}+\frac{y^2}{x^2})=z^2 \text{ veya } y^2(\frac{x^2}{y^2}+\frac{y^2}{x^2})=u^2$$

Denklemde $z = tx \Rightarrow z^2 = t^2x^2$ alınır ve yerine konulursa $x^2(\frac{x^2}{y^2}+\frac{y^2}{x^2})=t^2x^2$ olur. Gerekli işlemlerden sonra $x^4+y^4=a^2,(a^2=t^2x^2y^2)$ elde edilir. Bu tür bir denklem üç numaralı denklemde zikredilen sebeblerden dolayı tamsayı bir çözüme sahip değildir.

16. Problem: "Sayıların Toplamı Teorisi " grubuna bakınız.

20. Problem: Üssü kare olan öyle bir sayı bulmak istiyoruz ki, kendisiyle çarpıp, sonuça cezr'inin on katı ile on dirhem eklediğimizde netice cezr olsun.

$$(x^2)^2+10x+10=y^2 \Rightarrow x^4+10x+10=y^2$$

G. Libri tarafından bu denklem incelenmiştir. Eğer $x^4+10x+10=(x^2+v)^2$ alınır ve gerekli işlemler yapılırsa $2vx^2-10x+v^2-10=0$ elde edilir. Buradan $v=\frac{p}{q},(p,q)=1$ alınır ve denklemde yerine konulursa $2\frac{p}{q}x^2-10x+\frac{p^2}{q^2}-10=0$ olur. Gerekli işlemlerden sonra $2pqx^2-10q^2x+(p^2-10q^2)=0$ elde edilir. Buradan $x_{1,2}=5\frac{q}{p}\pm\sqrt{25\frac{q^2}{p^2}-\frac{2}{pq}(p^2-10q^{2)}}$ diskiriminantı eğer kare bir sayıya eşitse (p,q) değerleri için tamsayı veya rasyonel çözümler mevcuttur. Nitekim "x" için 3; -0,5; -1; -43/36; -1,5 ve -3,25 değerleri tespit edilebilir[98].

23. Problem: Üssü küp olan öyle bir sayı bulmak istiyoruz ki, kendisi ile karesi arasındaki fark, üssü kare olan bir sayıya eşit olsun.

$$x^3 - (x^3)^2 = y^2 \Rightarrow x^3 - x^6 = y^2$$

$$\text{veya} \quad (x^3)^2 - (x^3) = z^2 \Rightarrow x^6 - x^3 = z^2$$

Bu iki denklem Diophantus'un $(x^3)^2 + x^3 = y^2$ şeklindeki denklemine benzemektedir[99]. $x - x^4 = a^2$ veya $x^4 - x = b^2$, $(a = \frac{y}{x}$ ve $b = \frac{z}{x})$ yazılabileceğinden çözümleri kolaydır. Buradan her terimin kare bir sayıya eşit olduğu $x(1-x)(1+x+x^2) = 1$ denklemi ortaya çıkar. Özel olarak, eğer "u ve v" alınırsa $x = u^2$ ve $1 - x = v^2$, buradan $u^2 + v^2 = 1$ olur. Bu denklemin (0 ve 1) olan normal tek bir çözümü vardır. Eğer rasyonel bir çözüm istenirse;

$r = 1 - \frac{1}{x}$ kabul edilir ve gerekli işlemler yapılırsa $\frac{(1-r)^3 - 1}{(1-r)^6} = t^2$ elde edilir. Burada $k = 1 - r$ alınırsa denklem $k^3 - 1 = T^2$ olur. Bu denklemin rasyonel bir çözümü vardır.

Son denklemin çözümü, $p^3 - q^3 = u^2, (p, q) = 1$ denkleminin tamsayı çözümü olduğunu gösterir. Burada q^3 kare olduğundan denklem $p^3 - q^6 = w^2, (p, r) = 1$ halini alır.

V. *Üçüncü Dereceden Denklemler*

Modern matematik açısından bu tür problemler bugün zor kabul edilmez. Ancak yapılması gereken şey, denklemi esas yapısına irca etmek ve ondan sonra çözümü araştırmaktır. Genel olarak $x^3 + bx + c = 0$ denkleminin diskriminantı $(\frac{c^2}{4} + \frac{b^3}{27})$ eğer rasyonel bir kare sayı ise rasyonel bir çözümü vardır.

15. Problem: Onu öyle iki kısma bölmek istiyoruz ki, büyüğünü küçüğüne bölüp, büyüğü ile topladığımız ve sonucu küçüğü ile çarptığımızda netice varsayılan bir sayıya eşit olsun.

$$x + y = 10 \text{ ve } x > y$$

$$y\left(\frac{y}{x} + x\right) = a, \text{ a varsılan bir sayı.}$$

$y\left(\frac{y}{x} + x\right) = a \Rightarrow \frac{y^2}{x} + yx = a \Rightarrow y^2 + yx^2 - ax = 0$ elde edilir. Burada

$x = 10 - y$ alınır ve yerine konulursa,

$y^2 + y(y^2 - 20y + 100) - a(10 - y) = 0$, gerekli işlemler yapılırsa,

$y^3 - 19y^2 + (100 + a)y - 10a = 0$ olur. $x + y = 10$ ve $x > y$ olduğundan

$y < 5$ tir. Dolayısı ile i) Eğer $a = 30 \Rightarrow y = x = 5$, ii) Eğer $a > 30 \Rightarrow$ y'nin $0 \leq y < 5$ arasında değeri yoktur, iii) Eğer $a < 30 \Rightarrow$ y'nin $0 \leq y < 5$ arasında tek bir değeri vardır. Ancak çözümün rasyonelliğini belirlemek zordur.

21. Problem: Üssü kare olan öyle bir sayı bulmak istiyoruz ki, kendisinden cezr'ini çıkartıp, sonucu cezr'i ile çarptığımızda netice ilk sayıya eşit olsun.

$$(x^2 - x).\sqrt{x^2 - x} = x^2$$

Denklemde gerekli işlemler yapılırsa,

$(x(x-1))^{3/2} = x^2 \Rightarrow x^3(x-1)^3 = x^4$

$\Rightarrow (x-1)^3 = x \Rightarrow x^3 - 3x^2 + 2x - 1 = 0$ olur. $x = y + 1$ alınır, denklemde yerine konulursa $y^3 - y - 1 = 0$ gibi üçüncü dereceden bir denklem elde edilir.

Bu denklemin diskriminantı $\frac{23}{4.27}$'ye eşittir, bu da kare bir sayı değilidir. Dolayısıyla denklemin rasyonel olmayan reel tek bir çözümü vardır.

22. Problem: Öyle iki sayı bulmak istiyoruz ki, aralarındaki fark, küçüğünün cezr'inin on katına ve herbirinin diğerine bölümünün toplamı da küçüğünün cezr'ine eşit olsun.

$$x - y = 10.\sqrt{y}$$

$$\frac{x}{y} + \frac{y}{x} = \sqrt{y}, \ x > y$$

Denklemde $y = z^2$, $z > 0$ alınırsa denklem sistemi, $x - z^2 = 10z$ ve $\frac{x}{z^2} + \frac{z^2}{x} = z \Longrightarrow x^2 + z^4 = z^3 x$ olur. Buradan $x = z^2 + 10z$ olduğundan, $(z^2 + 10z)^2 + z^4 = z^3(z^2 + 10z)$, gerekli işlemler yapıldıktan sonra $z^3 + 8z^2 - 20z - 100 = 0$ denklemi elde edilir. Bu denklemin ise diskriminantı negatif olduğundan rasyonel olmayan üç reel kökü vardır.

25. Problem: Varsayılan bir sayıyı öyle iki kısma bölmek istiyoruz ki, her iki kısım ve bu iki kısım arasındaki fark ile kendisini bölüp sonucu topladığımızda netice varsayılan bir sayıya eşit olsun.

$$x + y = a \text{ ve } x > y \Longrightarrow \frac{a}{x} + \frac{a}{y} + \frac{a}{x - y} = b$$

Eğer $\frac{a}{x} = u$, $\frac{a}{y} = \frac{u}{(u-1)}$ ve $\frac{a}{(x-y)} = \frac{u}{(2-u)}$, $u \neq 1, 2$ alınır ve denklemde yerine konulursa $u + \frac{u}{(u-1)} + \frac{u}{(2-u)} = b$ olur. Burada gerekli işlemler yapılırsa $v = u^3 - (b+3)u^2 + (3b+1)u - 2b = 0$ elde edilir. "v" fonksiyonunun eğrisinin incelenmesi, "b" pozitif olduğunda fonksiyonun artmakta olduğunu gösterir. Eğer $v(1)=5$ olursa "v" fonksiyonu ortadan kalkmayacağından denklem sistemine bir çözüm bulunamaz.

28. Problem: Üssü kare olan öyle bir sayı bulmak istiyoruz ki, üçte biri ile cezrini kendinden eksiltip sonucun cezrinin on katını aldığımızda netice eksiltiğimize eşit olsun.

$$10.\sqrt{x^2-(\frac{1}{3}x^2+x)}=\frac{1}{3}x^2+x$$

Denklemde gerekli olan işlemler yapılırsa $10.\sqrt{\frac{2}{3}x^2-x}=\frac{1}{3}x^2+x$ olur, her

iki tarafın karesi alınırsa $100(\frac{2}{3}x^2-x)=x^2(\frac{1}{9}x^2+\frac{2}{3}x+1)$ elde edilir. Gerekli işlemlerden sonra $x^3+6x^2-591x+900=0$ olur. $x=y-2$ alınıp denklemde yerine konulursa $y^3-603y+2098=0$ şeklini alır. Bu son denklemin diskriminantı negatif olduğundan rasyonel bir çözümü yoktur.

29. Problem: Değeri varsayılan dirhem olan öyle elbiseler bulmak istiyoruz ki, onlardan birinin değeri diğerinin cezrine eklenirse sonuç varsayılan bir sayı olur.

$$xy=a$$

$$x+\sqrt{y}=b,$$ a ve b varsayılan iki sayı.

$y=z^2$ alınırsa denklem sistemi $xz^2=a$ ve $x+z=b$ olur. $x=b-z$ olduğundan $(b-z)z^2=a$, buradan $z^3-bz^2+a=0$ ve $x+z=b$ elde edilir. Eğer $w=z-\frac{b}{3}$ $(w<\frac{zb}{3})$ alınırsa denklem "w"ye bağlı olarak

$w^3 - \frac{b^2}{3} w - (\frac{2b^3}{27} - a) = 0$ şeklini alır. Bu denklemin alacağı değer "a" ve "b"ye göre değişir. Diskiriminantı $(\frac{a^2}{4} - \frac{ab^3}{27})$ kare bir sayı olacağından, denklemde, mesela; a=4 ve b=3 alınırsa x=1 ve y=4 olarak tespit edilir.

32. Problem: Onu öyle iki kısma bölmek istiyoruz ki, herbirini diğerine bölüp sonuçları topladığımızda netice, iki kısımdan biri olsun.

$$x + y = 10$$

$$\frac{x}{y} + \frac{y}{x} = x$$

Bahâuddîn el-Âmilî'nin beşinci denklemine karşılık gelmektedir. Eğer $y = 10 - x \Rightarrow \frac{x}{10-x} + \frac{10-x}{x} = x \Rightarrow x^3 - 8x^2 - 20x + 100 = 0$ üçüncü dereceden bir denkleme dönüştürülür. Bu denklemin diskriminantı negatif olacağından rasyonel bir çözümü mevcut değildir.

33. Problem: "Sayıların Toplamı Teorisine" bakınız.

VI. *Dördüncü veya Daha Yüksek Dereceden Denklem Sistemleri*:

Modern matematik açısından dördüncü dereceden bir denklem de bugün zor kabul edilmez. Yine yapılması gereken şey denklemi esas yapısına indirgemek ve çözümü araştırmaktır. Eğer denklemin diskriminantı rasyonel bir sayı ise denklemin rasyonel bir çözümü vardır. Dördüncü dereceden daha yüksek dereceli denklemler için ise genel formüller yoktur.

4. Problem: Onu öyle iki kısma bölmek istiyoruz ki her birinin cezrini kendisine eklediğimizde, sonuçların çarpımı varsayılan bir sayıya eşit olsun.

Denklemin daha genel bir şekli olan "Herbirinin kökü kendisine eklendiğinde kare bir sayıya eşit olan üç kare sayı tespit etmek" problemi ile J. Cunliffe(1804) vb. bir çok matematikçi uğraşmıştır[101]. Eğer;

$p=\frac{z}{y}$ ve $q=\frac{u}{y}$ alınırsa, $x^2+x=p^2x^2 ; y^2+y=q^2y^2$ olur. Buradan

$x=\frac{1}{(p^2-1)}$ ve $y=\frac{1}{(q^2-1)}$ olacağından $x^2+y^2=10$ denkleminde

yerine konulursa; $\frac{1}{(p^2-1)^2}+\frac{1}{(q^2-1)^2}=10$, gerekli işlemler yapılırsa

$(q^2-1)^2+(p^2-1)^2=10(p^2-1)^2(q^2-1)^2$ şeklinde dördüncü dereceden bir denklem elde edilerek çözülür.

17. Problem: Eğer Zeyd'e, on dirhemden Amr'ın payının cezrinin eksiği ve Amr'a da, beş dirhemden Zeyd'in payının cezrinin eksiği vasiyet edilirse.

$$\text{Zeyd}=x^2 \text{ ve Amr}=y^2 \Rightarrow x^2=10-y \text{ ve } y^2=5-x$$

Bahâuddîn el-Âmilî'nin üçüncü denklemine karşılık gelmektedir. Buradan; $y=10-x^2 \Rightarrow (10-x^2)^2=5-x$ elde edilir; gerekli işlemlerden sonra $x^4-20x^2+x+95=0$ dördüncü derece denklemi ortaya çıkar. Bu denklemin de Marre'nin bildirdiğine göre rasyonel çözümü yoktur[102].

20. Problem: "Kare Bir Sayıya Eşit Olan Denklemler" grubuna bakınız.

VII. *Diğer Denklemler*:

Bu tür problemler sayıların çarpımı ile ilgilidir ve modern matematik açısından çözümleri kolaydır. Özellikle onuncu ve otuzuncu problemler "değişik bir kaç kare ve küp sayının birbiriyle çarpımı" fikrine dayanır. Bu tür problemlerin İbn el-Havvâm'ın verdiği otuz üç çözümsüz problem arasında bulunması, İbn el-Havvâm'ın "cebirsel sayıların çarpımı" konusundaki bilgisinin yetersizliğinden kaynaklanmaktadır. Çünkü İbn el-Havvâm'dan çok önceleri el-Kereci ve el-Samavel hisâb işlemlerinin cebir üzerinde genelleştirilmesi konusunda gerekli çalışmaları yapmışlardı. Avrupada ise bu tür problemlerle XVI. yüzyılda ilgilenilmeye başlanmıştır.

10. Problem: Üssü kare olan öyle dört sayı bulmak istiyoruz ki, birincisi kendisi ile çarpılıp sonuç ikinci ile, çıkan sonuç üçüncü ile ve bu son sonuç ta dördüncü ile çarpılınca, ilk aldığımız dört sayıya eşit olsun.

$$(x^2x^2, x^2x^2y^2, x^2x^2y^2z^2, x^2x^2y^2z^2u^2) = (x^2, y^2, z^2, u^2)$$

Bu problemde;

$x^2 = x^4$; $x^4y^2 = y^2 \Rightarrow y^2 = x^2y^2$; $x^4y^2z^2 = z^2 \Rightarrow z^2 = y^2z^2$

ve $x^4y^2z^2u^2 = u^2 \Rightarrow u^2 = z^2u^2$ alınarak her bir denklem sırayla çözülür.

30. Problem: Üssü küp olan öyle üç sayı bulmak istiyoruz ki, birinci ile ikinciyi çarpıp sonucu üçüncü ile çarparsak, netice varsayılan bir sayı olsun.

$$x^3 . y^3 . z^3 = a, \text{ a varsayılan bir sayı.}$$

Eğer, $x^3y^3z^3 = a \Rightarrow xyz = \sqrt[3]{a}$ denkleminde "a" küpkökü alınabilen bir tamsayı ise (x, y, z) tamsayı üçlüsü vardır; değilse (x, y, z) reel sayı üçlüsüdür.

31. Problem: Bir ücretlinin, bir aydaki ücreti varsayılan meçhul dirhemdir, bir ayda, dirhemin cezr'ine eşit gün çalışmış ve ücretten, varsayılan dirhem almıştır.

$$(\frac{x}{30})\sqrt{x} = a, \text{ a varsayılan bir sayı.}$$

Eğer; $\frac{x}{30}\sqrt{x} = a \Rightarrow x^{3/2} = 30a \Rightarrow x = \sqrt[3]{900a^2}$ alınırsa "x"in değeri "a"ya bağlı olur. Çünkü, "$\forall a \in R$" için bir $x \in R$ vardır.

El-Bahâiyye'nin Klasik İslam Ve Osmanlı Matematik Tarihi İçindeki Yeri

Hayat hikayesinde de işaret edildiği gibi İbn el-Havvâm, Moğol istilasından sonra İslam dünyasında yetişmiş ve Merağa astronomi-matematik okulunun kurucusu Nasîruddîn el-Tûsî'den ders almış bir bilim adamıdır. Merağa okulunun matematik bölümüne mensup olması itibarıyla, onu bu okulun İslam bilim tarihi içindeki yeri ile beraber ele almak gerekmektedir; ancak İbn el-Havvâm'ın bu okul ile organik bağının Nasîruddîn el-Tûsî'nin öğrencisi olmasından ileri gitmediği kanaatindeyiz. Çünkü kendisi bizzat Merağa'daki bilim adamları heyetinin içinde zikredilmediği gibi hayat hikayesinden hareketle de oldukça bağımsız ve Merağa çevresinden uzakta bir hayat yaşamış olduğu söylenebilir. Bununla beraber, İbn el-Havvâm'ın tesiri, telif ettiği ve birçok nüshası zamanımıza ulaşan eseri *el-Bahâiyye* ve *el-Şemsiyye* ile doğrudan; bu esere Kemâluddîn el-Fârisî ve İmâduddîn el-Kâşî tarafından yazılan şerhler ve daha sonraki matematikçilerin İbn el-Havvâm ve şerhlerinden yaptıkları iktibaslar ile de dolaylı olarak devam etmiştir.

Yukarıda ifade edildiği üzere, Kemâluddîn el-Fârisî, şerhinin önsözünde, eseri İsfehân'da bizzat İbn el-Havvâm'dan okuduğunu, matematik bilgisini ilerlettikten sonra, faydalı fakat kısa olan bu eseri şerhettiğini belirtir. Kemâluddîn el-Fârisî'nin bu ifadesinden ve *el-Şemsiyye*'nin Kastamonu nüshasında mevcut olan kıraat kaydından, *el-Bahâiyye*'nin ve versiyonu *el-Şemsiyye*'nin bizzat İbn el-Havvâm tarafından uzun yıllar talebelere ders kitabı olarak okutulduğu anlaşılmaktadır. *el-Şemsiyye*'nin Kastomonu nüshasının Bağdad'da İbn el-Havvâm'ın ölümünden bir yıl sonra (725/1325), Diyabekir nüshasının da yine Bağdad'da İbn el-Havvâm'ın ölümünden iki yıl sonra istinsah edilmiş olmaları bu tespiti güçlendirmektedir.

El-Bahâiyye'nin ve Kemâluddîn el-Fârisî şerhinin yaygınlığını, aynı esere ikinci bir şerh yazan İmâduddîn el-Kâşî'nin ifadesi de teyid etmektedir. Nitekim İmâduddîn el-Kâşî, eserin aynı esere ikinci bir şerh yazmanın gerekçesi olarak İmâduddîn el-Kâşî, eserin faydalı olduğunu ancak zor anlaşıldığını, aynı şekilde Kemâluddîn el-Fârisî şerhinin de yer yer ağır olduğundan talebeler tarafından anlaşılmakta güçlükle karşılaşıldığını zikretmektedir[103]. İmâduddîn el-Kâşî şerhinin günümüzde bir çok nüshasının mevcut olması, bu şerhin de yaygın olarak kullanıldığının bir ifadesidir. Ayrıca yukarıda belirtildiği üzere İmâduddîn el-Kâşî *el-Bahâiyye*'de serd edilen bazı matematik kaidelere bağımsız şerhler kaleme almıştır. Bu şerhlerden tespit edilebilen bir tanesinin İbn el-Havvâm hayatta iken istinsah edilmiş olması *el-Bahâiyye*'nin matematikçiler ve talebeler arasında mütedavil olduğunu göstermektedir.

El-Bahâiyye ve şerhleri, yaygın olarak kullanılmaları yanında, döneminde ve daha sonra, matematik sahasındaki müelliflerin faydalandığı ve hatta iktibas yaptığı eserler arasına girmiştir. Nitekim Cemâl el-Türkistânî (712/1312'de sağ)'nin *el-Risâlet el-Alâiyye* adlı eserine *Kitâb el-Mucizât el-Necibiyye fi Şerh el-Risâlet el-Alâiyye* ismi ile bir şerh kaleme alan Celâluddîn Ali el-Ğarbî (VIII/XIV.asır), İbn el Havvâm ve eseri *Bahâiyye*'yi "İmâduddîn b. el-Havvâm'ın görüşü...", "*Hisâb el-Bahâiyye*'de zikredilmiştir ki..." vb. ibareler ile birçok kez zikretmiş, bunun yanında Kemâluddîn el-Fârisî'nin ifadelerine de yer vermiştir[104]. Burada dikkati çeken nokta, *el-Bahâiyye*'nin 'hisâb el-hevâî'yi, *el-Alaiyye*'nin ise 'hisâb el-hindî'yi temel almasına rağmen böyle bir ilişkinin olmasıdır.

İçinde *el-Bahâiyye*'nin de bulunduğu Şehid Ali, 1989 numaralı mecmua incelendiğinde *el-Bahâiyye*'nin Mısır medreselerinde de mütedavil olduğu görülmektedir. Ahmed b. Şemseddîn b. Cemâleddîn el-Ta'ribî tarafından Mısır'da Eytmişiyye medresesinde 798/1396 tarihinde istinsah edilen mecmuada sadece *el-Bahâiyye*'nin istinsahı ile yetinilmemiş, mecmuada bulunan diğer matematik eserleri mutalaa edilirken *el-Bahâiyye*'den iktibaslar yapılmıştır[105]. Bu durum *el-Bahâiyye*'nin güvenilir bir kaynak matematik eseri olarak kullanıldığını göstermektedir.

Semerkand Okulu kurucu temsilcisi matematikçi-astronom Gıyâseddîn Cemşîd el-Kâşî, İbn el-Havvâm'ın eseri ile Kemâluddîn el-Fârisî ve İmâduddîn el-Kâşî'nin bu eser üzerine olan şerhlerini incelemiştir. Özellikle, ünlü eseri *Miftâh el-Hisâb*'ın beşinci makalesinin dördüncü babında zikrettiği cebir porblemlerinin bazılarını doğrudan İbn el-Havvâm'ın *el-Bahâiyye*'sinden iktibas etmiştir[106].

Fatih Sultan Mehmed ve Sultan II. Bayezid döneminde yaşayan Molla Lütfî (öl. 900/1490) ise *Risâle fi Tarîf el-Hikme* adlı risâlesinde Aritmetik ve İlm el-Hisâb arasındaki farkı izah ederken "Kemâluddîn el-Hasan el-Fârisî, *el-Bahâiyye* şerhinde zikretti..." ifadesiyle Kemâluddîn el-Fârisî şerhinden iktibas yapmakta ve şârihi övmektedir[107].

Aynı dönemde Sultan II. Bayezid'e ithaf edilen müellifi meçhul *İrşâd el-Tullâb ila İlm el-Hisâb* adlı eserde, ismi zikredilerek İbn el-Havvâm'dan, *el-Bahâiyye*'de verilmeyen "çözümsüz bir problem" iktibas edilmektedir. Bu da

Osmanlı matematikçilerinin İbn el-Havvâm'ın *el-Bahâiyye*'sinin dışında mevcut olan diğer matematik faaliyetlerinden de haberdar olduklarını göstermektedir[108].

Osmanlı ülkesindeki mevcut ilim seviyesini göstermesi yanında, mutaala edilen kitapların bir kataloğu durumunda olan Taşköprîzâde (öl. 968/1561)'nin *Miftâh el-Saâde ve Misbâh el-Siyâde* adlı eserinin "İlm Hisâb el-Hevâî" bölümünde mebsut eserlerinin beşincisi olarak *Esâs el-Kavâid fi Şerh Usûl el-Fevâid el-Bahâiyye* adı altında Kemâluddîn el-Fârisî'nin şerhi zikredilir[109]. Bu kayıt XVII. asır öncesi dönemde Osmanlı matematiğinde, Kemâluddîn el-Fârisî'nin şerhinin ve dolayısıyla *el-Bahâiyye*'nin bilindiğini ve matematik eğitiminde önemli bir yere sahip olduğunu göstermektedir.

Osmanlı matematiğinde, onaltıncı yüzyıl sonrası dönemde *el-Bahâiyye* ve şerhlerinin yerini tam anlamıyla tespit etmek, şüphesiz bu dönemde telif edilen matematik eserlerini incelenmesi ile mümkün olabilir. Ancak gerek İbn el-Havvâm'ın ismi ve eseri, gerek şerhlerinin Osmanlı Devleti'nin son dönemlerine kadar bilindiği söylenebilir. Nitekim Katip Çelebi (öl. 1067/1657), Ali Kuşçu (öl. 879/1474)'nun Osmanlı medreselerinde matematik ders kitabı olarak okutulmuş olan *el-Muhammediyye fi İlm el-Hisâb* adlı eseri üzerine kaleme almaya başladığı ancak sadece mukaddimesini tamamladığı *Ahsen el-Hediyye bi Şerh el-Risâlet el-Muhammediyye* isimli şerhinde, *el-Muhammediyye* ile *el-Bahâiyye*'yi çok kısa bir şekilde karşılaştırmakta, hamişte de yazarı İbn el-Havvâm'ı kaydetmektedir[110]. Katip Çelebi'nin bu karşılaştırması *el-Bahâiyye*'nin, *el-Muhammediyye* yanında ders kitabı olarak Osmanlı müderrisleri ve talebeleri elinde mütedavil olduğunu göstermektedir. Diğer bir Osmanlı matematikçisi Cabizâde Halil Faiz (öl. 1124/1712), Cemşîd el-Kâşî'nin *Miftâh el-Hisâb*'ının cebir bölümünün Türkçe tercümesi olan, *el-Savlet el-Hizebriyye fi el-Mesâil el-Cebriyye* adlı eserinde "Hakim, Muhakkık İmâduddîn Havvâm Bağdadî'nin *Risâle-i Bahâiyye*'si şerhinde Fadıl, Muhakkık Kemaluddîn Hasan Fârisî..." diyerek alıntı yapmaktatır[111]. Benzer şekilde Bahâuddîn el-Âmilî (öl. 1031/1622)'nin onyedinci asrın ilk yarısından itibaren Osmanlı medreselerinde ders kitabı olarak okutulan ve Osmanlı matematikçilerinin birçok şerh yazdığı *Hulâsat el-Hisâb*'ını Türkçe'ye *Nihâyet el-Elbâb fi Tercümet Hulâsat el-Hisâb* adıyla Türkçeye tercüme ve şerh edip Sultan II. Mahmud'a sunan Kuyucaklızâde Mehmed Âtıf Efendi (öl. 1263/1847), tercümesinin başında "*Fevâid el-Bahâiyye* Şarihi Kemâluddîn el-Isfehânî..." diyerek, Kemâluddîn el-Fârisî'nin şerhinden iktibas etmektedir[112].

Diğer taraftan, *el-Bahâiyye* ve iki şerhinin mevcut olduğu dünya kütüphaneleri, istinsah tarihleri ve temellük kayıtlarının incelenmesi ile eserin ve şerhlerinin Osmanlı matematiği içindeki gerçek yeri tespit edilebilir. Mesela, *el-Bahâiyye*'nin bilinen otuz nüshasından, yedisi İstanbul ve birisi Kayseri'de olmak üzere sekiz nüshası Türkiye kütüphanelerinde bulunmaktadır. Ayrıca otuz nüshadan altısı kesin olarak Osmanlı döneminde istinsah edilmiştir. Kemâluddîn el-Fârisî şerhinin dünya kütüphanelerinde mevcut on nüshasından beşinin, İmâduddîn el-Kâşî'nin şerhinin ise sekiz nüshasının İstanbul kütüphanelerinde bulunması yukarıda zikredilen düşünceyi teyit etmektedir(113).

Diğer bir örnek olarak; Süleymaniye, Laleli: 2715/1'de, 1b-62b yaprakları arasında kayıtlı ve 920/1514-1515 tarihinde Ahmed b. Ramazan [el-Samsunî] tarafından istinsah edilen *el-Bahâiyye* nüshasında, Arapça zor kelimeler harekelenmiş ve bazılarının altına Osmanlı Türkçesi ile karşılıkları yazılmıştır. Bu, nüshanın, medrese talebeleri tarafından mutalaa edildiğini göstermektedir. Ayrıca nüsha Osmanlı matematikçisi Mustafa Sıdkı'nın temellük kaydını taşımaktadır ve muhtemelen nüshanın kenarlarındaki sembolik çözümler ona aittir.

Son olarak, Tunus'ta mevcut olan altı *el-Bahâiyye* nüshasından üçünün, miladi 1752, 1754 ve diğerinin 1754'ten sonraki bir tarihte istinsah edilmesi, Osmanlı Devleti'nin Mağrib eyaletlerinde eserin bilindiğine ve tedris edildiğine delalet eder (114).

Yukarıda özetlemeye çalıştığımız ve İbn el-Havvâm'ın kendinden sonraki İslam ve Osmanlı matematik literatüründeki tesirini gösteren üç cebir problemi aşağıda örnek olarak verilmiştir.

a) Kemâluddîn el-Fârisî'nin İbn el-Havvâm'dan aktardığı cebir problemi ve çözümü:

İbn el-Havvâm şöyle rivayet etmiştir: Bağdad'da iken bir cebir problemi ile karşılaştık. Ben ve hocam aylarca onunla uğraştık, tüm yolları denedik; sonunda ters değerleri (eczâ) kullanarak problemi çözdük.

Problem şu şekildir: "Beş sayı alalım, birinci ile ikincisini çarptığımızda ona, ikinci ile üçüncüsünü çarptığımızda yirmiye, üçüncüsü ile dördüncüsünü çarptığımızda otuza, dördüncüsü ile beşincisini çarptığımızda kırka ve beşincisi ile birincisini çarptığımızda elliye eşit olsun."

Çözüm:
İlk sayı: x_1

İkinci sayı: $x_1 . x_2 = 10 \Rightarrow x_2 = \dfrac{10}{x_1}$

Üçüncü sayı: $x_2 . x_3 = 20 \Rightarrow \dfrac{10}{x_1} . x_3 = 20 \Rightarrow x_3 = \dfrac{20}{\dfrac{10}{x_1}} = 2x_1$

Dördüncü sayı: $x_3 . x_4 = 30 \Rightarrow 2x_1 . x_4 = 30 \Rightarrow x_4 = \dfrac{30}{2x_1} = \dfrac{15}{x_1}$

Beşinci sayı: $x_4 . x_5 = 40 \Rightarrow \dfrac{15}{x_1} . x_5 = 40 \Rightarrow x_5 = \dfrac{40}{\dfrac{15}{x_1}} = 2\dfrac{2}{3}x_1$

Altıncı sayı: $x_5 . x_1 = (2\dfrac{2}{3}x_1) . x_1 = 2\dfrac{2}{3}x_1^2 \Rightarrow 2\dfrac{2}{3}x_1^2 = 50 =$ III.Müfredat

$$\Rightarrow x_1^2 = \frac{50}{2\dfrac{2}{3}} = \frac{150}{8} = 18\frac{3}{4}$$

$$\Rightarrow x_1 = \sqrt{18\frac{3}{4}}$$

$$x_1.x_2 = 10 \Rightarrow x_1^2.x_2^2 = 10^2 \Rightarrow 18.\frac{3}{4}.x_2^2 = 10^2 \Rightarrow$$

$$x_2^2 = \frac{10^2}{18.\frac{3}{4}} = \frac{100}{18.\frac{3}{4}} = \frac{400}{75} = 5\frac{1}{3} \qquad \Rightarrow x_2 = \sqrt{5\frac{1}{3}}$$

$$x_2.x_3 = 20 \Rightarrow x_2^2.x_3^2 = 20^2 \Rightarrow 5\frac{1}{3}.x_3^2 = 20^2 \Rightarrow$$

$$x_3^2 = \frac{20^2}{5\frac{1}{3}} = \frac{400}{5\frac{1}{3}} = \frac{1200}{16} = 75$$

$$\Rightarrow x_3 = \sqrt{75}$$

$$x_4 = \frac{15}{x_1} \quad \text{ve} \quad x_2 = \frac{10}{x_1} \Rightarrow x_2 = \frac{2}{3}x_4$$

$$\Rightarrow x_2^2 = (\frac{2}{3})^2 x_4^2 = \frac{4}{9}x_4^2$$

$$\Rightarrow x_4^2 = \frac{9}{4}x_2^2 = \frac{9}{4}(5\frac{1}{3}) = (2\frac{1}{4})(5\frac{1}{3}) = \frac{144}{12} = 12$$

$$\Rightarrow x_4 = \sqrt{12}$$

$$x_5 = 2\frac{2}{3}x_1 \Rightarrow \frac{x_3}{x_5} = \frac{2x_1}{2\frac{2}{3}x_1} = \frac{3}{4}$$

$$\Rightarrow \frac{x_3^2}{x_5^2} = (\frac{3}{4})^2 = \frac{9}{16}(\frac{1}{2} + \frac{1}{2}.\frac{1}{8})$$

$$\Rightarrow x_5^2 = \frac{x_3^2}{\frac{1}{2}+\frac{1}{2}.\frac{1}{8}} = \frac{75}{\frac{1}{2}+\frac{1}{2}.\frac{1}{8}} = \frac{16.75}{9} = \frac{1200}{9} = 133\frac{1}{3}$$

$$\Rightarrow x_5 = \sqrt{133\frac{1}{3}}$$

$$x_1 = \sqrt{18\frac{3}{4}},\ x_2 = \sqrt{5\frac{1}{3}},\ x_3 = \sqrt{75},\ x_4 = \sqrt{12},\ x_5 = \sqrt{133\frac{1}{3}}$$

b) İmâduddîn el-Kâşî'nin 4. Probleme yaklaşımı:

On'u meczur iki sayıya bölmek istiyoruz; eğer her birini cezri ile toplar ve birinci sonucu ikinci sonuç ile çarparsak, netice varsayılan bir sayıya eşit olsun.

$$x + y = 10$$
$$(x+\sqrt{x}).(y+\sqrt{y}) = a$$

Çözüm:
İmâduddîn el-Kâşî, problemi iki şık üzerinde inceliyor:
* Eğer "varsayılan sayı"dan kasdedilen "herhangi bir sayı" demekse-ki problemde bu açık değildir-çözüm mümkün olmaz.
* Eğer "varsayılan sayı", "tam sayı" olacaksa çözüm yirmi dört olur. Çünkü problem onun, iki meczur sayıya bölünmesini gerektiriyor.

Birinci ihtimal; eğer iki meczur sayı tam sayı değilse, yani ikisi veya biri kesir ise, ikisinin veya kesir olan birinin kökü yine kesir olacaktır. Bir kök, kesir bir sayıya eklenir veya.çarpılırsa sonuç yine kesir olacağından, "varsayılan sayı" tam sayı olmaz. Dolayısıyla problem iki şart ile sınırlandırılmalıdır: Her iki sayı meczur (kökü alınabilir) olmalıdır ve varsayılan sayı tam sayı olmalıdır. Varsayılan sayı tam sayı olacaksa, iki meczur sayı da tam sayıdır. Öyleyse bu sayılardan biri, ya bir ya dört veya dokuz olmalıdır. Eğer meczur iki sayıdan biri dört ise diğeri altıdır; ancak altı meczur bir sayı değildir. O zaman meczur sayılardan biri bir, diğeri dokuz olarak alınabilir.

Çözüm yapılırsa;

$$1+9=10 \Rightarrow (1+\sqrt{9}).(9+\sqrt{9})=a$$
$$[1+1]\,.\,[9+3]=a$$
$$[2]\,.\,[12]=a$$
$$24=a \quad \text{olur.}$$

Eğer istenilen "belirlenmiş" bir sayı ise-ki sorudan bu anlaşılmıyor- açıkça ifade edilmelidir. O zaman problemin müstahil (çözümsüz) veya çözümü mümkün olup olmadığı incelenebilsin.

İmâduddîn el-Kâşî, problemin çözümünde "kıyas" yöntemini kullanmaktadır. Ancak problemin çözümü için koyduğu iki şarttan ikincisi, yanî "varsayılan sayı tam sayı olmalıdır", İbn el-Havvâm'ın öngörmediği bir durumdur. Diğer yandan iki meczur sayıdan birini, "bir" olarak alması Ortaçağ İslâm matematiğindeki "bir" anlayışı açısından tartışmalı bir konudur.

c) Sultan II. Bayezid'e sunulan müellifi meçhul *İrşâd el-Tullâb İla İlm el-Hisâb*'ta İbn el-Havvâm'a nisbet edilen "çözümsüz problem"(Bkz. Ek 3):

"Cemâluddîn Abdullah b. Muhammed el-Havvâm el-Bağdâdî'nin tesbit ettiği problem şu şekildedir: "Herhangi bir 'mal'ın cezri ve cezrinin cezri ve üç dirhem, cezrinin iki katı ve cezrinin cezrinin iki katı ve dört dirhem ile çarpıldığında yüz kırk dörde eşit olsun".

Mal'ı, mal-mal varsayalım; cezri iki mal, cezrinin cezri şey'dir; cezrinin iki katı iki mal, cezrinin cezrinin iki katı ise iki şey'dir. Cezri ve cezrinin cezri ve üç dirhem, cezrinin iki katı ve cezrinin cezrinin iki katı ve dört dirhem ile çarpılır; sonuç iki mal-mal ve dört kab ve on iki mal ve on şey ve on iki dirhem olur; bu sonuç ise yüz kırk dört dirheme eşittir". Sonra devam ederek, "bu gibi problemlerde çözümü bulmak fikir, istek ve tetebbu ile olur; ancak biz şey'i kendisiyle tesbit edebileceğimiz bir yönteme sahip değiliz".

Yani;

$$(\sqrt{y^2}+\sqrt{\sqrt{y^2}}+3)(2\sqrt{y^2}+2\sqrt{\sqrt{y^4}}+4)=144 \quad (1)$$
$$y^2=x^4 \Rightarrow y=\pm x^2 \text{ alırsak;}$$
$$(\sqrt{x^4}+\sqrt{\sqrt{x^4}}+3)\,(2\sqrt{x^4}+2\sqrt{\sqrt{x^4}}+4)=144$$
$$(x^2+x+3)(2x^2+2x+4)=144$$

$$2x^4 + 4x^3 + 12x^2 + 10x + 12 = 144 \quad (2)$$

Modern matematik ile (2). denklemin bir kökünün $x = 2$ olduğu tespit edilebilir. (1). denklemde $y = \pm x^2$ olduğundan $y = \pm 4$ elde edilir. Diğer kökleri ise karmaşıktır. Ancak dördüncü dereceden bu şekildeki bir denklemin, VIII/XIV. yüzyıldaki cebir bilgisi ile köklerini tesbit etmek mümkün değildir.

DİPNOTLAR

(1) Ekmeleddin İhsanoğlu, "Ottoman Science in the Classical Period and Early Contacts with European Science and Technology", *Transfer of Modern Science and Technology to the Muslim World* (ed.Ekmeleddin İhsanoğlu), İstanbul 1992, s.1-2.

(2) Merağa Rasathanesi için bkz. Aydın Sayılı, *The Observatory in Islam*, Ankara 1988, s.187-223. Nasiruddîn el-Tûsî için bkz. *Dictionary of Scientific Biography*, c.VIII, s.508-514.

(3) İbn el-Fuvâtî, *Telhis Mecma el-Âdâb fi Mucem el-Elkâb*, tenkitli metin (t.m): Mustafa Cevâd, Kahire, tarihsiz, c.IV/II, s.754.

(4) İbn el-Fuvâtî için bkz. el-Askalânî, *el-Durer el-Kâmine fi Ayân el-Miet el-Sâmine*, III. baskı, t.m: Muhammed Seyyid Câd el-Hak, nşr: Dâr el-Kutub el-Hadîse 1966, c.II, s.474 (nr.2414); Hayruddîn el-Ziriklî, *el-Alâm*, IX. baskı, Beyrut 1990, c.III. s.349-350.

(5) Alâuddîn Atâ Melik el-Cüveynî için bakınız Şemseddîn Günaltay, *İslamda Tarih ve Müverrihler*, İstanbul 1920, s.221-240; *MEB İslam Ansiklopedisi*, V. baskı, İstanbul 1978, c.III, s.249-255; *The Encyclopaedia of Islam*, new edition (EI^2), Leiden 1954, c.II, s.606-607.

(6) İbn el-Havvâm, *El-Fevâid el-Bahâiyye fi el-Kavâid el-Hisâbiyye*, Süleymaniye, Hasan Hüsni Paşa, nr. 1292/2, yaprak 73a.

(7) İbn el-Havvâm, *Kitâb el-Tezkire el-Sadiyye fi el-Kavânin el-Kulliye*, Süleymaniye, Laleli, nr. 1625, yaprak 1a; Zeki Velidi Togan, "Harizm", *MEB İslam Ansiklopedisi*, c.V, s.253.

(8) İbn el-Fuvâtî, *a.g.e.*, c.IV/II, s.754; El-Safedî, *el-Vâfi bi el-Vefeyât*, t.m: Dorothea Krawulsky, Wiesbaden 1982, c.XVII, s.591, *Ayân el-Asr*, Ayasofya, nr.2966, c.V, yaprak 56a; el-Askalânî, *a.g.e.*, c.II, s.400(nr.2217); Ahmed İsa, *Mucem el-Etibbâ min 650 ila Yevminâ Haza*, Mısır 1941, s.243; Carl Brockelmann, *Geschichte der Arabischen Literatur (GAL), Supplementband (S)*, Leiden 1938, c.II, s.215; Abbas el-Azzâvî, *Tarih İlm el-Felek fi el-Irâk ve Alâkatuhu bi Ektâr el-İslamiyye ve el-Arabiyye fi el-Uhûd el-Tâliye li-Eyyâm el-Abbasiyyîn min Sene 656-1335/1258-1917*, Bağdad 1958, s.70; Ziriklî, a.g.e., c.IV, s.126; Kehhâle, *Mucem el-Muellifin*, Beyrut, tarihsiz, c.VI, s.126.

(9) El-Safedî, *el-Vâfi bi el-Vefeyât*, c.XVII, s.591, *Ayân el-Asr*, c.V, yaprak 56a; el-Askalânî, *a.g.e.*, c.II, s.400; Brockelmann, *GAL, S.II*, s. 215.

(10) Kemâluddîn el-Fârisî, *Bahâiyye* üzerine olan şerhi *Esâs el-Kavâid fi el-Usûl el-Fevâid*'de, İbn el-Havvâm'dan bir cebir problemi naklederken, İbn el-Havvâm'ın "Bağdad'da iken bir cebir problemi ile karşılaştık. Ben ve hocam aylarca onunla uğraştık..." ifadesini zikretmektedir. Bu ifadede kullanılan "hocam" kelimesi, büyük bir ihtimalle Nasîruddîn el-Tûsî'ye atıftır. Çünkü problemin muhtevası ve çözüm tarzı, iyi bir bilim adamının varlığını gerekli kılmaktadır. Dolayısıyla İbn el-Havvâm'ın, Nasîruddîn el-Tûsî'den akli ilimleri Bağdad'da tahsil ettiği düşünülebilir. Bkz. Kemâluddîn el-Fârisî, *Esâs el-Kavâid fi el-Usûl el-Fevâid*, Süleymaniye, Şehid Ali Paşa, nr: 1972/1, yaprak 215b; Mustafa Mevâldî, *L'Algèbre de Kemâluddîn el-Fârisî*, yayınlanmamış doktora tezi, Université de la Sorbonne Nouvelle Paris III, Paris 1989, s.611.

(11) El-Safedî, *el-Vâfi el-Vefeyât*, c.XVII s.591, *Ayân el-Asr*, c.V, yaprak 56a; Ahmed İsa, *a.g.e.*, s.243.

(12) El-Safedî, *el-Vâfi bi el-Vefeyât*, c.XVII, s.591, *Ayân el-Asr*, c.V, 56a; el-Askalânî, *a.g.e.*,c.II, s.400; Ahmed İsa, *a.g.e.*, s.243.

(13) El-Askalânî, *a.g.e.*, c.II, s.400.

(14) İbn el-Fuvâtî, *a.g.e.*, c.IV/II, s.754; Salih Zeki, *Asar-ı Bakiye*, İstanbul, 1329, c.II, s. 277; George Sarton, *Introduction to the History of Science*, New York 1975, c.III/I, s.707. Ayrıca Şemsuddîn el-Cüveynî ve oğlu Bahauddîn Muhammed için bkz. Mehmet Fuat Köprülü, *MEB İslam Ansiklopedisi*, c.III, s.255-259; *EI²*, c.II, s.606-607. Abaka Han ve dönemi için bkz. Bertold Spuler, *İran Moğolları*, II. baskı, trc: Cemâl Köprülü, Ankara 1987. s. 78-88.

(15) İbn el-Fuvâtî, *a.g.e.*, c.IV/II, s.754; Mevâldî, *a.g.tez*, s.20-21.

(16) El-Askalânî, *a.g.e.*, c.II, s.400.

(17) Reşiduddîn için bakınız Günaltay, *a.g.e.*, s.266-297. Zeki Velidi Togan, *MEB İslam Ansiklopedisi*, c.IX, s.705-712; Spuler, *a.g.e.*, s.135. Reşiduddîn'in ölüm tarihi konusunda kaynaklarda bazı farklılıklar vardır; ancak biz Togan'ın verdiği tarihi kabul ettik. Ayrıca Ebû Saîd ve dönemi için bkz. Spuler, *a.g.e.*, s.132-143.

(18) El-Safedî, *el-Vâfî bi el-Vefeyât*, c.XVII, s.591, *Ayân el-Asr*, c.V, yaprak 56a; el-Askalânî, *a.g.e.*, c.II, s.400; Ahmed İsa, *a.g.e.*, s.243; Azzâvî, *a.g.e.*, s.70.

(19) El-Safedî, *el-Vâfî bi el-Vefeyât*, c.XVII, s.591, *Ayân el-Asr*, c.V, yaprak 56a; Ahmed İsa, *a.g.e.*, s.243.

(20) El-Askalânî, *a.g.e.*, c.II, s.400; Azzâvî, *a.g.e.*, s.70-71; Ziriklî, *a.g.e.*, c.IV, s.126.

(21) El-Safedî, *el-Vâfî bi el-Vefeyât*, c.XVII, s.591, *Ayân el-Asr*, c.V, yaprak 56a; Ahmed İsa, *a.g.e.*, s.243; Ziriklî, *a.g.e.*, c.IV, s.126; Kehhâle, *a.g.e.*, c.VI, s.126; Fuat Sezgin, *Geschichte des Arabischen Schrifttums(GAS)*, I-IX, Leiden 1967-1984, c.V, s.115. Mehdî Abdülcevâd ve Hamide Hadifî, İbn el-Havvâm'ın ölüm tarihinin 724/1324'den sonra olması gerektiğini iddia etmektedirler. Bu görüşlerine delil olarak, el-Askalânî ve Brockelmann'ın, "İbn el-Havvâm, Reşiduddîn'in katlinden sonra öldü" cümlesini göstermektedirler. Ancak Reşiduddîn'in ölüm tarihini 724/1324 olarak almışlardır ki, bu metinde ve 17. dipnotta verilen tarihe göre yanlıştır. Ayrıca El-Safedî'nin zikredilen iki klasik eserine müracaat etmemişlerdir; bkz. Mehdî Abdücevâd ve Hamide Hadifî, "Vers une étude des aspects historiques et mathématiques des problèmes ouverts d'Ibn al-Khawwam (XIII^{e} S.)", *Histoire des Mathématiques Arabes -Actes du colloque-, Premier Colloque International sur l'Histoire des Mathématiques Arabes, Alger 1,2,3 Décembre 1986*, Alger, 1988, s.159'da mevcut olan 2 numaralı dipnot. Fakat Reşiduddîn yerine yanlışlıkla Vizir Ali Basa yazılmıştır; ancak bu, aynı makalenin Arapça metninde düzeltilmiştir.

(22) Ziriklî, *a.g.e.*, c.V, s.126.

(23) Abdülcebbâr Abdurrahman, *Delîl Bibliyografî li el-Mahtûtât el-Arabiyye hatta Am 1980 m.*, Basra 1981, s.110.

(24) Fehmi Edhem Karatay, *Topkapı Sarayı Müzesi Kütüphanesi Arapça Yazmalar Kataloğu*, I-IV, İstanbul 1962-1969, c.IV, s.367(nr:8677).

(25) El-Safedî, *el-Vâfî bi el-Vefeyât*, c.XVII, s.591, *Ayân el-Asr*, c.V, yaprak 56a; Brockelmann, *GAL*, c.II, s.167; Ahmed İsa, *a.g.e.*, s.243; Ziriklî, *a.g.e.*, c.IV, s.126.

(26) Ramazan Şeşen, Cemil Akpınar, Cevat İzgi, (ed. Ekmeleddin İhsanoğlu), *Fihris Mahtutat el-Tıb el-İslamî bi el-Luğat el-Arabiyye ve el-Turkiyye ve el-Fârisiyye fi Mektebât el-Turkiyye*, İstanbul 1984, s.220.

(27) Brockelmann, *GAL*, c.II, s.167.

(28) Bkz. bu çalışmada "*el-Bahaiyye*'nin Klasik İslam ve Osmanlı Matematik Tarihi İçindeki Yeri" başlıklı kısım ve 73 numaralı dipnot.

(29) Seyyid Muhammed Bakır Hucceti (Hazırlayan), Muhammed Takî Dâniş Pejoh (ed.), *Fihrist-i Nüshahay-ı Hattiy-i Kitâbhâne-i Danişgede-i İlahiyyat ve Maarif-i İslami*, Tahran 1345, s. 318-319, 1174.

(30) Bkz. bu çalışmada "*el-Bahaiyye*'nin Klasik İslam ve Osmanlı Matematik Tarihi İçindeki Yeri" başlıklı kısım ve 74 numaralı dipnot.

(31) İbn el-Havvâm, *Fusûl ala Fehm el-Makâle el-Âşira min Kitâb İklidis*, Süleymaniye, Fatih, nr. 3401/6, yaprak 212a; Süleymaniye, Carullah, nr. 2060/9, yaprak 138a.

(32) Euclides için bkz. *Dictionary of Scientific Biography*, c.IV, s.414-459; Euclides'in *Elementler*'inin X. kitabının muhtevası ve genel bir değerlendirmesi için bkz. Thomas Heath, *A History of Greek Mathematics*, III. baskı, Oxford 1965, c.I, s.402-412.

(33) Ramazan Şeşen, *Nevâdir el-Mahtutât el-Arabiyye fi Mektebât Turkiye*, Beyrut 1975, c.I, s.85.
(34) David King, *Fihris el-Mahtutât el-İlmiyye el-Mahfûza bi Dâr el-Kutub el-Mısriyye*, Kahire 1981, s. 816.
(35) Sezgin, *a.g.e.*, c.V, s.115; Şeşen, *a.g.e.*, c.I, s.85.
(36) Brockelmann, *GAL*, *S.*II, s.215.
(37) Şeşen, *a.g.e.*, c.I, s.84.
(38) Şeşen, *a.g.e.*, c.I, s. 85.
(39) Bağdadlı İsmail Paşa, *İdâh el-Meknûn fi el-Zeyl ala Keşf el-Zunûn an Esâmi el-Kutub ve el-Funûn*, nşr: Şerefeddîn Yaltkaya ve Kilisli Rıfat Bilge, İstanbul 1945, c.II, s.533; Şeşen, *a.g.e.*, c.III, s.167.
(40) Müellif ve eseri için bakınız Ziriklî, *a.g.e.*, c.I, s.106; Kehhâle, *a.g.e.*, c.I, s.181.

(41) Şeşen, *a.g.e.*, c.I, s.84.
(42) Şeşen, *a.g.e.*, c.I, s.84, (*el-Yetime fi el-Hisâb* adı altında verilmiştir).
(43) İsmail Paşa, *a.g.e.*, c.II, s.533; Şeşen, *a.g.e.*, c.III, s.167, (Her iki kaynakta da *el-Makâlât el-Riyâdiyye fi el-Kavâid el-Hisâbiyye* adı altında verilmiştir).
(44) Brockelmann, *GAL*, *S.II*, s.215; Mevâldi, *a.g.tez*, s.67.
(45) El-Safedî, *el-Vâfî bi el-Vefeyât*, c.XVII, s.591; *Ayân el-Asr*, c.V, yaprak 56a.
(46) Ziriklî, *a.g.e.*, c.IV, s.126; Ahmed İsa, *a.g.e.*, s.243.
(47) Katip Çelebi, *Keşf el-Zunûn an Esâmî el-Kutub ve el-Funûn*, nşr. Şerefeddîn Yaltkaya-Kilisli Muallim Rıfat Bilge, c.II, İstanbul 1943, s.1296.
(48) Heinrich Suter, *Die Mathematiker und Astronomen der Araber und Ihre Werke*, Amsterdam 1900, s.197; Salih Zeki, *a.g.e.*, c.II, s.276; Tûkân, *Turâs el-Arab el-İlmî fi el-Riyâdiyyât ve el-Felek*, III.baskı, Kahire 1963, s.405; Azzâvî, *a.g.e.*, s.71; Sarton, *a.g.e.*, c.III/I, s.707; Brockelmann, *GAL*, *S.II*, 215; Kemâluddîn el-Fârisî, *a.g.e.*, yaprak 2a.
(49) Giyaseddîn Cemşîd el-Kâşi, *Miftâh el-Hisâb*, t.m: Nâdir Nablusî, Dımeşk 1977, s.343.
(50) Abdülcevâd ve Hadifî, a.g.m., s.160.
(51) Tûkân, *a.g.e.*, s.436 ve s.405.
(52) Muhammed Suveysî, *La Langue des Mathématiques en Arabe*, Tunus 1968, s.69-72; Aynı müellif, "Kasr", *EI*[2], c.IV, s.726.
(53) Cemşîd el-Kâşî, *a.g.e.*, s.343.
(54) Cemşîd el-Kâşî, *a.g.e.*, s. 343-344.
(55) Cemşîd el-Kâşî, *a.g.e.*, s. 413.
(56) Cemşîd el-Kâşî, *a.g.e.*, s. 490.
(57) Şeşen, *a.g.e.*, c.I, s.85.
(58) İhsan Fazlıoğlu, *İbn el-Havvâm ve Eseri el-Fevâid el-Bahâiyye fi el-Kavâid el-Hisâbiyye-Tenkitli Metin ve Tarihi Değerlendirme-*, İstanbul Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü, Yayınlamamış yüksek lisans tezi, İstanbul 1993, Tenkitli Metin, s.128
(59) Kemâluddîn el-Fârisî, *a.g.e.*, yaprak 2a; Mevâldî, 60 numaralı dipnotta işaret edilen eser, s. 9, 39, 68. Kemâleddîn el-Fârisî'nin şerhinin İbn el-Havvâm hayatta iken telif edildiğine dikkat edilmelidir (1284-1301 arası).
(60) Mustafa Mevâldî, *a.g.tez*. Anılan tezin tenkitli metni yayınlanmıştır; bkz. Kemâleddîn el-Fârisî, *Esâs el-Kavâid fi Usûl el-Fevâid*, t.m: Mustafa Mevâldî, Kahire 1994. Mevâldî, *el-Bahâiyye*'nin üçüncü makalesi olan misâha kısmının "vezn el-ard" babını ve bu baba el-Fârisî tarafından *Esâs*'ta yapılan şerhi bir değerlendirme ile beraber Arapça olarak yayınlamış (Musatafa Mevâldî, "*Vezn el-Ard İnde Kemaliddin el-Fârisî*", *Mecellet Tarih el-Ulûm el-Arabiyye*, c.X, sayı: 1 ve 2, Haleb 1992-1993-1994, s.5-17), aynı makaleyi P. Landry ile beraber Fransızca olarak neşretmişlerdir (M. Mevâldî ve P. Landry, "*Le Pesage de la Terre chez Kamâl Al-Dîn Al-Fârisî*", *agd.*, s.81-90).Ayrıca Kemâluddîn el-Fârisî için bkz. *Dictionary of Scientific Biography*, c.VII, s.212-219.
(61) İmâduddîn el-Kâşî, *İdâh el-Mekâsid fi el-Ferâid el-Fevâid*, Süleymaniye, Laleli, nr. 2745, yaprak 2a.
(62) Brockelmann, *GAL*, c.II, s.273-274.
(63) Katip Çelebi, *a.g.e.*, c.II, s.1296.
(64) Salih Zeki, *a.g.e.*, c.II, s.277; Tûkân, *a.g.e.*, s.405; Azzâvî, *a.g.e.*, s.72; Ziriklî, *a.g.e.*, c.IV, s.30.

(65) Mevâldî, *a.g.tez*, s.48.
(66) İmâduddîn el-Kâşî, *a.g.e.*, yaprak 197b.
(67) Nicomachus, *Kitâb el-Medhal İla İlm el-Aded*, terc. Sabit b. Kurra, t.m: Wilhelm Kutuş el-Yesui, Beyrut 1958. Nicomachus için bkz. *Dictionary of Scientific Biography*, c.X s. 112-114. Nicomachus'un aritmetiği ve eseri için bkz. Heath, *a.g.e.*, c.I, s.96-114.
(68) Hisâb el-hindî ve hisâb el-hevâî için bkz. Salih Zeki, *a.g.e.*, c.II, s. 92-180 ve 215-236; David E. Smith, *History of Mathematics*, II. baskı, New York 1958, c.II, s.196-202.
(69) Bu konuda geniş bilgi için bkz. Rüşdî Râşid, *Târîh el-Riyâdiyyât el-Arabiyye beyn el-Cebr ve el-Hisâb*, trc. Hüseyin Zeynuddîn, Beyrut 1989, s.19-69; Melek Dosay, *Kereci'nin " İlel Hisâb el-Cebr ve el-Mukâbele" Adlı Eseri*, Ankara 1991, s.9-28; İhsan Fazlıoğlu, "Cebir", *Türkiye Diyanet Vakfı İslam Ansiklopedisi*, c.VII, İstanbul 1993, s.195-201.
(70) Bahâiyye'nin Dibace, Mukaddime ve beş Makalesinin muhtevaları ile ilgili olarak bkz. Fazlıoğlu, *a.g.tez*, s.97-207.
(71) el-Âmilî, *Hulâsat el-Hisâb*, t.m. Celâl Şevkî (*el-Amâl el-Riyâdiyye li-Bahâuddîn el-Amilî* içinde), Kahire 1981, s.160-168.
(72) Leonard E. Dickson, *History of Theory of Numbers*, c.II, New York, s. 441.
(73) Kemâluddîn el-Fârisî, *a.g.e.*, yaprak 215b-216b.
(74) *İrşâd el-Tullâb İla İlm el-Hisâb*, Topkapı Sarayı, III. Ahmet, nr.3144, yaprak 113b-114a.
(75) İmâduddîn el-Kâşî, *a.g.e.*, yaprak 197b.
(76) Muhammed Suveysî, *a.g.e.*, s.71-72; Adil Anbuba, "L'algébre Arabe aux IX^{e} et X^{e} Siècles. Aperçu General", *Journal for the History of Arabic Science*, Halep 1979, c.II/I, s.92-93.
(77) Abdülcevâd ve Hadifî, *a.g.m.*, s.159-178.
(78) Mevâldî, *a.g.tez*, s.1502-1522.
(79) Diophantus ve eseri için bkz. Heath, *a.g.e.*, c.II, s.440-517; Diophantus, *Sınâat el-Cebr li Diyofantes el-İskenderanî*, trc: Kusta b. Luka, t.m: Rüşdî Râşid, Kahire 1975.
(80) Râşid, *a.g.e.*, s. 235-268.
(81) Râşid, *a.g.e.*, s. 238-239.
(82) W. Hartner, "Abu Kamil Shudja", *EI*^{2}, c.I, s. 132; Râşid, *a.g.e.*, s. 239.
(83) Samavel, *el-Bâhir fi el-Cebr*, t.m: Salâh Ahmed ve Rüşdî Râşid, Dımeşk 1972, s.9; Râşid, *a.g.e.*, s. 235-242.
(84) Dickson, *a.g.e.*, s. 459-472.
(85) Râşid, *a.g.e.*, s. 242-265.
(86) Dickson, *a.g.e.*, c.II, s. 467, 470.
(87) Dickson, *a.g.e.*, c.II, s. 467, 618.
(88) Râşid, *a.g.e.*, s. 255-259.
(89) Dickson, *a.g.e.*, c.II, s. 459-472.
(90) Dickson, *a.g.e.*, c.II, s. 480
(91) Teoremin tarihi gelişimi için bakınız Dickson, *a.g.e.*, c.II, s.731-776.
(92) Kenneth A. Ribet, "Wiles Proves Taniyama's Conjecture: Fermat's Last Theorem Follows", *Notices of the American Mathematical Society*, July/August 1993, c.XL, sayı 6, s. 575-576; Tosun Terzioğlu, "Fermat'nın Son Teoremi", *Bilim ve Teknik*, c.26, sayı 309, Ankara 1993, s.574-575.
(93) Râşid, *a.g.e.*, s. 265-268, Adil Anbuba, "Un traité d'Abu Jafar sur les Triangles Rectangles Numériques", *Journal for the History of the Arabic Science*, c.II/I, Haleb 1979,s. 134-178.
(94) Dickson, *a.g.e.*, c.II, s. 227, 225-257.
(95) M. Rosen ve K. Ireland, *A Classical Introduction to Modern Number Theory*, New York 1982, s. 289.
(96) Diophantus, *a.g.e.*, s. 7, 14, 43, ve 110.
(97) Dickson, *a.g.e.*, c.II, s. 634-636.
(98) Dickson, *a.g.e.*, c.II, s. 640-641.
(99) Diophantus, *a.g.e.*, c.II, s. 110.
(100) Dickson, *a.g.e.*, c.II, s. 667.
(101) Dickson, *a.g.e.*, c.II, s. 436,485.

(102) Dickson, *a.g.e.*, c.II, s. 485.
(103) İmâduddîn el-Kâşî, *a.g.e.*, yaprak 2a.
(104) Celâluddîn Ali el-Garbi, *Kitâb el-Mucizat el-Necibiyye fi Şerh el-Risâlet el-Âlâiyye*, Topkapı Sarayı, III. Ahmet, nr. 3117, yaprak 5b, 7a, 131a ve 217a.
(105) Süleymaniye, Şehid Ali, nr. 1989, yaprak 1b ve 23b.
(106) Cemşid el-Kâşî, *a.g.e.*, s.490.
(107) Molla Lütfi, *Risâle fi Tarîf el-Hikme*, Süleymaniye, nr. 1049/8, yaprak 74a.
(108) *İrşâd el-Tullâb İla İlm el-Hisâb*, Topkapı Sarayı, III. Ahmet, nr. 3144, yaprak 113b-114a.
(109) Taşköprîzâde, *Miftâh el-Saâde ve Misbâh el-Siyâde*, nşr: Dâr el-Kutub el-İlmiyye, Beyrut 1985, c.I, s.372.
(110) Katip Çelebi metin içinde "sahib *el-Fevâid*" olarak zikrettiği İbn el-Havvâm'ı hamişte "el-Fadıl İmâduddîn İbn el-Havvâm, sahib *el-Fevâid el-Bahâiyye*" olarak kaydetmiştir, bkz. Katip Çelebi, *Ahsen el-Hediyye bi Şerh el-Risâlet el-Muhammediyye*, Kemankeş, nr. 362/4, yaprak 2a.
(111) Cabizâde Halil Faiz, *el-Savlet el-Hizebriyye fi Mesâil el-Cebriyye*, Bayezid Devlet Kütüphanesi, Veliyuddîn Efendi, nr.2332/1, yaprak 18a.
(112) Kuyucaklızâde Mehmet Atıf Efendi, *Nihâyet el-Elbâb fi Tercümet Hulâsat el-Hisâb*, Süleymaniye, Hacı Mahmud, nr. 5721, yaprak 5a.
(113) Kemâluddîn el-Fârisî şerhinin nüshaları için bkz. Mevâldi, *a.g.tez*, s.38-53; İmâduddîn el-Kâşî şerhinin nüshaları için bkz. Brockelmann, *GAL*, c.II, s.273-274.
(114) İsmail Hakkı Uzunçarşılı, *Osmanlı Devletinin İlmiye Teşkilatı* adlı eserinde, Osmanlı medreselerinde hisap sahasında okutulan eserleri zikrederken, İbn el-Havvâm'ın *Risâlet el-Bahâiyye* adıyla tanınan *el-Fevâid el-Bahâiyye fi el-Kavâid el-Hisâbiyye* isimli eseri ile, yine onyedinci yüzyılın ikinci yarısından sonra Osmanlı medreselerinde okutulan ve *Risâle-i Bahâiyye* adıyla bilinen Bahâuddin el-Amili'nin *Hulâsat el-Hisâb* isimli eserini birbirine karıştırmış, Kemâluddîn el-Fârisî'nin şerh tarihini de yanlış vermiştir; bkz. Uzunçarşılı, *Osmanlı Devletinin İlmiye Teşkilatı*, III. Baskı, Ankara 1988, s.20 ve aynı sahifedeki 2 numaralı dipnot.

EK 1

El-Bahâiyye'nin Türk ve Dünya Kütüphanelerindeki Nüshalarının Listesi

Tenkitli Metinde Kullanılan Nüshalar:

1. Süleymaniye, Hasan Hüsni Paşa, nr. 1292/8, nesihle yaprak 73a-100a, 13,2x24 (7x17)cm, 29 satır(1).
2. Selim Ağa, nr. 1276/2, talikle yaprak 26b-39b, 12x21,7 (8,5x19) cm, 41 satır. 14 Rebiülevvel Pazartesi 729/12 Ocak Perşembe 1329 tarihinde istinsah edilmiştir(2).
3. Süleymaniye, Şehid Ali Paşa, nr. 1989/5, nesihle yaprak 73a-119b, 18,4x13,7 (12,6x7,8) cm, 19 satır. 19 Zilkade798/6 Ağustos 1396 tarihinde Ahmed b. Şemşeddîn b. Cemâleddîn el-Ta'ribî tarafından Mısır'da Eytmişiyye medresesinde istinsah edilmiştir(3).

4. Süleymaniye, Ayasofya, nr. 2729, talikle 46 yaprak, 12x22,5 (15,5x6,5) cm, 19 satır. Nüsha 862/1457-1458 tarihinde istinsah edilmiştir[4].
5. Süleymaniye, Laleli, nr. 2715/1, nesihle yaprak 1b-62b, 20,4x15,5 (12,8x8,8) cm, 15 satır. 920/1515 tarihinde istinsah edilmiştir.
6. Süleymaniye, Şehid Ali Paşa, nr. 1981/1, nesihle 1a-42a yaprak, 1073/1660-1661 tarihinde istinsah edilmiştir[5].
7. Tunus, Dâr el-Mektebet el-Vataniyye, nr. 8607, nesihle yaprak 1a-29a, 24 veya 25 satır. 1168/1754 tarihinde istinsah edilmiştir[6].
8. Topkapı Sarayı, III. Ahmed, nr. 3352/4, talikle yaprak 131b-203b, 9x17,5 cm, 13 satır. İstinsah tarihi zikredilmeyen nüsha, eserin ve müellifin ismi verilmeksizin başlamaktadır.
9. The British Library, nr. OR 5615, nesihle yaprak 1a-44b, 17 satır. 18 Rebiülevvel 721/16 Nisan 1321 tarihinde istinsah edilen nüshanın birinci makalesinin, hisâb el-müneccimin bölümüne kadar olana büyük bir kısmı eksiktir. Mevcut bölümün ise ilk yaprakları okunaklı değildir[7].
10. India Office, nr. 771, nesihle yaprak 15a-50a, 17 satır. İstinsah tarihi belli olmayan nüshanın birinci makalesi eksiktir[8].

Diğer Nüshalar:

1. Dâr el-Kutub, Felek-Riyaza, nr: 3956, 721/1321 tarihinde istinsah edilmiştir[9].
2. Kitâbhâne-i Danişgede-i İlahiyyat ve Maarif-i İslami, nr. 524/2, nesihle yaprak 22b-68b, 8,5x9,5(12x14,5) cm., 15-24 satır. 729/1328-1329 tarihinde istinsah edilmiştir[10].
3. Necef (Hizanet el-Ğarviyye), nr. 65, 13 Zilkade Cuma 743/9 Nisan Pazartesi 1343 tarihinde istinsah edilmiştir[11].
4. Kitâbhâne-i Merkeziy-i Danişgah-i Tahran, nr. 542/1, nestalik, 19 satır. Abdülkaim b. Ali b. Haydar b. el-Hasan b Ali tarafından Cemaziyelahir 839/Aralık 1435 tarihinde istinsah edilmiştir[12].
5. Berlin, nr: 5372, 37 yaprak, 14x11,5 (10,5x11,8) cm. V. makale eksiktir. 900/1494-1495 tarihinde istinsah edilmiştir[13].
6. Necef, nr. 742, 62 sahife, 967/1559-1560 tarihinde istinsah edilmiştir[14].
7. Kitâbhâne-i Merkeziy-i Danişgah-i Tahran, nr. 36/1, nestalik, Ahmed b. Abd el-Huseyn tarafından 1092/1681 tarihinde istinsah edilmiştir[15].
8. Tunus, Mektebet el-Vataniyye, nr. 8984, 1166/1752-1753 tarihinde istinsah edilmiştir[16].

(10) Hucceti, *a.g.e.*, s.318-319.
(11) Hüseyin Ali Mahfuz, "Fihrist el-Hızanet el-Ğarviyye bi el-Necef", *Mecellet Mahad el-Mahtutât el-Arabiyye*, Kahire 1959, c.V/I, s.29.
(12) Muhammed Taki Daniş Pejoh-İrec Afşar, *Fihrist-i Nüshahay-i Hattiy-i Kitâbhâne-i Merkeziy-i Danişgah-i Tahran*, c.V, Tahran 1346, s.82.
(13) Wilhelm Ahlwardt, *Verzeichnis der Arabischen Handschriften der Königlichen Bibliothek zu Berlin*, Berlin 1887-89, c.V, s.334 (nr. 5976).
(14) Muhammed Hüseyin el-Huseyni el-Celâli, "el-Tuhef min Mahtutat el-Necef", *Mecellet Mahad el-Mahtutât el-Arabiyye*, Kahire, tarihsiz, c.XX, s.25.
(15) Pejoh ve Afşar, *a.g.e.*, c.V, s.304.
(16) Abdülcevâd ve Hadifî, a.g.m., s.160.
(17) *Fihrist el-Mahtutât Dâr el-Kutub el-Vataniyye*, neşreden: Tunus Kültür Bakanlığı 1978, c.III, s.147; Abdülcevâd ve Hadifî, a.g.m., s.160.
(18) Ali Rıza Karabulut, *Kayseri Kütüphanesindeki Türkçe, Farsça ve Arapça Yazmalar Kataloğu*, Kayseri 1982, s.284.
(19) *Fihrist-i Kütüb-i Hattiy-i Kitâbhâne-i Merkeziy-i Asitan-i Kuds-i Radavi*, c.XII, Tahran 1342, s.80 (nr.559).
(20) Rudolf Mach, *Catalogue of Arabic Manuscripts (Yahuda Section) in the Garrett Collection, Princeton University Library*, Princeton 1977, s.414 (nr.4802); Brockelmann, *GAL*, c.II, s.167.
(21) Rudolf Mach, *a.g.e.*, s.414.
(22) Abdülcevâd ve Hadifî, a.g.m., s.160.
(23) Abdülcevâd ve Hadifî, a.g.m., s.160.
(24) Mevâldî, *a.g.tez*, s.65.
(25) Brockelmann, *GAL*, *S.II*, s.215; Ahmed Gülçin Meânî, *Fihrist-i Kutub-i Hattiy-i Kitâbhâne-i Âsitân-i Kuds-i Radavi*, c.VIII, Tahran 1350, s.252 (nr.320); Mevâldî, *a.g.tez*, s.66.
(26) Pejoh ve Afşar, *a.g.e.*, c.V, s.253..
(27) Suter, *a.g.e.*, s.197; Brockelmann, *GAL*, c.II, s.167.
(28) Mevâldî, *a.g.tez*, s.67.

9. Tunus, Mektebet el-Vataniyye, nr. 2731, mağribi hat ile 43 yaprak, 24x17 cm, 21 satır. Muhtemelen 1168/1754 tarihinden sonra istinsah edilmiştir(17).
10. Kayseri, Râşid Efendi, nr: 1210, talikle 58 yaprak, 11,2x20 (5,8x13,8) cm, 23 satır. 1179/1765-1766 tarihinde istinsah edilmiştir. Ferağ kaydında, müstensih kendisini İbn Müstakîm olarak kaydetmiştir. Bu kişi muhtemelen Müstakîmzâde Süleyman Saduddîn Efendi (öl. 1202/1787-1788) olmalıdır(18).
11. Meşhed, Kitâbhâne-i Asitan-i Kuds-i Radavi, nr. 12030, nestalik, 58 yaprak, 20x12 cm., 15-16 satır. VIII/XIV. asrın başlarında istinsah edilmiştir(19).
12. Garrett, nr. 358, yaprak 1b-10b, 18,2x12,8 (13,8x8,8) cm, 29 satır. IV. ve V. makale eksiktir. Muhtemelen VIII./XIV. asırda istinsah edilmiştir(20).
13. Garrett, nr. 4111, yaprak 1b-34a, 20,4x14,4 (14x9,5) cm, 20 satır. Muhtemelen XI./XVII. asırda istinsah edilmiştir(21).
14. Meşhed, Kitâbhâne-i Asitan-i Kuds-i Radavi, nr. 6357, nesihle 46 yaprak, 20,2x13,4 (12,5x8) cm, 17 satır. Mukaddimesinden ve sonundan bir bölümü eksiktir. Muhtemelen XI./XVII. asırda istinsah edilmiştir(22).
15. Tunus, Mektebet el-Vataniyye, nr. 9722(23).
16. Tunus, Mektebet el-Vataniyye, nr. 314, sonu eksiktir(24).
17. Meşhed, nr. 5372, 80 yaprak, 16,7x8 (13,2x5,5) cm, 13 veya 14 satır (25).
18. Kitâbhâne-i Merkeziy-i Danişgah-i Tahran, nr. 52/2(26).
19. Berlin, nr. 5676(27).
20. Paris Bibliothèque, nr. 2468/3, yaprak 46b-51b. Anonim olarak kaydedilen eser, muhtemelen *Bahâiyye*'den bir parçadır. Özellikle üçüncü makale ile dördüncü makalenin bir bölümünü ihtiva etmektedir(28).

EK 1'in Dipnotları:

(1) Ramazan Şeşen, *a.g.e.*, c.I, s. 85

(2) Max Krause, "Stambuler Handschriften Islamischer Mathematiker", *Quellen und Studien zur Geschichte der Mathematik, Astronomie und Physik*, 1935, c.III, s.512 (nr. 494); Brockelmann, *GAL*, *S.I*, s.860, *S.II*, s.215.

(3) Salih Zeki, *a.g.e.*, c.II, s.276; Şeşen, *a.g.e.*, c.I, s.85.

(4) Krause, a.g.m., s.512; Brockelmann, *GAL*, *S.II*, s.215.

(5) Şeşen, *a.g.e.*, c.I, s.85.

(6) Abdülcevâd ve Hadifi, a.g.m., s.160. Tunus nüshası ile British Library ve India Office nüshalarının birer kopyasını bana verme lütfunda bulunan Mustafa Mevâldî'ye teşekkür ederim.

(7) Brockelmann, *GAL*, *S.II*, s. 15.

(8) Suter, *a.g.e.*, s.197; Brockelmann, *GAL*, c.II, s.167.

(9) David King, *a.g.e.*, s.890.

EK 2: *el-Bahâiyye*'nin "Çözümsüz Problemler" Bahsinin Tenkitli Metni*

Tenkitli Metinde Kullanılan Nüshaların Sembolleri **

1. Hasan Hüsni Paşa, nr. 1292/8: ح
2. Selim Ağa, nr. 1276/2: س
3. Şehid Ali Paşa, nr. 1989/5: ش
4. Ayasofya, nr. 2729: ف
5. Laleli, nr. 2715/1: ل
6. Şehid Ali, nr. 1981/1: ب
7. Tunus, nr. 8607: ت
8. III. Ahmed, nr. 3352/5: أ
9. The British Library, nr. OR 5615: ق
10. India Office, nr. 771: ن

* Bkz. Fazlıoğlu, a.g. tez, tenkitli metin kısmı, s. 152-155.
** Nüshalar için bkz. Ek 1.

/فصل ٣٩س(ظ)
في
ذكر المسائل التي لايمكن أن يؤتى بجواب واحدة منها

ولسنا ندعي فيها أنّا نقيم البرهان على امتناعها، وإنما نقول: إنّا لايمكننا/عملها ٢٠١أ(و) فمن كان في قوته الوصول إليها، ففي قوته ما ليس في قوتنا.

أ – نريد أن نجد عددين/مربّعين، مجموعهما مربّع، والفضل بينهما مربّع. ٤٨ن(ظ)

ب – نريد أن نجد ثلاثة أعداد مربّعة مجموعها مربّع، ومجموع مربّعي كل اثنين منها مثل مربّع العدد الثالث.

جـ – نريد أن نجد مثلثا قائم الزاوية، كل ضلع من أضلاعه مساو لعدد مربّع.

د – نريد أن نقسم عشرة بقسمين، إذا زدنا على كل واحد منهما جذره، وضربنا ما يجتمع من أحدهما/فيما يجتمع من الآخر يجتمع عدد مفروض. ٤٣ق(و)

هـ – نريد أن نقسم عشرة بقسمين، إذا قسمنا كل واحد منهما على الآخر، وجمعنا ما خرج من القسمين، وضربناه في مثله، ثم في/أحد قسمي العشرة، يكون ذلك ٢٨ت(ظ) عددا/مفروضا. ٦١ل(و)

و – نريد أن/نقسم عشرة بقسمين، إذا ضربنا كل واحد منهما في جذره ٤٦ف(و) وجمعناهما كان عددا مفروضا.

ز – نريد/أن/نجد عددا مربّعا من ضلع مربّع، إذا زدنا عليه ضلعه ٤١ب(و)؛٢٠١أ(ظ) ودرهما، يكون الذي يجتمع عددا مربعا.

٣–واحدة: واحد–ش–الواحدة–ت–//٤–أنا: ما–س–/نقيم: نقسم–ف–/امتناعها: أتساعها–أ–/إنا: نا–أ–//٥–قوته: قوتة–ل–//٦–أ:الأولى–ش،ت،ق– الاولى –أ،ل–/الفضل: الفصل–أ–//٧–ب: الثانية –ش،ق–/نريد: تزيد –أ–/مربّعة: مربّع –ت–/مربّع: ربع –ت–//٨–العدد: ناقصة –ن–//٩– جـ: الثالثة –ش، ق–/مساو: متساو –ش–//١٠–د: الرابعة –ش،ق–/نريد: تزيد–أ–منهما: منهما: منها –ح، س، ش، ل، ت، ق، ن –//١١–يجتمع عدد: يجتمع –س– عدد –أ–//١٢ –هـ: الخامسة – ش، ق–/نريد: تزيد –ن–//١٥– و: السادسة–ش، ق–//١٧–ز: السابعة – ش، ق–//

ح – نريد/أن نجد ثلاثة أعداد مربّعة متناسبة، مجموعها مربّع. ٩٩ح(ظ)

ط – نريد أن نجد مربّعين، يكون مضروب أحدهما في جملتهما مثل مربّع العدد الآخر.

ي – نريد أن نجد أربعة أعداد/مربّعة، إذا ضرب الأوّل في نفسه وما اجتمع في الثاني، ثم المبلغ في الثالث، ثم المبلغ في الرابع، عادت الأعداد الأربعة. ١١٨ش(ظ)

يا – نريد أن نقسم العشرة بقسمين مربّعين، إذا زدنا على كل واحد/ مثل جذره كان ما يجتمع مربّعا. ٤٩ن(و)

يب – نريد أن نجد مكعبا نزيد عليه درهما يكون المبلغ عددا مكعبا.

يجـ – نريد أن نجد مكعبين، إذا قسمنا كل واحد منهما على الآخر، وجمعنا ما يخرج، يكون عددا مربّعا.

/يد – نريد أن نجد عددين مربّعين، إذا قسمنا كل واحد منهما على الآخر، وجمعنا ما خرج/بالقسمة، فضربناه في أحدهما يكون عددا مربّعا. ٤٣ق(ظ) ٢٠٢أ(و)

يه – نريد أن/نقسم عشرة بقسمين، إذا قسمنا أقلهما على الأكثر، وزدنا ما خرج من القسمة على الأكثر، ثم ضربنا المجتمع في الأصغر، يكون ذلك عددا مفروضا. ٦١ل(ظ)

يو – نريد أن نجد مربّعا، إذا ألقي من عشرة أجذاره وعشرة دراهم بقي الباقي مربّعا.

يز – إذا أُوصي لزيد بعشرة دراهم إلاّ جذر وصيّة عمرو، وأُوصي لعمرو بخمسة دراهم إلاّ جذر وصيّة زيد.

١–ح: الثامنة–ش،ق–//٢–ط: التاسعة–ش،ق–/مربّع: عدد مربّع–س،أ–/ الأخرى–ب–//٣–ي: العاشرة –ش،ق–/ضرب:ضربت–ب–//٤– ثم المبلغ في الثالث: ناقصة –ح، أ–/عادت: صارت–ح،س، ف،ت، أ–/٥– يا: الحادية عشرة –ش،ق–/بقسمين: قسمين–ش–/ إذا: ذا–س–//٧–يب: الثانية عشرة –ش،ق،– ناقصة–ف–/نريد... عددا مكعبا: ناقصة –ت–/نزيد عليه درهما: نزيد (تحتها نريد) نقسم عليه درهمين –ب–/يكون المبلغ: يكون للحد المبلغ – أ–//٨– يجـ: جـ –ح،س،ل،ب،أ،ن– الثالثة عشرة –ش، ق، – يبب – ف –ناقصة – ت –/نريد: تزيد –ب–//٨–٩– نريد... مربّعا: [الرابعة عشرة "يد–ن"–] مكررة مع نقص "عددا" في – ش – ومع تبديل "مربّعا" بـ مكعّبا" في – ش،ق، ن – //٩ – عددا: ناقصة – ت –//١٠ – يد: الخامسة عشر –ش، ق – يجـ – ف– يه – ن –//١١– خرج: خر: ج في الهامش – ف – يخرج – ت –/من القسمة: بالقسمة – ح، ف، ب، ت،–/فضربناه: وضربناه – ح، ف، ب، ق، ن–/١٢– يه: السادسة عشر – ش،ق، يد– ف – يو – ن – / اقلّهما: اقليهما – ب – /الأكثر: الاخر كثر – أ –/١٣ – الأصغر: الأكثر – ش – الأكبر – ق –//١٤ – يو: السابعة عشر – ش، ق –غير واضحة – ف – يز – ن –/مربّعا: مرابا – أ –/ منه: من – ح، ف، ل، ت ، ق، أ، ن– /أجذاره وعشرة: في الهامش – ن –/الباقي: الثاني – س، أ–//١٥ – يز: الثامنة عشر –ش، ق – ناقصة – ف – يح – ن –/عمرو: عمر –ل –/وأوصي: وإذا أوصي–ت–/لعمرو: لعمر–ب –/ بخمسة: وبخمسة – أ –//

يح – نريد أن نجد عددا له/جذر، إن زدنا عليه عشرة دراهم كان للمبلغ جذر، ٤٦ف(و)
وإن نقصنا منه عشرة دراهم كان لما بقي جذر.

يط – مال له جذر، إن زدت عليه جذره ودرهمين/كان لما يجتمع جذر، وإن ١١٩ش(و)
نقّصت منه جذره ودرهمين كان للباقي جذر.

ك – نريد/أن نجد/عددا مربّعا، إذا ضربناه في نفسه، وزدنا على ما اجتمع ٤١ب(ظ)؛٢٠٢أ(ظ)
عشرة أجذاره وعشرة دراهم، كان لما اجتمع جذر.

كا – نريد أن نجد عددا مربّعا، إذا/نقصنا منه جذره، ثم ضربنا ما بقي في جذره ٤٩ن(ظ)
يعود المال.

كب – نريد أن نجد عددين بينهما مثل عشرة أجذار أقلّها، إذا قسمنا كل واحد منهما
على الآخر، وجمعنا/ما خرج من القسمة، يكون مثل جذر/أقلهما. ٤٤ق(و)؛٦٢ل(و)

كج – نريد أن نجد عددا مكعّبا، يكون الفضل بينه وبين مربّعه مربّعا.

كد – نريد أن نقسم مكعّبا بقسمين مكعبين.

كه – نريد أن نقسم عددا مفروضا بقسمين، إذا/قسمناه على كل واحد منهما ٢٩ت(و)
وعلى فضل ما بينهما، وجمعناه يكون المبلغ عددا مفروضا.

كو – نريد أن نقسم عددا مفروضا بقسمين أحدهما مكعّبا، والآخر مربّعا.

كز – نريد أن نقسم عددا مفروضا بقسمين/مكعبين. ٢٠٣أ(و)

١– يح: التاسعة عشر – ش، ق-يو-ف-يط-ن-/ للمبلغ: المبلغ –س،ف ، أ–/٣ يط: العشرون-ش-ير-ف-عشرون-ق-ك-ن-//٤– جذره: جذر-س-/ودرهمين –ن –/للباقي – س، أ–/٥– ك: الحادية والعشرون – ش،ق،– لح– ف – ك – ن – / ضربناه: ضربنا – ش –// ٥–٦ – إذا... جذر: ناقصة – ت– //٦–عشرة: عشر – ل –//٧– كا: الثانية والعشرون – ش، ق – يط –ف– كب – ت ، ن –/ أن نجد عددا مربّعا: ناقصة – ت – //٩ – كب: كا – س، ت – الثالثة والعشرون – ش، ق – ي – ف – كجـ – ن –//١٠ – جذر: جذار – ب – //١١ – كجـ : الرابعة والعشرون – ش، ق – كيا – ف – / الفضل: الفصل – ف –//١٢ – كد: كح – س – الخامسة والعشرون – ش،ق – ك–ف–كه – ن – //١٣– كه: السادسة والعشرون –ش ، ق – لح – ف – كو – ن – //١٥ – كو: كه – س – السابعة والعشرون – ش، ق – كر – ن – /بقسمين: مكررة – ت //١٦ – كز: كو – س – ف –الثامنة والعشرون – ش ، ق – //

كح – نريد أن نجد مربّعا، إذا عزلنا ثلثه وجذره، ثم يؤخذ عشرة أجذار ما بقي فيكون مثل الذي عزلنا.

كط – نريد أن نجد أثوابا قيمتها دراهم مفروضة، إلاّ أن قيمة ثوب واحد منها إذا ضُم إلى جذر عدة الثياب يكون عددا مفروضا.

ل – نريد أن نجد ثلاثة أعداد مكعبة، إذا ضرب الأوّل منها في الثاني/وما ١١٩ش(ظ)
اجتمع في الثالث يكون عددا/مفروضا. ٤٧ف(و)

لا – أجير أجرته في الشهر دراهم مفروضة مجهولة، عمل أيّاما من الشهر بعدة جذر الدراهم، فأصابه من الأجرة دراهم مفروضة.

لب – نريد أن نقسم عشرة بقسمين،/ إذا قسمنا كل واحد منهما على الآخر، ٦٢ل(ظ)
/وجمعنا الخارج من القسمين، كان مثل أحد قسمي العشرة. ٥٠ن(و)

لجـ – عشرة، قسمناها قسمين، وقسمنا الكثير/على القليل، وضربنا ما خرج من ٤٤ق(ظ)
القسمة/ في الكثير، وقسمنا/ القليل على الكثير، وضربنا ما خرج ٢٠٣أ(ظ)؛٤٢ب(و)
في القليل، ونقصنا الأقل من الأكثر، بقيت دراهم مفروضة.

هذا آخر الفوائد البهائية في القواعد الحسابية.

١– كح: التاسعة والعشرون – ش ق – كط – ن –/ثلثه – ثلاثة – ب ، أ –/يؤخذ: أخذنا – ت –/فيكون: فكان – ت – //٣ – كط: كح – س –الثلاثون – ش، ق – ل – ن – / أثوابا – أ – /ثوب: ثواب – ب –//٤ – عدة: هـذه – ح ، ف، ب، ت، ن–/ الثياب: الأثواب – ن– /يكون: كان – ت –//٥ – ل: كط – ح – الحادية والثلاثون – ش، ق– لا – ن – /ضرب: ضربت – ب –/الثاني: الثان – ف – //٦ – مفروضا: مكررة – ف –//٧ – لا: ل – س – الثانية والثلاثون – ش ، ق – لب – ن – /مفروضة: ناقصة – ش –/عمل: العدد عمل – ن – / بعدة: بعده – ف – //٩ – لب: لا – س – الثالثة والثلاثون – ش، ق–//١١– لجـ: الرابعة والثلاثون – ش، ق – /الكثير: فوق الجملة – س –//١٤ – هذا... الحسابية: ناقصة – ب –/ هذا: وهذا – ن –/الفوائد: القول من الفوائد – ن –/القواعد: علم القواعد – ش ، ق – //

EK 3: *İrşâd el-Tullab İla İlm el-Hisâb* Adlı Eserde İbn el-Havvâm'a Nispet Edilen Çözümsüz Problemin Metni"*

المسألة المنسوبة إلى إبن الخوام في "ارشاد الطلاب إلى علم الحساب"
(ورقة:١١٣ظ-١١٤و)

وهذه المسألة بعينها ما وقعت للمولى جمال الحق والدين عبدالله بن محمد الخوام البغدادي، وصورتها: أي- مال، إذا ضرب جذره وجذرجذره وثلاثة دراهم في جذريه وجذري جذره وأربعة دراهم، كان مائة وأربعة وأربعين.

فرضناه مال مال، فيكون جذره مالا، وجذر جذره شيئا، ويكون جذراه مالين، وجذرا جذره شيئين، فتضرب جذره وجذرجذره وثلاثة دراهم في جذريه وجذري جذره وأربعة دراهم، فيكون الحاصل مالي مال وأربعة كعاب وإثني عشر مالا وعشرة أشياء وإثني عشر درهما، وذلك يعدل مائة وأربعة وأربعين.

ثم قال: وإستخراج الجواب في مثل هذه المواضع، إنما يكون بالفكر والطلب والتتبع، فإنه مالنا الطريق يستخرج به الشئ في مثل هذه الصورة، إنتهى.

---

* Topkapı Sarayı, III. Ahmed, nr. 3144, yaprak 113b-114a.