

# Riske Maruz Değer Hesaplamasında Alternatif Yaklaşımlar

Mert URAL\*

## Özet

Bu çalışmada, İMKB100 (Türkiye), FTSE100 (İngiltere), NIKKEI225 (Japonya) ve CAC40 (Fransa) borsa endekslerine ait günlük getiri serileri kullanılarak farklı hata dağılımları için alternatif riske maruz değer (VaR) ve beklenen kayıp (ES) analizleri yapılmıştır. Alternatif VaR modellerinin başarısını belirlemek üzere gerçekleştirilen geriye dönük test sonuçlarına göre, çoğunlukla şişman kuyruk ve asimetrik yapıya sahip finansal varlık getirileri için Cornish-Fisher yaklaşımına dayalı hesaplamaların daha tutarlı sonuçlar verdiği anlaşılmıştır.

**Anahtar Kelimeler:** Riske Maruz Değer, APGARCH, Beklenen Kayıp, Cornish-Fisher Yaklaşımı, Geriye Dönük Test.

**JEL Sınıflaması:** C22, C52, G15

## Abstract - Alternative Approaches for Estimating Value at Risk

In this paper the alternative value-at-risk (VaR) and expected shortfall (ES) analysis were made according to different error distribution assumptions by using stock market daily return series of Turkey (ISE100), United Kingdom (FTSE100), Japan (NIKKEI225) and France (CAC40). The backtesting procedures examining the performance of the alternative VaR models appointed that the estimations under Cornish-Fisher expansion are more consistent for the financial asset returns frequently possessing fat tails and asymmetric distribution.

**Keywords:** Value-at-Risk, APGARCH, Expected Shortfall, Cornish-Fisher Expansion, Backtesting.

**JEL Classification:** C22, C52, G15

\* Yrd.Doç.Dr., İktisadi ve İdari Bilimler Fakültesi, Dokuz Eylül Üniversitesi

## 1. Giriş

1970'li yıllardan itibaren reel ve finansal sektörlerde yaşanan hızlı gelişmeler, piyasa katılımcılarının karşılaştıkları riskleri artırmıştır. Buna bağlı olarak, risk tanımlanması yanında risk ölçüm yöntemleri de daha karmaşık hale gelmiştir. Amaç, özellikle finansal kurumlar ve yatırımcılar için stratejik öneme sahip bir konu olan riskin doğru ölçülebilmesidir. Tüm dünyada olduğu gibi Türkiye'de de yerleşik finansal kurumların ve yatırımcıların taşıdıkları en önemli risklerden birisi piyasa riskidir. Piyasa riski, faiz oranları, döviz kurları ve hisse senedi fiyatlarındaki dalgalanmalar sonucu ortaya çıkmaktadır. Uluslararası Ödemeler Bankası (Bank for International Settlements-BIS) ile Bankacılık Düzenleme ve Denetleme Kurumu (BDDK) tarafından piyasa riskinin ölçümünde önerilen ve en çok tercih edilen yöntemlerden birisi Riske Maruz Değer (Value-at-Risk-VaR) analizidir. Riske maruz değer, normal piyasa koşullarında ele alınan bir portföyde belirli bir zaman sürecinde ve güven düzeyinde ortaya çıkabilecek en büyük zararı ölçmektedir.

Bununla birlikte Jorion (2000), en kötü zararın ne olabileceğini vermemesi, dönem boyunca pozisyonların değişmediğinin varsayılması ve nereye yatırım yapılabileceğini söylememesinin VaR yönteminin kısıtları olduğunu belirtmektedir. Ayrıca Dowd (2000), geçmiş veriler kullanılarak geleceğin tahminlenmeye çalışılması ve her koşulda geçerli olmayan varsayımlara (örneğin normal dağılım) dayandırılması nedeniyle VaR yöntemiyle gerçekleştirilecek risk ölçümlerinin tutarlı sonuçlar veremeyeceğini vurgulamaktadır.

1980'li yıllara kadar risk analizleri sabit varyans varsayımına dayandırılmıştır. Geleneksel ekonometri ve zaman serisi yöntemlerinin sabit varyans varsayımı, finansal zaman serileri açısından önemli bir sorun teşkil etmektedir. Özellikle yüksek frekanslı finansal zaman serilerinde (döviz kurları, hisse senedi fiyatları vb.) sabit varyans yerine koşullu değişen varyansın (conditional heteroskedasticity) dikkate alınması gerekmektedir. Varyansın dönem içinde aynı kalmayıp değiştiği varsayımıyla modelleme yapmak daha tutarlı sonuçlar elde edilmesini sağlamaktadır (Baltagi, 2000).

Koşullu değişen varyans kavramını ilk kez Engle (1982) Otoregresif Koşullu Değişen Varyans (ARCH-Autoregressive Conditional Heteroskedasticity) modeliyle ortaya atmıştır. Buna göre, geçmiş dönem hata terimlerinin fonksiyonu olan koşullu varyans zaman içinde değişmekte, koşulsuz varyans ise sabit kalmaktadır. ARCH modelinin negatif varyans parametreleri tahminlemesi ve gecikme uzunluğunda ortaya çıkardığı olumsuzlukları gidermek üzere Bollerslev (1986), ARCH modelinin tamamlayıcısı niteliğinde, hem daha fazla geçmiş bilgiye dayanan hem de daha esnek bir gecikme yapısına sahip olan Genelleştirilmiş Otoregresif Koşullu Değişen Varyans (GARCH-Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity) modelini geliştirmiştir. Buna göre, koşullu varyansın gecikmeli değeri de değişken olarak modele dahil edilmektedir.

1980'li yıllardan sonra ARCH-GARCH analizleri hızlı bir gelişim göstermiştir. Bu alandaki önemli bir gelişme, Ding, Granger, v.d. (1993) tarafından ileri sürülen Genelleştirilmiş Asimetrik Üslü ARCH (APGARCH-Generalized Asymmetric Power ARCH) modelidir. Bu model, asimetrik dağılımlı ve kuyruklu yapılara sahip seriler için risk ölçümlerinin gerçekleştirilmesinde etkin bir tahmin edici olarak ileri sürülmüştür.

Bununla birlikte, VaR yöntemlerinin eksik taraflarını gidermeye yönelik çabalar, senaryo analizi ve stres testi modellerini gündeme getirmiştir. Stres testleri, portföy değeri üzerinde ciddi boyutta olumsuz etki yapabilecek olası bir gelişmenin sonuçlarını ölçmeye yaramaktadır (Bolgün ve Akçay, 2005). Ayrıca, hesaplanan VaR tutarlarının doğruluğunun geriye dönük testler (backtesting) ile kontrol edilmesi, uygun politikaların oluşturulabilmesi açısından önemlidir. Amaç, hesaplanan VaR tutarı ile gerçekleşen kayıp tutarı arasındaki sapma sayısını tespit etmektir. Ancak sapma sayısının az olması tek başına modelin başarılı VaR tahminleri yaptığı anlamına gelmemektedir. Tamamlayıcı nitelikte alternatif geriye dönük test yöntemlerinin de uygulanması gerekmektedir.

Çalışmanın ikinci bölümünde, literatür araştırmasına yer verilmiş, üçüncü bölümünde ise riske maruz değer hesaplamasında kullanılan alternatif yaklaşımlar değerlendirilmiştir. Dördüncü bölümde ilk olarak veri seti ve yöntem açıklanmış ardından araştırma bulgularına yer verilmiştir. Son bölümde, elde edilen bulgular değerlendirilmiştir.

## 2. Literatür Araştırması

İlgili literatürde, VaR yöntemlerine ilişkin pek çok çalışma bulunmaktadır. Hendrics (1996), rassal olarak seçilmiş 1.000 adet döviz portföyünü kullanarak VaR yöntemlerinin etkinliklerini araştırmış ve aralarında farklılık bulmasına karşın birbirlerine göre üstünlüklerini belirleyememiştir. Ancak, güven düzeyinin %95 veya %99 olarak seçilmesinin, sonucu önemli ölçüde etkilediğini saptamıştır. Jackson, Maude, v.d. (1998), Basel sermaye gereklerini ele alarak, parametrik VaR ile simülasyona dayalı VaR yöntemlerini karşılaştırmışlardır. Finansal zaman serilerine ait getirilerin normal dağılım göstermelerine bağlı olarak, simülasyona dayalı VaR hesaplamalarının daha doğru sonuçlar verdiğini saptamışlardır.

VaR yönteminin zayıf yönleri ile ilgili de pek çok çalışma bulunmaktadır. Bozkuş (2005), VaR yönteminin, şişman kuyruk (fat tail) özelliğine sahip portföy verileri için kullanıldığında pozitif bir sapma gösterdiğini vurgulayarak, USD/EUR paritesi ile İMKB100 endeksi günlük verilerini kullanarak VaR ve Beklenen Kayıp (Expected Shortfall-ES) yöntemlerini karşılaştırmıştır. ES yönteminin kuyruk riski taşıması ve VaR yöntemine göre tutarlı olması nedeniyle daha uygulanabilir olduğu sonucuna ulaşmıştır.

GARCH ve türev modelleri farklı dağılım varsayımları altında VaR hesaplamalarında kullanılmıştır. Exponential (Üslü) GARCH (EGARCH; Nelson, 1991), GJR-GARCH (Glosten, Jagannathan, v.d., 1993), APGARCH (Ding, Granger, v.d., 1993), Non-linear (Doğrusal Olmayan) GARCH (NGARCH: Berkowitz ve O'Brien, 2002) farklı finansal piyasa verileriyle yaptıkları analizlerde, GARCH modellerinin ani oynaklık değişimlerini yakalayabildiklerini ortaya koymuşlardır (Çifter, Özün, v.d., 2007a).

Giot ve Laurent (2003), farklı GARCH modellerinin hisse senedi getirilerinin öngörü performansını karşılaştırmışlardır. Sonuçta, çarpık (skewed) Student-*t* dağılımlı APARCH modelinin en etkin performansa sahip olduğunu belirtmişlerdir. Yine Giot ve Laurent (2004), CAC40 ve SP500 hisse senedi getirileri ile YEN/USD ve DEM/USD paritelerinin günlük getirilerini ayrı ayrı modellemişlerdir. Sonuçta, çarpık (skewed) Student-*t* dağılımlı APARCH modelinin daha etkin olduğunu belirlemişler ve dağılım tercihinin önemini vurgulamışlardır.

Pan ve Zhang (2006), Çin Borsası için günlük getirilerle üç farklı dağılım (Normal, Student-*t*, skewed Student-*t*) varsayımı altında GARCH modelleri kullanarak oynaklık öngörümlemesi yapmışlardır. Çin Borsası için çarpık (skewed) Student-*t* dağılımlı GJR-GARCH ve EGARCH modellerin daha iyi öngörümleme performansına sahip olduğunu belirlemişlerdir.

Diamandis, Kouretas, v.d. (2006), Atina Borsası için günlük getiriler ve farklı dağılım varsayımları altında APARCH modeli kullanarak VaR hesaplamaları yapmışlardır. Çarpık (skewed) Student-*t* dağılımına dayalı APARCH modelinin şişman kuyrukları tamamen hesaplamalara dahil ettiği sonucuna ulaşmışlardır.

Yamai ve Yoshida (2002, 2005), VaR ve ES yöntemlerini karşılaştırmışlardır. Yüksek frekanslı serilerde ve yüksek oynaklık dönemlerinde ES yönteminin daha iyi performansa sahip olduğunu saptamışlardır.

Sakalauska ve Kriksciuniene (2006), saatlik EUR/USD parite verilerini dikkate alarak hem Riskmetrics hem de Cornish-Fisher yaklaşımı ile VaR tutarını hesaplamışlar ve Cornish-Fisher yaklaşımının daha tutarlı sonuçlar verdiğini bulmuşlardır. Bali, Gökcan, v.d. (2007), iki büyük hedge fon veritabanını kullanarak yatay kesit analizi yardımıyla alternatif modellerle VaR hesaplamışlardır. Cornish-Fisher yaklaşımına dayalı VaR hesaplarının parametrik olmayan VaR hesaplarından az da olsa daha güçlü olduğu sonucuna ulaşmışlardır.

Peterson ve Boudt (2008), portföy VaR tutarını hesaplamak üzere Cornish-Fisher yaklaşımını kullanmışlardır. Normal dağılım sergilemeyen finansal varlıklardan oluşan portföylerde bileşenlerin ayrı ayrı risklerini ölçmede Cornish-Fisher yaklaşımının etkin olduğunu belirtmişlerdir. Khanniche (2008), hedge fonların riske maruz değerlerini hesaplamış ve %5 güven düzeyinde Cornish-Fisher VaR ile Student-*t* dağılımlı GARCH modeline dayalı VaR hesaplamalarının daha güvenilir sonuçlar verdiğini bulmuştur.

Bu çalışmada, literatürde risk analizleri kapsamında sıkça kullanılan sabit varyans ve değişen varyans varsayımına dayalı geleneksel yöntemler ile stres altındaki piyasa koşullarını dikkate alarak daha yüksek tutarlı risk düzeyleri veren beklenen kayıp yöntemi karşılaştırılmıştır. Ayrıca Türkçe literatürde çok az yer verilen Cornish-Fisher yaklaşımının söz konusu yöntemler içindeki yeri ve önemi vurgulanmıştır.

### 3. Alternatif Riske Maruz Değer Yaklaşımları

Finansal piyasalarda yaşanan hızlı gelişmeler sonucu geleneksel risk analizlerinin yetersiz kalması, 1990'lı yıllarda daha etkin ve tutarlı sonuçlar elde edilmesini sağlayan VaR yönteminin ortaya çıkmasına yol açmıştır. Yöntem, normal piyasa koşullarında ele alınan bir portföyde belirli bir zaman sürecinde ve güven düzeyinde ortaya çıkabilecek en büyük zararı ölçmektedir. Gerçekleşme olasılığı ( $\alpha$ ) %1'den küçük olan zarar tutarı istatistiksel açıdan aşağıdaki gibi bir fonksiyon yardımıyla gösterilebilir (Yamai ve Yoshida, 2002):

$$VaR_{\alpha}(X) = -\inf\{x | P[X \leq x] > \alpha\} \quad (1)$$

Burada X belirli bir portföy için kâr/zarar değeri,  $\inf\{x | A\}$  belirli bir A olayı için x alt limiti,  $\inf\{x | P[X \leq x] > \alpha\}$  ise kâr/zarar dağılımının en düşük  $\alpha$  değeridir. Yöntem; Parametrik, Tarihsel Simülasyon ve Monte Carlo Simülasyonu olmak üzere üç yaklaşımı kapsamaktadır. Parametrik yaklaşım, normal dağılım varsayımına dayanan bir yöntemdir. Tarihsel simülasyon yaklaşımı, geçmişte yaşanan ve kayıp (zarar) oluşturan bir olayın tekrar yaşanması halinde belirli bir güven düzeyinde mevcut kaybı göstermektedir. Monte Carlo simülasyon yaklaşımı ise, normal dağılıma yakınsayacak rassal sayı üretilmesi esasına dayanarak kaybı hesaplamaktadır.

Uygulamada pratik ve daha etkin olan VaR yöntemi, normal dağılım gibi simetrik bir dağılım varsaymakta ve beklenmedik olayların yaşanması durumundaki kaybı ölçmemektedir. Finansal varlık getirileri genellikle yüksek oynaklık içerdiklerinden ve dolayısıyla normal dağılımdan çok şişman kuyruklu dağılıma sahip olduklarından, VaR tutarı daha küçük hesaplanabilmektedir (Bozkuş, 2005).

Zangari (1996), Campbell, Huisman, v.d. (2001) ve Favre ve Galeano (2002), doğruluğu ve hesaplama etkinliği nedeniyle normal dağılım göstermeyen seriler için VaR hesaplamasında, serinin gerçek dağılım özelliğini daha iyi yakınsayan Cornish-Fisher (1937) yaklaşımını ileri sürmüşlerdir. Söz konusu yaklaşım, literatürde Düzeltmiş VaR (Modified VaR-MVaR) veya Cornish-Fisher VaR (CFVaR) olarak kullanılmaktadır (Peterson ve Boudt, 2008). Parametrik VaR en basit olarak, finansal varlığın veya portföyün standart sapması ( $\sigma$ ) ile normal dağılıma göre güven düzeyine ilişkin kritik değerin (z) çarpılması sonucu aşağıdaki şekilde hesaplanmaktadır (Teker, Karakurum, v.d., 2008):

$$VaR = -\sigma z \quad (2)$$

Cornish-Fisher yaklaşımına göre güven düzeyine ilişkin kritik değer ( $z_{cf}$ ) ise  $S$  çarpıklık (skewness) ve  $K$  aşırı basıklık (excess kurtosis) olmak üzere aşağıdaki gibi hesaplanmaktadır (Bali, Gökcan, v.d., 2007):

$$z_{cf} = z + \frac{(z^2 - 1)S}{6} + \frac{(z^3 - 3z)K}{24} - \frac{(2z^3 - 5z)S^2}{36} \quad (3)$$

Formülden anlaşılacağı üzere, belirli bir güven düzeyinde normal dağılıma ilişkin kritik değer ( $z$ ), serinin çarpıklık ( $S$ ) ve aşırı basıklık ( $K$ ) katsayıları ile yeniden düzenlenmektedir. Böylece, finansal zaman serisinin gerçek dağılımına daha uygun bir güven düzeyi hesaplanmış olmaktadır. Bu durumda, Cornish-Fisher yaklaşımına göre güven düzeyi  $z_{cf}$  olmak üzere CFVaR aşağıdaki şekilde hesaplanmaktadır (Teker, Karakurum, v.d., 2008):

$$CFVaR = -\sigma \times z_{cf} \quad (4)$$

CFVaR, genellikle tek bir finansal varlık için risk ölçümü ve öngörülmesinde daha kullanışlıdır. Ayrıca, getiri serisi negatif çarpık veya şişman kuyruklu (leptokurtotik) olduğunda CFVaR, ES yönteminde olduğu gibi geleneksel VaR değerlerinden daha yüksek tutarlı risk düzeyleri vermektedir.

Bununla birlikte, normal dağılıma sahip olmayan serilerde sadece normallikten sapma küçük ise Cornish-Fisher yaklaşımının kullanılması gerektiği vurgulanmaktadır. Özellikle basıklık katsayısının çok yüksek olduğu ve şişman kuyruk sorunlarının arttığı durumlarda, söz konusu yaklaşımın tutarsız sonuçlar verebileceği belirtilmektedir (Dowd, 2002). Bu durumda, Cornish-Fisher yaklaşımı her ne kadar VaR ölçümlerini iyileştirici gibi görünse de, şişman kuyruk sorununun büyük olduğu durumlarda dikkatle yorumlanması gerekmektedir.

Yüksek frekanslı finansal zaman serilerinde sabit varyanslı VaR hesaplamaları yetersiz kalabilmektedirler. Bu yüzden varyansı değişken olarak kabul eden ARCH, GARCH ve türev modellerinin oynaklık düzeylerinden elde edilen VaR hesaplamaları daha tutarlı sonuçlar vermektedir (Füss, Kaiser, v.d., 2007).

Bollerslev (1986) tarafından ARCH modelinin tamamlayıcısı niteliğinde geliştirilen, hem daha fazla geçmiş bilgiye dayanan hem de daha esnek bir gecikme yapısına sahip olan GARCH ( $p, q$ ) modeli aşağıdaki gibi ifade edilebilir (Härdle ve Mungo, 2008):

$$\sigma_t = \omega_0 + \sum_{i=1}^p \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^q \beta_j \sigma_{t-j} \quad (5)$$

Modelde  $p$ , ARCH terimindeki gecikmeleri,  $q$  ise GARCH terimindeki gecikmeleri ifade etmektedir. ARCH ve GARCH modellerinde model durağanlığının sağlanması seri durağanlığının sağlanması kadar önemlidir. Bunun için bazı kısıtlamalar getirilmiştir. Bu kısıtlamalara göre ARCH modelinde  $\alpha_i$ , GARCH modelinde ise  $\alpha_i + \beta_j$  top-

lamının 1'den küçük olması istenir. Bununla birlikte modellerin geçerli olabilmesi için denklem varyans sabiti  $\omega_0$  ile standart model parametreleri  $\alpha_i$  ve  $\beta_j$ 'nin pozitif olmaları gerekmektedir.

ARCH ve GARCH modellerinde varyansın etkisinin simetrik olduğu, diğer bir ifadeyle, pozitif (iyi haber) ve negatif (kötü haber) şokların oynaklığa etkisinin aynı olduğu varsayılmaktadır. Bununla birlikte, negatif şokların oynaklığı daha fazla artırdığı sıkça gözlenmektedir. Dolayısıyla pozitif ve negatif şokların oynaklık üzerindeki etkisi simetrik ve uygun modeller kullanılarak ayrıştırılması gerekmektedir. Bu modellere örnek olarak Exponential (Üslü) GARCH (EGARCH; Nelson, 1991), GJR-GARCH (Glosten, Jagannathan, v.d., 1993), APGARCH (Ding, Granger, v.d., 1993) verilebilir.

Ding, Granger, v.d. (1993), asimetrik dağılıma sahip kuyruklu yapıların yer aldığı serilerde risk ölçümlerinin gerçekleştirilmesinde etkin bir tahmin edici olarak Genelleştirilmiş Asimetrik Üslü ARCH (APGARCH-Generalized Asymmetric Power ARCH) modelini ileri sürülmüşlerdir. Aşağıdaki (6) nolu denklemde ifade edilen APGARCH modelinde;  $\alpha_i$  ve  $\beta_j$  standart GARCH,  $\gamma_i$  kaldıraç etkisi (leverage effect) ve  $\delta$  ise kuvvet parametreleridir. Kaldıraç etkisi -1 ile +1 arasında ( $-1 < \gamma_i < 1$ ) değerler alırken, kuvvet parametresi 0'dan büyük ( $\delta > 0$ ) olmak üzere standart sapmanın ( $\sigma$ ) Box-Cox dönüşümüdür.  $\gamma_i$  negatif (pozitif) değer aldığı anda, geçmişte yaşanan pozitif (negatif) şokların, serinin bugünkü koşullu varyansı üzerinde geçmişte yaşanan aynı büyüklükteki negatif (pozitif) şoklara kıyasla daha derin bir etkiye neden olduğu anlamına gelmektedir (Harris ve Sollis, 20):

$$\sigma_t^\delta = \omega_0 + \sum_{i=1}^p \alpha_i (|\varepsilon_{t-i}| - \gamma_i \varepsilon_{t-i})^\delta + \sum_{j=1}^q \beta_j \sigma_{t-j}^\delta \quad (6)$$

Ding, Granger, v.d. (1993), APGARCH modelinin durağanlığı için dağılım fonksiyonuna ilişkin olarak (7) nolu denklemin çözümlenmesini önermişlerdir. Durağanlık,  $V = \alpha_i E(|z| - \gamma_i z)^\delta + \beta_i < 1$  koşulunun gerçekleşmesine bağlıdır (Laurent, 2009):

$$E(\sigma_t^\delta) = \frac{\omega_0}{1 - \alpha_i E(|z| - \gamma_i z)^\delta - \beta_j}, \quad (\omega_0 > 0) \quad (7)$$

Risk yönetimi alanında en önemli unsurlardan birisi kullanılan analiz yönteminin etkinliğidir. VaR yöntemi, ortaya çıkışından günümüze kadar en sık kullanılan risk analiz yöntemi olmuştur. Bununla birlikte, günümüzde finansal sistem eski dönemlere göre çok daha karmaşık bir yapıya sahiptir. Finansal piyasalar küresel ekonomik ve politik gelişmelerden birebir etkilenmektedir. Yayılma etkisi nedeniyle bir finansal piyasada yaşanan dalgalanma kısa sürede diğer piyasalara da sıçramaktadır.

Uluslararası Ödemeler Bankası (BIS), riske maruz değer in uç değer kayıplarını göz ardı ettiğini ve yetersiz olduğunu belirtmiştir (Bank for International Settlements, 2000). Bu eksikliği gidermek üzere, Artzner, Delbaen, v.d. (1999) ile Basak ve Sha-

piro (2001), alternatif bir risk ölçümü olarak Beklenen Kayıp<sup>1</sup> yöntemini önermişlerdir (Jondeau, Poon, v.d., 2007). Söz konusu yöntem, geleneksel VaR ölçümlerinin stres altındaki piyasa dönemlerinde ölçüme dahil edemediği kuyruk bölgelerini de dahil ederek daha yüksek tutarlı risk düzeyleri vermektedir. Bu yüzden ES yöntemi geleneksel VaR yönteminin verdiği kayıp düzeylerini daha tutarlı hale getiren bir yöntemdir (Acerbi ve Tasche, 2002). ES, istatistiksel açıdan aşağıdaki gibi bir fonksiyon yardımıyla gösterilebilir (Yamai ve Yoshida, 2002):

$$ES_{\alpha}(X) = E [-X | -X \geq VaR_{\alpha}(X)] \quad (8)$$

Burada,  $E [-X|A]$ ,  $A$  olayında  $X$  için koşullu beklenen değerdir. ES, VaR tutarını aşan kayıp (zarar) tutarı olarak tanımlanabilir. Bununla birlikte, ES yönteminin etkinliği kullanılan dağılım ölçütüne de bağlıdır. Risk yöneticilerinin doğru karar verebilmek için birden fazla risk ölçüm yöntemi kullanmaları ve elde edilen sonuçları dikkatli yorumlamaları gerekmektedir.

## 4. Veri ve Yöntem

### 4.1. Analizde Kullanılan Veriler ve Tanımlayıcı İstatistikleri

Çalışmada, İMKB100 (Türkiye), FTSE100 (İngiltere), NIKKEI225 (Japonya) ve CAC40 (Fransa) borsa endeksleri alternatif VaR yöntemleri kullanılarak analiz edilmiştir. Söz konusu borsa endekslerinin 02.01.1991-18.05.2009 tarihleri arasındaki günlük kapanış fiyatları üzerinden logaritmik birinci dereceden fark alınarak hesaplanan getiri serileriyle  $[r_t = \ln(p_t / p_{t-1})]$  alternatif VaR hesaplamaları yapılmıştır. Analizler, Eviews 5.0 ve OxMetrics 4.0 programının G@RCH 4.2 modülü kullanılarak gerçekleştirilmiştir. Getiri serileri için elde edilen tanımlayıcı istatistikler Tablo 1'de görülmektedir.

**Tablo 1:** Tanımlayıcı İstatistikler

	İMKB100	FTSE100	NIKKEI225	CAC40
<b>Gözlem</b>	4577	4641	4518	4641
<b>Ortalama</b>	0,00153	0,00016	-0,00022	0,00017
<b>Minimum</b>	-0,19979	-0,09265	-0,12111	-0,09472
<b>Maksimum</b>	0,17774	0,09384	0,13235	0,10595
<b>Standart Sapma</b>	0,02879	0,01160	0,01559	0,01421
<b>Çarpıklık</b>	-0,01325	-0,09581	-0,10145	-0,03261
<b>Aşırı Basıklık</b>	3,51877	6,78014	5,07977	4,97911
<b>Jarque-Bera<sup>1</sup></b>	2.361,44	8.896,61	4.865,37	4.794,89
<b>ADF test<sup>2</sup></b>	-63,36 (0)	-44,28 (2)	-50,41 (1)	-43,11 (2)

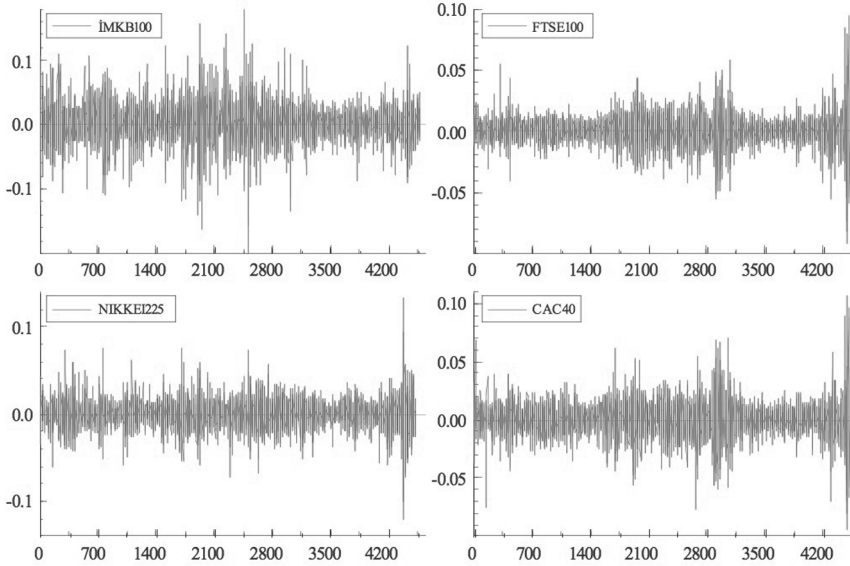
Not: 1. Jarque-Bera testi için  $\chi^2$  tablosunun %1 ve %5 güven düzeylerinde 2 serbestlik derecesine sahip kritik değerleri sırasıyla 9,21 ve 5,99'dur.

2. ADF testi için %1 ve %5 güven düzeylerinde MacKinnon kritik değerleri sırasıyla -3,43 ve -2,86'dır. Parantez içindeki değerler uygun gecikme sayılarını göstermektedir.



Minimum, maksimum ve standart sapma değerleri açısından oynaklığın İMKB100 endeksinde en yüksek, FTSE100 endeksinde ise en düşük olduğu görülmektedir. Çarpıklık değeri açısından tüm serilerin negatif (sağa) çarpık olduğu ve asimetrinin FTSE100 endeksinde en yüksek, İMKB100 endeksinde ise en düşük olduğu anlaşılmaktadır. Aşırı basıklık değeri açısından, tüm serilerde şişman kuyruk (fat tail) yapısı olduğu görülmektedir. Basıklık değerinin 3'ün üzerinde kalan kısmı aşırı basıklık olarak ifade edilmektedir. Aşırı basıklık değeri FTSE100 endeksinde en yüksek, İMKB100 endeksinde ise en düşüktür. Jarque-Bera istatistiğine göre, tüm serilerin normal dağılıma sahip olmadığı anlaşılmaktadır. ADF test istatistiklerine göre tüm seriler durağandır. Borsa endeksi getiri serilerine ilişkin olarak hazırlanan Grafik 1'de, tüm seriler için bazı dönemlerde oynaklık kümelenmesi (volatility clustering) olduğu görülmektedir.

**Grafik 1: Borsa Endeksi Getiri Serileri**



Buradan hareketle, söz konusu borsa endeksleri için öncelikle alternatif (Parametrik, GARCH, APGARCH, Cornish-Fisher) VaR ve ES hesaplamaları yapılmış, ardından yöntemlerin başarısını görmek üzere geriye dönük testler (backtesting) uygulanmıştır. Beklenti, yüksek oynaklık değerlerinin asimetrik yapı ve şişman kuyrukları belirginleştirip VaR hesaplamalarını saptıracak ve dolayısıyla Cornish-Fisher yaklaşımının ES yöntemi gibi daha tutarlı sonuçlar vereceği yönündedir.

#### **4.2. Analiz Bulguları**

Finansal risk analizleri kapsamında doğru dağılımın kullanılması çok önemlidir. Bu önem, finansal zaman serilerinin normal dağılım varsayımını çoğu kez sağlayamamasından kaynaklanmaktadır. Dolayısıyla, tutarlı sonuçlar elde edebilmek için normal dağılım dışında diğer dağılımların da incelenmesi gerekmektedir. Bu dağılımlar çok

fazla olabileceği gibi en sık olarak kullanılanlar Student- $t$  ( $St$ ) ve çarpık Student- $t$  (skewed Student- $t$ ,  $SkSt$ ) dağılımları ile genelleştirilmiş hata dağılımı (Generalized Error Distribution–GED)’dir.

$St$  dağılımı, şişman kuyruk özelliğini dikkate alır ancak simetrik bir dağılım gösterir. Özellikle spekülasyon hareketlerinin olduğu durumlarda şişman kuyruk sorunu için  $St$  dağılımı yerine Nelson (1991) tarafından geliştirilen GED dağılımı önerilmektedir. Çarpıklık ve basıklık değerleri finansal uygulamalarda birçok yönden öneme sahiptir. Fernandez ve Steel (1998) tarafından geliştirilen  $SkSt$  dağılımı Lambert ve Laurent (2001) tarafından GARCH modellerine uygulanmıştır. Dağılımın en önemli özelliği, asimetri ve şişman kuyruk yapılarının birlikte dikkate alınmasıdır (Bollerslev, Engle, v.d., 1994; Çifter, 2004).

Bu bağlamda, GARCH ve APGARCH modelleri için uygun gecikme değerleri tüm dağılımlar için analiz edilmiştir. Model seçim ölçütleri olan Akaike bilgi kriteri (AIC) ve log-olasılık [ $\ln(L)$ ] değerleri yanında hesaplanan parametrelerin anlamlılık düzeyleri dikkate alındığında İMKB100 endeksi için  $St$  dağılımlı GARCH (1,1) modelinin, diğer üç endeks için  $SkSt$  dağılımlı GARCH (1,1) modelinin uygun olduklarına karar verilmiştir. Tüm getiri serilerinde GARCH modellerine ilişkin parametreler anlamlı çıkmıştır. Ayrıca tüm endekslerin GARCH modellerinde  $\alpha_i$  ve  $\beta_j$  pozitif olmak üzere toplamaları 1’den küçük çıktığından durağanlık koşulu sağlanmıştır. Tüm endekslere ait GARCH (1,1) modeli sonuçları Tablo 2’de yer almaktadır.

**Tablo 2:** GARCH (1,1) Modeli Analiz Sonuçları

	İMKB100	FTSE100	NIKKEI225	CAC40
$\mu$	0,0017 (0,0003)	0,0004 (0,0001)	0,0001 (0,0002)	0,0005 (0,0002)
$\omega$	0,1415 (0,0427)	0,0098 (0,0026)	0,02474 (0,0068)	0,0176 (0,0047)
$\alpha$	0,1026 (0,0173)	0,0805 (0,0091)	0,0779 (0,0088)	0,0717 (0,0088)
$\beta$	0,8834 (0,0198)	0,9118 (0,0099)	0,9137 (0,0091)	0,9192 (0,0096)
$\alpha + \beta$	0,98604	0,9922	0,9917	0,9908
<b>ln(L)</b>	10.336,65	15.098,00	12.989,01	13.907,87
<b>AIC</b>	-4,5146	-6,5038	-5,7472	-5,9909
<b>Q(20)</b>	68,1214	23,9466	21,8094	28,8984
<b>Q<sup>2</sup>(20)</b>	27,7688	23,8168	12,8017	12,2505
<b>ARCH(5)</b>	1,7006	0,3229	1,1226	1,3737
<b>P(60)</b>	473,1595	77,3581	69,5963	71,2301

Not: Parantez içindeki değerler standart hataları; Ln(L) log-olasılık değerini; AIC Akaike bilgi kriterini; Q(20) ve Q<sup>2</sup>(20) sırasıyla standartlaştırılmış hata terimleri ve kareli standartlaştırılmış hata terimleri için 20 serbestlik derecesinde Ljung-Box test istatistiğini; ARCH(5), 5 gecikme için ARCH test istatistiğini; P(60) standartlaştırılmış hata terimleri üzerinden hesaplanan Pearson uyum iyiliği istatistiğini göstermektedir.

APGARCH modelinde, yine model seçim ölçütleri yanında hesaplanan parametrelerin anlamlılık düzeyleri dikkate alındığında İMKB100 endeksi için  $S_t$  dağılımlı APGARCH (1,1) modelinin, diğer üç endeks için SkSt dağılımlı APGARCH (1,1) modelinin uygun olduğuna karar verilmiştir. Tüm endekslerin APGARCH modellerinde de  $V = \alpha_i E(|z| - \gamma_i z)^\delta + \beta_i < 1$  koşulu gerçekleştiğinden durağanlık sağlanmıştır. Tüm endekslere ait APGARCH (1,1) modeli sonuçları Tablo 3'te yer almaktadır.

**Tablo 3:** Tablo 3: APGARÇH (1,1) Modeli Analiz Sonuçları

	İMKB100	FTSE100	NIKKEI225	CAC40
$\mu$	0,0016 (0,0003)	0,0002 (0,0001)	-0,0002 (0,0002)	0,0002 (0,0002)
$\omega$	0,2867 (0,2263)	0,3767 (0,3672)	0,6891 (0,5777)	0,6116 (0,4138)
$\alpha$	0,1100 (0,0170)	0,0590 (0,0084)	0,0761 (0,0081)	0,0615 (0,0079)
$\beta$	0,8796 (0,0201)	0,9354 (0,0072)	0,9182 (0,0082)	0,9329 (0,0074)
$\gamma$	0,0820 <sup>a</sup> (0,0368)	0,7237 (0,1229)	0,5436 (0,0961)	0,6440 (0,0962)
$\delta$	1,8357 (0,1991)	1,2575 (0,2003)	1,3088 (0,1758)	1,2479 (0,1461)
$\xi$	-	-0,0762 (0,0227)	-0,0364 <sup>b</sup> (0,0205)	-0,0767 (0,0219)
$\nu$	-	14,4639 (2,9270)	9,1949 (1,2216)	12,4428 (2,5623)
$V$	0,982523	0,995152	0,986748	0,992879
<b>ln(L)</b>	10.339,67	15.149,86	13.032,94	13.956,55
<b>AIC</b>	-4,5150	-6,5253	-5,7658	-6,0110
<b>Q(20)</b>	70,2034	21,7097	22,7366	31,8471 <sup>a</sup>
<b>Q<sup>2</sup>(20)</b>	27,8097 <sup>b</sup>	26,9258 <sup>b</sup>	19,7187	11,0440
<b>ARCH(5)</b>	1,7275	0,3446	1,6452	1,3331
<b>P(60)</b>	547,5401	71,6180	69,3307	59,4913

Not: Parantez içindeki değerler standart hataları; ln(L) log-olasılık değerini; AIC Akaike bilgi kriterini; Q(20) ve Q<sup>2</sup>(20) sırasıyla standartlaştırılmış hata terimleri ve kareli standartlaştırılmış hata terimleri için 20 serbestlik derecesinde Ljung–Box test istatistiğini; ARCH(5), 5 gecikme için ARCH test istatistiğini; P(60) standartlaştırılmış hata terimleri üzerinden hesaplanan Pearson uyum iyiliği istatistiğini;  $V \alpha_1 E(|z| - \gamma z)^{\nu} + \beta_1$  katsayısını; a ve b sırasıyla %5 ve %10 anlamlılık düzeyini ifade etmektedir.

Tüm getiri serilerine ait APGARÇH modellerinde ortalama denkleminin sabit terimi ( $\mu$ ) anlamlı iken, varyans denkleminin sabit terimi ( $\omega$ ) anlamsız çıkmıştır. Standart GARÇH parametreleri ( $\alpha$  ve  $\beta$ ) anlamlıdır. Özellikle Avrupa borsalarında (FTSE100 ve CAC40)  $\beta$  parametresi bire en yakın olup önemli hafıza etkilerinin (oynaklık sürekliliği) olduğunu göstermektedir. Kaldıraç parametresi ( $\gamma$ ), pozitif ve anlamlı bulunmuştur. Bu durum, koşullu varyansta negatif getiriler için kaldıraç etkisinin varlığını (koşullu varyansta asimetri) göstermektedir. Dolayısıyla, geçmişte yaşanan negatif (kötü haber) şoklar, serinin bugünkü koşullu varyansı üzerinde aynı büyüklükteki pozitif (iyi haber) şoklara kıyasla daha derin bir etkiye neden olmaktadır. Kuvvet parametresi ( $\delta$ ), tüm getiri serilerinde istatistiksel olarak anlamlı ve İMKB100 endeksinde 2'ye

yakın ancak diğer üç endekste 1'e yakın çıkmıştır. Bu durumda, FTSE100, NIKKEI225 ve CAC40 getiri serilerinde koşullu varyans yerine koşullu standart sapmanın, İMKB100 getiri serisinde ise koşullu varyansın modellenmesinin daha anlamlı olacağı anlaşılmaktadır. Buradan hareketle, APGARCH modelinin asimetri ve şişman kuyrukların analizinde daha tutarlı sonuçlar vereceği görülmektedir. İMKB100 endeksi dışındaki borsa endeksleri için SkSt dağılımı açısından ek olarak asimetri katsayısı ( $\zeta$ ), çok küçük ve negatif olup sağa çarpık bir yapı olduğunu göstermektedir. SkSt dağılımında kuyruk şişmanlığını belirleyen serbestlik derecesi ( $\nu$ ), anlamlı ve sıfırdan farklıdır. Buna göre, FTSE100, NIKKEI225 ve CAC40 getiri serilerinde şişman kuyruk ve asimetrik yapının bulunduğu anlaşılmaktadır.

Dowd (2002) tarafından, Cornish-Fisher yaklaşımının sadece normal dağılımdan küçük bir sapma olması durumunda kullanılabileceği belirtilmiştir. Bu bağlamda, analize konu borsa endeks getirilerine ilişkin çarpıklık ve aşırı basıklık değerleri, Cornish-Fisher yaklaşımına dayalı analizlerin uygulanabileceğini göstermektedir.

Yukarıda açıklanan alternatif VaR modelleri kullanılarak %99 güven düzeyinde elde edilen VaR ve ES değerleri Tablo 4'te yer almaktadır. Tabloda, GARCH ve APGARCH modellerine yönelik olarak hesaplanan ES değerlerinin birbirine çok yakın oldukları görülmektedir. ES değeri, VaR değerini aşan yani ekstrem (uç) durumlara ilişkin ortalama kaybı göstermektedir.

**Tablo 4 :** Alternatif VaR ve ES Modellerine İlişkin Analiz Sonuçları

	İMKB100	FTSE100	NIKKEI225	CAC40
<b>PARAMETRİK</b>				
<b>PVaR</b>	0,06698	0,02699	0,03627	0,03306
<b>CFVaR</b>	0,09038	0,04452	0,05356	0,04925
<b>GARCH</b>				
<b>VaR</b>	0,07407	0,02614	0,04007	0,03224
<b>CFVaR</b>	0,09999	0,04312	0,05917	0,04804
<b>ES</b>	0,08185	0,03183	0,04437	0,03595
<b>APGARCH</b>				
<b>VaR</b>	0,09422	0,06485	0,05305	0,06818
<b>CFVaR</b>	0,12719	0,10697	0,07834	0,10158
<b>ES</b>	0,08252	0,03207	0,04393	0,03597

Not: PVaR: Parametrik VaR, CFVaR: Cornish-Fisher VaR, ES: Beklenen Kayıp değerini ifade etmektedir.

Analiz dönemi başlangıcında GARCH-CFVaR ve GARCH-ES değerleri birbirlerine daha yakın çıkmışlardır. APGARCH modellerinde ise oldukça büyük farklar söz konusudur. APGARCH oynaklık değerinin hesaplanmasında kullanılan varyans sabitinin ista-

tistiksel olarak anlamsız bulunmasının bu sonuca yol açtığı düşünülmektedir. Hesaplanan GARCH-CFVaR ve GARCH-ES değerleri arasındaki farkın İMKB100 endeksinde en büyük çıkması, söz konusu endekste oynaklık düzeyinin diğer endekslere göre yüksek olmasına bağlanabilir.

Güven düzeyi %99 olduğunda kritik değer ( $z$ ) 2,326348 iken, Cornish-Fisher yaklaşımıyla kritik değerler ( $z_{cf}$ ) İMKB100 getiri serisi için 3,139184, FTSE100 getiri serisi için 3,837556, NIKKEI225 getiri serisi için 3,435465 ve CAC40 getiri serisi için 3,466024 olarak hesaplanmıştır. Bu bağlamda, Cornish-Fisher yaklaşımıyla hesaplanan kritik değerlerin kullanılması durumunda, kuyruk bölgelerini de kapsayacak biçimde yaklaşık olarak %99,9 güven düzeyinde ölçüm yapılmış olmaktadır.

VaR analizlerinde en önemli aşamalardan biri, hesaplanan risk değerinin geriye dönük testler (backtesting) aracılığıyla incelenmesidir. Geriye dönük test hesaplama teknikleri risk ölçüm yöntemlerine göre farklılık göstermektedir. VaR yöntemi için geriye dönük test uygulamak kolaydır ancak, ES yöntemi etkin bir geriye dönük test uygulamak için elverişli değildir (Bozkuş, 2005). Çalışmada, ES yöntemi dışındaki modeller için geriye dönük test kapsamında sapma sayıları ve Kupiec (1995) testleri hesaplanmıştır.

Sapma/aşım (violation) sayısı yöntemi, hesaplanan risk düzeyiyle gerçekleşen risk düzeyini karşılaştırmakta ve hangi günlerde, gerçekleşen kayıp tutarının hesaplanan kayıp tutarını aşmış olduğunu belirlemektedir. Sonuç olarak, en düşük sapma sayısını veren modelin en tutarlı risk ölçüm yöntemi olduğuna karar verilmektedir (Bolgün ve Akçay, 2005). Bununla birlikte, elde edilen sapma sayılarının diğer geriye dönük testler aracılığıyla da analiz edilmesi önem arz etmektedir (Çifter, Özün, v.d., 2007:25).

Geriye dönük test kapsamında en çok kullanılan yöntem Kupiec (1995) testidir. Buna göre,  $T$  VaR değerinin sapma sayısı ve  $N$  toplam gözlem sayısı olmak üzere gözlenen sapma oranının ( $f=T/N$ ) istatistiksel olarak beklenen sapma oranına ( $1-\alpha$ ) eşit olup olmadığı test edilmektedir. Kupiec testi, çok yüksek veya çok düşük sapma oranlarında modeli reddedebilmektedir (Ané, 2006:1303).  $H_0: f=1-\alpha$  ve  $H_1: f \neq 1-\alpha$  hipotezini test etmek amacıyla asimptotik olarak bir serbestlik derecesinde  $\chi^2_1$  dağılımına sahip Kupiec olabilirlik oranı (Likelihood Ratio- $LR_{UC}$ ), aşağıdaki formül yardımıyla hesaplanmaktadır (Kupiec, 1995; Tang ve Shieh, 2006:441):

$$LR_{UC} = -2\ln\left[\alpha^T(1-\alpha)^{N-T}\right] + 2\ln\left[\left(\frac{T}{N}\right)^T \left(1-\frac{T}{N}\right)^{N-T}\right] \sim \chi^2_1 \quad (9)$$

Kupiec testi sadece sapma sayısı üzerine odaklanmakta ve bu sapmaların zaman dinamiklerini göz ardı etmektedir. Ancak, eğer sapmalar kümelenme (clustering) gösteriyorsa VaR modelleri hatalı sonuçlar verebilmektedir. Christoffersen (1998),

hem sapma oranı hem de sapmaların zamandan bağımsız ortaya çıkma olasılığı üzerinde yoğunlaşan daha ayrıntılı bir ölçüt ileri sürmüştür. İki serbestlik derecesinde  $\chi_2^2$  dağılımına sahip olarak Christoffersen olabirlik oranı ( $LR_{CC}$ ) aşağıdaki formül yardımıyla hesaplanmaktadır (Christoffersen, 1998; Härdle ve Mungo, 2008:16-17):

$$LR_{CC} = -2\ln[\alpha^T(1-\alpha)^{N-T}] + 2\ln[(1-\pi_{01})^{n_{00}}\pi_{01}^{n_{01}}(1-\pi_{11})^{n_{10}}\pi_{11}^{n_{11}}] \sim \chi_2^2 \quad (10)$$

Formülde  $n_{ij}$ ,  $i, j = 0, 1$  olmak üzere gözlem sayılarını ve  $\pi_{ij} = n_{ij} / \sum_j n_{ij}$  uygun olasılık değerlerini göstermektedir (Pattarathammas, Mokkhaveva ve Nilla-Or, 2008:9). Ayrıca model performansının belirlenmesinde kullanılan diğer bazı geriye dönük testler arasında Lopez testi, Berkowitz testi, Hansen SPA testi ve Hata Karelerinin Ortalamasının Karekökü (Root Mean Square Error-RMSE) bulunmaktadır (Çifter, Özün, v.d., 2007). Bu çalışmada, alternatif VaR modellerinin performanslarının belirlenmesinde hem kısa pozisyon (pozitif getiriler) hem de uzun pozisyon (negatif getiriler) için %99 güven düzeyinde sadece sapma sayıları ile Kupiec LR testi ( $LR_{UC}$ ) hesaplanmış ve sonuçlar Tablo 5'te gösterilmiştir.

**Tablo 5 :** Alternatif VaR Modellerine İlişkin Geriye Dönük Test Sonuçları

	Kısa Pozisyon				Uzun Pozisyon			
	Sapma Sayısı	Sapma Oranı	Kupiec LR	Olasılık	Sapma Sayısı	Sapma Oranı	Kupiec LR	Olasılık
<b>İMKB100</b>								
PVaR	83	0,9819	24,6354	0,0000*	70	0,0153	11,1404	0,0002*
CFVaR	36	0,9921	2,2775	0,0213*	27	0,0059	9,1252	0,0008*
GARCH-VaR	69	0,9910	<b>0,5204</b>	0,4707	64	0,0116	<b>1,0978</b>	0,2947
GARCH-CFVaR	13	0,9996	1,1068	0,2928	19	0,0015	2,0285	0,1544
APGARCH-VaR	72	0,9910	<b>0,5204</b>	0,4707	62	0,0118	1,4133	0,2345
APGARCH-CFVaR	17	0,9996	1,1068	0,2928	19	0,0018	3,3484	0,0673
<b>FTSE100</b>								
PVaR	68	0,9854	8,8726	0,0006*	87	0,0188	28,5200	0,0000*
CFVaR	15	0,9968	29,1503	0,0000*	20	0,0043	19,3002	0,0000*
GARCH-VaR	35	0,9935	6,6995	0,0096*	68	0,0110	0,4443	0,5051
GARCH-CFVaR	2	0,9998	1,0762	0,2996	4	0,0000	v.y.	1,0000
APGARCH-VaR	35	0,9927	3,6950	0,0546	59	0,0097	<b>0,0437</b>	0,8344
APGARCH-CFVaR	1	0,9998	<b>1,0670</b>	0,3016	6	0,0002	1,0670	0,3016
<b>NIKKEI225</b>								
PVaR	59	0,9869	3,8949	0,0075*	69	0,0153	10,9235	0,0002*
CFVaR	16	0,9965	25,3319	0,0000*	20	0,0044	17,9046	0,0000*
GARCH-VaR	43	0,9914	0,8953	0,3441	64	0,0086	0,8953	0,3441
GARCH-CFVaR	10	0,9998	<b>0,0933</b>	0,7599	11	0,0004	<b>0,2847</b>	0,5937
APGARCH-VaR	47	0,9914	0,8953	0,3441	63	0,0082	1,5944	0,2067
APGARCH-CFVaR	8	0,9996	0,2847	0,5937	10	0,0004	<b>0,2847</b>	0,5937
<b>CAC40</b>								
PVaR	70	0,9849	10,4786	0,0003*	85	0,0183	26,0182	0,0000*
CFVaR	21	0,9955	17,6546	0,0000*	24	0,0052	13,2750	0,0001*
GARCH-VaR	43	0,9920	2,0711	0,1501	65	0,0095	<b>0,1286</b>	0,7199
GARCH-CFVaR	3	0,9998	<b>0,0442</b>	0,8335	11	0,0007	1,8241	0,1768
APGARCH-VaR	44	0,9905	0,1286	0,7199	62	0,0095	<b>0,1286</b>	0,7199
APGARCH-CFVaR	3	0,9996	0,4107	0,5216	10	0,0009	3,9175	0,0478*

Not: PVaR: Parametrik VaR, CFVaR: Cornish-Fisher VaR, v.y.: veri olmadığını ifade etmektedir. \* %5 güven düzeyinde anlamsız olan modelleri göstermektedir. %5 güven düzeyinde  $\chi^2$  tablo değeri 3,84'tür.

Tablo 5'e göre, tüm borsa endeksleri için hem kısa (pozitif getiriler) hem de uzun (negatif getiriler) pozisyonlarda parametrik modellere ait Kupiec LR testi %5 güven düzeyinde  $\chi^2$  tablo değerinden büyük çıkmış ve  $H_0$  hipotezi reddedilmiştir. Ayrıca FTSE100 borsa endeksi için kısa pozisyonda GARCH-VaR modeli ile CAC40 borsa endeksi için uzun pozisyonda APGARCH-CFVaR modeli için de  $H_0$  hipotezi reddedilmiştir. Yani, gözlenen sapma oranı beklenen sapma oranına eşit değildir.

Tablo 5'ten görüldüğü üzere, değişen varyansa dayalı modellerin performansları daha yüksektir. Nitekim bu modellere ait Kupiec LR testi %5 güven düzeyinde  $\chi^2$  tablo değerinden küçük çıkmış ve  $H_0$  hipotezi kabul edilmiştir. Yani, gözlenen sapma oranı beklenen sapma oranına özdeştir.



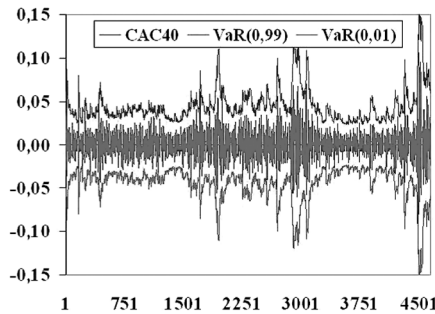
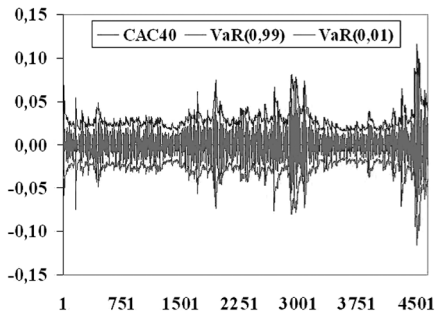
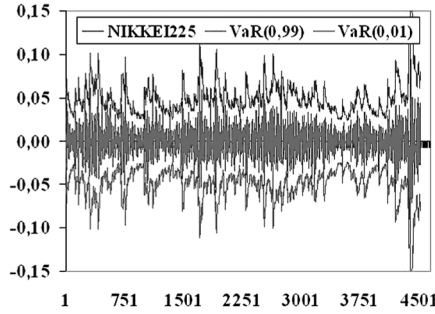
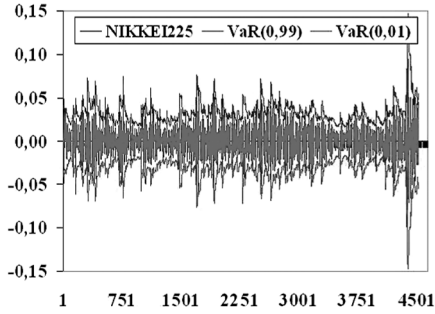
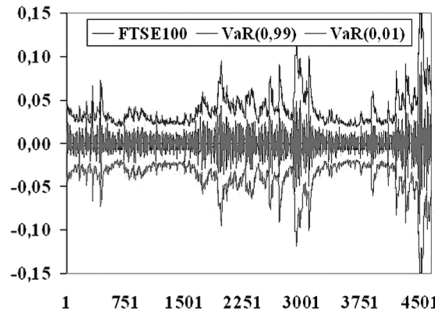
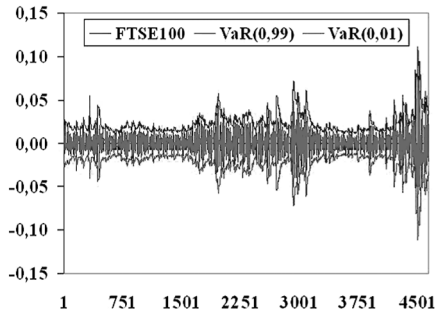
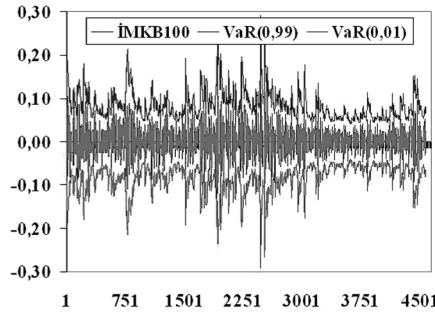
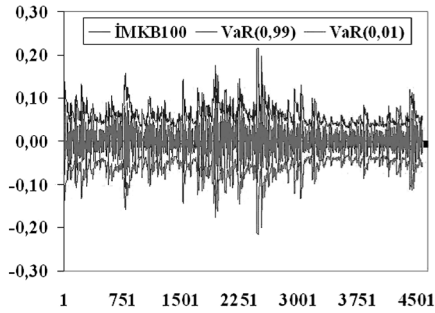
İMKB100 borsa endeksinde hem kısa hem de uzun pozisyonlar için Cornish-Fisher yaklaşımına dayalı ölçümler istatistiksel olarak anlamlı bulunmakla birlikte GARCH-VaR ve APGARCH-VaR modelleri daha başarılı bulunmuştur. Kısa pozisyonda her iki model için katsayılar aynı çıktığından birbirlerine karşı üstünlükleri belirlenememiştir. FTSE100 borsa endeksinde kısa pozisyon için APGARCH-CFVaR, uzun pozisyon için APGARCH-VaR modelleri daha başarılı bulunmuştur. NIKKEI225 borsa endeksinde hem kısa hem de uzun pozisyonlar için Cornish-Fisher yaklaşımına dayalı modeller daha başarılı bulunmuştur. Nitekim kısa pozisyon için GARCH-CFVaR, uzun pozisyon için GARCH-CFVaR ve APGARCH-CFVaR modelleri tercih edilmiştir. Ancak uzun pozisyonda her iki model için katsayılar aynı çıktığından birbirlerine karşı üstünlükleri belirlenememiştir. Son olarak CAC40 borsa endeksinde ise, kısa pozisyon için GARCH-CFVaR, uzun pozisyon için GARCH-VaR ve APGARCH-VaR modelleri daha başarılı bulunmuştur. Burada da uzun pozisyonda her iki model için katsayılar aynı çıktığından birbirlerine karşı üstünlükleri belirlenememiştir.

Sapma sayıları dikkate alındığında CFVaR modelleri en az sapma sayılarına sahip olduklarından tercih edilmekle birlikte, Kupiec LR testleri dikkate alındığında daha yüksek sapma sayıları içermelerine karşın diğer modellerin tercih edildiği görülmektedir. Dolayısıyla sadece sapma sayılarını dikkate alarak modellerin risk öngörüsündeki başarısına karar vermek hatalı sonuçlara yol açabilmektedir. Bununla birlikte Kupiec LR testi, çok yüksek veya çok düşük sapma oranlarında modeli reddedebildiğinden sonuçlar ihtiyatla yorumlanmalıdır. Bu çalışmada da benzer bir durumla karşılaşılmıştır. Daha güvenilir sonuçlara ulaşabilmek için diğer geriye dönük testlerin de yapılması ve hatta geriye dönük testlerin performanslarının da analiz edilmesi gerekmektedir. Genel olarak, değişen varyansı dikkate alan Cornish-Fisher yaklaşımına dayalı GARCH ve APGARCH modellerinin daha tutarlı sonuçlar verdikleri söylenebilir. Geriye dönük testleri desteklemek üzere Grafik 2’de GARCH-VaR ve GARCH-CFVaR modellerine, Grafik 3’te ise APGARCH-VaR ve APGARCH-CFVaR modellerine ait kısa (0,99) ve uzun (0,01) pozisyon VaR hesaplamaları için sınır grafikleri görülmektedir.

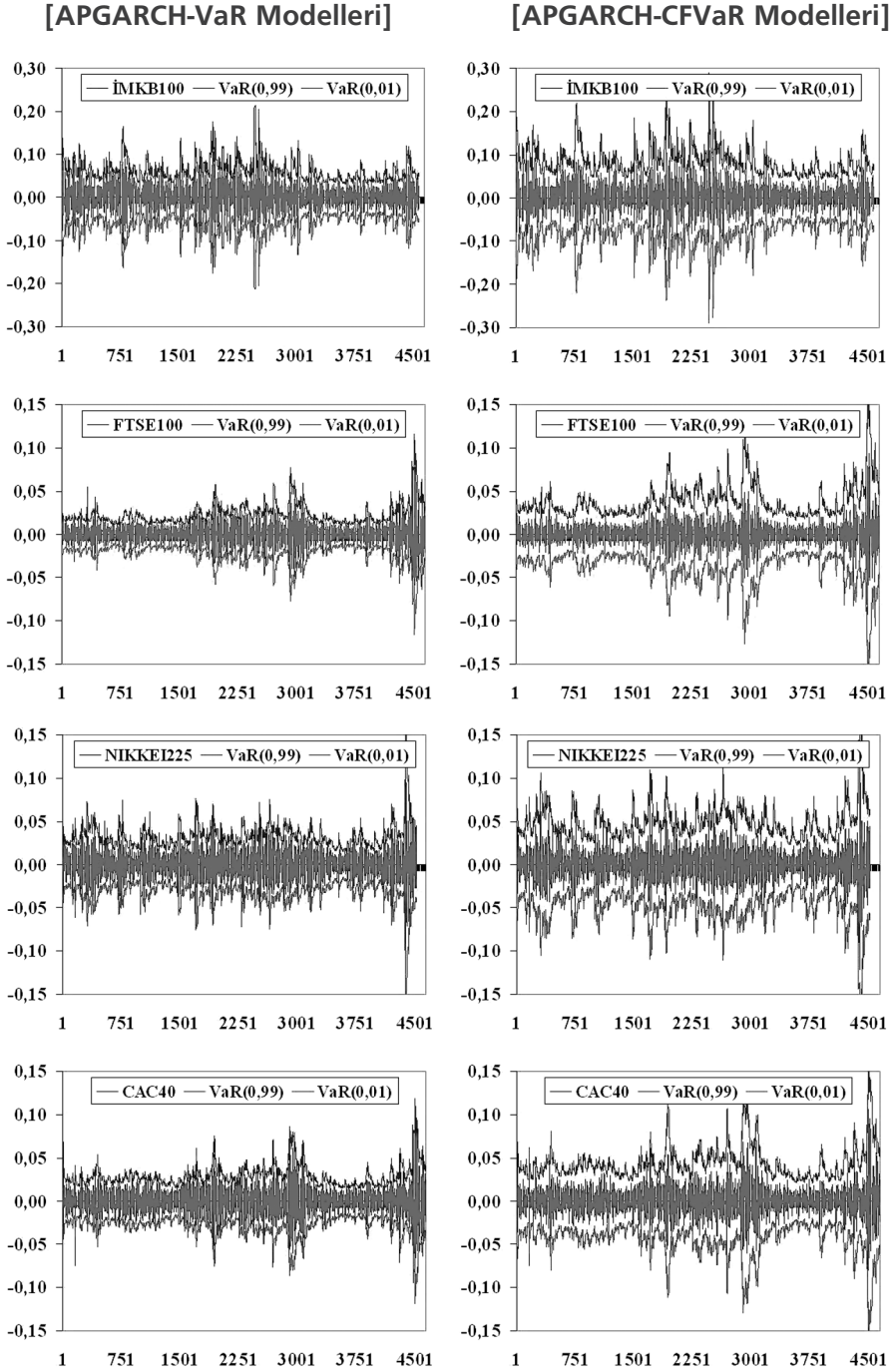
**Grafik 2:** GARCH-VaR ve GARCH-CFVaR Modellerine Ait Sınır Grafikleri

**[GARCH-VaR Modelleri]**

**[GARCH-CFVaR Modelleri]**



**Grafik 3:** APGARCH-VaR ve APGARCH-CFVaR Modellerine Ait Sınır Grafikleri



Grafiklerden görüldüğü üzere, GARCH-VaR ve APGARCH-VaR modelleri için güven düzeyi %99 iken kritik değer ( $z$ ) 2,326348 olduğundan sınır aralığı daralmakta ve dolayısıyla, geriye dönük test sonucunda ortaya çıkan sapma sayısı artmaktadır.

Buna karşın, GARCH-CFVaR ve APGARCH-CFVaR modelleri için güven düzeyi %99 olduğunda kritik değerler ( $z_{cf}$ ) daha büyük olduğundan sınır aralığı genişlemektedir. Bu durumda doğal olarak geriye dönük test sonucunda ortaya çıkan sapma sayısı azalmakta ve modellerin risk öngörü başarısı yükselmektedir. Cornish-Fisher yaklaşımına dayalı hesaplamalarda kuyruk bölgelerini de kapsayacak biçimde yaklaşık olarak %99,9 güven düzeyinde ölçüm yapılmış olması böyle bir sonucu beraberinde getirmektedir. Ancak sapma sayısını ve bu sayıya bağlı olarak yapılan geriye dönük test sonuçlarını, söz konusu testlerin varsayımları ve eksiklikleri bağlamında dikkatle yorumlamak gerekmektedir.

## 5. Sonuç

Çalışmada, İMKB100 (Türkiye), FTSE100 (İngiltere), NIKKEI225 (Japonya) ve CAC40 (Fransa) borsa endekslerine ait günlük getiri serileri kullanılarak farklı hata dağılımları için alternatif riske maruz değer (VaR) ve beklenen kayıp (ES) analizleri yapılmıştır. Ayrıca, modellerin VaR tahminlerindeki başarısını görmek üzere geriye dönük testler (backtesting) uygulanmıştır. ES yöntemi dışındaki modeller için geriye dönük test kapsamında sapma sayısı ve Kupiec LR testi ( $LR_{UC}$ ) hesaplanmıştır. Analiz sonuçlarına göre değişen varyansa dayalı modellerin daha yüksek performans gösterdikleri anlaşılmıştır. Sapma sayılarına göre sadece CFVaR modelleri tercih edilmekle birlikte, Kupiec LR testleri dikkate alındığında diğer GARCH ve APGARCH modelleri de tercih edilebilmiştir. Dolayısıyla sadece sapma sayılarına göre modellerin risk öngörüsündeki başarısına karar vermek hatalı sonuçlara yol açabilmektedir. Genel olarak, Cornish-Fisher yaklaşımına dayalı GARCH ve APGARCH modellerinin daha tutarlı sonuçlar verdikleri söylenebilir.

Analiz bulgularına göre, İMKB100 endeksinin standart sapması (oynaklık) diğer endekslere göre daha yüksek olduğundan, her bir alternatif model (Parametrik, GARCH, APGARCH, Cornish-Fisher) açısından diğer borsa endekslerine kıyasla en büyük kayıp değerleri İMKB100 endeksinde görülmektedir. Oynaklık düzeyinin yüksek olduğu İMKB100 endeksinde, sapma sayıları da yüksek çıkmıştır. Buna karşın, aşırı basıklık değerine bağlı olarak Cornish-Fisher kritik değeri de en büyük çıkan FTSE100 endeksinin oynaklık düzeyi ise çok düşüktür. Dolayısıyla APGARCH modeli dışındaki her bir alternatif model açısından diğer borsa endekslerine kıyasla en düşük kayıp değerleri FTSE100 endeksinde görülmektedir. Bu durumda, her ne kadar yüksek bir aşırı basıklık değeri Cornish-Fisher yaklaşımının kritik değerini ( $z_{cf}$ ) büyültse de yüksek oynaklığın karşılaşılabilecek risk düzeyi üzerinde daha etkili olduğu söylenebilir.

Ayrıca, analiz bulgularından görüleceği üzere getiri serisi negatif çarpık veya şişman kuyruklu (leptokurtotik) olduğunda CFVaR değerinin, ES yönteminde olduğu gibi geleneksel VaR değerlerinden daha yüksek tutarlı risk düzeyleri vermesi, bu konudaki çalışmaları destekler niteliktedir. Elde edilen analiz bulguları, yüksek oynaklık de-

ğerlerinin asimetrik yapı ve şişman kuyrukları belirginleştirip VaR hesaplamalarını saptıracağı ve dolayısıyla Cornish-Fisher yaklaşımının ES yöntemi gibi daha tutarlı sonuçlar vereceği yönündeki beklentinin doğru olduğunu göstermektedir.

Sonuç olarak, beklenen kayıp (ES) değerini hesaplama ve geriye dönük test uygulama güçlükleri dikkate alındığında, tutarlılığı ve kolay uygulanabilirliği nedeniyle Cornish-Fisher yaklaşımına dayalı VaR (CFVaR) hesaplamasının finansal risk analizlerinde kullanılabilmesi söylenebilir. Normal dağılım sergilemeyen bir finansal varlık getiri serisi için CFVaR değerinin hesaplanması, yatırımcının belirli bir güven düzeyinde karşılaşılabileceği riski daha doğru ölçmesini ve pozisyon almasını sağlayacaktır. Ayrıca, Basel II Sermaye Yeterliliği Uzlaşısı kapsamında hesaplanması gereken VaR değerinin doğru ölçülmesi, bankalar açısından ayrılması gereken yasal sermaye tutarının riski karşılayacak şekilde olmasını sağlayacaktır. Ancak, Cornish-Fisher yaklaşımının tek bir finansal varlık bulunduğu ve normalikten sapmanın (özellikle şişman kuyruk sorununun) küçük olduğu durumlarda risk analizlerinde kullanılmasının daha uygun olacağı unutulmamalıdır. Risk yöneticilerinin doğru karar verebilmek için birden fazla risk ölçüm yöntemi ile farklı geriye dönük testler kullanmaları ve elde edilen sonuçları dikkatli yorumlamaları gerekmektedir.

Yüksek frekanslı ve büyük gözlem sayısına sahip getiri serilerinde, dönem boyunca yaşanan gelişmeler nedeniyle basıklık ve oynaklık katsayıları daha büyük çıktığından hesaplanan risk değerleri de yükselmektedir. Bu durumda, daha doğru risk tahminleri yapabilmek için kriz veya rejim değişikliği gibi şokların etkilerini ayırtırmak önem kazanmaktadır. İleride yapılacak çalışmada, Markov rejim değişimi modelleri kullanılarak getiri serilerinde şokların etkilerinin ayırtılması ve daha tutarlı risk ölçümlerinin gerçekleştirilmesi planlanmaktadır.

## Kaynakça

1. Acerbi, C. ve Tasche, D.. (2002). On The Coherence of Expected Shortfall, *Journal of Banking and Finance*. 26: 1487–1503.
2. Ané, T.. (2006). An Analysis of the Flexibility of Asymmetric Power GARCH Models, *Computational Statistics and Data Analysis*, 51: 1293-1311.
3. Artzner, P., Delbaen, F., Eber, J-M. ve Heath, D.. (1999). Coherent Measures of Risk, *Mathematical Finance*. 9: 203-228.
4. Bali, T.G., Gökcan, S. ve Liang, B.. (2007). Value at Risk and the Cross-section of Hedge Fund Returns. *Journal of Banking and Finance*. 31: 1135-1166.
5. Baltagi, B.H.. (2000). *Econometrics*. 4th Edition. USA: Springer Press.
6. Bank for International Settlements. (2000). *Stress Testing By Large Financial Institutions: Current Practice And Aggregation Issues*. Bank for International Settlements. Committee On The Global Financial System. CGFS-14.
7. Basak, S. ve Shapiro, A.. (2001). Value-at-Risk Based Risk Management: Optimal Policies and Asset Prices, *Review of Financial Studies*. 14: 371-405.
8. Berkowitz, J.. (2001). Testing Density Forecasts With Applications to Risk Management. *Journal of Business and Economic Statistics*. 19: 465-474.
9. Bolgün, K.E. ve Akçay M.B.. (2005). *Risk Yönetimi-Gelişmekte Olan Türk Finans Piyasasında Entegre Risk Ölçüm ve Yönetim Uygulamaları*. İstanbul: Scala Yayıncılık.
10. Bollerslev, T.. (1986). Generalized Autoregressive Conditional Heteroscedasticity. *Journal of Econometrics*. 32: 307-327.
11. Bollerslev, T., Engle, R.F. ve Nelson, D.B.. (1994). ARCH Models. (Ed.: Robert F. Engle ve Daniel L. McFadden). *Handbook of Econometrics*. Amsterdam: North Holland Pres. 2959-3038.
12. Bozkuş, S.. (2005). Risk Ölçümünde Alternatif Yaklaşımlar: Riske Maruz Değer (VaR) ve Beklenen Kayıp (ES) Uygulamaları. *Dokuz Eylül Üniversitesi, İktisadi ve İdari Bilimler Fakültesi Dergisi*. 20(2): 27-45.
13. Campbell, R., Huisman, R. ve Koedijk, K.. (2001). Optimal Portfolio Selection in a Value at Risk Framework. *Journal of Banking and Finance*. 25: 1789–1804.
14. Christoffersen, P.F.. (1998). Evaluating Interval Forecasts, *International Economic Review*, 39: 841-862.
15. Cornish, E.A. ve Fisher, R.A.. (1937). Moments and Cumulants in the Specification of Distributions. *Revue de l'Institut International de Statistique*. 5(4): 307-320.
16. Çifter, A.. (2004). Risk Yönetimi'nde (Skewed) Student-t ve GED Dağılımları ile Asimetrik ve (Kismi) Entegre GARCH Modelleri: Eurobond Üzerine Bir Uygulama. *VIII. Ulusal Finans Sempozyumu*. İstanbul Teknik Üniversitesi.
17. Çifter, A., Özün, A. ve Yılmaz, S.. (2007). Geriye Dönük Testlerin Karşılaştır-

- malı Analizi: Döviz Kuru Üzerine Bir Uygulama. *Bankacılar Dergisi*. Türkiye Bankalar Birliği. 62: 25-43.
18. Dimandis, P.F., Kouretas, G.P. ve Zarangas, L.. (2006). Value-at-Risk for Long and Short Trading Positions: The Case of the Athens Stock Exchange. *Working Paper*. University of Crete, Department of Economics, No:601.
  19. Ding, Z., Granger, C.W.J. ve Engle, R.F.. (1993). A Long Memory Property of Stock Market Returns and A New Model. *Journal of Empirical Finance*. 1: 83-106.
  20. Dowd, K.. (2000). *Beyond Value at Risk: The New Science of Risk Management*. John Wiley&Sons.
  21. Dowd, K.. (2002). *Measuring Market Risk*. John Wiley&Sons.
  22. Engle, R.F.. (1982). Autoregressive Conditional Heteroscedasticity With Estimates of The Variance of United Kingdom Inflation. *Econometrica*. 55(2): 987-1007.
  23. Favre, L. ve Galeano, J.A.. (2002). Mean-Modified Value-at-Risk Optimization with Hedge Funds. *Journal of Alternative Investment Fall*. 5(2): 2-21.
  24. Fernandez, C. ve Steel, M.F.J.. (1998). On Bayesian Modelling of Fat Tails and Skewness, *Journal of the American Statistical Association*. 93: 359-371.
  25. Füss, R., Kaiser, D.G. ve Adams, Z.. (2007). Value at Risk, GARCH Modelling and the Forecasting of Hedge Fund Return Volatility. *Journal of Derivatives and Hedge Funds*. 13(1): 2-25.
  26. Giot, P. ve Laurent, S.. (2003). Value-at-Risk For Long and Short Trading Positions. *Journal of Applied Econometrics*. 18: 641-664.
  27. Giot, P. ve Laurent, S.. (2004). Modelling Daily Value-at-Risk Using Realized Volatility and ARCH Type Models. *Journal of Empirical Finance*. 11(3): 379-398.
  28. Glosten, L.R., Jagannathan, R. ve Runkle, D.E.. (1993). On the Relationship Between The Expected Value and The Volatility of The Nominal Excess Return on Stocks. *Journal of Finance*. 48: 1779-1801.
  29. Härdle, W.K. ve Mungo, J.. (2008). Value-at-Risk and expected shortfall when there is long range dependence. SFB 649 'Economic Risk' Discussion Paper. 6: 1-39.
  30. Harris, R. ve Sollis, R.. (2003). *Applied Time Series Modeling and Forecasting*. John Wiley and Sons.
  31. Hendrics, D.. (1996). Evaluation of Value at Risk Models Using Historical Data. *Economic Policy Review*. Federal Reserve Bank of New York. 2(1): 39-69.
  32. Jackson, P., Maude, D.J. ve Perraudin, W.. (1998). *Bank Capital and Value at Risk*. Bank of England, Working Paper Series. 79: 1-37.
  33. Jondeau, E., Poon, S.H. ve Rockinger, M.. (2007). *Financial Modeling Under Non-Gaussian Distributions*. USA: Springer Finance.

34. Jorion, P.. (2000). *Value at Risk: The New Benchmark for Managing Financial Risk*. 2nd Edition. New York: McGraw Hill Inc.
35. Khanniche, S.. (2008). Evaluation of Hedge Fund Returns Value at Risk Using GARCH Models. *5th International Conference on Applied Financial Economics*, Samos Island, Greece.
36. Kupiec, P.H.. (1995). Techniques for Verifying the Accuracy of Risk Measurement Models, *Journal of Derivatives*, 3: 73-84.
37. Lambert, P. ve Laurent, S.. (2001). Modelling Financial Time Series Using GARCH-Type Models with a Skewed Student Distribution For The Innovations. *Universite Catholique de Louvain, Institut de Statistique*. Discussion Paper. 125.
38. Laurent, S.. (2009). *G@RCH 6.0 Help*, <http://www.garch.org>, (30.08.2009).
39. Nelson, D.B.. (1991). Conditional Heteroskedasticity in Asset Returns: A New Approach, *Econometrica*. 59: 347-370.
40. Pan, H. ve Zhang, Z.. (2006). Forecasting Financial Volatility: Evidence From Chinese Stock Market. *Working Paper in Economics and Finance*. University of Durham. 06/02: 1-29.
41. Pattarathammas, S., Mokkhesa, S. ve Nilla-Or, P.. (2008). Value-at-Risk and Expected Shortfall under Extreme Value Theory Framework: An Empirical Study on Asian Markets. *2nd European Risk Conference*, Milano.
42. Peterson, B.G. ve Boudt, K.. (2008). Component VaR for a Non-Normal World. *Risk Magazine*. November, 78-81.
43. Sakalauskas, V. ve Kriksioniene, D.. (2006). Evaluation of Value-at-Risk for Short Term Investment by Using Cornish-Fisher Expansion. *The Sixth International Conference on Intelligent Systems Design and Applications*. Jinan, China, (16-18 October 2006).
44. Tang, T. ve Shieh, S. J.. (2006). Long-Memory in Stock Index Futures Markets: A Value-at-Risk Approach, *Physica A*, 366: 437-448.
45. Teker, S., Karakurum, E. ve Tay, O.. (2008). Yatırım Fonlarının Risk Odaklı Performans Değerlemesi. *Doğuş Üniversitesi Dergisi*. 9(1): 89-105.
46. Yamai, Y. ve Yoshiba, T.. (2002). Comparative Analyses of Expected Shortfall and Value-at-Risk (2): Expected Utility Maximization and Tail Risk. *Monetary and Economic Studies*. Bank of Japan. 20(2): 95–115.
47. Yamai, Y. ve Yoshiba, T.. (2005). Value-at-Risk Versus Expected Shortfall: A Practical Perspective. *Journal of Banking and Finance*. 29: 997–1015.
48. Zangari, P.. (1996). A VaR Methodology for Portfolios that Include Options. *RiskMetrics Monitor*. First Quarter, 4-12.