



GÜNEŞ ENERJİSİ KOLEKTÖRÜ ÜRETİMİNDE KAYNAK BAĞIMLI GÖREV SÜRELERİ İLE PARALEL MONTAJ HATTI DENGELEME

¹Yakup ATASAGUN , ²Yakup KARA 

Konya Teknik Üniversitesi, Mühendislik ve Doğa Bilimleri Fakültesi, Endüstri Mühendisliği Bölümü, Konya,
TÜRKİYE

¹yatasagun@ktun.edu.tr, ²ykara@ktun.edu.tr

(Geliş/Received: 27.10.2020; Kabul/Accepted in Revised Form: 13.01.2021)

ÖZ: Bu çalışmada, Konya’da faaliyet gösteren ve güneş enerjisi kolektörü üreten bir firmanın montaj hatlarında kaynak bağımlı görev süreleri ile paralel montaj hattı dengeleme uygulaması yapılmıştır. Öncelikle ilgili firmanın montaj hattı tanıtılmış ve kaynak bağımlı görev süreleri ile hat dengeleme yaklaşımını kullanmanın son derece uygun olduğunu göstermek amacıyla montaj hattındaki görevlerin farklı kaynak alternatifleri ile farklı sürelerde tamamlanma seçenekleri ortaya koyulmuştur. Daha sonra, karar vericiler tarafından mevcut montaj hattı ile aynı özelliklere sahip ikinci bir montaj hattının kurulmasına karar verildiği ve yeni kurulacak hattın mevcut hatta paralel bir şekilde yerleştirilerek faaliyet göstereceğinden hareketle bahsi geçen bu iki montaj hattının paralel montaj hattı dengeleme yaklaşımı ile bütünleşik olarak dengelenmesi yapılmıştır. Uygulama sonucu, bahsi geçen firmanın montaj hatlarının, karar vericiler tarafından planlanan çevrim süresi değeri için kaynak bağımlı görev süreleriyle paralel hat dengeleme yaklaşımı kullanılarak bütünleşik olarak dengelenmesinin, hatların birbirinden bağımsız dengelenmesi durumuna kıyasla aylık toplam maliyette % 5,67 oranında bir iyileştirme sağladığı belirlenmiştir. Aynı hatların beş farklı çevrim süresi değeri için dengelenmesiyle yapılan senaryo analizinde de kaynak bağımlı görev süreleriyle paralel hat dengeleme yaklaşımının bağımsız dengeleme yaklaşımına göre toplam maliyeti iyileştirme oranları ortalaması % 8,09 olarak elde edilmiştir.

Anahtar Kelimeler: Gerçek hayat uygulaması, Kaynak bağımlı görev süreleriyle montaj hattı dengeleme, Paralel montaj hattı dengeleme, Tamsayı programlama

Parallel Assembly Line Balancing with Resource Dependent Task Times in Manufacturing of Solar Energy Collector

ABSTRACT: In this study, the approach of parallel assembly line balancing with resource dependent task times is applied in the assembly lines of a company operating in Konya and producing solar energy collectors. First of all, the assembly line of the relevant company was introduced and the alternatives of completing the tasks in the assembly line using different resources were presented in order to show that it is very convenient to use the approach of assembly line balancing with resource dependent task times. Later, considering that the decision makers decided to establish a second assembly line with the same features as the existing assembly line and the new line will operate by placing it parallel to the existing line, these two assembly lines are balanced using the parallel assembly line balancing approach. As a result of the application, it is determined that the integrated balance of the aforementioned assembly lines using the approach of parallel assembly line balancing with resource dependent task times, provides an improvement of 5.67% in monthly total cost compared to the case of balancing the lines independently, for the cycle time value which is planned by decision makers. In the scenario analysis performed by balancing the same lines for five different cycle time values, the average of the total cost improvement rates of the parallel line balancing approach compared to the independent balancing is obtained as 8.09%

Key Words: *Real life application, assembly line balancing with resource dependent task times, parallel assembly line balancing, integer programming*

GİRİŞ (INTRODUCTION)

Bir montaj hattı, çevrim süresi olarak ifade edilen kısıtlı bir süre içerisinde, görev adı verilen bir grup montaj operasyonunun yapıldığı belirli sayıda ardışık iş istasyonundan oluşur. Montaj hattı dengeleme (MHD) ise, görevlerin bazı kısıtları ihlal etmeyecek ve bir takım performans ölçütleri en iyilenecek şekilde istasyonlara atanması problemidir. Bu performans ölçütü genellikle bir istasyonda bir işçinin çalışacağı varsayımıyla hattaki toplam istasyon sayısının minimize edilmesidir. Bir MHD probleminin temel kısıtları; (i) her görevin mutlaka ve en fazla bir istasyona atanacağını ifade eden atama kısıtları, (ii) görevler arasındaki öncelik ilişkilerinin ihlal edilmemesini ifade eden öncelik ilişkileri kısıtları ve (iii) her bir istasyonun iş yükünün, önceden belirlenen çevrim süresini aşmamasını ifade eden çevrim süresi kısıtları şeklinde gruplandırılabilir. Bir istasyonun iş yükü, o istasyona atanan görevlerin görev süreleri toplamı olarak ifade edilir. Çevrim süresi ise MHD problemlerinin ana parametrelerinden birisi olup, ilgili planlama dönemi içerisinde montajı gerçekleştirilecek ürüne olan talebe bağlı olarak belirlenir.

Montaj hatları, hattın şekline göre basit düz ve U-tipi; hatta montajı gerçekleştirilen ürün sayısına göre ise tek modelli ve çok/karma modelli montaj hatları olarak sınıflandırılabilir.

MHD problemlerinin en basit hali, tek modelli düz MHD problemi olarak bilinir. Tek modelli düz MHD problemi, Salveson (1955) tarafından ortaya koyulmuş ve günümüze kadar çok sayıda araştırmacının ilgisini çeken bir problem durumundadır. Düz MHD problemleri ile ilgili literatür oldukça geniş olup Baybars (1986), Ghosh ve Gagnon (1989), Erel ve Sarin (1998), Becker ve Scholl (2006) ve Scholl ve Becker (2006) tarafından yapılan literatür inceleme çalışmaları mevcuttur.

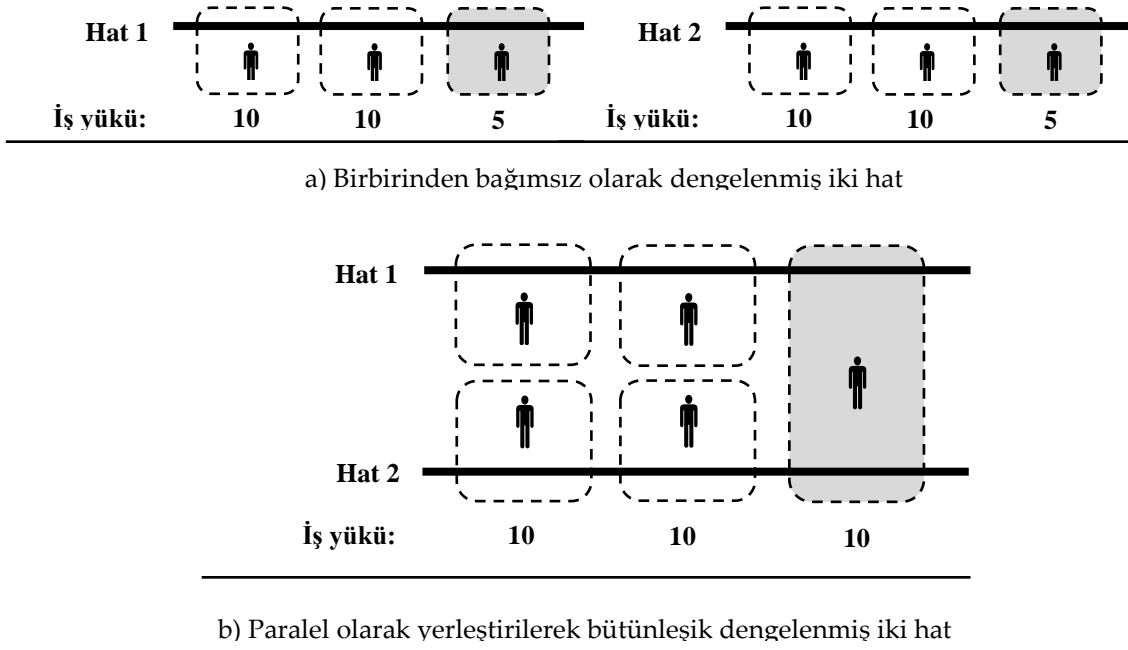
Tek modelli U-tipi MHD problemi ise ilk olarak Miltenburg ve Wijngaard (1994) tarafından ortaya koyulmuştur. U-tipi MHD problemine ilişkin literatürde düz MHD problemine kıyasla daha az sayıda çalışma yer almakla birlikte konuya ilgi duyan araştırmacılar Ohno ve Nakade (1997), Urban (1998), Scholl ve Klein (1999), Miltenburg (1998), Sparling ve Miltenburg (1998), Miltenburg (2001), Erel ve diğ. (2001), Guerriero ve Miltenburg (2003), Aase ve diğ. (2004) ve Gökçen ve Ağpak (2006) tarafından yapılan çalışmaları inceleyebilirler. Ayrıca, Battaia ve Dolgui (2013) tarafından yapılan, MHD problemleri ile ilgili olarak özellikle son yıllarda yayınlanan çalışmalara ilişkin çok daha detaylı ve geniş kapsamlı bir literatür inceleme çalışması mevcuttur.

Yukarıda kısaca özetlenmiş olan literatürdeki çalışmalarda düz ve U-tipi montaj hatlarının birbirinden bağımsız olarak dengelenmesi üzerinde durulmuştur. Ancak, bir tesiste birden fazla sayıda montaj hattı bulunduğu durumda bu hatların bütünleşik olarak dengelenmesi, tesisteki toplam işgücü ihtiyacının azaltılabilmesi olanağını ortaya çıkarmaktadır (Kara ve diğ. 2010). Gökçen ve diğ. (2006), iki veya daha fazla montaj hattının birbirine paralel olarak yerleştirilebileceğini ve bu hatların bütünleşik olarak dengelenebileceğini belirtmişlerdir. Paralel hatların bütünleşik olarak dengelenmesi, komşu hatların her ikisinden de görevler içeren ortak istasyonlar ortaya çıkmasına neden olacaktır. Bu ortak istasyonlar sayesinde, istasyon boş zamanlarının ve tesisteki toplam istasyon sayısının minimize edilmesi açısından önemli bir esneklik sağlanmış olacaktır (Kara ve diğ. 2010; Gökçen ve diğ. 2006). Şekil 1'de paralel montaj hattı dengeleme yaklaşımının sağlayacağı avantaja bir örnek gösterilmiştir. Şekil 1.a'da 10 dakikalık çevrim süresi için birbirinden bağımsız olarak dengelenmiş iki adet hat bulunmaktadır. Şekilden anlaşılacağı üzere her iki hatta da tam dolu iki istasyon bulunurken birer adet de iş yükü 5 dakika olan istasyon bulunmaktadır. Bu hatların birbirinden bağımsız dengelendiği düşünülürse toplamda 6 istasyona ihtiyaç duyulacaktır. Şekil 1.b'de ise bu hatların paralel montaj hattı dengeleme yaklaşımıyla bütünleşik dengelenmiş hali görülmektedir. Bu durumda hatların üçüncü istasyonları ortak bir istasyon olarak birleştirilebilecek, böylece ihtiyaç duyulacak toplam istasyon sayısı 5'e düşecektir.

Gökçen ve diğ. (2006) tarafından, paralel montaj hatlarının dengelenmesi için tesisteki toplam istasyon sayısını minimize edecek 0-1 tamsayılı bir matematiksel model ve bir sezgisel çözüm yöntemi önerilmiştir. Önerilen bu matematiksel model ile çözülen 95 test probleminin 65'inde, paralel dengeleme yaklaşımının,

hatların bağımsız dengelenmesi durumuna göre daha az sayıda istasyon gerektiren sonuçlar verdiği belirtilmiştir.

Ayrıca, MHD literatüründe tek modelli ve karma modelli U-tipi hatların paralel dengelenmesi gibi MHD probleminin farklı türleri için paralel dengeleme yaklaşımlarının kullanıldığı çalışmalar (Kucukkoc ve Zhang, 2015; Kucukkoc ve Zhang, 2017) mevcut olmakla birlikte Aguilar ve diğ. (2020) tarafından paralel montaj hatlarının dengelenmesi problemine yönelik detaylı bir literatür araştırması yapılmıştır.



Şekil 1. Paralel montaj hattı dengeleme yaklaşımı

Figure 1. The approach of parallel assembly line balancing

Diğer taraftan, basit düz ve U-tipi MHD yaklaşımlarında görevlerin tamamlanma zamanları genellikle sabit kabul edilmektedir. Ancak, görevleri farklı kaynak alternatifleri (ekipman veya yardımcı işçi vb.) ile farklı sürelerde tamamlamanın mümkün olması durumunda bu yaklaşım yeterince esnek ve etkili olmamaktadır. Montaj hatlarında dengeleme esnekliği sağlamak amacıyla farklı kaynaklardan oluşan farklı işlem alternatifleri kullanılarak görevlerin süreleri kısaltılabilir. Buna ilave olarak, düz ve U-tipi montaj hatları üzerine yapılan çalışmaların birçoğunda bir istasyonda bir işçinin çalışacağı varsayımı bulunmaktadır. Ancak, uygulamada bazı görevler yalnızca bir işçi tarafından gerçekleştirilememektedir. Bazı görevler, montajlanacak parçanın boyutu vb. sebeplerle mutlaka yardımcı bir işçinin (asistan) desteğini gerektireceği gibi, bir işçi tarafından yapılabilecek bazı görevlerin süreleri de bir asistanın yardımı ile kısalabilmektedir. Bu gibi durumlarda, hat dengeleme çalışmaları yapılırken farklı işlem alternatiflerinin (kaynak kombinasyonları) dikkate alınması gerekmektedir (Kara ve diğ. 2011).

Faaland ve diğ. (1992) bu problemi, kaynak bağımlı montaj hattı dengeleme (KBMHD) olarak adlandırılmışlar ve bir istasyondaki bir görevin tamamlanma zamanının o istasyonda kullanılan işlem alternatifine bağlı olacağını belirtmişlerdir. Bir işlem alternatifi, işçiler, asistanlar ve ekipmanlardan oluşan bir kaynaklar kümesidir. Her işlem alternatifinin belirli bir maliyeti vardır ve daha yüksek maliyetli işlem alternatifleri tercih edildiğinde görev süreleri daha fazla kısalmaktadır. Faaland ve diğ.'nin (1992) çalışmasında, hat boyunca açılan istasyonların sabit maliyetleri ile istasyonlara atanan işlem alternatiflerinin maliyetlerinden oluşan toplam maliyet minimize edilmeye çalışılmıştır (Kara ve diğ. 2011).

Kara ve diğ. (2011), birçok firmadaki MHD problemlerinin tamamına yakınının KBMHD olarak ele alınabileceğini ifade ettikleri çalışmalarında, problemi, uygulamaya yönelik bir takım yeni varsayımlarla

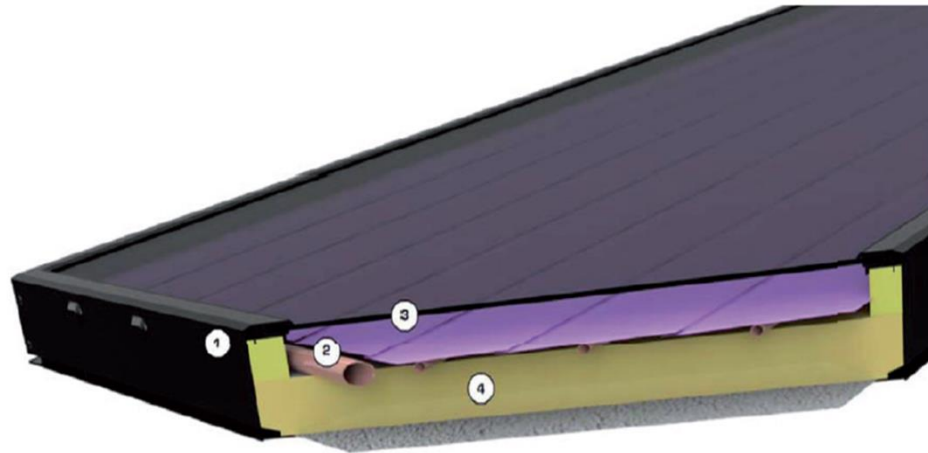
daha geniş bir bakış açısıyla ele almışlar ve KBMHD yaklaşımını U-tipi montaj hatlarına uyarlamışlardır (KBUMHD). KBUMHD yaklaşımıyla dengelenen U-tipi hatların toplam maliyetinin KBMHD yaklaşımıyla dengelenen düz hatlara göre ortalama %5,24 daha düşük olduğunu ortaya koymuşlardır.

Kara ve Atasagun (2013), Kara ve diğ. (2011) tarafından önerilen KBMHD yaklaşımını Gökçen ve diğ. (2006) tarafından ortaya koyulan paralel montaj hattı dengeleme problemine uyarlamışlar ve bu probleme Kaynak Bağımlı Görev Süreleriyle Paralel Montaj Hattı Dengeleme Problemi (KBMHD_P) adını vermişlerdir. KBMHD_P için bir 0-1 tamsayı doğrusal matematiksel model geliştirmişler ve matematiksel modeli örnek bir problem üzerinde doğrularak, örnek problemin farklı çevrim süreleriyle çözümlerinden oluşan bir senaryo analizi gerçekleştirmişlerdir. Bu senaryo analizine göre, paralel iki hattın önerilen KBMHD_P yaklaşımıyla bütünleşik olarak dengelenmesinin, dört farklı çevrim süresi değerinin üçünde hatların KBMHD yaklaşımı ile bağımsız dengelenmesi durumuna göre daha düşük maliyetli sonuç verdiği görülmektedir ve KBMHD_P yaklaşımının bağımsız dengelemeye göre toplam maliyeti iyileştirme oranları ortalaması ise % 8,8 olarak elde edilmiştir.

Bu çalışmada, Kara ve Atasagun (2013) tarafından önerilen matematiksel model kullanılarak Konya'da faaliyet gösteren ve güneş enerjisi kolektörü üreten bir firmanın montaj hattında yapılan, kaynak bağımlı görev süreleriyle paralel montaj hattı dengeleme uygulaması anlatılmıştır. Çalışmanın ilerleyen aşamalarında öncelikle çalışma kapsamında ele alınan esas materyali teşkil eden montaj hatları tanımlanmış ve uygulama kapsamında ele alınan probleme ilişkin diğer parametreler verilmiştir. Devamında uygulama sonucu elde edilen sayısal bulgular ortaya koyularak bu bulguların tartışılması ve gelecekte yapılabilecek çalışmalar ile ilgili öneriler sunulmuştur. Çalışmanın ek açıklamalar bölümünde ise, bahsi geçen uygulamada kullanılan matematiksel model, varsayımları ve kısaltmaları ile birlikte verilmiştir.

MATERYAL VE YÖNTEM (MATERIAL AND METHOD)

Çalışma kapsamında ele alınan ürün (güneş enerjisi kolektörü) yaklaşık 2 m × 1 m boyutlarında olup, Şekil 2'de görülebileceği gibi, alüminyum kasa, bakır panel, cam ve izolasyon malzemesi olmak üzere dört ana bileşenden oluşmaktadır. Ürünün montaj hattında ise 19 görev bulunmaktadır. Bu görevlerin tanımları ve aralarındaki öncelik ilişkileri ise Çizelge 1'de gösterilmiştir.



- | | |
|------------------|-----------------------|
| ① Alüminyum Kasa | ③ Cam |
| ② Panel | ④ İzolasyon Malzemesi |

Şekil 2. Güneş enerjisi kolektörü

Figure 2. Solar energy collector

Çizelge 1. Güneş Enerjisi Kolektörü Montaj Hattı Görev Tanımları ve Öncelik İlişkileri*Table 1. Task definitions and precedence relations of the solar energy collector assembly line*

Görev No	Öncül Görev	Görev Tanımı
1	-	Uzun ve kısa profilleri birleştirme
2	1	Matkapla profilin 4 başına 8 adet delik delme
3	2	Profilin 4 başına 8 adet perçin takma
4	3	Profilin 4 başına çekiçle vurup oturtma ve 4 köşesini bezle silme
5	3	Gergi çubuğu deliği delme
6	5	Kasanın içini solventle silme
7	6	Profilin iç kısmına çift taraflı bant çekme
8	7	Taban sacı döşeme, çift taraflı bant kâğıdını çekme ve taban sacını bastırma
9	8	Kasaya silikon çekme
10	9	Cam yünü / taş yünü yerleştirme
11	10	Gergi çubuğu takma
12	11	Paneli kasaya takma
13	12	4 adet conta takma ve düzeltme
14	13	Panel temizleme ve panel rötuş
15	14	Cam yerleştirme
16	15	Cam fitiline silikon çekme
17	4,16	Çıta çakma
18	17	Genel temizlik ve etiketleme ile kasa köşe düzeltme ve boyama
19	18	Kartonlama

Çizelge 1’de verilen görevlerden 15 numaralı cam yerleştirme görevi, kaynak bağımlı görev süreleri yaklaşımına çok iyi bir örnek teşkil etmektedir. Yerleştirilen cam bir kişinin rahatlıkla kavramasına ve yerleştirmesine engel teşkil edecek şekilde geniş ve ağır bir malzemedir. Bu nedenle bu görevi yapacak olan işçi, görevin manuel olarak yapılması durumunda mutlaka bir asistanın yardımına ihtiyaç duymakta ve bu şekilde bu görev 16 saniye sürmektedir. Alternatif olarak, bu görevin yapılması sırasında bir vakumlu tutucu kullanılabilir. Vakumlu tutucuyu bir işçi tek başına kontrol edebilmekte ve bu durumda asistan yardımına ihtiyaç kalmadan görev 9 saniyede tamamlanmaktadır. Bu durumda ise kullanılacak olan vakumlu tutucu fazladan bir işletme maliyetine neden olacaktır. Benzer şekilde 10 numaralı görev olan cam yünü / taş yünü yerleştirme görevi manuel olarak yapılması gereken bir görevdir ve bir işçi tarafından 160 saniyede yapılmaktadır. Ürün iki kişinin aynı anda çalışması için yeterince büyük olduğundan ve bu görev fazla uzmanlık gerektirmediğinden bir asistan yardımıyla görev süresi 80 saniyeye düşülebilmektedir. Montaj hattındaki görevlerin tamamına yakını 10 numaralı görev örneğinde olduğu gibi bir asistan yardımıyla görev süresi yarıya düşürülebilecek görevlerdir. Bu durumda, bu montaj hattı için en iyi çözümün elde edilebilmesi için KBMHD yaklaşımının kullanılması kaçınılmazdır.

Çizelge 2’de bahsi geçen güneş enerjisi kolektörü montaj hattındaki görevlerin süreleri saniye cinsinden gösterilmiştir. Çizelge 2 incelendiğinde, 1 numaralı görevin herhangi bir ekipman kullanılmadan ve asistan yardımı olmadan 50 saniyede, yine ekipman kullanılmadan asistan yardımıyla 25 saniyede tamamlanabildiği görülmektedir. Bu görev için 1 veya 2 numaralı ekipmanlardan herhangi birinin kullanılması söz konusu değildir. Benzer şekilde 6 numaralı görev için de ekipman kullanımı söz konusu olmamakla birlikte bu görevde bir asistan işçinin yardım etmesi durumu da söz konusu değildir. 6 numaralı görevin yalnızca ekipmansız ve asistan yardımı olmadan yerine getirilme alternatifi bulunmaktadır ve bu durumda 10 saniye sürmektedir. Yine çizelgede görülebileceği gibi 12 numaralı

görevin yalnızca “Asistan” sütununun “Evet” olduğu ve “Ekipman” sütununun “Yok” şeklinde belirtildiği durum için görev süresi verilmiştir. Bu durum, 12 numaralı görevin ekipman kullanmadan ve mutlaka bir asistan yardımıyla gerçekleştirilme alternatifi olduğunu ve bu durumda görev süresinin 20 saniye olduğunu göstermektedir. Özetle, Çizelge 2’nin herhangi bir hücresinde görev süresi belirtilmemiş olması, ilgili görevin ilgili hücredeki kaynak alternatifi ile gerçekleştirilemeyeceğini göstermektedir. Bu durumda ilgili problemin matematiksel model kullanılarak çözülmek istenmesi durumunda, bir görevin gerçekleştirilme ihtimalinin olmadığı bir kaynak alternatifine karşılık gelen karar değişkenlerinin modelde hiç tanımlanmaması ya da tanımlansa bile bu değişkenlerin değerlerinin sıfıra eşitleneceği kısıtlar ilave edilmesi gibi seçenekler değerlendirilebilir. Bu çalışmada, çözüm süresi açısından avantaj sağlayacağı düşünülerek bir görevin gerçekleştirilme ihtimalinin olmadığı bir kaynak alternatifine karşılık gelen karar değişkenlerinin tanımlanmaması yolu tercih edilmiştir.

Ayrıca, yukarıda da bahsedildiği gibi Çizelge 2’deki 6, 14 ve 17 numaralı görevler dışındaki tüm görevlerin KBMHD yaklaşımının varsayımlarıyla uyumlu olduğu görülmektedir.

Çizelge 2. Güneş Enerjisi Kolektörü Montaj Hattı Görev Süreleri (sn)

Table 2. Task completion times of the solar energy collector assembly line (s)

Görev No	Görev Süreleri			Görev No	Görev Süreleri		
	Asistan	Ekipman			Asistan	Ekipman	
		Yok	1			2	Yok
1	Evet	25		11	Evet	40	
	Hayır	50			Hayır	80	
2	Evet	25		12	Evet	20	
	Hayır	50			Hayır		
3	Evet	30		13	Evet	30	
	Hayır	60			Hayır	60	
4	Evet	30		14	Evet		
	Hayır	60			Hayır	26	
5	Evet	10		15	Evet	16	
	Hayır	20			Hayır		9
6	Evet			16	Evet		
	Hayır	10			Hayır	30	15
7	Evet	37		17	Evet		
	Hayır	74			Hayır	90	
8	Evet	40		18	Evet	40	
	Hayır	80			Hayır		
9	Evet			19	Evet	90	
	Hayır	30	15		Hayır		
10	Evet	80					
	Hayır	160					

Son yıllarda yenilenebilir enerji kaynaklarına, özellikle de güneş enerjisi kullanımına ilginin artmasıyla birlikte bahsi geçen firmanın üretmekte olduğu güneş enerjisi kolektörünün talebinde de ciddi bir artış meydana gelmiş ve güncel talep firmanın üretim kapasitesinin üzerine çıkmıştır. Bu durumda karar vericiler, mevcut montaj hattı ile aynı özelliklere sahip (özdeş) ikinci bir montaj hattı kurmaya karar vermişlerdir. Yeni kurulacak montaj hattı, tesis içerisinde mevcut hatta paralel bir şekilde

yerleştirilecektir. Bu durumda, yukarıda anlatılan KBMHD_P yaklaşımını kullanmanın sunmuş olduğu olanak ve avantajlardan yararlanabilmek için son derece uygun bir üretim sistemi karşımıza çıkmaktadır. Ayrıca, birbiriyle aynı özellikte iki montaj hattı kurularak ve bu hatların birbirine paralel bir şekilde konumlandırılarak bütünleşik olarak dengelenmesi, paralel hat dengeleme yaklaşımının yukarıda bahsedilen avantajlarının yanı sıra, hatlardan herhangi birinde bir sorun ortaya çıksa bile üretimin diğer hat üzerinden devam ettirilerek kesintiye uğramaması gibi bir avantajı da beraberinde getirmektedir.

Mevcut talep durumu ve firmanın çalışma saatleri de dikkate alınarak, karar vericiler tarafından, birbirine paralel yerleştirilecek montaj hatlarının her ikisinin de 135 saniyelik çevrim süresi ile çalışacağı düşünülmektedir. Farklı uygulamalarda paralel yerleştirilmiş hatların çevrim süreleri farklılık gösterebilir. Bu durumda Gökçen ve diğ. (2006) tarafından önerilen çevrim süresi ayarlama yaklaşımı kullanılabilir. Bahsi geçen iki montaj hattı özdeş hatlar olduğu için, Çizelge 1’de verilen görev tanımları ve öncelik ilişkileri ile Çizelge 2’de verilen kaynak alternatifleri ve görev süreleri her iki hat için de geçerlidir. Bu durumda bahsi geçen firmada karşımıza çıkan problem, paralel yerleştirilmiş özdeş iki montaj hattının KBMHD_P yaklaşımıyla, aylık toplam maliyeti en küçükleyecek şekilde dengelenmesidir. Probleme ilişkin diğer parametreler ise şöyledir:

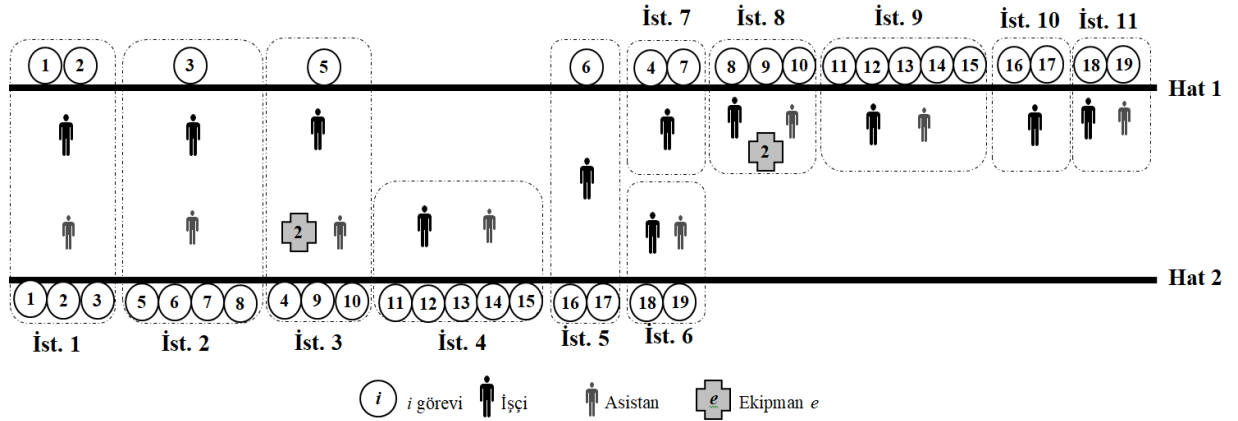
- Bir istasyon açmanın aylık maliyeti (c_w) : 5.000 TL
- Bir asistanın aylık işçilik maliyeti (c_a) : 3.500 TL
- 1 numaralı ekipmanın aylık işletme maliyeti (c_1) : 2.000 TL
- 2 numaralı ekipmanın aylık işletme maliyeti (c_2) : 100 TL
- Kullanılabilir asistan sayısı (NA) : 15 adet
- 1 numaralı ekipmanın kullanılabilir miktarı (NE_1) : 2 adet
- 2 numaralı ekipmanın kullanılabilir miktarı (NE_2) : 4 adet

Her ne kadar bahsi geçen firmanın montaj hatlarının 135 saniyelik çevrim süresiyle çalışacağı ifade edilse de, zaman içerisinde talepte meydana gelecek dalgalanmalara bağlı olarak hatların farklı bir çevrim süresi ile işletilmesi ihtiyacı ortaya çıkabilecektir. Bu durumu da göz önüne alarak bahsi geçen iki montaj hattının beş farklı çevrim süresi için, birbirinden bağımsız şekilde dengelenmeleri durumu ile KBMHD_P yaklaşımı kullanılarak paralel dengelenme durumlarının karşılaştırıldığı bir senaryo analizi de gerçekleştirilmiş ve senaryo analizinin sonuçları da çalışmanın ilerleyen bölümlerinde gösterilmiştir.

Çalışma kapsamında ele alınan problem ile senaryo analizinde yer verilen problemlerin çözümünde Kara ve Atasagun (2013) tarafından önerilen matematiksel model kullanılmıştır. Bahsi geçen matematiksel modele bu çalışmanın Ek Açıklamalar bölümünde yer verilmiştir. Matematiksel modelin çözümleri ise Intel Xeon E5-1650 (6 çekirdek) 3,2 Ghz CPU ve 16 Gb RAM’e sahip bir kişisel bilgisayarda CPLEX v12.5 çözücüsü kullanılarak gerçekleştirilmiştir.

UYGULAMA SONUÇLARI (APPLICATION RESULTS)

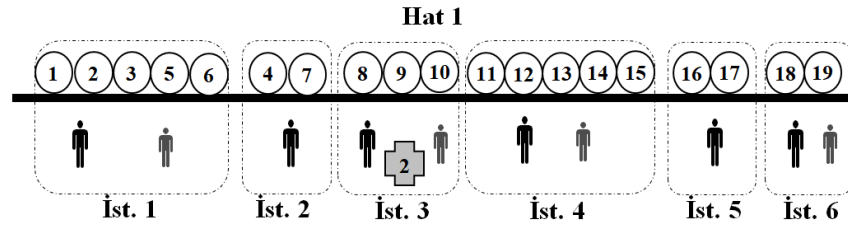
Bu bölümde çalışma kapsamında ele alınan problemin Kara ve Atasagun (2013) tarafından önerilen matematiksel model ile çözümü ve ilgili problemin beş farklı çevrim süresi için çözülmesi şeklinde gerçekleştirilen senaryo analizinin sonuçlarına yer verilmiştir. Bahsi geçen problemin optimal çözümü Şekil 3’te gösterilmiştir.



Şekil 3. Güneş enerjisi kolektörü montaj hatlarının KBMHD_P yaklaşımı ile paralel dengeleme sonucu
 Figure 3. Parallel balancing result of the solar energy collector assembly lines using KBMHD_P approach

Şekil 3 incelendiğinde optimal çözümde toplam on bir adet istasyon açıldığı, bu istasyonların sekiz adedine asistan ataması yapıldığı ve toplam iki adet 2 numaralı ekipman kullanıldığı görülmektedir. Bu durumda istasyon açmanın toplam maliyeti 55.000 TL (11×5.000), asistanların toplam işçilik maliyeti 28.000 TL (8×3.500), kullanılan ekipmanların toplam işletme maliyeti ise 200 TL (2×100) olarak karşımıza çıkmaktadır. Bu durumda, optimal çözümde, aylık toplam maliyet 83.200 TL olarak elde edilmiştir.

Bahsi geçen güneş enerjisi kolektörü montaj hatlarının paralel dengeleme yaklaşımı kullanılmadan birbirinden bağımsız dengelenmesi durumuna örnek teşkil etmek üzere bu hatlardan yalnızca birinin KBMHD yaklaşımıyla dengelenmesi ile sonucu ise Şekil 4'te gösterilmiştir. Çalışma kapsamında ele alınan iki hat özdeş hatlar olduğu için hatların birbirinden bağımsız dengelenmesi durumunda Şekil 4'te gösterilen dengeleme sonucu her iki hat için de geçerli olacaktır.



Şekil 4. Güneş enerjisi kolektörü montaj hatlarından birinin KBMHD yaklaşımı ile dengeleme sonucu
 Figure 4. Balancing result for one of the solar energy collector assembly lines using KBMHD approach

Şekil 4'teki optimal atama sonuçlarına göre uygulama yapılan firmadaki güneş enerjisi kolektörü montaj hatlarının her biri KBMHD yaklaşımıyla birbirinden bağımsız olarak dengelendiğinde, tesiste aynı özellikte iki hat faaliyet göstereceğinden, her bir hatta altışar adet olmak üzere toplamda on iki adet istasyon açılacağı, her bir hatta dörder adet olmak üzere toplamda sekiz adet asistan ataması yapılacağı ve her bir hatta birer adet olmak üzere toplamda iki adet 2 numaralı ekipmanın kullanılacağı görülmektedir. Bu durumda aylık toplam maliyet her bir hat için 44.100 TL olmak üzere toplamda 88.200 TL olarak karşımıza çıkacaktır. Bahsi geçen iki montaj hattı KBMHD_P yaklaşımıyla bütünlük olarak dengelendiğinde paralel dengeleme yaklaşımının bir sonucu olarak toplam istasyon sayısında bir adetlik bir azalma meydana gelmiş ve toplam maliyet 83.200 TL olarak karşımıza çıkmıştır. Bu durumda bahsi geçen güneş enerjisi kolektörü montaj hatlarının KBMHD_P yaklaşımıyla dengelenmesi durumunda, hatların birbirinden bağımsız olarak dengelenmesi durumuna göre aylık toplam maliyette yaklaşık %5,67 oranında bir iyileştirme ortaya çıkacaktır.

Bahsi geçen iki montaj hattının 120, 135, 150, 165 ve 180 saniye olmak üzere beş farklı çevrim süresi için, birbirinden bağımsız şekilde dengelenmeleri durumu ile KBMHD_P yaklaşımı kullanılarak paralel

dengeleme durumlarının karşılaştırıldığı senaryo analizi ise ilgili problemlerin saniye cinsinden çözüm süreleri ile birlikte Çizelge 3'te verilmiştir.

Çizelge 3. Farklı Çevrim Süreleriyle Senaryo Analizi

Table 3. A scenario analysis with different cycle time values

Çevrim Süresi (sn)	Dengeleme Yaklaşımı	CPU Süresi (sn)	İstasyon Sayısı	Asistan Sayısı	Ekipman 1 Sayısı	Ekipman 2 Sayısı	Toplam Maliyet	İyileşme Oranı
120	Bağımsız	15,47	14	12	-	-	112.000	
	Paralel	7.933,92	13	10	-	-	100.000	% 10,71
135	Bağımsız	37,16	12	8	-	2	88.200	
	Paralel	77.305,28	11	8	-	2	83.200	% 5,67
150	Bağımsız	3,38	10	8	-	2	78.200	
	Paralel	623,42	10	7	1	2	76.700	% 1,92
165	Bağımsız	1.854,27	10	8	-	-	78.000	
	Paralel	8,31	9	7	-	3	69.800	% 10,51
180	Bağımsız	3,09	10	6	-	2	71.200	
	Paralel	121,34	9	5	-	4	62.900	% 11,66
ORTALAMA								% 8,09

Çizelge 3'te görülebileceği gibi hatların bağımsız dengelenmeleri durumunda optimal çözümü elde etmek için gereken CPU süreleri, aynı çevrim süresi değeri için hatların paralel dengeleme yaklaşımıyla dengelenmesi durumu için gereken CPU sürelerinden ciddi şekilde düşüktür. Bunun nedeni, daha önce de ifade edildiği gibi sistemde iki adet özdeş hat yer aldığından ve bağımsız dengeleme durumu için çözümlerin yalnızca hatlardan birisi için yapılmasının yeterli olacağından, aynı çözümün diğer hat için de aynen geçerli olacağından hareketle yalnızca tek bir hat için çözüm yapılmış olmasından kaynaklanmaktadır. Hatların paralel dengelenmesi durumunda ise matematiksel model ile iki hat eş zamanlı olarak dengelenmeye çalışılmakta, bu durumda problem boyutu yaklaşık iki katına çıkmakta, ayrıca her iki hattın da görevler içeren ortak istasyonlar açılması, bazı kaynak alternatiflerinin bu istasyonlarda her iki hat tarafından ortak kullanılmasına imkân sağlanması gibi durumlar da düşünüldüğünde problem daha zor ve karmaşık bir hale gelmektedir. Bu nedenle paralel dengeleme durumu için CPU sürelerinin daha yüksek olması beklenen bir durumdur.

Buradan hareketle, Çizelge 3'te her bir çevrim süresi değeri için bağımsız dengeleme yaklaşımı satırlarında verilen istasyon sayısı, asistan sayısı, ekipmanların kullanılan miktarları ve toplam maliyet değerleri, üretim ortamında özdeş iki hat faaliyet göstereceği göz önüne alınarak, iki hattın birbirinden bağımsız dengelenmesi durumunda iki hatta ortaya çıkacak olan toplam sayı ve değerler şeklinde verilmiştir. Çizelge 3'ün "İyileşme Oranı" başlıklı sütununda ise her bir çevrim süresi değeri için, hatların birbirinden bağımsız dengelenmesi yerine paralel dengeleme yaklaşımıyla dengelenmesi durumunda toplam maliyette meydana gelecek iyileşmenin bağımsız dengeleme durumundaki toplam maliyete oranları verilmiştir. İyileşme oranı her bir çevrim süresi değeri için eşitlik (1) e göre hesaplanmıştır.

$$\dot{I}O = \frac{TM_{Bağımsız} - TM_{Paralel}}{TM_{Bağımsız}} \times 100 \quad (1)$$

Eşitlik (1)'de $\dot{I}O$, iyileşme oranını; $TM_{Bağımsız}$, bağımsız dengeleme durumundaki toplam maliyeti; $TM_{Paralel}$ ise paralel dengeleme durumundaki toplam maliyeti ifade etmektedir.

Çizelge 3 incelendiğinde, bahsi geçen hatların KBMHD_P yaklaşımıyla paralel olarak dengelenmesi durumunda 135 saniyelik çevrim süresi için yukarıda da anlatıldığı gibi bağımsız dengelemeye göre yalnızca istasyon sayısında bir azalma ortaya çıkarak daha düşük maliyetli sonuç elde edildiği görülmektedir. 135 saniye dışındaki diğer dört çevrim süresi değeri için yapılan çözümlerde ise asistan ve ekipmanlar gibi kaynak alternatiflerinin kullanılan miktarlarında da farklılık ortaya çıkacak şekilde

KMBHD_P yaklaşımıyla paralel dengelemenin bağımsız dengelemeye göre daha düşük toplam maliyete sahip sonuçlar verdiği görülmektedir. Bu durum, paralel dengeleme yaklaşımının sağlamış oldu avantajların, kaynak bağımlı görev süreleri ile montaj hattı dengeleme problemi için de geçerli olduğunun önemli bir göstergesidir. Çizelge 3'te gösterilen ve senaryo analizi kapsamında değerlendirmeye alınan beş farklı çevrim süresi değeri için KBMHD_P yaklaşımıyla paralel dengelemenin bağımsız dengeleme durumuna göre iyileştirme oranları ortalaması ise % 8,09 olarak ortaya çıkmıştır.

SONUÇ ve ÖNERİLER (RESULTS and SUGGESTIONS)

Bu çalışmada, paralel montaj hatlarının kaynak bağımlı görev süreleriyle dengelenmesi problemi için Kara ve Atasagun (2013) tarafından geliştirilen matematiksel model kullanılarak Konya'da faaliyet gösteren ve güneş enerjisi kolektörü üreten bir firmanın üretim ortamındaki, kaynak bağımlı görev sürelerine sahip ve birbirine paralel olarak yerleştirilerek faaliyet gösterecek özdeş iki montaj hattının dengelenmesi yapılmıştır. Dengeleme sonucu, bahsi geçen güneş enerjisi kolektörü montaj hatlarının, karar vericilerin planladığı 135 saniyelik çevrim süresi için KBMHD_P yaklaşımıyla dengelenmesi durumunda, hatların birbirinden bağımsız olarak dengelenmesi durumuna göre aylık toplam maliyette yaklaşık % 5,67 oranında bir iyileştirme ortaya çıkacağı görülmüştür.

Ayrıca beş farklı çevrim süresi değeri için yapılan senaryo analizi sonucunda da, paralel dengeleme yaklaşımını tercih etmenin, bağımsız dengeleme durumuna göre aylık toplam maliyeti iyileştirme oranları ortalaması % 8,09 olarak elde edilmiştir.

Bu durum, tam zamanında üretim felsefesinin en önemli bileşenlerinden birisi olan, üretim ortamındaki her türlü israfın elimine edilmesi ilkesiyle de uyum göstermesi açısından son derece önemlidir.

Konu ile ilgili gelecekte yapılacak çalışmalarda, KBMHD_P problemi için çok kısa sürelerde etkin çözümler üretecek sezgisel yaklaşımlar geliştirilmesi ve karar vericilerin kendi üretim ortamlarına özgü bir takım tercih ve öncelikleri konusunda esneklik sağlayacak hedef programlama yaklaşımlarının önerilmesi üzerinde durulabilir.

KAYNAKLAR (REFERENCES)

- Aase, G.R., Olson, J.R., Schniederjans, M.J., 2004, "U-shaped assembly line layouts and their impact on labor productivity: an experimental study", *European Journal of Operational Research*, 156 (3), 698-711.
- Aguilar, H., García-Villoria, A., Pastor, R., 2020, "A survey of the parallel assembly lines balancing problem", *Computers and Operations Research*, 124, 105061.
- Battaia, O., Dolgui, A., 2013, "A taxonomy of line balancing problems and their solution approaches", *International Journal of Production Economics*, 142 (2), 259-277.
- Baybars, I., 1986, "A Survey of Exact Algorithms for the Simple Line Balancing Problem", *Management Science*, 32 (8), 909-932
- Becker, C., Scholl, A., 2006, "A survey on problems and methods in generalised assembly line balancing", *European Journal of Operational Research*, 168 (3), 694-715.
- Erel, E., Sarin, S.C., 1998, "A survey of the assembly line balancing procedures", *Production Planning and Control*, 9 (5), 414-434.
- Erel, E., Sabuncuoglu, I., Aksu, B.A., 2001, "Balancing of U-type assembly systems using simulated annealing", *International Journal of Production Research*, 39 (13), 3003-3015.
- Faaland, B.H., Klasterin, T. D., Schmitt, T. G., Shtub, A., 1992, "Assembly Line Balancing with Resource Dependent Task Times", *Decision Sciences*, 23 (2), 343-364.
- Ghosh, S., Gagnon, J., 1989, "A comprehensive literature review and analysis of the design, balancing and scheduling of assembly systems", *International Journal of Production Research*, 27 (4), 637-670.
- Gökçen, H., Ağpak, K., 2006, "A goal programming approach to simple U-line balancing problem", *European Journal of Operational Research*, 171 (2), 577-585.

- Gökçen, H., Ağkak, K., Benzer, R., 2006, "Balancing of parallel assembly lines", *International Journal of Production Economics*, 103 (2), 600-609.
- Guerriero, F., Miltenburg, J., 2003, "The stochastic U-line balancing problem", *Naval Research Logistics* 50 (1), 31-57.
- Kara, Y., Atasagun, Y., 2013, "Assembly Line Balancing with Resource Dependent Task Times: An Application to Parallel Assembly Lines", *IFAC Conference on Manufacturing Modelling, Management and Control (MIM '2013)*, June 19-21, Saint Petersburg, RUSSIA, 875-880.
- Kara, Y., Gökçen, H., Atasagun, Y., 2010, "Balancing Parallel Assembly Lines with Precise and Fuzzy Goals", *International Journal of Production Research*, 48 (6), 1685-1703.
- Kara, Y., Özgüven, C., Yalçın, N., Atasagun, Y., 2011, "Balancing Straight and U-Shaped Assembly Lines with Resource Dependent Task Times", *International Journal of Production Research*, 49 (21), 6387-6405.
- Kucukkoc, I., Zhang, D.Z., 2015, "Balancing of parallel U-shaped assembly lines", *Computers & Operations Research*, 64, 233-244.
- Kucukkoc, I., Zhang, D.Z., 2017, "Balancing of mixed-model parallel U-shaped assembly lines considering model sequences", *International Journal of Production Research*, 55 (20), 5958-5975.
- Miltenburg, J., 1998, "Balancing U-lines in a multiple U-line facility", *European Journal of Operational Research*, 109 (1), 1-23.
- Miltenburg, J., 2001, "U-shaped production lines: A review of theory and practice", *International Journal of Production Economics*, 70 (3), 201-214.
- Miltenburg, J., Wijngaard, J., 1994, "The U-line line balancing problem", *Management Science*, 40 (10), 1378-1388.
- Ohno, K., Nakade, K., 1997, "Analysis and optimization of U-shaped production line", *Journal of the Operations Research Society of Japan* 40 (1), 90-104.
- Salveson, M.E., 1955, "The assembly line balancing problem", *Journal of Industrial Engineering*, 6 (3), 18-25.
- Scholl, A., Becker, C., 2006, "State-of-the-art exact and heuristic solution procedures for simple assembly line balancing", *European Journal of Operational Research*, 168 (3), 666-693.
- Scholl, A., Klein, R., 1999, "ULINO: Optimally balancing U-shaped JIT assembly lines", *International Journal of Production Research*, 37 (4), 721-736.
- Sparling, D., Miltenburg, J., 1998, "The mixed-model U-line balancing problem", *International Journal of Production Research* 36 (2), 485-501.
- Urban, T.L., 1998, "Optimal balancing of U-shaped assembly lines", *Management Science*, 44 (5), 738-741.

EK AÇIKLAMALAR (APPENDIX)

Bu bölümde Kara ve Atasagun (2013) tarafından KBMHD_P için geliştirilen matematiksel model verilmiştir. Matematiksel model, Kara vd. (2011) tarafından önerilen KBMHD yaklaşımının varsayımları ile Gökçen vd. (2006) tarafından önerilen paralel montaj hattı dengeleme yaklaşımının varsayımlarına sadık kalınarak geliştirilmiştir.

Varsayımlar (Assumptions)

Matematiksel modelin varsayımları şu şekildedir:

- Üretim yapılan tesiste birbirine paralel olarak yerleştirilmiş iki veya daha fazla montaj hattı vardır.
- Her bir hatta tek bir ürünün montajı yapılmaktadır.
- Her bir ürünün görevleri arasındaki öncelik ilişkileri bilinmektedir.
- Görev süreleri deterministiktir ancak görevin yapılması için tahsis edilmiş kaynaklara (ekipman türü veya asistan) bağlı olarak değişmektedir. Ayrıca bir görevin süresi, görevin atandığı istasyondan bağımsızdır.
- Bir görev, öncelik ilişkilerini ihlal etmeyecek şekilde herhangi bir istasyona atanabilir.

- Bazı görevleri bir işçi tek başına yapamaz. Bir istasyona böyle bir görev atanmış ise mutlaka bir de asistan atanmalıdır.
- Bazı görevlerin süreleri bir asistanın yardımı ile kısalabilir.
- Bazı görevlerin yapılabilmesi için belirli ekipmanların kullanılması gerekebilir. Bir görev için kullanılacak alternatif ekipmanlar olabileceği gibi bazı görevler yalnızca bir ekipmanla veya ekip kullanılmaksızın yapılabilir. Her ekipman türünün belirli bir işletme maliyeti vardır.
- Tesiste tüm istasyonlarda çalışmak üzere yeterli işçi bulunduğu varsayılır ancak asistan ve ekipmanlar için kullanılabilir miktarların bir üst sınırı vardır.
- İstasyonlar arasında süreç içi stoklara izin verilmemektedir.
- Her bir hattaki her bir istasyonda çalışan işçiler, birden fazla ürünün görevlerini yerine getirebilecek esnek işçilerdir.
- Hatların her iki tarafında da çalışılabilir.
- Bir ortak istasyon, yalnızca komşu olarak yerleştirilmiş iki hattın görevlerini içerecek şekilde açılabilir.

Kısaltmalar (Notation)

Matematiksel modelde kullanılan kısaltmalar aşağıdaki gibidir.

İndisler

h	: montaj hattı
i, r, s	: görev
j	: istasyon
e	: ekipman türü

Parametreler ve kümeler

t_{hie0}	: h hattındaki i görevinin e ekipmanı ile asistan yardımı olmadan tamamlanma süresi
t_{hie1}	: h hattındaki i görevinin e ekipmanı ile asistan yardımıyla tamamlanma süresi
N_h	: h hattının görevleri kümesi
H	: montaj hatları kümesi
E	: ekipmanlar kümesi
E_{hi}	: h hattındaki i görevinin yapılmasında kullanılacak ekipmanlar kümesi
NE_e	: e ekipmanının kullanılabilir miktarı
NA	: kullanılabilir asistan miktarı
W	: istasyonlar kümesi
CT	: çevrim süresi
PR_h	: h hattına ait öncelik ilişkileri kümesi
$(r,s) \in PR_h$: h hattına ait bir öncelik ilişkisi; r görevi s görevinin komşu öncülüdür
M	: büyük bir sayı
c_w	: bir istasyon açmanın planlama dönemi için maliyeti (işçilik + sabit maliyetler)
c_a	: bir asistanın planlama dönemi için işçilik maliyeti
c_e	: e ekipmanının planlama dönemi için işletme maliyeti

Karar Değişkenleri

x_{hij}	: 1, h hattındaki i görevi j istasyonuna atanmışsa; 0, diğer durumda
p_{hije}	: 1, h hattındaki i görevi j istasyonuna e ekipmanı ile asistansız olarak atanmışsa; 0, diğer durumda
q_{hije}	: 1, h hattındaki i görevi j istasyonuna e ekipmanı ile asistanlı olarak atanmışsa; 0, diğer durumda
z_{hje}	: 1, e ekipmanı h hattındaki j istasyonuna atanmışsa 0, diğer durumda
u_j	: 1, j istasyonu açılmışsa; 0, diğer durumda

k_j : 1, j istasyonuna asistan atanmışsa; 0, diğer durumda
 y_{hj} : 1, j istasyonu h hattında açılmışsa; 0, diğer durumda

Matematiksel Model (Mathematical Model)

$$\text{Min} \sum_{j \in W} (c_w u_j + c_a k_j) + \sum_{h \in H} \sum_{e \in E} \sum_{j \in W} c_e z_{hje} \quad (2)$$

$$\sum_{j \in W} x_{hij} = 1 \quad \forall h \in H; \forall i \in N_h \quad (3)$$

$$\sum_{e \in E_h} (p_{hije} + q_{hije}) = x_{hij} \quad \forall h \in H; \forall i \in N_h; \forall j \in W \quad (4)$$

$$\sum_{j \in W} j(x_{hrj} - x_{hsj}) \leq 0 \quad \forall h \in H; \forall (r, s) \in PR_h \quad (5)$$

$$\sum_{i \in N_h, e \in E_h} (t_{hie0} p_{hije} + t_{hie1} q_{hije}) + \sum_{i \in N_h, e \in E_h} (t_{(h+1)ie0} p_{(h+1)ije} + t_{(h+1)ie1} q_{(h+1)ije}) \leq CTu_j \quad h = 1, \dots, H-1; \forall j \in W \quad (6)$$

$$\sum_{i \in N_h} (p_{hije} + q_{hije}) - Mz_{hje} \leq 0 \quad \forall h \in H; \forall e \in E_h; \forall j \in W \quad (7)$$

$$\sum_{h \in H} \sum_{j \in W} z_{hje} \leq NE_e \quad \forall e \in E \quad (8)$$

$$\sum_{h \in H} \sum_{i \in N_h} \sum_{e \in E_h} q_{hije} - Mk_j \leq 0 \quad \forall j \in W \quad (9)$$

$$\sum_{j \in W} k_j \leq NA \quad (10)$$

$$\sum_{i \in N_h} x_{hij} - \|N_h\| y_{hj} \leq 0 \quad \forall h \in H; \forall j \in W \quad (11)$$

$$y_{hj} + y_{(h+a)j} \leq 1 \quad h = 1, \dots, H-2; a = 2, \dots, H-h; \forall j \in W \quad (12)$$

$$x_{hij}, p_{hije}, q_{hije}, z_{hje}, u_j, k_j, y_{hj} \in \{0, 1\} \quad (13)$$

(2) numaralı eşitlik modelin amaç fonksiyonu olup, planlama dönemi için istasyon açma, asistan ve ekipman maliyetlerinden oluşan toplam maliyeti minimize etmektedir. Eşitlik (3) her bir hattaki her bir görevin mutlaka ve en fazla bir istasyona atanmasını sağlamaktadır. (4) numaralı eşitlik, bir istasyona atanan kaynakları (asistan ve ekipman türü) belirlemektedir. Görevler arasındaki öncelik ilişkileri, eşitlik (5)'te verilen kısıt kümesi ile sağlanmaktadır. Eşitlik (6) bir istasyonun iş yükünün çevrim süresini aşmayacağını garanti etmektedir. Eşitlik (7) yardımıyla e ekipmanının h hattında kullanılmak üzere j istasyonuna atanıp atanmadığı belirlenmektedir. Eşitlik (8) sayesinde atanan e ekipmanı sayısının bu ekipmanın kullanılabilir miktarını aşmaması sağlanmaktadır. Eşitlik (9) bir istasyona asistan atanıp atanmadığını belirlemektedir. İstasyonlara atanan toplam asistan sayısının kullanılabilir asistan miktarını aşmaması eşitlik (10) yardımıyla sağlanmaktadır. Eşitlik (11) ve (12) açılan ortak bir istasyonun yalnızca komşu iki hattan görevler içereceğini garanti etmektedir. Son olarak eşitlik (13) modeldeki tüm karar değişkenlerinin ikili düzende olduğunu belirtmektedir.