Portföy Optimizasyonunda Alt Kısmi Moment ve Yarı-Varyans Ölçütlerinin Kullanılması

Güven SAYILGAN*
Arma Değer MUT**

Özet

Portföy optimizasyonu, esas olarak getirinin maksimize edilmesi ve riskin minimize edilmesinin hedeflendiği çok amaçlı bir optimizasyon problemidir. Problemin çözümü sonucunda elde edilecek sonuçların geçerliliği açısından, bu problemin parametrelerinin doğru olarak tanımlanması önem taşımaktadır.

Çeşitli araştırmacılar tarafından yatırımcıların risk algısını daha iyi temsil ettikleri belirtilen kayıp riski ölçütlerinin arasında bulunan yarı-varyans ve alt kısmi moment ölçütleri kullanılarak portföy optimizasyonu uygulamasının gerçekleştirildiği bu çalışmada, pareto etkin portföylerin elde edilmesi için sezgisel hesaplama tekniklerinden birisi olan genetik algoritmaların kullanılması tercih edilmiştir. Geliştirilen uygulama, İstanbul Menkul Kıymetler Borsası (İMKB) 100 endeksine kayıtlı hisse senetlerinin geçmiş verileriyle test edilmiş ve elde edilen etkin sınırların elde edilmesi beklenen sonuçlarla uyum içerisinde bulunduğu gözlenmiştir.

Anahtar Kelimeler: *Portföy Optimizasyonu, Alt Kısmi Moment, Yarı-Varyans*

JEL Sınıflaması: *G11*

Abstract - Uses of Variance and Lower Partial Moment Measures for Portfolio Optimization

Portfolio optimization is mainly a multi-objective optimization problem that aims to maximize expected return while minimizing risk. It is important to define the meaning of these parameters accurately, in terms of validity that is acquired by the solution of the problem.

In this study, portfolio optimization is implemented through two downside risk measures, semi-variance and lower partial moment, which are stated by researchers to be better representation for investors risk perception. Genetic algorithms, which are among the heuristic computational methods, are used to achieve pareto-efficient portfolios. The implementation is tested by historical data of the shares that are authorized to Istanbul Stock Exchange (ISE) 100 Index, and it is observed that the efficient portfolios achieved by the implementation are consistent with expected results.

Keywords: *Portfolio Optimization, Lower Partial Moment, Semivariance*

JEL Classification: *G11*

* *Doç. Dr., Ankara Üniversitesi, Siyasal Bilgiler Fakültesi, İşletme Bölümü*
** *Bilgi Sistemleri Müfettişi, Türkiye İş Bankası Teftiş Kurulu Başkanlığı*

1. Giriş

Markowitz'in öncülüğünü yaptığı modern portföy teorisi, elli yılı aşkın süredir araştırmacılar ve yatırımcılar arasında güncelliğini korumaya devam etmektedir. Modern portföy teorisinin çözüm aradığı sorunlardan birisi olan portföy optimizasyonu ile yatırım yapılmak istenen finansal varlıklarla oluşturulacak portföylerin risk-getiri çerçevesi içerisinde değerlendirilmesi ve getiri maksimize edilirken riskin minimize edilmesi amaçlanmaktadır.

Modern portföy teorisindeki portföy optimizasyonu, riskin varyans ile tanımlandığı Markowitz'in ortalama-varyans modeli üzerine kurulmuştur. Riskin varyans ile ifade edilmesi ise, Markowitz'in kendisinin de öne sürdüğü şekilde, yatırımcının risk algısını tam olarak yansıtmadığı gibi portföy getirilerinin olasılık dağılımını da gerçekçi bir biçimde temsil edememektedir (Markowitz, 1959).

Portföy optimizasyonu problemini daha ileri noktalara götürebilmek için çeşitli sayısal risk ölçütleri geliştirilmiştir. Gelişen teknolojik alt yapı, beraberinde yeni çözümleme ve hesaplama yöntemleri getirmiş ve söz konusu risk ölçütlerinin portföy optimizasyonuna uygulanabilir hale gelmesine imkan tanımıştır.

Bu çalışmada portföy optimizasyonu problemi ile anılan risk ölçütlerinin kullanılması teorik bir çerçevede değerlendirilmektedir. Sonraki bölümlerde, İstanbul Menkul Kıymetler Borsası (İMKB) 100 endeksine dahil olan hisse senetlerinin geçmiş verileri üzerinde, alt kısmi moment ve yarı-varyans risk ölçütleri için, genetik algoritmaların kullanılmasıyla elde edilen portföylerin değerlendirilmesi yer almaktadır.

2. Modern Portföy Teorisi Ve Risk Yaklaşımına Getirilen Alternatifler

Markowitz, portföy seçimi ile ilgili teorisini ilk olarak 1952 tarihli makalesinde ortaya koymuştur. 1959 tarihli eserinde çalışmasını detaylandırmış, portföy optimizasyonu yapan yatırımcının tekil olarak hisse senetlerinin seçimiyle veya varlıkların seçimiyle değil, portföyün kompozisyonunun belirlenmesi ile ilgilenmesi gerektiğini belirtirken, tek başına varlıkların değerlendirilmesinin yerine varlıkların oluşturduğu portföyün bir bütün olarak değerlendirilmesi gerektiğini ifade etmiştir (Markowitz, 1952; Markowitz, 1959).

Markowitz'in ortaya koyduğu portföy optimizasyonu iki aşamadan oluşur. İlk aşama; risk-getiri etkin sınırının elde edilmesidir. Portföy optimizasyonunun ikinci aşamasında ise yatırımcı, risk tercihini yansıtan bir fayda fonksiyonunu kullanarak, birinci aşamada elde edilen etkin sınır üzerindeki portföyler arasından en yüksek faydayı veren portföyü seçecektir (Markowitz, 1959).

2.1. Risk

En genel tanımıyla *risk*, kaybetme olasılığı olarak düşünülebilir. Türk Dil Kurumuna (TDK) göre risk, zarara uğrama tehlikesidir.[1] Knight (1921), riske olasılık yönünden yaklaşmış ve riski ölçülebilen belirsizlik olarak tanımlamıştır. Markowitz'in varyans yaklaşımına göre risk (iyi veya kötü yönde) belirsizliktir (Markowitz, 1959).

Holton'a (2004) göre risk, belirsiz bir durumun (olumlu veya olumsuz) etkisine maruz kalmaktır. Eğer belirsizlik söz konusu değilse, risk bulunmayacaktır. Holton, söz konusu tanımda yer alan belirsizliğin genel olarak olasılık kavramı ile ölçülebildiğini, etkinin de Von Neumann – Morgenstern (1943) çerçevesindeki fayda yaklaşımıyla ölçülebileceğini ifade etmektedir (Holton, 2004).

Diğer taraftan, çeşitli kaynaklarda riskin sadece zararla ilişkilendirildiği de görülebilir. Roy (1952), riski esas olarak beklenmedik büyük felaketler veya kayıplar olarak değerlendirmektedir. Başka bir tanıma göre risk, "objektif olasılıkla belirlenebilen kaybetme şansı" olarak ifade edilebilir (Sharpe ve diğerleri, 1999).

2.2. Riskin Sayısal Olarak İfade Edilmesi

Riskin sözel bir şekilde tanımlanması, bir portföy yöneticisi için kuşkusuz yeterli olmayacaktır. Riskin daha anlamlı olarak ifade edilebilmesi ve portföy seçiminde faydalı olabilmesi için sayısal olarak tanımlanabilmesi ve hesaplanabilmesi gerekmektedir.

Riskin sayısal olarak ifade edilmesi yaklaşımı ilk olarak Markowitz'in 1952 tarihli makalesiyle başlamıştır. Burada risk ölçütü olarak varyans kullanılmıştır. Portföy teorisinin ortaya çıkışından bu zamana kadar akademisyenler ve araştırmacılar, Markowitz'in başlattığı izi takip ederek, varyansı temel risk ölçütü olarak kabul etmişlerdir. Bunun da sebebi genel olarak, Markowitz'in ifade ettiği gibi, varyansın uygunluğu, hesaplama açısından kolaylığı ve tanınırlığı dolayısıyla olan üstünlükleridir (Markowitz, 1959).

Ortalama-varyans yaklaşımının teoride bir takım sınırlılıkları bulunmaktadır. Ortalama-varyans portföy seçimi modelinin sadece fayda fonksiyonlarının kuadratik olduğu zaman veya getirilerin dağılımının eliptik olduğu zaman optimal kararlara yön verebileceği ifade edilmektedir (Grootveld ve Hallerbach, 1999). Grootveld ve Hallerbach (1999), kuadratik fayda fonksiyonların çok mantıklı olmadığını, ayrıca eliptik dağılımlı getirilerin de çok gerçekçi olmadığını ifade etmektedir. Anılan yazarlar, gerçek hayatta finansal varlıkların getirilerinin özellikle uzun dönemde asimetrik dağılım gösterdiğini, istenen yukarı yöndeki hareketleri, istenmeyen aşağı yöndeki hareketlerle eşit derecede cezalandırdığı için varyans ölçütünün asimetrik dağılımlarda riski yeteri kadar başarılı bir şekilde yansıtamadığını belirtmektedir. Bu bakış açısıyla, aşağı yöndeki hareketlerin, yukarı yöndeki istenen hareketlerden ayrıştırıldığı bir risk yaklaşımı, yatırımcıların risk algısına varyanstan daha çok hitap etmektedir (Groot-

[1] *TDK web sitesi, Büyük Türkçe Sözlük, http://tdkterim.gov.tr/bts/ (Erişim tarihi: 23.03.2009)*

veld ve Hallerbach, 1999; Benartzi ve Thaler, 1995; Berkelaar ve diğerleri, 2000; Ait-Sahalia ve Brandt, 2001; Gomes, 2005)

Literatürde varyans dışında, yakın zamanlarda güncel hale gelmiş diğer sayısal risk tanımları da bulunmaktadır. Hatta Markowitz'in kendisi de başka bir risk ölçütünden, yarı-varyanstan söz etmekte ve bu ölçütün kullanımını önermektedir. Markowitz, 1959 tarihli kitabının 9. bölümünün tümünü yarı-varyans için ayırmıştır (Markowitz, 1959). Söz konusu kitabın 1991 tarihli revize edilmiş yeni basımında yarı-varyansın daha akla yatkın, daha inandırıcı bir ölçü olduğu ifade edilmektedir. 1993 yılında Todd ve diğerleriyle yapmış olduğu çalışmasında Markowitz, kayıp riskinin bir yatırımcıyı kazanç olasılığından daha çok kaygılandıracağını, dolayısıyla yarı-varyansın yatırımcılar için varyanstan daha uygun bir risk ölçütü olduğunu ileri sürmektedir (Markowitz ve diğerleri, 1993).

Zaman içerisinde, gittikçe daha çok araştırmacının konuyla ilgilenmesi ve hesaplama olanaklarındaki teknolojik gelişmeler sayesinde, yarı-varyans ve diğer kayıp riski ölçütleri popüler hale gelmiştir. Kayıp riskine yönelik daha genel ve sofistike yaklaşımlar, riski belirli bir getirinin altındaki kayıpların olasılıklarıyla ağırlıklandırılmış bir şekilde hesaplandığı fonksiyonlarla ifade edilmektedirler. Söz konusu kayıp riski ölçütlerinden birisi de sadece kayıp tarafında bulunan getirilerin varyansının veya daha yüksek momentlerinin ölçüldüğü alt kısmi moment risk ölçütü sınıfıdır. Yarı-varyans, daha genel alt kısmi moment risk ölçütü sınıfının özel bir halidir.

2.3. Yarı-varyans (Semivariance)

"Yarı-varyans", Markowitz tarafından, 1959 tarihli kitabının 9. bölümünde

$$SVar(R_P) = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} Max(0, E(R_i) - R_i)^2$$

formülüyle tanımlanmaktadır (Markowitz, 1959). Yarı-varyans, varyans hesaplaması sırasında sadece ortalamadan küçük getirilerin hesaplamaya dahil edildiği bir ölçüttür. Markowitz tarafından risk ölçütü olarak daha makul bulunan yarı-varyans modeli, getirilerin beklenen değerden farklılaşmasının sadece kayıp yönünden ölçülebilmesine olanak sağlamaktadır (Markowitz, 1991:476). Eğer bir portföyün getirilerinin dağılımı tam anlamıyla normal dağılıma uygunluk gösteriyorsa, yarı-varyans, varyansın tam olarak yarısı olacaktır. Eğer dağılım sağa veya sola çarpıksa, buna göre yarı varyans, varyansın yarısından daha büyük veya daha küçük bir değer olarak hesaplanacaktır (Markowitz, 1959).

2.4. Alt Kısmi Moment (Lower Partial Moment)

Finans alanında kullanılan bir diğer risk ölçütü sınıfı da *"Alt Kısmi Moment"* (Lower Partial Moment, LPM) ölçütleridir. Buradaki "kısmi" terimi, getirilerin olasılık dağılımının sadece belirli bir parçasının ölçüldüğünü ifade etmektedir. Söz konusu ölçütte, belirli bir hedef getiriden daha düşük olan getiriler hesaplamaya dahil edilerek olası kayıpların momenti hesaplanmaktadır. Bawa (1975) söz konusu risk ölçütü için belirli bir hedef getirinin kayıp tarafının varyansını ifade eden *"alt kısmi varyans"* terimini kullanmıştır. Fishburn (1977), alt kısmi moment kayıp riskini geliştirmiş ve ölçütü "α-*t* modeli" olarak adlandırmıştır. Bawa ve Lindenberg (1977) *"alt kısmi moment"* terimini ilk defa bir risk ölçütü olarak kullanarak tanımlamış, söz konusu risk ölçütünün klasik CAPM modelindeki varlıkların fiyatlanması yönünden kullanımına değinmiştir.

Alt kısmi moment, portföy getirilerinin belirli bir *t* hedef getirisinin altında kalan değerlerine bağlı olarak ölçülen bir risk ölçütüdür ve şu şekilde hesaplanmaktadır: (Bawa ve Lindenberg, 1977; Fishburn, 1977; Price ve diğerleri, 1982)

$$LPM_{\propto,t}(R_P) = \int_{-\propto}^{t} (t - R)^{\propto} P(R)dR$$

Formülde yer alan *t* değişkeni hedef getiriyi, *P(R)* fonksiyonu da getirilerin olasılık dağılımını ifade etmektedir. Sürekli değişkenlerle yukarıdaki gibi tanımlanan fonksiyon, kesikli değişkenlerde ölçülmek istendiğinde,

$$LPM_{\propto,t}(R_P) = \frac{1}{\mathrm{N}} \sum_{i=1}^{N} Max(0, t - R_i)^{\propto}$$

olarak tanımlanacaktır.

LPM formülünde kullanılan *t* parametresi, Roy (1952)'un felaket düzeyi olarak ifade ettiği seviyeyi göstermektedir. Uygulamada *t* değeri için, CAPM modelinde tüm yatırımcıların risksiz olarak borç alıp verebilecekleri faiz oranı olarak tanımlanan (Jensen ve diğerleri, 1972) risksiz faiz oranının (r_f) kullanıldığı görülebilir (Örn. Grootveld ve Hallerbach, 1999). Formülde geçen α parametresi, *t*'den daha düşük getiri elde etmenin göreceli etkileri hakkında yatırımcının tutumunu yansıtacaktır. Fishburn (1977), riske karşı kayıtsız yatırımcıya uygun olan $\alpha = 1$ değerinin, risk arayan yatırımcıyla ($0 < \alpha < 1$), riskten kaçan yatırımcıyı ($\alpha > 1$) ayırdığını göstermiştir (Fishburn, 1977).

Alt kısmi moment ölçütünün burada bir ölçü sınıfı olarak ifade edilmesinin bir başka nedeni ise α ve *t* parametrelerinin değerini değiştirerek, birçok kayıp riski ölçütünün elde edilebilmesidir. Örneğin, $\alpha = 1$ ve *t = VaR(R)* kullanıldığında ortaya çıkan formül beklenen kayıp (Expected Shortfall - ES) modelidir (Grootveld ve Hallerbach, 1999). LPM formülünde $\alpha = 2$ değerinin kullanılması ve hedef getirinin *t = E(R)* olarak belirlenmesi halinde yarı-varyans formülü elde edilecektir.

LPM modelinin neden daha başarılı olarak değerlendirilebileceğine ilişkin objektif bir yaklaşım *Stokastik Üstünlük (Stochastic Dominance)* kavramıyla açıklanmaktadır.

A ve B iki olasılık dağılımını, F_A ve F_B söz konusu dağılımlara ilişkin kümülatif olasılık dağılımı fonksiyonlarını göstermek üzere, her y değeri için

$$F_A(y) \geq F_B(y)$$

eşitsizliği sağlanıyorsa, B dağılımı A dağılımına göre *birinci dereceden stokastik üstün* olarak tanımlanmaktadır (Davidson, 2008). Benzer şekilde, bir F kümülatif dağılım fonksiyonunun integralleri alınarak tanımlanacak olan

$$D^1(y) = F(y), \qquad D^{s+1}(y) = \int D^s(z)dz, \quad (s = 1, 2, 3 \ldots\ \text{için})$$

fonksiyonlarının tanımı altında, her y değeri için

$$D_A^n(y) \geq D_B^n(y)$$

eşitsizliği sağlanıyorsa, B dağılımı A dağılımına göre *n'inci dereceden stokastik üstün* olarak tanımlanmaktadır (Davidson, a.g.e.)

Bu noktada fayda fonksiyonundan ve fayda fonksiyonunun yatırımcının riske karşı olan tutumu ile olan ilişkisinden bahsetmek yerinde olacaktır. Fayda fonksiyonu getirinin kişi tarafından algılanan etkisini gösterir ve kişiden kişiye değişebilecektir (Holton, 2004). Beklenen getirisi $E(R_A)$ olan ve getirileri kesin olmayan bir A yatırımı için von Neumann – Morgenstern çerçevesindeki fayda fonksiyonu u, olası getiriler R_{Ai} ve bu getirilerin olasılık fonksiyonu P ile gösterilirse, söz konusu yatırımın faydası

$$u(R) = \sum u(R_{Ai})P(R_{Ai})$$

şeklinde hesaplanabilir (Friedman ve Savage, 1948). Benzer şekilde tanımlanacak, beklenen getirisi $E(R_B)$ olan ve getirisi kesin olan bir B yatırımı söz konusu olduğunda, $E(R_A) = E(R_B)$ olmak üzere yatırımcı için,

1. $u(A) < u(B)$ ise, yatırımcı riskten kaçınma gösteren (risk averse),
2. $u(A) > u(B)$ ise, yatırımcı risk arayan (risk seeking),
3. $u(A) = u(B)$ ise, yatırımcı riske karşı kayıtsız (risk neutral)

olarak tanımlanabilir (Friedman ve Savage, a.g.e). u' ve u'' fayda fonksiyonunun birinci ve ikinci türevlerini göstermek üzere, Arrow-Pratt mutlak riskten kaçınma (absolute risk aversion) ölçütü,

$$r(x) = -\frac{u''(x)}{u'(x)}$$

olarak tanımlanmaktadır (Pratt, 1964).

Stokastik üstünlük, yatırımcının fayda fonksiyonunu tam olarak bilmeye gerek olmadan, getirileri kesin olmayan yatırımların arasında seçim yapmaya imkan tanıyan bir kriterdir (Hadar ve Russell, 1969). Fayda fonksiyonunun monoton artan olduğu varsayımı altında yatırımları getiri ve olasılıklarıyla değerlendiren stokastik üstünlük yaklaşımına göre, bir yatırım ötekine göre stokastik üstünlük gösteriyorsa diğer yatırımlara göre tercih edilecektir (Bawa, 1975).

Değişik derecede stokastik üstünlük gösteren portföyler, değişik yatırımcı beklentilerine hitap etmektedir. Birinci dereceden stokastik üstün portföylerin oluşturduğu küme (FSD), getiriyi arzulayan yatırımcılara; ikinci dereceden stokastik üstün portföylerin oluşturduğu küme (SSD), riskten kaçınma gösteren yatırımcılara; üçüncü dereceden stokastik üstün portföylerin oluşturduğu küme (TSD) ise fayda fonksiyonu azalan mutlak riskten kaçınma (absolute risk aversion) gösteren yatırımcılara hitap etmektedir (Bawa, 1975; Bawa ve diğerleri, 1979).

Bawa, her skalar t değeri için ve belirli bir tipte her getiri dağılımı için, LPM modeli ile elde edilen portföylerin stokastik üstün küme içinde yer alacağını göstermektedir (Bawa, 1975; Bawa ve diğerleri, 1977). Roy'un (1952) önce güvenlik kriterindeki kayıp olasılığı, $\alpha \geq 0$ olan tüm LPM modellerinde olduğu gibi birinci dereceden stokastik üstünlük kriterini sağlamaktadır. Markowitz'in ortalama-varyans modeli ile seçilecek portföyler, $\alpha \geq 1$ olarak belirlenmiş tüm LPM modelleri ile seçilecek portföyler gibi ikinci dereceden stokastik üstün küme içerisinde yer almaktadır. Söz konusu durum, fayda fonksiyonunun artan mutlak riskten kaçınma göstermesini gerektirmektedir. Bahsedilen bu koşul ise Grootveld ve Hallerbach'e göre çok da gerçekçi değildir (Grootveld ve Hallerbach, 1999). LPM formülünde $\alpha \geq 2$ olmak üzere seçilecek her · değeri için elde edilecek etkin portföyler üçüncü dereceden stokastik üstün küme içerisinde bulunmaktadır. Sözü edilen durum, fayda fonksiyonunun azalan mutlak riskten kaçınma gösterdiği her birey için geçerli sonuçlar elde edilmesini sağlamaktadır (Grootveld ve Hallerbach, a.g.e).

LPM modeliyle birçok kayıp riski ölçütü ifade edilebilmekle birlikte, çoğu görüşün aksine, bunlar arasından sadece bazıları getiri-risk teorik çerçevesinde varyanstan daha üstün özellikler göstermektedir. Grootveld ve Hallerbach (1999), $\alpha \geq 2$ ve $t = R_f$ olarak belirlenen LPM ölçütlerinin teorik çerçevede varyansa göre üstünlük sağladığını, fakat parametrelerin bahsedildiği biçimde belirlenmesinin modelin kullanımına kısıtlama getirmekte olduğunu belirtmektedir. Chen ve diğerleri (2007), New York hisse senedi borsasında yaptıkları ampirik araştırmalarında, kayıp riski ölçütlerinin açıklayıcı gücünün daha yüksek olduğunu ifade etmektedirler. Bununla birlikte, sıfıra olan uzaklığa göre hesaplanan kayıp riski ölçütlerinin, ortalamaya veya ortalama pazar getirisine uzaklığa göre hesaplanan kayıp riski ölçütlerinden daha başarılı olduğunu belirtmektedirler.

LPM ile ilgili değinilmesi gereken bir önemli nokta da, LPM kullanılarak gerçekleştirilen portföy optimizasyonuyla elde edilen portföylere istenen yönde çarpıklık kazandırılabilmesidir (Nawrocki, 1999). Bu noktada olasılık dağılımlarında ikinci dereceden momenti gösteren çarpıklık (skewness) kavramından bahsetmek yerinde olacaktır. Bir olasılık dağılımı için μ_i dağılımın i. dereceden merkezi momentini göstermek üzere, çarpıklık katsayısı

$$\gamma = \frac{\mu_3}{\mu_2^{3/2}}$$

olarak tanımlanmaktadır.[2]

Dağılımın normal dağılımdan asimetrik olarak farklılaştığını ifade eden çarpıklık katsayısı, kayıp riski konusunun incelendiği bu çalışmada önem kazanmaktadır. Kraus ve Litzenberger (1976), pozitif yönde çarpıklığa sahip getiri dağılımlı varlıkların daha çok tercih edildiğini, bu durumun varlık fiyatlarına da yansıdığını belirtmektedir. Nawrocki (1999), pozitif yönde çarpıklığın daha olumlu olduğu görüşünü ifade etmektedir.

3. Veri Seti ve Araştırma Yönteminin Açıklanması

3.1. Veri Seti

Uygulama için kullanılan hisse senetlerinin aylık getiri verileri, İMKB web sitesinde bulunan "İMKB Şirketleri Aylık Fiyat ve Getiri Verileri" sayfasından elde edilmiştir.[3] Çalışmada, 1.1.2009 tarihinde İMKB-100 endeksine dahil olan firmalar kullanılmıştır.[4] Uygulamaya dahil edilmek üzere Eylül 2000'den Aralık 2008'e kadar (bahsedilen aylar dahil olmak üzere) 100 aylık dönemde aylık getiri verisi eksiksiz bulunan 80 adet hisse senedi belirlenmiştir (bkz. Ek- 1). Risksiz faiz oranı ise, 2 Ocak 2009 tarihinde borsada satışta bulunan devlet tahvilleri ve hazine bonolarının yıllık bileşik getirilerinin ortalaması alınarak hesaplanmıştır.[5] Aylık risksiz faiz oranı (rf) olarak, yıllık ortalama risksiz faiz oranından

$$r_f = (r_{f\text{-yıllık}})^{1/12}$$

formülüyle hesaplanan %1,2619 değeri kullanılmıştır (bkz. Ek- 2).

3.2. Araştırma Yönteminin Açıklanması

3.2.1. Alt Kısmi Moment ve Yarı-Varyans Kullanılarak Etkin Sınırın Elde Edilmesi

Markowitz portföy teorisini ortaya koyduktan sonra etkin sınırın elde edilmesi sorununu görmüş ve bir aşama daha ileri giderek, etkin sınırın oluşturulmasına yönelik *"kritik doğrular yöntemi"* olarak bilinen kuadratik programlama çözüm metodunu

---

2 *http://mathworld.wolfram.com/Skewness.html (Erişim tarihi: 10.01.2009)*

3 *İMKB web sitesi, Aylık Fiyat ve Getiri Verileri, 1986 - 2008/12, http://www.imkb.gov.tr/Data/StocksData.aspx (Erişim tarihi: 03.05.2009)*

4 *İMKB web sitesi, 2000 Yılından İtibaren Endekslerde Bulunan Şirketler (İMKB Ulusal-30, İMKB Ulusal-50 ve İMKB-100 için), 2009, http://www.imkb.gov.tr/Data/StocksData.aspx (Erişim tarihi: 03.05.2009)*

5 *İMKB web sitesi, Tahvil ve Bono Piyasası Günlük Bültenleri, 02.01.2009, http://www.imkb.gov.tr/Data/BondsandBillsData.aspx (Erişim tarihi: 25.05.2009)*

sunmuştur (Markowitz, 1956). Markowitz'in geliştirmiş olduğu kuadratik programlama modeli hesaplama olarak çok kolaydır ve hızlı bir şekilde sonuç alınabilmektedir. Bununla beraber söz konusu yöntem esas olarak varyans risk ölçütü üzerine geliştirilmiştir.

LPM ve yarı-varyans modellerine yönelik en büyük eleştiri söz konusu risk ölçütleri ile portföy optimizasyonunun hesaplama zorluğuna yöneliktir. Riskin yarı-varyans veya LPM gibi başka bir risk ölçütü olarak tanımlanması durumunda, elde edilecek ko-yarı-varyans veya ko-LPM matrisleri, kovaryans matrisi gibi simetrik bir matris değildir (Grootveld ve Hallerbach, 1999). Bahsedilen durum klasik algoritmanın modifiye edilmesini gerektirmektedir. Nitekim Markowitz ve diğerleri (1993) daha sonra algoritmanın yarı-varyans ile kullanımına ilişkin yeni bir yöntem ortaya koymuştur.

Literatürde LPM ölçütünün kritik doğrular yönteminde kullanımına ilişkin çeşitli çalışmalar bulunmaktadır. Hogan ve Warren (1972) çalışmalarında ortalama-yarı-varyans modelinde etkin sınırın hesaplanmasına ilişkin geliştirdikleri yöntemden bahsetmiştir. Bununla birlikte, söz konusu çalışmada LPM ölçütünün geniş aralıkta belirlenebilen α ve t parametreleri için bir çözüm geliştirilmemiş olup, çalışmanın sadece $t = E(R)$ ve $\alpha = 2$ için sınırlı kaldığı görülmüştür.

Nawrocki (1991) çalışmasında kayıp riski ölçütleriyle etkin sınırın elde edilmesine yönelik iki algoritma kullanılmıştır. Birincisi Hogan ve Warren'in 1972 tarihli eserinden türetilmiş olan optimal bir algoritmadır. Bahsedilen algoritmanın sadece $\alpha = 2$ için hesaplanan bir algoritma olduğu görülmektedir. Bununla birlikte ilgili makalede, $\alpha = 2$ dışında bir değer için söz konusu algoritmanın çözümünün bulunduğu hakkında bir yeterli bilgi bulunmamaktadır (Nawrocki, 1991). Aynı makaledeki ikinci algoritmanın ise optimal çözümü elde etmeyi hedeflemeyen, sezgisel (heuristic) bir algoritma olduğu Nawrocki tarafından ifade edilmektedir. Bahsedilen algoritmada kullanılan ko-LPM matrisinin simetrik hale gelebilmesi için, gerçek ko-LPM değerlerini yansıtmayacak biçimde matriste yer alan değerlerin ortalaması alınmaktadır (Nawrocki, a.g.e.).

Jarrow ve Zhao (2006) çalışmalarında ortalama-varyans ve ortalama-LPM modellerini ampirik olarak karşılaştırmıştır. Jarrow ve Zhao, en genel durum için, n. dereceden LPM ile etkin sınırın elde edilebilmesini sağlayan analitik ifadelerin bulunmadığından ve hesaplamanın nümerik olarak yapılabileceğinden bahsetmiştir. Jarrow, söz konusu çalışmada monte-carlo simulasyonu yöntemini kullanmıştır (Jarrow ve Zhao, 2006).

Estrada (2008), kovaryans matrisinin ekzojen olduğundan, buna karşın ko-yarı-varyans matrisinin ise endojen olduğundan bahsetmiş, dolayısıyla problemin kapalı-form bir çözümünün bulunmadığını, Markowitz'in klasik yönteminin çeşitli değişimler gerektirdiğini belirtmiştir. İlgili çalışmada, önerdiği optimizasyon yönteminin gerçek sonuca yakın çözümlere ulaştırdığından bahsetmektedir. Bununla birlikte, önerilen yöntemin sezgisel bir yöntem olduğu yazar tarafından ifade edilmektedir (Estrada, 2008).

Markowitz'in geliştirdiği klasik yöntemin LPM veya yarı-varyans ile kullanımındaki tek sorun hesaplama güçlüğü değildir. Modelde belirli varsayımlar bulunmaktadır. Kimi durumlarda portföy yöneticilerinin veya yasal düzenlemelerin belirleyebileceği çeşitli kısıtlamalar bulunabilir. Portföyü oluşturan varlıklardan belirli tamsayı değerli lotlarda satın alınabilmesi, portföyde minimum veya maksimum varlık adedi, belirli bir varlıktan minimum satın alma miktarı, belirli sektörlerden alım yapılma zorunluluğu gibi kısıtlarla pratikte sıklıkla karşılaşılabilir. Bu durum kimi zaman klasik portföy optimizasyon modelinin modifiye edilmesini gerektirmekte, kimi zaman ise başka çözüm metodlarının kullanılmasını zorunlu kılmaktadır (Lin ve Liu, 2008). Örneğin, Fernandez ve Gomez (2007) yapay sinir ağlarıyla gerçekleştirdiği portföy optimizasyonu çalışmasında, problemin bir kısıtını portföydeki toplam varlık adedi K olacak şekilde belirlemiş, bu şekilde problemin kuadratik ve lineer programlama modellerinin bir karması haline gelmesini sağlamıştır. Bahsedilen çalışmada söz konusu modelin etkin bir biçimde hesaplanması için hiçbir bilinen metodun bulunmadığı ifade edilmektedir. Her ne kadar anılan kısıtlar bu çalışmada kullanılmasa da, söz konusu kısıtların algoritmaya dahil edilebilmesi istendiğinde, sayısal hesaplama yöntemleri daha avantajlı hale gelecektir.

Sonuç olarak, ortalama-yarı-varyans modelinde ve a=2 için ortalama-LPM modelinde etkin sınırın elde edilmesi için Markowitz'in kritik doğrular yönteminin uygulanabilir olduğu görülmesine rağmen, LPM formülünde yer alabilecek diğer üssel parametreler (örn. $\alpha = 2{,}5$; $\alpha = 3{,}67$ ... vb.) için Markowitz'in klasik algoritmasının nasıl uygulanması gerektiğinin gösterildiği bir çalışmaya rastlanılamamıştır. Bu noktada varyans, yarı-varyans ve LPM kullanılarak elde edilecek etkin sınırların birbiriyle karşılaştırılmasının tutarlı olabilmesi açısından, bahsedilen üç risk ölçütüyle elde edilecek etkin sınırların tarafımızca belirlenecek aynı sayısal algoritmayla elde edilmesi uygun bulunmuştur. Bunun yanında, literatürdeki çeşitli çalışmalarda ampirik sonuçların elde edilmesinde kullanılan yöntemlerin bir çoğunun da optimal sonucu veren algoritmalar olmadığı göz önünde bulundurulduğunda (örn. Nawrocki, 1991; Nawrocki, 1999; Jarrow ve Zhao, 2006; Fernandez ve Gomez, 2007; Estrada, 2008; Lin ve Liu, 2008), sonuçların elde edilebilmesi için optimal bir yöntem yerine sayısal bir yöntemin kullanılmasının sakıncalı olmadığı düşünülmüş, çalışmamızın kapsamı gereği optimum etkin sınırların Markowitz yöntemiyle tespit edilmesine yönelik ayrıca bir araştırmaya gidilmemiştir.

3.2.2. Etkin Sınırın Elde Edilmesine Yönelik Sayısal Algoritmalar

Portföy optimizasyonu probleminin çözümü için literatürde geliştirilmiş çeşitli sezgisel (heuristic) hesaplama yöntemleri bulunmaktadır. Sezgisel yöntemler ile hızlı bir şekilde en iyi çözümün ya da en iyi çözüme olabildiğince yakın sonuçların elde edilmesi amaçlanmaktadır (Groner ve diğerleri, 1983). Söz konusu yöntemler, genel olarak sayısal hesaplama veya arama yöntemlerine yardımcı olmak üzere algoritmaya eklenmiş yol gösterici ipuçları içerir.

Literatürde etkin sınırın elde edilmesine yönelik olarak sayısal yöntemler arasında *Monte-Karlo Simulasyonu (Monte-Carlo Simulation)* (Jarrow ve Zhao, 2006), *Yapay Sinir Ağları (YSA, Artificial Neural Networks-ANN)* (Fernandez ve Gomez, 2007), *Tepe tırmanışı (Hill Climbing) metodu, Simule Edilmiş Tavlama (Simulated Annealing) yöntemi, Karınca Kolonisi Optimizasyonu, (Ant Colony Optimisation, ACO)* (Dreo ve diğerleri, 2006), *Tabu arama (Tabu Search), Açgözlü Algoritma (Greedy Algorithm)* (Coutino-Gomez ve diğerleri, 2003) ve daha birçok sezgisel algoritma bulunmaktadır. Etkin sınırın elde edilmesine yönelik olarak literatürde bulunan bir diğer algoritma sınıfı da çalışmamızın uygulama bölümünde kullanılan *Genetik Algoritmalardır (Genetic Algorithms)* (Lin ve Liu, 2008; Yang, 2006; Schaffer, 1984; Horn ve diğerleri, 1994; Srinivas ve Deb, 1994; Deb ve diğerleri, 2002).

Bahsedilen sayısal yöntemler ve algoritmalarda kullanılan parametreler ile yöntemlerin performansları çeşitlilik gösterebilir. Algoritmaların portföy optimizasyonunda kullanımlarının karşılaştırıldığı çalışmalarda farklı sonuçlar elde edilebilmektedir. Fernandez ve Gomez (2007) yapay sinir ağları, genetik algoritmalar, tabu arama ve simüle edilmiş tavlama metotlarını portföy optimizasyonunda karşılaştırmış, söz konusu modellerin hiçbirinin bir diğerinden daha üstün sonuçlar vermediği sonucuna ulaşmıştır. Coutino-Gomez ve diğerleri (2003), portföy optimizasyonunda rastgele arama, genetik algoritmalar, aç gözlü algoritma, tepe tırmanışı ve simüle edilmiş tavlama yöntemlerini karşılaştırmış, aç gözlü algoritmanın bahsedilen metotlar arasında en hızlısı olduğunu, bununla birlikte bir başlangıç portföyünün belirlenmesi gerektiğini ifade etmiştir. Bahsedilen çalışmada genetik algoritmaların diğer algoritmalar arasında başarılı sonuçlar veren bir algoritma olduğu belirtilmektedir.

Sonuç olarak, kimi çalışmalarda genetik algoritmalar sayısal yöntemler arasında diğerlerinden daha başarılı sonuç vermekte, kimi çalışmalarda ise genetik algoritmaların diğer yöntemlere göre herhangi bir üstünlüğü bulunmamaktadır. Bununla birlikte genetik algoritmaların her türlü probleme karşı esnek yapısı ve yazarların konuya yakınlıkları dolayısıyla bu çalışmada genetik algoritmaların kullanılması tercih edilmiştir.

Temel prensipleri ilk olarak Holland (1975) tarafından ortaya konulan ve Goldberg ve diğer birçok akademisyen tarafından detaylı bir şekilde incelenen Genetik Algoritmalar (GA), deterministik çözümü olmayan veya deterministik şekilde çözümünde güçlükler bulunan, bununla birlikte sayısal çözümlerin elde edilmesinin veya çözüme yaklaşık olan sonuçlara sayısal yöntemlerle ulaşılmasının çok daha kolay olduğu problemlerin çözümünde kullanılan çözüm yöntemlerinin bir sınıfıdır.

Genetik algoritmalar, ilk defa Charles Darwin'in "Türlerin Kökeni" adlı eserinde ortaya konulmuş olan evrimsel süreçlerin taklit edilerek gerçek dünyaya ilişkin çeşitli problemlerin çözülmesini sağlamaktadırlar. Evrim, organizmaların doğaya, dış dünyaya adaptasyonu, uyum sağlaması sürecidir. Bu süreç dış dünyaya ilişkin problemlerle farklı şekillerde başa çıkabilen bireylerin özelleşmesini mümkün kılmaktadır.

Genetik algoritmalar problemlerin çözümünde doğal evrim süreçlerinin temel yönlerini simüle etmektedirler. Algoritmadaki bireyler veya kromozomlar, doğal ortamdaki canlıları temsil eder. Kromozomlar bireylerin genotipi, kromozomların temsil ettiği çözüm de bireylerin fenotipidir. Çözülecek problem, içinde bulunulan ve uyum sağlanması gereken çevredir. Farklı uyum fonksiyonları ve seçim yöntemleri kullanılarak dış dünyaya adaptasyona ve doğal seleksiyona benzetim yapılır. Bireylerin çoğalması ve neslini devam ettirmesi için, kromozomlarda bulunan çapraz eşleme ve mutasyon süreçleri taklit edilir.

Bu sınıfa dahil algoritmaların genel yapısı, çözüme aday olacak bir popülasyon ile başlayıp, bu popülasyon üzerinde mutasyon ve çiftleştirme uyguladıktan sonra elde edilen yeni çözüm kümesinin bir uyum fonksiyonuyla değerlendirilmesi ve seçiminden oluşur. Aşağıda genetik algoritmaların genel akış kalıbı ifade edilmektedir: (Rudolph, 1994)

1. İlk popülasyonu belirle.
2. Her bireyin uyumunu hesapla.
3. (Her yeni nesil için) Bireylerin uyumuna göre, çiftleştirilmek üzere bireyleri belirle.
4. Seçilen bireyleri çiftleştir, yeni bireyleri oluştur.
5. Yeni nesildeki bireylerin uyumunu hesapla.
6. Durmak için belirlenen kriter oluşuncaya kadar 3. adıma git.
7. Algoritma sonu.

Yukarıda belirtilen sürecin aşamalarında, uygulamada kullanılan detaylardaki farklılıklar, genetik algoritmaların farklılıklarını ve başarımını belirlemektedir.

3.2.3. Genetik Algoritma Uygulaması

Çalışmamızda genetik algoritmalar ile getiri risk eksenlerinde tek periyoda yönelik olarak uygulanan portföy optimizasyonu gerçekleştirilmiştir. Genetik algoritma uygulaması için var olan hazır programların kullanılması tercih edilmemiş, yapılmak istenen değişikliklerin ve ayarlamaların daha kolay uygulanabilmesi için yapılacak uygulamanın bir yazılım olarak geliştirilmesi kararlaştırılmıştır. Yazılım dili seçenekleri arasından, çoklu dizilerde kolay bir şekilde işlem yapma imkânı tanıyan, basit, yazımı kolay ve anlaşılır bir dil olduğu için, Python programlama dili seçilmiştir.

Genetik algoritmanın sonucunda elde edilecek portföyler için, açığa satış olmadığı varsayılmıştır. Uygulamamızda genetik algoritmanın gerçek değerli (real-valued) olarak kullanılması tercih edilmiş, her bir portföy (birey) için 80 adet varlığın portföy içerisindeki ağırlıklarından oluşan 80 boyutlu bir vektör oluşturulmuştur. Portföylerin ilk defa oluşturulması aşamasında, portföydeki varlıklara rastgele değerler atanmış, daha sonra bu ağırlıkların toplamı $\Sigma w_i = 1$ olacak şekilde, ağırlıklar normalize edilmiştir. Gerçekleştirilen her iterasyonda yine varlıkların ağırlıkları bahsedilen normalizasyon kuralına göre düzenlenmiştir. Yapılan denemeler sonucunda, bahsedilen şekilde oluşturulan 120 adet portföyü içeren bir kümenin popülasyon olarak yeterli sonuçlar verdiği görülmüştür. Çapraz eşleme oranı olarak 0,5 değeri ve mutasyon oranı olarak 0,51 değeri kullanılarak yakınsamanın 150-500 iterasyon aralığında sağlanabildiği sonuçlar elde edilmiştir.

Algoritmada kullanılan uyum fonksiyonu (fitness function), etkin sınırın geliştirilmesi üzerine tasarlanmış ve optimize edilmiştir. Uyum fonksiyonu, her jenerasyondaki etkin portföyler ile oluşturulan etkin sınır için, uyumluluğu test edilecek portföyün risk-getiri eksenlerinde etkin sınıra en yakın olan noktasına kartezyen uzaklığı olarak tanımlanmıştır.

Uygulanan genetik algoritma modelinde elitist bir seçim stratejisi uygulanmaktadır. Buna göre, her iterasyon için etkin sınırda yer alan portföyler bir sonraki nesile aktarılmak üzere korunmaktadır. Bahsedilen bu yöntem etkin sınırın sürekli olarak korunması ve geliştirilmesi için gerekli görülmüş ve tercih edilmiştir. Her iterasyondan sonra tüm portföylerin etkin sınır üzerinde yer alıp almadığı kontrol edilmiş, bütün portföylerin etkin sınırda yer alması durumunda genetik algoritmanın yakınsadığı kabul edilmiştir.

Genetik algoritmalar ile her denemede farklı etkin sınırların elde edilmesi dolayısıyla, söz konusu algoritma aşağıda belirtilen risk ölçütleri için üçer kere çalıştırılmıştır. Optimum etkin sınıra en yakın sonuç olması dolayısıyla, getiri-risk eksenlerinde etkin sınırın altında kalan alanın en büyük olduğu etkin sınır algoritmanın çıktısı olarak belirlenmiştir (Bkz. Ek-3).

3.3. İMKB-100 Verileriyle Elde Edilen Etkin Sınırlar

Uygulamamızda risk ölçütü olarak yarı-varyans, ve LPM ölçütleri kullanılmış, bulunan etkin sınırların karşılaştırılabilmesi amacıyla varyans ölçütü de uygulamaya dahil edilmiştir. LPM ölçütünde kullanılmak üzere seçilen t hedef getiri değeri için risksiz faiz oranının kullanılması tercih edilmiştir. LPM ölçütünde kullanılacak α parametresi için ise 1,5; 2; 2,5 ve 3 değerleri seçilmiştir. Uygulamada, 3.1. bölümde detaylarına yer verilen veri seti kullanılmıştır. Varlıkların beklenen getirileri söz konusu veri setinden

$$E(R_i) = \frac{1}{100} \sum_{t=1}^{100} r_{i,t}$$

formülü kullanılarak elde edilmiştir. Yarı-varyans için kullanılan hedef beklenen getiri ($t = E(R)$) değeri her portföy için portföylerde bulunan varlıkların ağırlıklı ortalaması olarak belirlenmektedir. Uygulamada kullanılan risk ölçütleri için tercih edilen parametrelerin özetlendiği tablo aşağıda yer almaktadır.

Tablo 1: Uygulamada Kullanılan Risk Ölçütleri İçin Tercih Edilen Parametreler

Etkin Sınır Kodu	Kullanılan Risk Ölçütü	LPM ve Yarı-varyans İçin t Değeri	LPM ve Yarı-varyans İçin α Değeri
GA1	Varyans	-	-
GA2	Yarı-varyans	E(R)	2,0
GA3	$LPM_{1,5;\ \%1,26}$	1,26	1,5
GA4	$LPM_{2,0;\ \%1,26}$	1,26	2,0
GA5	$LPM_{2,5;\ \%1,26}$	1,26	2,5
GA6	$LPM_{3,0;\ \%1,26}$	1,26	3,0

4. Araştırma Bulguları ve Etkin Sınırların Değerlendirilmesi

4.1. Etkin Sınırların Değerlendirilmesi

Elde edilen etkin sınırların değerlendirilmesi için etkin sınırda bulunan portföylerin akademik açıdan geçerli kabul edilen performans ölçütlerinden Sharpe ve Sortino oranları hesaplanmıştır. *Sharpe oranı*, bir varlığın ekstra getirisinin yatırımcının aldığı ekstra riski ne kadar karşıladığını karakterize etmekte kullanılmaktadır (Sharpe, 1994). R_p portföyün beklenen getirisini, R_f ise karşılaştırılacak olan risksiz varlığın veya pazar portföyünün beklenen getirisini göstermek üzere, fazla getiri (excess return),

$$ER_P = R_P - R_f$$

olarak formüle edilecektir. Bu durumda, σ portföyün standart sapmasını göstermek üzere, Sharpe oranı, fazla getirinin portföyün standart sapmasına oranı olarak,

$$S_p = \frac{ER_p}{\sigma_p} = \frac{R_p - R_f}{\sigma_p}$$

formülüyle tanımlanmıştır (Sharpe, a.g.e.). Sortino ve Price tarafından 1994 yılında tanıtılmış olan *Sortino Oranı* ise,

$$S_{\propto,t,p} = \frac{R_p - t}{\sqrt[\propto]{LPM_{\propto,t}(R_p)}}$$

formülüyle tanımlanmaktadır (Sortino ve Price, 1994). Burada t istenen hedef getiriyi ifade etmektedir.

Grafikler, elde edilen etkin sınırdaki portföylerin getirilerinin yatay eksene, söz konusu portföylerden hesaplanan değerlerin dikey eksene yerleştirilmesiyle elde edilmiştir. Uygulamamızda aynı portföy için değişik değer aralıklarında ve değişik anlamlara sahip çıktılar üreten risk ölçütleri kullanılmaktadır. Söz konusu durum, elde edilen etkin sınırların ve portföylerin birbirleriyle karşılaştırılmasını güçleştirmektedir. Bu durum, etkin sınırdaki portföylerin Sharpe ve Sortino performans oranlarıyla karşılaştırıldığı grafiklerden gözlemlenebilecektir.

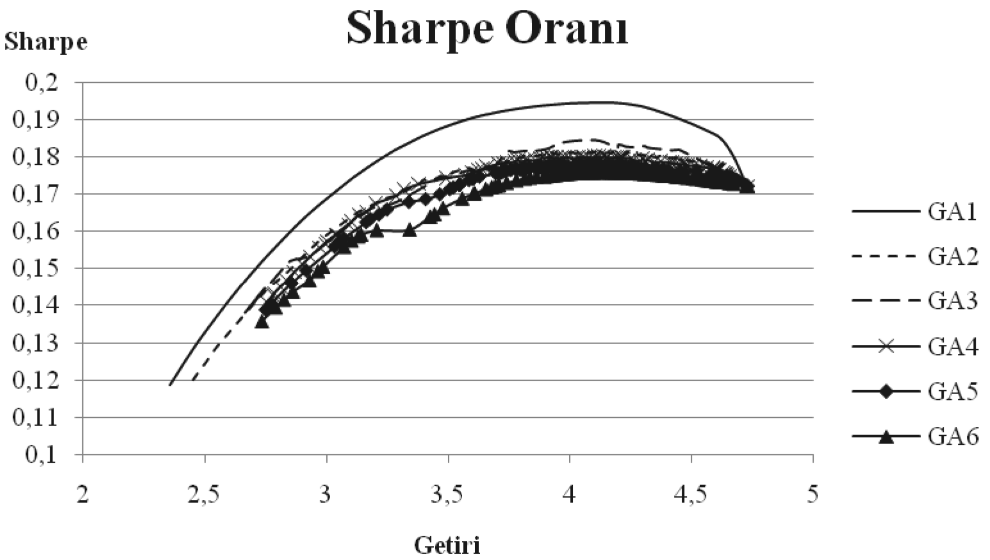
Etkin sınırda yer alan portföylerin Sharpe değerleriyle oluşturulan *Grafik 1*'de, varyans risk ölçütünün kullanıldığı GA1 etkin sınırının Sharpe oranıyla en başarılı değerlere sahip olduğu göze çarpmaktadır. Diğer risk ölçütleri kullanılarak elde edilen etkin sınırlar birbirine çok yakın değerler vermekle beraber, GA5 ve GA6 etkin sınırları diğerlerinden daha kötü sonuçlar vermiştir. Uygulamada elde edilen etkin sınırlar $Sortino_{2;\ \%1,26}$ oranıyla değerlendirildiğinde, varyans dışındaki risk ölçütlerinin birbiriyle neredeyse aynı sonuçlar verdiği görülmektedir. Varyans ile elde edilen portföyler Sortino performans ölçütü kullanılarak değerlendirildiğinde ise, LPM ve yarı-varyans ölçütleriyle elde edilen portföylerden belirgin bir şekilde daha olumsuz sonuçların alındığı gözlemlenebilecektir.

Tablo 2: Elde Edilen Portföylere İlişkin Ortalama Sharpe, Sortino ve Çarpıklık Değerleri

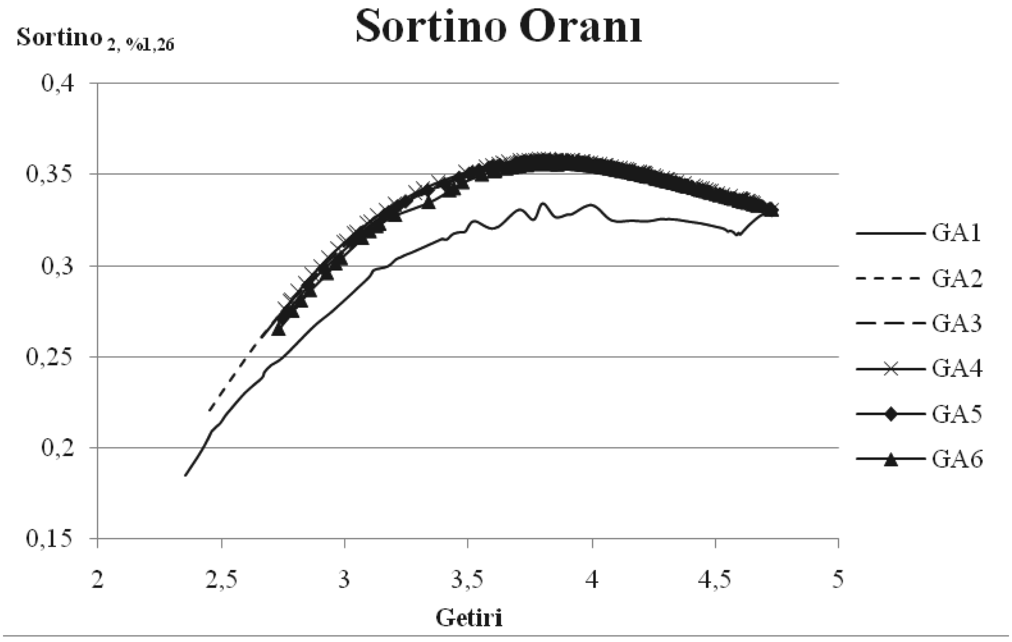
	GA1	GA2	GA3	GA4	GA5	GA6
Kullanılan Risk Ölçütü	Varyans	Yarı-varyans	$LPM_{1,5;\ \%1,26}$	$LPM_{2;\ \%1,26}$	$LPM_{2,5;\ \%1,26}$	$LPM_{3;\ \%1,26}$
Sharpe	0,1767	0,1675	0,1727	0,1719	0,1694	0,1663
$Sortino_{2;\ \%1,26}$	0,2977	0,3264	0,3369	0,3395	0,3379	0,3349
Çarpıklık	0,3340	1,5203	1,4844	1,5832	1,6951	1,7193
(%) Sharpe	100,00%	94,81%	97,78%	97,34%	95,91%	94,12%
(%) $Sortino_{2;\ \%1,26}$	100,00%	109,67%	113,17%	114,06%	113,50%	112,51%
(%) Çarpıklık %	100,00%	455,13%	444,39%	473,97%	507,46%	514,70%

Bahsedilen durum, Sharpe ölçütünde paydada varyansın karekökü olan standart sapmanın kullanılması ve GA1 ile elde edilen portföyler için varyansın minimize edilmesi ile açıklanabilir. Aynı şekilde Sortino ölçütü için ortaya çıkan sonuç, Sortino ölçütünün paydasında kayıp riski ölçütünün kullanılması ve GA2, GA3, GA4, GA5 ve GA6 portföylerinin kayıp riskini minimize edecek şekilde elde edilmiş olması sonucu ortaya çıkan bir durumdur. Dolayısıyla söz konusu portföy performans ölçütlerinin elde edilen sonuçların karşılaştırılması açısından açıklayıcılığının yeterli olmadığı düşünülmektedir.

Grafik 1: Etkin Sınırdaki Portföylerin Sharpe Değerlerinin Karşılaştırılması

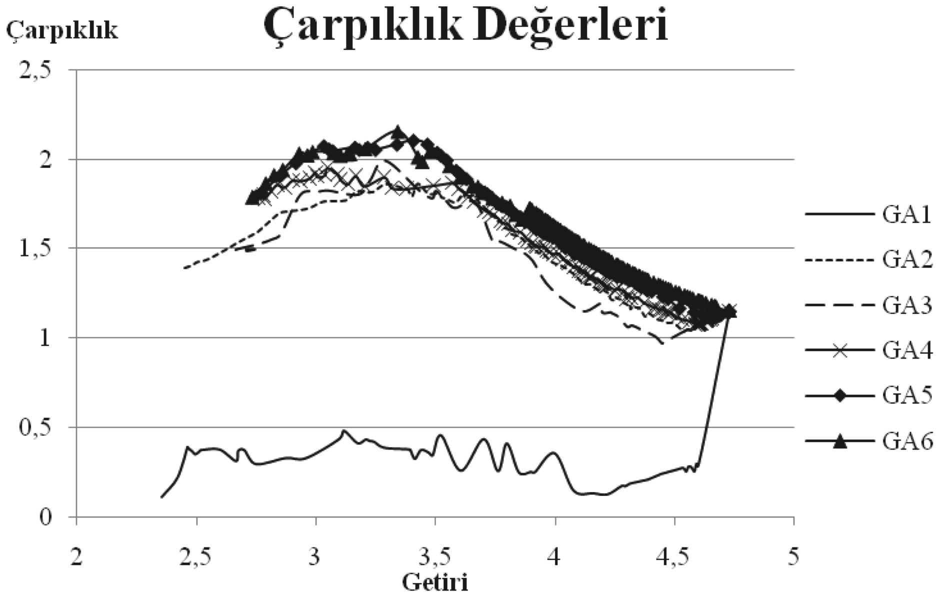


Grafik 2: Etkin Sınırdaki Portföylerin Sortino Değerlerinin Karşılaştırılması



Portföylerin değerlendirilebileceği bir başka kriter de çarpıklık katsayılarıdır. Elde edilen portföylerin çarpıklık değerleri *Grafik 3*'te verilmektedir. Varyansın minimize edilmesi amaçlanan ortalama-varyans modelinde çarpıklıkla ilgili herhangi bir hesaplama adımı bulunmamaktadır. Ayrıca, varyansın minimize edilmesi, getiri dağılımının normal dağılıma yaklaşması, bu yüzden de elde edilen portföylerin çarpıklık katsayısının azaltılması sonucunu doğurmaktadır. Dolayısıyla, bu durumda elde edilen bu çarpıklık değerlerinin yan etki olarak ortaya çıktığı söylenebilecektir. Varyans risk modeliyle elde edilen portföylerdeki çarpıklık değeri genel olarak 0,5'in altında seyretmektedir. Çarpıklığın diğerlerinden belirgin bir şekilde az olması, varyansın ortalama getirinin her iki yanındaki aşırılıkların azaltma yönünde eğilimi ile açıklanabilir.

Grafik 3: Etkin Sınırdaki Portföylerin Çarpıklık Değerlerinin Karşılaştırılması



Varyans dışındaki diğer risk modelleriyle elde edilen portföylerin çarpıklık değerlerinin ise oldukça yüksek olduğu görülmektedir. Çarpıklık değerlerinin ortalamaları değerlendirildiğinde, kayıp riski ölçütleriyle portföylerin ortalama çarpıklığı GA1'in yaklaşık 4,5 ile 5 katına varan çarpıklık değerine sahip portföylerin elde edildiği görülmektedir. Elde edilen pozitif çarpıklık değerleri, getirilerin olasılık dağılımının sola çarpık olduğunu gösterir. Bu da dağılımın kazanç yönündeki kuyruğunun daha uzun olduğunu ifade eder. Bu yüzden anılan modeller ile portföylerde istenen yönde çarpıklık elde edildiği söylenebilecektir. Bundan dolayı, çalışmanın konusunu oluşturan risk modellerinin; kayıp riskinin azaltılması açısından varyanstan daha yüksek başarı sağladığı söylenebilir.

Uygulamamızda elde edilen portföylerin çeşitli özellikteki fayda fonksiyonları kullanılarak elde edilen toplam faydaları da değerlendirmeye tabi tutulmuştur. Fayda fonksiyonlarının belirlenmesinde temel olarak Arrow-Pratt mutlak riskten kaçınma ölçütünün Arrow-Pratt yaklaşımıyla artan, azalan veya sabit olma durumu esas alınmıştır. Değerlendirilmek üzere belirlenen fayda fonksiyonları, literatürde yer alan ve değişik yatırımcı profillerine hitap eden *azalan mutlak riskten kaçınma (DARA), artan mutlak riskten kaçınma (IARA), sabit mutlak riskten kaçınma (CARA)* özellikleri gösteren fayda fonksiyonları arasından seçilmiştir. Bununla birlikte, Markowitz (1959) tarafından önerilmiş olan kuadratik fayda fonksiyonu ve Fishburn (1977) tarafından önerilen kayıp riskini göz önünde bulunduran fayda fonksiyonu da değerlendirmemiz içerisinde yer almaktadır. Kullanılan fayda fonksiyonlarına ve seçilen parametrelere Ek-4'te yer verilmiştir.

Portföylerin fayda fonksiyonlarıyla elde edilen toplam faydalarının ortalamalarının bulunduğu tablo aşağıda yer almaktadır. Elde edilen verilere yönelik olarak, satırlar arasında bir ilişki bulunmamakta, diğer taraftan aynı satırda yer alan daha büyük değerler, daha yüksek fayda anlamına gelmektedir.

Tablo 3: Elde Edilen Portföylere İlişkin Hesaplanan Ortalama Fayda Değerleri

	Fayda Fonksiyonu Tipi	GA1	GA2	GA3	GA4	GA5	GA6	En Yüksek Ortalama Fayda	En Düşük Ortalama Fayda
FF1	CARA	1,035698	1,035751	1,036922	1,037065	1,037381	1,037283	GA5	GA1
FF2	CARA	2,841676	2,846563	2,851323	2,852309	2,855241	2,855933	GA6	GA1
FF3	CARA	8,226034	8,307060	8,343693	8,356266	8,391392	8,403815	GA6	GA1
FF4	CARA	24,319018	25,081927	25,289807	25,401361	25,686596	25,798833	GA6	GA1
FF5	CARA	-0,357963	-0,358172	-0,357923	-0,357898	-0,357962	-0,358079	GA4	GA2
FF6	CARA	-0,130267	-0,130400	-0,130340	-0,130318	-0,130461	-0,130585	GA1	GA6
FF7	CARA	-0,048200	-0,048186	-0,048222	-0,048198	-0,048321	-0,048401	GA2	GA6
FF8	DARA	-7,312479	-7,312745	-7,311574	-7,311076	-7,312557	-7,313948	GA4	GA6
FF9	DARA	-1,281110	-1,279877	-1,280331	-1,280066	-1,280707	-1,280999	GA2	GA1
FF10	IARA	-0,133646	-0,133665	-0,133627	-0,133620	-0,133635	-0,133657	GA4	GA2
FF11	IARA	-0,763350	-0,763374	-0,762835	-0,762786	-0,762607	-0,762622	GA5	GA2
FF12	Fishburn	1,034873	1,035064	1,036189	1,036347	1,036632	1,036533	GA5	GA1
FF13	Fishburn	1,035099	1,035259	1,036395	1,036550	1,036844	1,036746	GA5	GA1
FF14	Fishburn	1,035698	1,035751	1,036922	1,037065	1,037381	1,037283	GA5	GA1
FF15	Kuadratik	-1,470532	-1,475728	-1,482376	-1,483503	-1,487384	-1,488294	GA1	GA6

Yukarıda yer alan tablo incelendiğinde, varyans ölçütü kullanılarak elde edilen portföylerin değerlendirilen fayda fonksiyonlarının çoğu için en kötü sonucu verdiği görülmektedir. Dolayısıyla, kayıp riski ölçütlerinin genel olarak daha başarılı sonuçlar verdiği sonucuna ulaşılmaktadır.

Markowitz'in (Markowitz, 1959) önerdiği kuadratik fayda fonksiyonunun GA1 portföyleri ile en yüksek ortalama faydayı vermesi ve yine Fishburn tarafından önerilen (Fishburn, 1977) kayıp riskine yönelik fayda fonksiyonu ile GA1 portföylerinin sınanması durumunda en kötü faydanın elde edilmesi, veri seti olarak kullanılan dağılımların yapısına da bağlı olarak elde edilen sonuçların literatürle uyumlu olduğu yerlerdir.

Portföylerin getirilerinin dağılımına ve fonksiyonun yapısına bağlı olarak elde edilen bu sonuçların genel olarak literatürdeki açıklamalara uygunluk gösterdiği gözlenmekle birlikte, CARA tipi fonksiyonlar için sonuçların beklenenden farklı olduğu görülebilecektir. Risk arzulayan yatırımcıya hitap eden FF2, FF3 ve FF4 fonksiyonları için LPM formülündeki üstel kuvvetin en yüksek (3) olduğu GA6 ile elde edilen sonucun en yüksek faydayı vermesi, benzer şekilde riskten kaçan yatırımcıya hitap eden FF5, FF6 ve FF7 fonksiyonları arasında yer alan FF6 fayda fonksiyonu için varyansın kullanıldığı GA1 etkin sınırı ile en yüksek ortalama faydanın elde edilmesi, CARA tipi fayda fonksiyonlarının söz konusu risk ölçütleriyle literatürde yer verilen şekilde uyumlu olmadığını göstermektedir. Diğer taraftan söz konusu verilerle DARA ve IARA tipi fonksiyonlar için kayıp riski ölçütleriyle daha başarılı sonuçlar elde edilmiştir.

5. Sonuç

Modern portföy teorisindeki getiri-varyans modelinin sorgulanmaya başlamasıyla beraber çeşitli kayıp riski ölçütleri geliştirilmiştir. Çalışmamızda modern portföy teorisinin kurucularından olan Markowitz tarafından önerilen yarı-varyans ile Bawa (1975) ve Fishburn (1977) tarafından detaylı bir şekilde incelenmiş olan alt kısmi moment kayıp riski ölçütlerinin portföy optimizasyonunda kullanılması incelenmiştir. Bahsedilen bu kayıp riski ölçütleri, aynı ortalamaya sahip iki varlık arasından kayıp olasılığı daha düşük olanı tercih etmeye olanak tanımaktadır. Bu yönden yatırımcının risk algısına daha çok hitap etmektedir. Bununla birlikte elde edilen portföye istenen yönde çarpıklık kazandırması ve stokastik üstünlük kavramı ışığında daha geniş bir kümeden seçim yapma olanağı sağlaması, bu risk ölçütlerinin diğer üstün özellikleri arasındadır.

Sözü edilen risk ölçütlerinin kullanımındaki hesaplama güçlüklerini aşmak için sayısal çözüm teknikleri arasından, kaynağını doğadan ilham almış; sezgisel bir çözüm tekniği olan "Genetik Algoritmalar" seçilmiştir. Esas olarak çok amaçlı optimizasyon problemi olan portföy optimizasyonu probleminin, getiri-risk eksenleri altında pareto etkin sınırın elde edilmesine indirgenmesi, uygulanacak olan genetik algoritmanın da bu yönde modifiye edilmesini gerektirmiştir. Geliştirilen genetik algoritma uygulaması etkin sınırın bir bütün olarak elde edilmesine olanak verecek şekilde düzenlenmiştir.

Çalışmanın son bölümünde, geliştirilen genetik algoritma uygulaması İMKB–100 endeksine dahil hisse senetlerinden Eylül 2000 - Aralık 2008 tarihleri arasında aylık getiri verisi eksiksiz olan 80 tanesinin, söz konusu tarihler arasındaki 100 aylık döneme ilişkin aylık bileşik getiri verileriyle test edilmiştir. Risk ölçütü olarak karşılaştırmak üzere farklı parametrelere sahip dört adet alt kısmi moment ölçütü, yarı-varyans ve varyans kullanılmıştır. Elde edilen etkin sınırlar ve bunlar üzerine yapılan değerlendirilmelere de yine aynı bölümde yer verilmiştir.

Genel olarak, etkin sınırlarda daha yüksek riske sahip portföylerin, getirisi yüksek ve riskli birkaç varlığın değişik ağırlıklardaki bileşiminden oluştukları görülmektedir.

Elde edilen düşük riskli portföyler ise çeşitlendirilmiş portföylerdir. Elde edilen etkin sınırların Sharpe ve Sortino oranları karşılaştırıldığında, anılan performans kriterleri kullanılarak kendi risk tanımları altında optimize edilen portföylerin daha üstün bulundukları belirlenmiştir. Bu şekliyle farklı risk birimlerinin birbirleriyle karşılaştırılmasına imkan bulunmadığı sonucuna ulaşılmıştır. Elde edilen etkin sınırlar çarpıklık katsayısı yönünden birbiriyle karşılaştırıldıklarında ise, teorik olarak öngörüldüğü şekilde, kayıp riski ölçütleri kullanılan etkin sınırların çarpıklık değerleri açısından çok daha üstün oldukları, bu yönüyle portföy optimizasyonunda kayıp riskinin azaltılması açısından varyanstan daha yüksek başarı sağladıkları ortaya konmuştur.

Uygulamada ayrıca literatürde yer alan çeşitli fayda fonksiyonları belirlenerek, bu fonksiyonlar ile elde edilecek beklenen faydaların ortalamaları değerlendirilmiştir. Portföylerin getirilerinin yapısına bağlı olarak elde edilen sonuçlar karşılaştırıldığında, CARA tipi riskten kaçınma gösteren fayda fonksiyonları haricinde genel olarak kayıp riski ölçütleri ile daha yüksek ortalama fayda elde edildiği belirlenmiştir.

Çalışmamızda portföy teorisinde bulunan portföy optimizasyon modelindeki varyans ölçütünün yerine LPM ve yarı-varyans risk ölçütleri kullanılmıştır. Çalışma, portföy optimizasyonunda son zamanlarda popüler olan riske-maruz-değer (Value-at-Risk, VaR) ve beklenen kayıp (estimated shortfall) gibi diğer kayıp riski ölçütlerinin kullanımı ile geliştirilebilir. Bununla birlikte, çalışmamızda Markowitz'in klasik tek periyoda yönelik geliştirdiği portföy optimizasyonu incelenmiştir. Sürekli zamanlı ve ağırlıkları dönem içinde değişebilen portföy optimizasyonunda anılan risk ölçütlerinin kullanılması başka bir çalışmanın konusu olabilir.

Ek 1: Veri Kümesine Dahil Edilen Hisse Senetleri

1.1.2009 Tarihinde İMKB-100 Endeksine Dahil Olan Hisse Senetleri*

Hisse Kodu	Hisse Adı	Veri Sayısı		Hisse Kodu	Hisse Adı	Veri Sayısı	
ADANA	ADANA ÇİMENTO (A)	215	x	KRDMD	KARDEMİR (D)	127	x
AEFES	ANADOLU EFES	102	x	MARTI	MARTI OTEL	227	x
AFYON	AFYON ÇİMENTO	214	x	MERKO	MERKO GIDA	171	x
AKBNK	AKBANK	222	x	MIGRS	MİGROS	215	x
AKCNS	AKÇANSA	147	x	NTHOL	NET HOLDİNG	231	x
AKENR	AK ENERJİ	102	x	NTTUR	NET TURİZM	218	x
AKGRT	AKSİGORTA	169	x	OTKAR	OTOKAR	165	x
AKSA	AKSA	229	x	PEGYO	PERA GMYO	201	x
ALARK	ALARKO HOLDİNG	236	x	PETKM	PETKİM	222	x
ALKIM	ALKİM KİMYA	106	x	PRKTE	PARK ELEK.MADENCİLİK	135	x
ANHYT	ANADOLU HAYAT EMEK.	107	x	PTOFS	PETROL OFİSİ	212	x
ANSGR	ANADOLU SİGORTA	183	x	SAHOL	SABANCI HOLDİNG	138	x
ARCLK	ARÇELİK	276	x	SASA	ADVANSA SASA	146	x
ASELS	ASELSAN	221	x	SISE	ŞİŞE CAM	276	x
AYGAZ	AYGAZ	230	x	SKBNK	ŞEKERBANK	141	x
BAGFS	BAGFAŞ	276	x	TATKS	TAT KONSERVE	185	x
BANVT	BANVİT	194	x	TCELL	TURKCELL	102	x
BOYNR	BOYNER MAĞAZACILIK	151	x	TEBNK	T.EKONOMİ BANK.	107	x
CIMSA	ÇİMSA	276	x	TEKST	TEKSTİLBANK	224	x
CLEBI	ÇELEBİ	146	x	THYAO	TÜRK HAVA YOLLARI	217	x
DGZTE	DOĞAN GAZETECİLİK	184	x	TOASO	TOFAŞ OTO. FAB.	210	x
DOHOL	DOĞAN HOLDİNG	187	x	TRCAS	TURCAS PETROL	110	x
DYHOL	DOĞAN YAYIN HOL.	125	x	TRKCM	TRAKYA CAM	218	x
ECILC	ECZACIBAŞI İLAÇ	223	x	TSKB	T.S.K.B.	238	x
ECZYT	ECZACIBAŞI YATIRIM	276	x	TUPRS	TÜPRAŞ	212	x
EGGUB	EGE GÜBRE	276	x	VESTL	VESTEL	223	x
EGSER	EGE SERAMİK	191	x	YAZIC	YAZICILAR HOLDING	107	x
EREGL	EREĞLİ DEMİR CELİK	276	x	YKBNK	YAPI VE KREDİ BANK.	259	x
FFKRL	FİNANS FİN. KİR.	183	x	YKSGR	YAPI KREDİ SİGORTA	170	x
FORTS	FORTIS BANK	220	x	ZOREN	ZORLU ENERJİ	104	x
FROTO	FORD OTOSAN	276	x	AGYO	ATAKULE GMYO	83	
GARAN	GARANTİ BANKASI	223	x	ALBRK	ALBARAKA TÜRK	19	
GLYHO	GLOBAL YAT. HOLDİNG	164	x	ANELT	ANEL TELEKOM	40	
GOLDS	GOLDAS KUYUMCULUK	109	x	ASYAB	ASYA KATILIM BANKASI	32	
GRUND	GRUNDİG ELEKTRONİK	195	x	BIMAS	BİM MAĞAZALAR	42	
GSDHO	GSD HOLDİNG	110	x	CCOLA	COCA COLA İÇECEK	32	
GUBRF	GÜBRE FABRİK.	276	x	DOAS	DOĞUŞ OTOMOTİV	55	
GUSGR	GÜNEŞ SİGORTA	170	x	ENKAI	ENKA İNŞAAT	78	
HURGZ	HÜRRİYET GZT.	203	x	FENER	FENERBAHÇE SPORTİF	59	
IHEVA	İHLAS EV ALETLERİ	147	x	HALKB	T. HALK BANKASI	20	
IHLAS	İHLAS HOLDİNG	178	x	KOZAA	KOZA MADENCİLİK	71	
ISAMB	IŞIKLAR AMBALAJ	175	x	RYSAS	REYSAŞ LOJİSTİK	35	
ISCTR	İŞ BANKASI (C)	254	x	SELEC	SELÇUK ECZA DEPOSU	33	
ISFIN	İŞ FİN.KİR.	106	x	SNGYO	SİNPAŞ GMYO	19	
ISGYO	İŞ GMYO	109	x	TAVHL	TAV HAVALİMANLARI	23	
IZMDC	İZMİR DEMİR ÇELİK	276	x	TKFEN	TEKFEN HOLDİNG	14	
KARSN	KARSAN OTOMOTİV	107	x	TTKOM	TÜRK TELEKOM	8	
KARTN	KARTONSAN	276	x	ULKER	ÜLKER BİSKÜVİ	59	
KCHOL	KOÇ HOLDİNG	276	x	VAKBN	VAKIFLAR BANKASI	38	
KIPA	TESCO KİPA	134	x	VESBE	VESTEL BEYAZ EŞYA	33	

* (x) işaretli hisseler veri kümesine dahil edilmiştir.

Kaynak: İMKB web sitesi, 2000 Yılından İtibaren Endekslerde Bulunan Şirketler (İMKB Ulusal-30, İMKB Ulusal-50 ve İMKB-100 için), 2009, http://www.imkb.gov.tr/Data/StocksData.aspx (Erişim tarihi: 03.05.2009)

Ek 2: Risksiz Faiz Oranının Hesaplanması

Menkul Kıymetler	Valör	Vadeye Kalan Gün Sayısı	Bileşik Getiri % (Kapanış)
Devlet Tahvili			
TRT040209T13	02.01.2009	33	16,76
TRT080409T17	02.01.2009	96	16,41
TRT060509T18	02.01.2009	124	16,25
TRT150709T15	02.01.2009	194	16,25
TRT050809T16	05.01.2009	212	16,21
TRT050809T16	02.01.2009	215	16,26
TRT071009T51	05.01.2009	275	16,20
TRT071009T51	02.01.2009	278	16,50
TRT181109T16	02.01.2009	320	16,15
TRT130110T10	05.01.2009	373	16,17
TRT130110T10	02.01.2009	376	16,14
TRT100210T12	02.01.2009	404	16,29
TRT140410T16	05.01.2009	464	16,16
TRT140410T16	02.01.2009	467	16,15
TRT230610T13	05.01.2009	534	16,12
TRT230610T13	02.01.2009	537	16,15
TRT190111T13	02.01.2009	747	16,82
TRT150212T15	05.01.2009	1136	13,68
TRT150212T15	02.01.2009	1139	13,74
TRT070312T14	05.01.2009	1157	16,83
TRT070312T14	02.01.2009	1160	16,90
TRT260912T15	02.01.2009	1363	17,03
TRT280813T13	02.01.2009	1699	17,10
Hazine Bonosu			
TRB140109T12	02.01.2009	12	16,46
TRB180209T17	02.01.2009	47	16,59
TRB110309T13	02.01.2009	68	16,51
TRB240609T15	05.01.2009	170	16,35
TRB240609T15	02.01.2009	173	16,29
		Yıllık Ortalama Getiri ($r_{f\text{-yıllık}}$) %	16,23
		Aylık Ortalama Getiri (r_f) %*	1,2619

* $r_f = (r_{f\text{-yıllık}})^{1/12}$ formülüyle hesaplanmıştır.

Kaynak: İMKB web sitesi, Tahvil ve Bono Piyasası Günlük Bültenleri, 02.01.2009, http://www.imkb.gov.tr/Data/BondsandBillsData.aspx (Erişim tarihi: 25.05.2009)

Ek 3: Genetik Algoritma Sonuçlarının Belirlenmesi Üzerine Yapılan Denemeler

Sıra[1]	Risk	Yakınsama[2]	Etkin Sınır Altında Kalan Alan[3]
1	Varyans	483	1.309,10
2*	**Varyans**	**362**	**1.317,13**
3	Varyans	421	1.314,70
4*	**Yarı-Varyans**	**336**	**462,73**
5	Yarı-Varyans	435	458,79
6	Yarı-Varyans	406	462,10
7	$LPM_{1.5,\ \%1.26}$	342	54,40
8*	$\mathbf{LPM_{1.5,\ \%1.26}}$	**228**	**55,97**
9	$LPM_{1.5,\ \%1.26}$	283	54,21
10	$LPM_{2,\ \%1.26}$	164	321,89
11*	$\mathbf{LPM_{2,\ \%1.26}}$	**299**	**325,15**
12	$LPM_{2,\ \%1.26}$	421	324,33
13	$LPM_{2.5,\ \%1.26}$	246	1.887,36
14	$LPM_{2.5,\ \%1.26}$	386	1.876,73
15*	$\mathbf{LPM_{2.5,\ \%1.26}}$	**284**	**1.890,69**
16	$LPM_{3,\ \%1.26}$	346	11.123,27
17*	$\mathbf{LPM_{3,\ \%1.26}}$	**281**	**11.179,10**
18	$LPM_{3,\ \%1.26}$	225	11.167,56

1 *(*) işaretli denemeler makalenin uygulama kısmında kullanılmaktadır.*

2 *Tüm bireylerin etkin sınırda yer aldığı, dolayısıyla yakınsamanın gerçekleştiği iterasyon sayısını belirtir.*

3 *Bulunan etkin sınırın altında kalan alanı birim kare cinsinden gösterir. Daha yüksek değerler daha iyi başarımı ifade eder.*

Ek 4: Etkin Sınırların Test Edildiği Fayda Fonksiyonları

Fonksiyon Kodu	Fayda Fonksiyonu, *u(x)* = ...	Parametreler	*Arrow-Pratt Riskten Kaçınma Ölçütü, r(x)*
FF1[1]	$= x$		CARA
FF2[2]	$= e^{-cx}, \quad c < 0$	$c = -1$	CARA
FF3[2]	$= e^{-cx}, \quad c < 0$	$c = -2$	CARA
FF4[2]	$= e^{-cx}, \quad c < 0$	$c = -3$	CARA
FF5[3]	$= -e^{-cx}, \quad c > 0$	$c = 1$	CARA
FF6[3]	$= -e^{-cx}, \quad c > 0$	$c = 2$	CARA
FF7[3]	$= -e^{-cx}, \quad c > 0$	$c = 3$	CARA
FF8[4]	$= -\exp(-\varphi x^{\theta}), \quad \varphi \neq 0, \theta \neq 0, \varphi\theta > 0, \theta < 1$	$\theta = -2$ $\varphi = -0{,}25$	DARA
FF9[4]	$= -\exp(-\varphi x^{\theta}), \quad \varphi \neq 0, \theta \neq 0, \varphi\theta > 0, \theta < 1$	$\theta = -0{,}25$ $\varphi = -2$	DARA
FF10[4]	$= -\exp(-\varphi x^{\theta}), \quad \varphi \neq 0, \theta \neq 0, \varphi\theta > 0, \theta > 1$	$\theta = 2$ $\varphi = 0{,}25$	IARA
FF11[4]	$= -\exp(-\varphi x^{\theta}), \quad \varphi \neq 0, \theta \neq 0, \varphi\theta > 0, \theta > 1$	$\theta = 0{,}25$ $\varphi = 2$	IARA
FF12[5]		$a = 2{,}2$ $k = 0{,}16$ $t = 1{,}0026$	
FF13[5]	$= \begin{cases} x, & x \geq t \\ x - k(t-x)^{a}, & x < t \end{cases}$	$a = 2{,}3$ $k = 0{,}16$ $t = 1{,}0026$	t ≥ 0 için CARA, t < 0 için IARA
FF14[5]		$a = 4{,}6$ $k = 0{,}00024$	
FF15[6]	$= c + ax + bx^{2}, \quad a > 0, b < 0$	$a = 1$ $b = -2{,}3$ $c = 0$	IARA

(1) *Riske karşı kayıtsız (risk neutral) yatırımcıya hitap eder (Pratt, 1964).*

(2) *Risk arzulayan yatırımcıya hitap eder (Pratt, 1964).*

(3) *Riskten kaçınan yatırımcıya hitap eder (Pratt, 1964).*

(4) *"Expo-power" fayda fonksiyonları olarak tanınır (Saha, 1993).*

(5) *Fishburn tarafından önerilen kayıp riskini göz önünde bulunduran fayda fonksiyonudur. t'den büyük değerler için riske karşı kayıtsız, t'den küçük değerler için riskten kaçınan yatırımcıya hitap eder (Fishburn, 1977). Parametreler Fishburn (1977) tarafından önerilmektedir. t değeri olarak uygulamada kullanılan risksiz faiz oranı alınmıştır.*

(6) *Markowitz'in önerdiği kuadratik fayda fonksiyonudur (Markowitz, 1959; Pratt, 1964).*

Kaynakça

1. Ait-Sahalia, Y. ve Brandt, M. (2001). Variable Selection for Portfolio Choice. *Journal of Finance, 54,* 1297–1351.
2. Bawa, V. S. (1975). Optimal, Rules For Ordering Uncertain Prospects. *Journal of Financial Economics, 2*(1), 95–121.
3. Bawa, V. S. ve Lindenberg, E. B. (1977). Capital Market Equilibrium in a Mean-Lower Partial Moment Framework. *Journal of Financial Economics, 5*(2), 189–200.
4. Bawa, V. S., Lindenberg, E. B. ve Rafsky, L. C. (1979). An Efficient Algorithm to Determine Stochastic Dominance Admissible Sets. *Management Science, 25*(7), 609–622.
5. Benartzi, S. ve Thaler, R.. (1995). Myopic Loss Aversion and The Equity Premium Puzzle. *Quarterly Journal of Economics, 110*, 73–92.
6. Berkelaar, Arjan B., Kouwenberg R. ve Post T. (2004). Optimal Portfolio Choice Under Loss Aversion. *The Review of Economics and Statistics, 86*(4), 973–987.
7. Chen, D., Chen, C. ve Chen, J. (2007). Downside risk measures and equity returns in the NYSE. *Applied Economics, 41*(8), 1055–1070.
8. Coutino-Gomez, C. A., Torres-Jimenez, J. ve Villarreal-Antelo, B. M. (2003). Heuristic Methods for Portfolio Selection at the Mexican Stock Exchange. İçinde, Emilio Corchado ve Hujun Yin. (Editörler), *Intelligent Data Engineering and Automated Learning*. New York: Springer Berlin/Heidelberg.
9. Davidson, R. (2008). Stochastic Dominance. İçinde, Steven N. Durlauf ve Lawrence E. Blume (Editörler), *The New Palgrave Dictionary of Economics (2nd Ed.)*. Basingstoke: Palgrave Macmillan.
10. Dreo, J., Petrowski, A., Siarry, P. ve Taillard, E. (2006). *Metaheuristics for Hard Optimization*. New York: Springer Berlin/Heidelberg.
11. Estrada, J. (2008). Mean-Semivariance Optimization: A Heuristic Approach. *Journal of Applied Finance, Spring/Summer 2008,* 57–72.
12. Fernández, A. ve Gómez, S. (2007). Portfolio selection using neural networks. *Computers & Operations Research*, *34*(4), 1177–1191.
13. Fishburn, P. C. (1977). Mean-Risk Analysis with Risk Associated with Below-Target Returns. *The American Economic Review*, *67*(2), 116–126.
14. Friedman, M. ve Savage, L. P. (1948). The Utility Analysis of Choices involving Risk. *Journal of Political Economy, 56*(4), 279–304.
15. Gomes, F. J. (2005). Portfolio Choice and Trading Volume With Loss-Averse Investors. *Journal of Business, 78*(2), 675–706.
16. Grootveld, H. ve Hallerbach, W. (1999). Variance vs. downside risk: Is there really that much difference?. *European Journal of Operational Research, 114*(2), 304–319.
17. Groner, R., Groner, M. ve Bischof, W. F. (1983). Approaches to Heuristics: A Historical Review. İçinde, Walter F. Bischof, Marina Groner ve Rudolf Groner (Editörler), *Methods of Heuristics*. Londra: Lawrence Erlbaum Associates.

18. Hadar, J. ve Russell, W. R. (1969). Rules for Ordering Uncertain Prospects. *The American Economic Review, 59*(1), 25–34.
19. Hogan, W. W. ve Warren, J. M. (1972). Computation of the Efficient Boundry in the E-S Portfolio Selection Model. *Journal of Financial and Quantitative Analysis, 7*(4), 1881–1896.
20. Holland, J. H. (1975). *Adaptation in Natural and Artificial Systems*. Michigan: University of Michigan Press.
21. Holton, G. A. (2004). Defining Risk. *Financial Analyst Journal, 60*(6), 19-25.
22. İMKB web sitesi, Aylık Fiyat ve Getiri Verileri, 1986 - 2008/12, http://www.imkb.gov.tr/Data/StocksData.aspx (Erişim tarihi: 03.05.2009)
23. İMKB web sitesi, 2000 Yılından İtibaren Endekslerde Bulunan Şirketler (İMKB Ulusal-30, İMKB Ulusal-50 ve İMKB-100 için), 2009, http://www.imkb.gov.tr/Data/StocksData.aspx (Erişim tarihi: 03.05.2009)
24. İMKB web sitesi, Tahvil ve Bono Piyasası Günlük Bültenleri, 02.01.2009, http://www.imkb.gov.tr/Data/BondsandBillsData.aspx (Erişim tarihi: 25.05.2009)
25. Jarrow, R. ve Zhao, F. (2006). Downside Loss Aversion and Portfolio Management. *Management Science, 52*(4), 558?566.
26. Jensen, M. C., Black, F. ve Scholes, M. (1972). The Capital Asset Pricing Model: Some Empirical Tests. İçinde, Michael C. Jensen (Editör), *Studies in the Theory of Capital Markets*. New York: Praeger Publishers Inc.
27. Knight, F. H. (1921). Risk, Uncertainty, and Profit, *Hart, Schaffner, and Marx Prize Essays, no. 31*. Boston and New York: Houghton Mifflin.
28. Kraus, A. ve Litzenberger, R. H. (1976). Skewness Preference and the Valuation of Risk Assets. *The Journal of Finance, 31*(4), 1085–1100.
29. Lin, C. ve Liu, Y. (2008). Genetic Algorithms for Portfolio Selection Problems with Minimum Transaction Lots. *European Journal of Operational Research, 185*(1), 393–404.
30. Markowitz, H. M. (1952). Portfolio Selection. *The Journal of Finance, 7*(1), 77–91.
31. Markowitz, H. M. (1956). The Optimization of a Quadratic Function Subject to Linear Constraints. *Naval Research Logistics Quarterly, 3*(1-2), 111–133.
32. Markowitz, H. M. (1959). *Portfolio Selection, Efficient Diversification of Investment.* New York: Yale University Press.
33. Markowitz, H. M. (1991). Foundations of Portfolio Theory. *The Journal of Finance, 46*(2), 469–477.
34. Markowitz, H. M., Todd, P., Xu, G. ve Yamane, Y. (1993). Computation of mean-semivariance efficient sets by the Critical Line Algorithm. *Annals of Operations Research, 45*(1), 307–317.
35. Nawrocki, D. N. (1991). Optimal Algorithms And Lower Partial Moment: Ex-Post Results. *Applied Economics, 23*, 465–470.
36. Nawrocki, D. N. (1999). A Brief History of Downside Risk Measures. *Journal of Investing, 8*(3), 9–25.

37. von Neumann, J. ve Morgenstern, O. (1943). *Theory of Games and Economic Behavior (Commemorative Edition) (Princeton Classic Editions).* Princeton University Press.
38. Pratt, J. W. (1964). Risk Aversion in the Small and in the Large. *Econometrica, 32*(1/2), 122–136.
39. Price, K., Price, B. ve Nantell, T. J. (1982). Variance and Lower Partial Moment Measures of Systematic Risk: Some Analytical and Empirical Results. *The Journal of Finance, 37*(3), 843–855.
40. Roy, A. D. (1952). Safety First and the Holding of Assets. *Econometrica, 20*(3), 431–449.
41. Rudolph, G. (1994). Convergence Analysis of Canonical Genetic Algorithms. *IEEE Transactions on Neural Networks, 5*(1), 96–101.
42. Saha, A. (1993). Expo-power Utility: A Flexible Form for Absolute and Relative Risk Aversion. *American Journal of Agricultural Economics, 75*, 905–913.
43. Sharpe, W. F. (1994). The Sharpe Ratio, *The Journal of Portfolio Management, 21*(1), 49–58.
44. Sharpe, W. F., Alexander, G. J. ve Bailey, J. V. (1999). *Investments*. New York: Prentice Hall.
45. Sortino, F. A. ve Price, L. N. (1994). Performance Measurement in a Downside Risk Framework. *The Journal of Investing, 3*(3), 59–94.
46. Türk Dil Kurumu (TDK) web sitesi, Büyük Türkçe Sözlük, http://tdkterim.gov.tr/bts/ (Erişim tarihi: 23.03.2009)