

## Yapı Sistemlerinin Sürekli ve Ayrık Tasarım Değişkenleri ile Güvenilirliğe Dayalı Optimizasyonu

Vedat TOĞAN\*  
Ayşe DALOĞLU\*\*  
Halil KARADENİZ\*\*\*

### ÖZ

Yapı sistemlerinin, belirli koşullar altında minimum ağırlıklarını bulmaya yönelik geleneksel olarak gerçekleştirilen optimizasyonlarında kullanılan verilerde (parametrelerde) olabilecek rasgele değişimler dikkate alınmamaktadır. Oysaki yük değerleri, dayanım değerleri, geometrik değerler vb. gibi verilerin belirlenme, yapı elemanlarının üretim, işçilik vb. gibi süreçlerinde kaçınılmaz olarak rastgelelikler vardır. Verilerdeki rastgeleliklerin optimizasyon sürecinde dikkate alınması güvenilirliğe dayalı optimizasyon tekniğini ortaya çıkarmaktadır. Bu çalışmada, optimizasyon sürecinde dikkate alınan verilerde olabilecek rastgelelikler dikkate alınarak, istenilen amacın minimum değerini elde etmeye yönelik bir işlemler dizisi sunulmaktadır. Optimizasyonun tasarım değişkenleri için sürekli ve ayrık kabulleri yapılmaktadır. Sonuç olarak sistemlerin minimum ağırlıklı olacak biçimde boyutlandırılmalarında, verileri optimizasyon sürecine rastgele olarak katmak hem ulaşılan sonucu etkilemekte hem de güvenilirlik düzeyini istenilen seviyeye getirmektedir.

**Anahtar Kelimeler:** Güvenilirlik analizi, optimizasyon, güvenilirliğe dayalı optimizasyon

### ABSTRACT

#### Reliability-Based Design Optimization of Structural Systems with Continuous and Discrete Design Variables

The random variations in the parameters used in the traditional optimization techniques to perform the optimum design of the structural systems satisfying predefined criteria are not taken into account. Yet, the randomness in the determination of the loads, material strength, geometry of the structure, manufacturing of the members, and workmanship etc. are inevitable in the real life. Optimization performed with random parameters results in

---

Not: Bu yazı

- Yayın Kurulu'na 02.02.2009 günü ulaşmıştır.
- 30 Eylül 2010 gününe kadar tartışmaya açıktır.

\* Karadeniz Teknik Üniversitesi, İnşaat Mühendisliği Bölümü, Trabzon - togan@ktu.edu.tr

\*\* Karadeniz Teknik Üniversitesi, İnşaat Mühendisliği Bölümü, Trabzon - aysed@ktu.edu.tr

\*\*\* Delft University of Technology, Faculty of Civil Engineering and Geosciences, Netherlands - h.karadeniz@tudelft.nl

the reliability based design optimization concept. In this study, an integrated algorithm is proposed considering the parameters as being random to find the minimum value of a specified object function. The continuous and discrete design variables are considered in the optimization process. It is concluded that taking the parameters as being random in the optimization process affects the solutions and it meets the specified reliability level.

**Keywords:** Reliability analysis, optimization, reliability based design optimization

## 1. GİRİŞ

Yapı mühendisleri, tasarımı uygulanabilir kılacak bir takım koşullar altında, dögüsel olan analiz ve değerlendirme safhaları sonucunda ortaya çıkan tasarım çözümleri arasından birini seçme durumundadırlar. Ancak bu seçimin, malzeme, geometri ve taşıyıcı sistem bakımından en uygun olması isteği ihtiyaca cevap vermeyi zorlaştırmaktadır. Bu amaçla değerlendirme işlemi için bilgisayarlarda çalıştırılan dögüsel işlemler dizisi yazılmıştır. Bu işlemler dizisinde, dikkate alınan yük değerleri, malzeme dayanım değerleri, geometri ve kullanılan elemanların en kesit alanları değerleri gibi verilerdeki(parametrelerdeki) oluşabilecek değişimler dikkate alınmamaktadır. Oysaki gerek bu verilerin belirlenme, gerek malzemelerin üretim, gerekse de yapım sürecinde kaçınılmaz rastgelelikler bulunmaktadır. Dolayısı ile bu rastgelelikler veriler gurubunun belirli değerlerle temsil edilmesini güçleştirmektedir. Yapılan çalışmalar göstermektedir ki, geleneksel olarak yapıya gelen optimizasyon işlemlerinde bu verilerin rastgele olarak dikkate alınması, standartlarda katsayılarla belirlenmeye çalışılan güvenilirlik düzeyini etkilemektedir. Bu yolla elde edilen sonuçlar genellikle istenilen güvenilirlik düzeyini sağlamamaktadır ve verilerdeki rastgelelikler de ulaşılan sonuçları etkilemektedir[1-3].

Optimizasyon sürecinde dikkate alınan verilerin rastgele olarak kabul edilmesi güvenilirliğe dayalı optimizasyon [4-7] tekniğini ortaya çıkarmaktadır. Adından da anlaşılacağı gibi güvenilirliğe dayalı optimizasyon, rastgele değişkenlere bağlı koşullar altında istenilen amacın minimum değerinin elde edilmesidir. Dolayısı ile geleneksel optimizasyona göre, güvenilirliğe dayalı optimizasyon (GDO) da, güvenilirlik analizi [8-10] yöntemlerinden birinin rastgele değişkenlere bağlı koşulların değerlendirilmesini yapmak üzere optimizasyon işlem dizisine eklenmesini gerektirmektedir. Bu ekleniş, yine geleneksel optimizasyondan farklı olarak GDO'un iki farklı çözüm uzayında çalışmasını gerektirmektedir. Verilerin belirli bir değer ile ifade edildiği ilk uzayda, optimizasyon, rastgele değişkenlerle işlem görülen ikinci uzayda ise güvenilirlik analizi gerçekleştirilmektedir. Güvenilirlik analizi, negatif değeri başarısızlığı temsil eden bir sınır (limit) durum fonksiyonu üzerinden ilgili yöntemler aracılığı ile gerçekleştirilmektedir. İki çözüm uzayındaki veri alışverişi değişken değerlerinin bir uzaydan diğer uzaya dönüştürülmesiyle sağlanmaktadır[8-10].

Bu çalışmada, optimizasyon sürecinde verilerin rastgele olarak dikkate alınmasıyla, istenilen amacın minimum değerini elde etmeye yönelik bir işlemler dizisi sunulmaktadır. Bu maksatla, bu işlemler dizisindeki her bir bileşen tanımlanmaktadır. Oluşturulan işlem dizisi grubunun işlerliği sayısal örnekler aracılığıyla incelenmektedir.

## 2. OPTİMİZASYON MODELLERİ

### 2.1 Geleneksel Optimizasyon Modeli

Herhangi bir mühendislik sisteminin optimizasyonuna ait matematiksel formülasyonu bağıntı (1)'deki gibi verilmektedir.

$$\begin{array}{ll} \text{bul} & d \\ \text{min. veya mak.} & W(d) \end{array} \quad (1)$$

burada  $d$  istenilen amacın minimum veya maksimum değerini veren parametreler vektörünü ifade etmektedir ve tasarım değişkenleri vektörü olarak adlandırılmaktadır.  $W(d)$  ise tasarım değişkenlerine bağımlı olan amaç fonksiyonunu ifade etmektedir. Bu probleme ait çözümün kabul edilebilir olması için bir dizi koşulları sağlaması gerekmektedir. Bu koşullar genellikle ülke standartlarında belirtilen gerilme, deplasman, doğal frekans vb. gibi değerlerdir. Bu koşulların hepsi sınırlayıcı olarak adlandırılmakta ve bağıntı (2a)'deki gibi gösterilmektedir. Öte yandan tasarım değişkenleri içinde, alt ve üst değerleri belirtilmiş değer aralıkları tanımlanabilmektedir, bağıntı (2b). İnşaat mühendisliğine ait bir optimizasyon probleminde, genellikle  $d$  en kesit alanı,  $W(d)$  ise ağırlık veya hacim olarak dikkate alınmaktadırlar.

$$g(d) \leq 0 \quad (2a)$$

$$d_a \leq d \leq d_u \quad (2b)$$

Sınırlayıcıların kontrol edilmesi için bir yapısal analiz programına ihtiyaç duyulmaktadır. Bu optimizasyon probleminde herhangi bir parametre veya veride oluşabilecek rastgelelik dikkate alınmamaktadır. Bu nedenle bu problem geleneksel veya deterministik optimizasyon problemi olarak adlandırılmaktadır. Yük değerleri, malzeme dayanımları, mühendislik sistemine ait en kesit alanı veya geometri değerleri gibi verilerin optimizasyon sürecinde rastgele olarak dikkate alınması güvenilirliğe dayalı optimizasyon (GDO) tekniğini ortaya çıkarmaktadır [1-7].

### 2.2 Güvenilirliğe Dayalı Optimizasyon Modeli

Güvenilirliğe dayalı bir optimizasyon (GDO) problemi aşağıdaki gibi ifade edilmektedir.

$$\begin{array}{ll} \text{bul} & d \\ \text{min.} & W(d) \end{array} \quad (3)$$

$$g_d(d) \leq 0 \quad g_g(d, X) \leq 0 \quad (3a)$$

$$d_a \leq d \leq d_u \quad (3b)$$

burada  $X=[X_{ij}]^T (i=1, \dots, n)$  rastgele olarak tanımlanan parametreler vektörünü;  $g_d(d)$  ve  $g_g(d, X)$  sırasıyla deterministik ve güvenilirlik sınırlayıcılarını göstermektedir. GDO

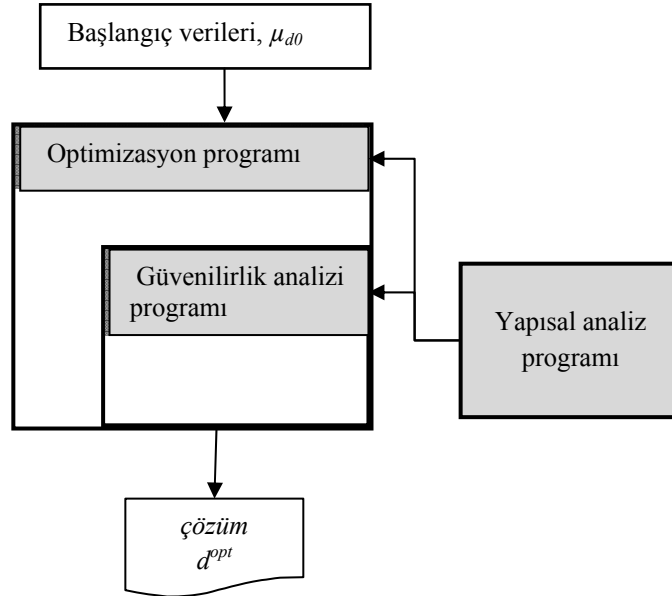
*Yapı Sistemlerinin Sürekli ve Ayrık Tasarım Değişkenleri ile ...*

problemlerinde optimizasyonun tasarım değişkenleri deterministik veya rastgele olarak dikkate alınabilmektedir. GDO'da tasarım değişkenlerinin rastgele olması durumunda, sayısal ortalama değerleri genellikle optimizasyonun tasarım değişkenleri olmaktadır. Geleneksel optimizasyon problemi gerçekte tüm verilerin sayısal ortalama  $\mu$  değerlerinin bir fonksiyonu olarak ifade edilmektedir.

Güvenilirlik sınırlayıcısının varlığı, geleneksel optimizasyondan farklı olarak optimizasyon sürecine güvenilirlik analizi programının da katılmasını gerektirmektedir. Dolayısı ile bir GDO algoritması, tasarım değişkenlerini yenileyen ve en uygununu bulan bir optimizasyon programı, güvenilirlik sınırlayıcısının kontrol edilmesine aracılık eden güvenilirlik analizi programı ve son olarak da mühendislik sisteminin sayısal çözümlemesini yapan bir analiz programı gibi üç farklı bileşeni içermektedir.

### 3. GÜVENİLİRLİĞE DAYALI OPTİMİZASYONUN BİLEŞENLERİ

Üç farklı programı bünyesinde barındıran bir GDO probleminin çözümü bu programların etkin ve verimli bir biçimde birbirleriyle etkileşimlerinin sağlanmasını gerektirmektedir. Bu etkileşimlerin farklı şekillerde yapılabilmesi mümkündür [11-13]. Bunlardan yuvalanmış veya iki döngülü olarak adlandırılan etkileşim biçimi, en sık rastlanılanıdır. Bu etkileşim biçimi Şekil 1'de gösterilmektedir. Adından ve Şekil 1'den de anlaşılacağı gibi ilk önce



Şekil 1. Yuvalanmış veya iki döngülü GDO algoritması

optimizasyon programı tasarım değişkenlerine değer atar. Daha sonra güvenilirlik analizi programı ilgili veriler ile güvenilirlik sınırlayıcısı değerini hesaplar. Yapısal analiz programı ise hem optimizasyon hem de güvenilirlik analiz programına ihtiyaç duyulduğu anda ilgili analiz sonuçlarını iletir. Böylelikle bu ardışık işlem dizisi yaklaşık sonuç elde edilinceye veya bir sonlandırma koşulu sağlanıncaya kadar devam eder.

Bir GDO algoritmasındaki her bir program için farklı tipte yöntemler kullanılabilir. Örneğin, optimizasyon programı için matematiksel teoriye dayanan bir optimizasyon yöntemi kullanılabilmesi gibi doğadaki olayları taklit eden bir optimizasyon yöntemi de tercih edilebilir. Ancak bir GDO probleminin çözümü zaman alıcı olabilir ve çözüm sürecinde de kendisinden kaynaklanan bir takım sayısal zorluklar oluşabilir. Bundan dolayı, çözüme daha az iterasyon adımı diğer bir deyişle daha az ilgili fonksiyon değerlendirmesi ile ulaşan yöntemler GDO uygulamalarında tercih edilmektedir.

Şekil 1'de sunulan bir GDO algoritması için yeni olan, güvenilirlik sınırlayıcısının değerinin hesaplandığı güvenilirlik analizi programıdır. Yukarıda da bahsedildiği üzere güvenilirlik analizi, negatif değeri başarısızlığı temsil eden bir sınır (limit) durum fonksiyonu üzerinden ilgili yöntemler aracılığı ile gerçekleştirilmektedir.

#### 4. GÜVENİLİRLİK SINIRLAYICISI VE GÜVENİLİRLİK ANALİZİ

Bir mühendislik sistemindeki belirsizlikler, o sisteme ait ve rastgele olarak tanımlanan parametrelerin  $X=[X_i]^T (i=1, \dots, n)$  değişimleri ile tanımlanır. Rastgele değişkenlerin tanımlanması, onların istatistiksel dağılımlarına ait özelliklerinin belirtilmesiyle mümkün olmaktadır. Bağntı (3a)'da verilen ve hem belirli bir değer ile ifade edilen hem de rastgele olan değişkenlerin bir fonksiyonu olan güvenilirlik sınırlayıcısı  $g_g()$  bir mühendislik problemi için genellikle aşağıdaki gibi tanımlanmaktadır.

$$g_g(d, X) = R_{ii} - S \quad (4)$$

burada  $R_{ii}$ ,  $S$  ile ifade edilen ve yapısal analiz sonucu elde edilen gerilme, deplasman, doğal frekans vb. gibi değerler için tanımlanmış olan izin verilen üst değerdir. Bu şekilde tanımlanan bir sınır durum fonksiyonun negatif değeri istenilen performansın sağlanmadığını göstermektedir. Bir başka ifadeyle, başarısızlığı tanımlamaktadır. Bu fonksiyonun istatistiksel olarak tanımlanması, yine onun yığılımlı dağılım fonksiyonu  $F_G(g_g)$  ile mümkün olmaktadır[5], bağntı(5).

$$F_G(g_g) = P(g_g < 0) = P_f = \int_{g_g < 0} \dots \int f_X(x) dx_1 \dots dx_n \quad (5)$$

burada,  $P_f$ ,  $P(.)$  ile ifade edilen olayın olasılık değeridir;  $f_X(x)$  tüm rastgele değişkenlerin ortak olasılık yoğunluk fonksiyonudur. Güvenilirlik sınırlayıcısının olasılık analizi bağntı (5) ile verilen ve çoğu zaman alınması oldukça zor olan integral aracılığıyla olmaktadır. Bu integral yerine, hesaplanması daha kolay olan ve çoğu zaman uygun yaklaşık sonuçlar veren geliştirilmiş güvenilirlik indeksi  $\beta$  tanımlanmıştır [8-9], bağntı (6).

*Yapı Sistemlerinin Sürekli ve Ayrık Tasarım Değişkenleri ile ...*

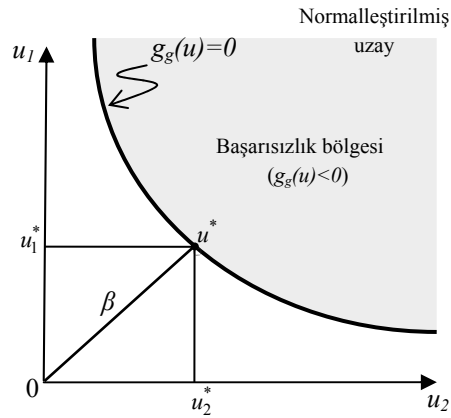
$$P_f = \Phi(-\beta) \quad (6)$$

Bağıntı (6) tersine dönüşüm uygulanarak aşağıdaki gibi ifade edilebilmektedir[14].

$$\beta = -\Phi^{-1}(P_f) \quad (7)$$

burada  $\Phi(\cdot)$  standart normal dağılımın yığılımlı dağılım fonksiyonudur.

Genelleştirilmiş güvenilirlik indeksi  $\beta$  normalleştirilmiş uzayda  $u$ , sınır durum fonksiyonu üzerinde  $g_g(\cdot)=0$  orijine minimum mesafe olarak tanımlanmaktadır, Şekil 2. Dolayısı ile bu minimum mesafeye sahip noktanın bulunması da bağıntı (8)'deki gibi verilen bir optimizasyon problemidir. Herhangi bir optimizasyon yöntemiyle bu problemin çözümü yapılabilir. Ancak bunun yerine, sınır durum fonksiyonunun Taylor serisine açılımıyla elde edilen yaklaşık sınır durum fonksiyonuna dayanan sayısal yöntemler sıklıkla tercih edilmektedir. Sınır durum fonksiyonunun hangi noktada ve kaçınıcı dereceden Taylor serisine açılacağı fikri farklı yöntemleri ortaya çıkarmıştır. Bu sayısal yöntemler yerine benzetim (simülasyon) yöntemleri de tercih edilebilir. Detaylı bilgi için [8–10].



Şekil 2. Genelleştirilmiş güvenilirlik indeksi

$$\begin{aligned} \text{bul} \quad & u \\ \text{min} \quad & \beta = (u^T u)^{1/2} \\ \text{öyleki} \quad & g_g(u) = 0 \end{aligned} \quad (8)$$

Bu çalışmada, Birinci Derece Güvenilirlik Yöntemi (BDGY) olarak bilinen güvenilirlik analizi yöntemi kullanılmaktadır. BDGY'de, sınır durum fonksiyonu birinci dereceden Taylor serisine açılır. Seriyeye açılacak nokta ise belirli bir hassasiyet sağlanıncaya kadar devam eden ardışık işlem dizisi aracılığıyla belirlenir. Hasofer, Lind-Rackwitz, Fiessler (HL-RF) yöntemi olarak bilinen bu işlem dizisinin adımları şu şekilde sıralanabilir.

- 1)  $u$  uzayında rastgele değişkenlere başlangıç değerlerini ata,  $u^*$ . Bu değer genellikle sıfır olarak alınmaktadır,  $u^* = 0$ .
- 2) Bu başlangıç değerleri için sınır durum fonksiyonunun değerini ve türevlerini hesapla,  $g_g(u)$  ve  $\nabla g_g(u^*) = \frac{\partial g_g(u^*)}{\partial u} \Big|_{u=u^*}$ .
- 3) Doğrultman kosinüslerini hesapla,  $\alpha = \frac{\nabla g_g(u^*)}{\|\nabla g_g(u^*)\|}$ .
- 4) Güvenilirlik indeksini hesapla,  $\beta = \frac{g_g(u^*)}{\|\nabla g_g(u^*)\|} - \alpha^T u^*$  burada  $\|\cdot\|$  vektör uzunluğunu yani vektörün normunu ifade etmektedir.
- 5)  $u$  uzayındaki değerleri yenile,  $u^* = -\beta\alpha$ .
- 6) Yakınsama koşulunu kontrol et,  $|u_i^* - u_{i-1}^*|/u_i^* \leq \varepsilon = 0.001$  burada  $i$  işlem(iterasyon) numarasını göstermektedir.
- 7) Eğer yakınsama koşulu sağlandı ise iterasyonu durdur. Aksi halde, 2 ile 7 adımda verilen işlemlere devam et.

Yukarıda verilen HL-RF ardışık işlem dizisi bir takım kabuller içermektedir. Öncelikle, tüm işlemler normalize edilmiş uzayda gerçekleştiğinden, normal dağılıma sahip olmayan tüm rastgele değişkenler aşağıda verilen dönüşüme [15] tabii tutularak normalize edilirler. Burada da tüm değişkenlerin bağımlı olmadıkları kabulü vardır.

$$F_X(x) = \Phi(u) \quad (9)$$

Eğer rastgele değişkenler arasında bir bağımlılık söz konusu ise, ilgili dönüşümler [15,16] kullanılmak suretiyle rastgele değişkenler bağımsız hale getirirler. Diğer bir dönüşümde, rastgele değişkenler için güvenilirlik analizinin gerçekleştirildiği normalize edilmiş uzaydan optimizasyon ve analiz programlarının çalıştığı ve orijinal veya fiziksel uzay olarak adlandırılan uzaya olan dönüşümdür. Bu dönüşüm (9) bağıntısıyla kolayca elde edilir  $x = F_X^{-1}(\Phi(u))$ .

Bu şekilde elde edilen güvenilirlik indeksi kendisi için tanımlanan bir alt değer ile kıyaslanmaktadır. Dolayısı ile güvenilirlik sınırlayıcısı bağıntı (10)'daki gibi ifade edilebilmektedir ve bu formülasyon GDO'da Güvenilirlik İndeksi Yaklaşımı (GİY) olarak adlandırılmaktadır. Buna ilaveten, güvenilirlik sınırlayıcısının, tersine güvenilirlik analizi yardımıyla değerlendirilmesine dayanan formülasyona GDO'da Performans Ölçümü Yaklaşımı (PÖY) denilmektedir.

$$g_g(\mu_d, X) = \beta \geq \beta_{\min} = \beta - \beta_{\min} \geq 0 \quad (10)$$

#### 4.1. Duyarlılık Analizi

Duyarlılık analizi, bir fonksiyonun bağlı olduğu değişkenlere göre olan değişimlerini ifade eder, yani o değişkenin fonksiyonun değişimindeki önem derecesini gösterir. Duyarlılık analizi hem güvenilirlik analizi hem de matematiksel teoriye dayanan bir optimizasyon yöntemi için önemli bir bileşendir. BDGY için verilen işlem adımlarından da görülebildiği gibi, sınır durum fonksiyonunun rastgele değişkenlere göre türevlerinin hesabı gerekmektedir. Bu türev bilgileri iki biçimde hesaplanabilmektedir. Bunlardan ilkinde ilgili türev doğrudan normalleştirilmiş uzayda hesaplanır,  $\partial g_g(u)/\partial u$ . İkincisinde ise zincir kuralı uygulanarak, sınır durum fonksiyonun önce orijinal uzayda türevi hesaplanır daha sonra bu türev değeri ilgili rastgele değişkenin normalleştirilmiş uzaydaki türev değeri ile çarpılır, bağıntı (11). Bu tipteki hesaplama, hem uzaylar arası daha az dönüşüme ihtiyaç duyduğu hem de programlama açısından kolaylık sağladığından tercih sebebi olmaktadır. Zira, sınır durum fonksiyonu değeri bir yapısal analiz programı sonucu elde edildiği için, ikinci tipteki türev hesabı herhangi bir dönüşüme ihtiyaç duymaksızın doğrudan yapısal analiz programıyla ilişkilendirilebilir.

$$\frac{\partial g_g(\mu_d, X)}{\partial u} = \frac{\partial g_g(\mu_d, X)}{\partial x} \frac{\partial x}{\partial u} \quad (11)$$

Bağıntı (11)'deki ifadenin ilk bileşeninin hesabı mühendislik problemleri için genellikle bir analiz programı aracılığıyla olmaktadır. Yapısal analiz programlarının çoğu günümüzde sonlu elemanlar yöntemine (SEY) dayanmaktadır. Dolayısı ile bu türev değeri üç farklı biçimde hesaplanabilmektedir; 1) Sonlu farklar yöntemi, 2) Doğrudan türev yöntemi, 3) Bitişik yöntem [17, 18]. Her bir yöntemin avantajları dezavantajları bulunmaktadır. Sonlu farklar yöntemi, yapısal analiz programında herhangi bir değişim yapmadan, ilgili değişkene küçük bir değer artırımı verilerek analiz programının tekrar çağrılmasını gerektirmektedir. Bu oldukça kullanım kolaylığı sağlamaktadır. Ancak artım değerine göre türev değerinin değişim göstermekte ve rastgele değişken sayısı artıkça gerekli analiz miktarı da artmaktadır. Buna rağmen ileri sonlu farklar yöntemi özellikle paket programların analiz programı olarak kullanıldığı durumlarda oldukça avantajlı olmaktadır. Bu çalışmada da ileri sonlu farklar yöntemi kullanılmaktadır.

Bağıntı (11)'in ikinci bileşeni ise, bağıntı (9) göz önünde tutularak aşağıdaki gibi kolayca hesaplanabilmektedir.

$$\frac{\partial x}{\partial u} = \frac{\partial F_X^{-1}(\Phi(u))}{\partial u} = \frac{\phi(u)}{f_X(x)} \quad (12)$$

burada  $\phi(u)$  ve  $f_X(x)$  sırasıyla standart normal dağılımın ve ilgili rastgele değişkenin istatistiksel dağılımının olasılık yoğunluk fonksiyonudur (oyf).

Matematiksel teoriye dayanan bir optimizasyon yöntemi kullanıldığında hem amaç fonksiyonun hem de sınırlayıcıların tasarım değişkenlerine göre türevler bilgilerine ihtiyaç duyulmaktadır. Bu nedenle geleneksel optimizasyonda bu tip yöntemlere nazaran doğa



olaylarından esinlenilerek geliştirilen optimizasyon yöntemleri sıklıkla kullanılmaktadır. Ancak GDO'da güvenilirlik analizinin varlığı bu türev bilgilerinin elde edilmesinde yadsınamaz bir katkı sağlamaktadır. Bu nedendir ki GDO uygulamalarında matematiksel teoriye dayanan ardışık ikinci dereceden programlama (SQP) yöntemi tercih sebebi olmaktadır.

#### 4.2. Güvenilirlik Sınırlayıcısı için Duyarlılık Analizi

Güvenilirlik indeksi yaklaşımı (GIY) kullanılarak bağıntı (10)'daki gibi ifade edilen bir güvenilirlik sınırlayıcısının tasarım değişkenlerine göre türevi aşağıdaki gibi ifade edilebilir.

$$\frac{g_g(\mu_d, X)}{\partial d} = \frac{\partial \beta}{\partial d} - \frac{\partial \beta_{\min}}{\partial d} \quad (13)$$

$\beta_{\min}$  tasarım değişkenlerinin bir fonksiyonu olmadığı için değeri sıfırdır.  $\partial \beta / \partial d$  ise tasarım değişkeninin rastgele olarak tanımlanıp tanımlanmamasına göre iki farklı biçimde hesaplanmaktadır. Eğer optimizasyon probleminin tasarım değişkenleri rastgele olarak tanımlanmamış ise ilgili türev değeri bağıntı (14a), rastgele olarak tanımlanmış ise bağıntı (14b) kullanılarak hesaplanmaktadır [19]. Özellikle tasarım değişkenlerinin rastgele tanımlandığı durumlarda ilgili tüm türev değerleri güvenilirlik analizi sonucunda doğrudan elde edilmektedir.

$$\frac{\partial \beta}{\partial d} = \frac{1}{\|\nabla g_g\|} \frac{\partial g_g(\cdot)}{\partial d} \quad (14a)$$

$$\frac{\partial \beta}{\partial d} = \frac{1}{\beta} u^* \frac{\partial u^*}{\partial d} = \alpha \frac{\partial u^*}{\partial d} \quad (14b)$$

Özet olarak birinci dereceden güvenilirlik yöntemine dayanan güvenilirliğe dayalı optimizasyon algoritmasının işlem sırası aşağıdaki gibi olmaktadır.

- 1) Probleme ait başlangıç değerlerini gir
- 2) Optimizasyon programı aracılığı ile optimizasyona başla.
- 3) Güvenilirlik sınırlayıcıları için BDGY kullanarak güvenilirlik indekslerini bul.
- 4) Amaç fonksiyonu ve sınırlayıcıların değerlerini ve türevlerini hesapla.
- 5) Sonlandırma koşullarını kontrol et.
- 6) Koşullar sağlandı ise optimizasyonu sonlandır. Aksi halde tasarım değişkenlerini yenile ve 2 ile 6 adımları tekrarla.

## 5. SAYISAL ÖRNEKLER

Yukarıda bileşenleri ile açıklanan GDO algoritması üç farklı sayısal örnek üzerinde test edilmektedir. İlk iki örnek hem sunulan algoritmanın işlemlerinin takip edilebilir hem de kolay anlaşılır olması için teknik literatürden alınmış basit örneklerdir. Son örnek ise diğer örneklerden farklı olarak dalga yükleri etkisine maruz üç ayaklı bir deniz platformunun GDO'udur. İncelenen yapı sistemleri için çelik malzeme kullanılmaktadır. Bahsedildiği üzere, Bir GDO algoritmasının bileşenleri için farklı yöntemler kullanılabilir. Bu çalışmada, optimizasyon yöntemi için matematiksel teoriye dayanan SQP yöntemi, güvenilirlik analiz için BDGY kullanılmaktadır. İkinci sayısal örnek için matris deplasman yöntemi kullanılarak yazılmış bir analiz programı, son sayısal örnek için ise SAPOS [20] olarak adlandırılan SEY tabanlı bir analiz programı kullanılmaktadır.

Optimizasyon problemlerinin tasarım değişkenleri için sürekli veya ayrık kabulleri yapılmaktadır. Bu çalışmada da tasarım değişkenleri için hem sürekli hem de ayrık kabulü yapılmaktadır.

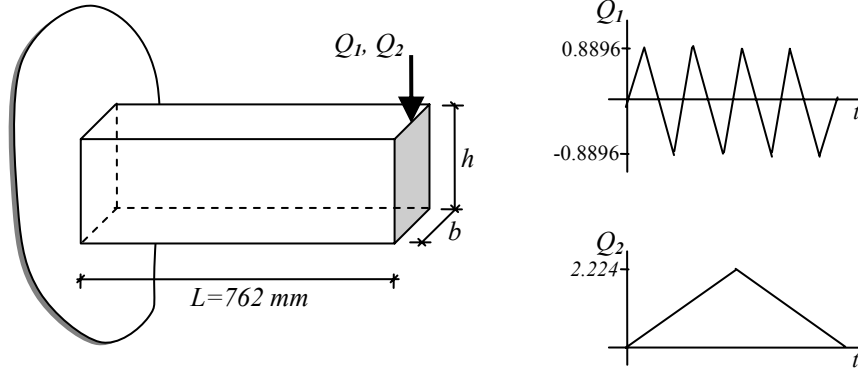
### 5.1 Ankastre mesnetli kiriş

Şekil 3'de verilen ankastre mesnetli kiriş  $Q_1$  ve  $Q_2$  yüklerine maruzdur. Kirişin bu yükler ve bağıntı (15)'de tanımlanan sırasıyla burkulma, yorulma, deplasman ve gerilme güvenilirlik sınırlayıcıları altında minimum ağırlığı verecek en kesit alanına sahip olacak şekilde boyutlandırılması istenmektedir [21, 22].

$$\begin{aligned} g_{g_1}(X) = G_1(X) &= Q_2 - \frac{0.3Eb^3h}{900} \leq 0 \\ g_{g_2}(X) = G_2(X) &= N_0 - A(6Q_1L/bh^2) \leq 0 \\ g_{g_3}(X) = G_3(X) &= (4Q_2L^3/Ebh^3) - \Delta_0 \leq 0 \\ g_{g_4}(X) = G_4(X) &= (6Q_2L/bh^2) - R_0 \leq 0 \end{aligned} \quad (15)$$

burada  $E$  elastisite modülü,  $N_0=2.0E+06$  çevrim,  $A$  yorulma dayanımı katsayısı,  $\Delta_0=3.81$  mm izin verilen deplasman değeri,  $R_0$  akma dayanımı olarak dikkate alınmaktadır. Kirişin boyutları olan  $b$  ve  $h$  optimizasyonun tasarım değişkenlerini oluşturmaktadır. GDO'da rastgele olarak dikkate alınan parametreler ve onların istatistiksel dağılımları Tablo 1'de verilmektedir. Sürekli olarak kabul edilen tasarım değişkenlerinin başlangıç değerleri ise  $d(mm)=[50.8, 50.8]$  olarak alınmaktadır. Güvenilirlik indekslerinin alt sınırı ise  $\beta_{\min_i} = 3.0$   $i = 1, 2$  ve  $\beta_{\min_i} = 2.0$   $i = 3, 4$  olarak tanımlanmaktadır. Optimizasyon için SQP [23] yöntemi kullanılmaktadır. Ankastre mesnetli kirişin GDO'u sonucu elde edilen çözümü Tablo 2'de, sonuçların grafiksel gösterimi ise Şekil 4'de sunulmaktadır. Lee ve diğ.[22] optimizasyon için SLP yöntemi kullanarak 7 iterasyon adımı sonunda kirişin GDO sonucunu elde etmişlerdir. Ulaştıkları çözümün  $d(mm)=[7.127, 100.371]$  amaç fonksiyonu değeri  $715.289 \text{ mm}^2$ 'dir. Aynı problemin Thanedar ve Kodyalam[21] tarafından MFD yöntemi kullanılarak elde edilen çözümü  $d(mm)=[6.096, 126.238]$  ve amaç fonksiyonu değeri ise  $769.547 \text{ mm}^2$ 'dir. Bu çalışmada sunulan GDO algoritması kullanılarak elde

edilen sonuç göz önüne alındığında, sunulan GDO algoritması etkin ve doğru çalışmaktadır. Matematiksel teoriye dayanmalarına rağmen SLP, SQP ve MFD yöntemlerinde farklı kabuller ve yöntemler izlenmektedir. Dolayısı ile ulaşılan sonuçlar aynı yöntem kullanılsa bile farklılıklar gösterebilmektedir.



Şekil 3. Ankastre mesnetli kiriş

Tablo 1. Ankastre mesnetli kirişin GDO'daki rastgele değişkenlerin istatistiksel özellikleri

Simge	Tanımı	İstatistiksel dağılımı	Sayısal ortalaması	Değişim katsayısı
$Q_1$	Yorulma yükü(kN)	Log-normal	1.7792*	0.15
$Q_2$	Tasarım yükü (kN)	Log-normal	2.224*	0.15
$E$	Elastisite modülü (kN/mm <sup>2</sup> )	Normal	2.0685E+6	0.10
$A$	Yorulma dayanımı katsayısı (kN/mm <sup>2</sup> )	Log-normal	1.00667E+11*	0.50
$R_0$	Akma dayanımı (kN/mm <sup>2</sup> )	Weibull	344.75	0.12

\*medyan

Mühendislik problemlerinde genellikle elemanların en kesit alanı veya boyutları olarak tasarım değişkenleri için ayrık olması kabulü de yapılmaktadır. Tasarım değişkenlerinin sürekli olarak dikkate alınmasıyla elde edilen sonuçlar üstten en yakın ayrık değere tamamlanarak sonuçlar ayrık tasarım değişkenli hale getirilmektedir. Ancak bu şekilde sunulan sonuçlar amaç fonksiyonunun minimum değerini vermeyebilmektedir. Örneğin ankastre mesnetli kirişin GDO'u için,  $b$  ve  $h$ 'nın sırasıyla 2.54 mm ve 6.35 mm'den başlayarak 1.27 mm artırımla 203.20 mm kadar olan ayrık listelerin kullanılması durumunda Tablo 3 verilen sonuçlar  $b$  ve  $h$  için sırasıyla 7.62 ve 101.60 mm olmaktadır. Bu sonuçlar için amaç fonksiyonu ise 774.192 mm<sup>2</sup> olmaktadır. Bu sonuç yukarıda tanımlanan

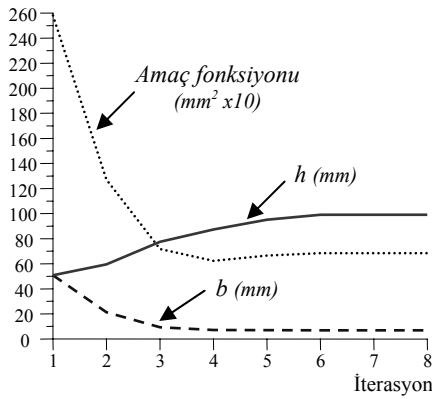
*Yapı Sistemlerinin Sürekli ve Ayrık Tasarım Değişkenleri ile ...*

ayrık listenin optimizasyonda kullanılması durumunda ise, ankastre kirişin ayrık tasarım değişkenleri kullanılarak GDO'u sonucu elde edilen çözümü,  $b=7.62$  mm  $h=99.06$  mm ve amaç fonksiyonu değeri ise  $754.837$  mm<sup>2</sup> olmaktadır. Buradan da görülebildiği gibi bu sonuç, sürekli tasarım değişkenleriyle elde edilen sonucun üstten ayrık listeye çevrilmesiyle elde edilen sonuçtan daha hafiftir. Ankastre mesnetli kirişin tasarım değişkenleri için verilen ayrık listenin kullanılması durumundaki GDO süreci Tablo 3 ve Şekil 5 verilmektedir. Tasarım değişkenlerinin ayrık olması durumunda, bağıntı (15)'de verilen

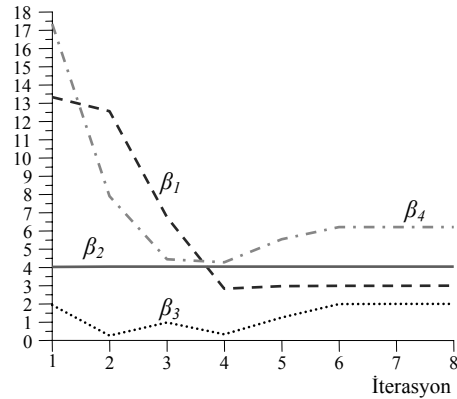
*Tablo 2. Ankastre mesnetli kirişin sürekli tasarım değişkenleri ile GDO sonucu*

İter.	Amaç fonk. (mm <sup>2</sup> )	b(mm)	h(mm)	$\beta_1$	$\beta_2$	$\beta_3$	$\beta_4$	*
1	2580.640	50.800	50.800	13.33	4.03	1.94	17.34	8(2/2/2/2)
2	1272.284	21.384	59.497	12.56	4.04	0.27	7.90	8(2/2/2/2)
3	717.725	9.263	77.483	6.75	4.04	0.99	4.45	8(2/2/2/2)
4	623.573	7.145	87.274	2.83	4.04	0.34	4.28	8(2/2/2/2)
5	665.181	6.993	95.121	2.97	4.04	1.25	5.55	8(2/2/2/2)
6	684.032	6.906	99.049	2.99	4.04	1.99	6.21	8(2/2/2/2)
7	684.654	6.909	99.096	2.99	4.04	2.00	6.22	8(2/2/2/2)
8	684.634	6.909	99.093	3.00	4.04	2.00	6.22	8(2/2/2/2)

\* güvenilirlik analizi için toplam işlem sayısı



*a. Amaç fonksiyonu ve tasarım değişkenlerinin iterasyon adımlarına göre değişimi*



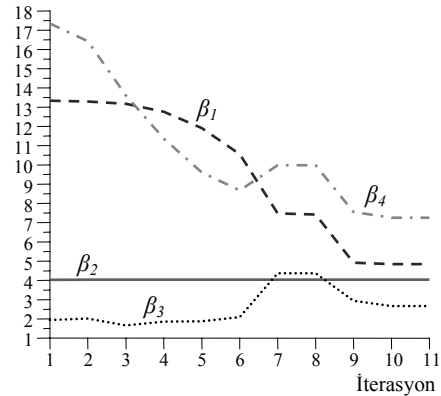
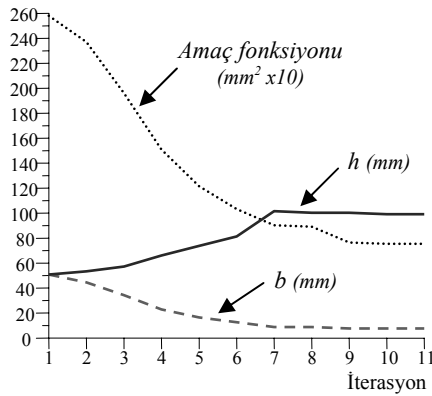
*b. Güvenilirlik indekslerinin iterasyon adımlarına göre değişimi*

*Şekil 4. Ankastre mesnetli kirişin sürekli tasarım değişkenleri ile GDO süreci*

güvenilirlik sınırlayıcılarının hiç biri için güvenilirlik indeksleri değerleri tanımlanan minimum güvenilirlik indeksi değerine yakın olmamaktadır. Bu durum tasarım değişkenlerinin ayırık olmasından ileri gelmektedir. Ancak yine de GDO problemi tanımlanan minimum güvenilirlik indeksi değerine en yakın güvenilirlik indeksine sahip güvenilirlik sınırlayıcıları altında çözüme ulaşmaktadır. Beklenildiği gibi tasarım değişkenlerinin sürekli olarak dikkate alındığı durumda aktif olan güvenilirlik sınırlayıcıları indeksleri değeri tanımlanan minimum güvenilirlik indeksi değerine yakın olmaktadır.

Tablo 3. Ankastre mesnetli kirişin ayırık tasarım değişkenleri ile GDO sonucu

İter.	Amaç fonk. (mm <sup>2</sup> )	b(mm)	h(mm)	$\beta_1$	$\beta_2$	$\beta_3$	$\beta_4$
1	2580.640	50.80	50.80	13.33	4.03	1.94	17.34
2	2370.963	44.45	53.34	13.30	4.04	2.02	16.42
3	1959.674	34.29	57.15	13.18	4.04	1.66	13.61
4	1509.674	22.86	66.04	12.76	4.04	1.86	11.36
5	1216.127	16.51	73.66	11.91	4.04	1.87	9.61
6	1032.256	12.70	81.28	10.56	4.04	2.09	8.68
7	903.224	8.89	101.60	7.48	4.04	4.37	9.98
8	891.934	8.89	100.33	7.42	4.04	4.37	9.98
9	764.515	7.62	100.33	4.92	4.04	2.94	7.55
10	754.837	7.62	99.06	4.84	4.04	2.67	7.25
11	754.837	7.62	99.06	4.84	4.04	2.67	7.25



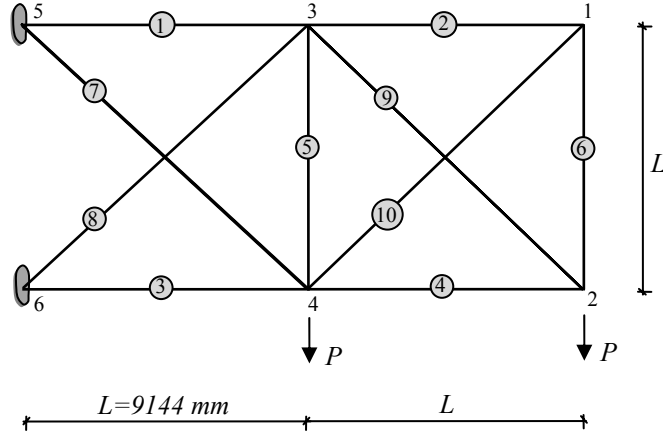
a. Amaç fonksiyonu ve tasarım değişkenlerinin iterasyon adımlarına göre değişimi

b. Güvenilirlik indekslerinin iterasyon adımlarına göre değişimi

Şekil 5. Ankastre mesnetli kirişin ayırık tasarım değişkenleri ile GDO süreci

## 5.2 On çubuklu kafes sistem

Şekil 6'da görülen on çubuklu kafes sistemin GDO'u [22,25,26] tarafından gerçekleştirilmiştir. Her bir elemanın en kesit alanı normal dağılıma sahip rastgele değişken olarak tanımlanırken, sayısal ortalama değeri ise optimizasyonun tasarım değişkeni olarak dikkate alınmaktadır. Elastisite modülü  $E$  ve dış yük  $P$  normal dağılıma sahip rastgele değişkenlerdir. Elemanların en kesit alanının minimum  $64.516 \text{ mm}^2$  olması istenmektedir. Sınır durum fonksiyonu ise bağıntı (16)'deki gibi verilmektedir. Burada  $U_2$  mm cinsinden 2 nolu düğüm noktasının düşey deplasmanını göstermektedir.



Şekil 6. On çubuklu kafes sistem

$$g_g(X) = G(X) = 50.8 - U_2 \leq 0 \quad (16)$$

GDO'da rastgele olarak dikkate alınan parametrelerin istatistiksel dağılımları Tablo 4'de verilmektedir. Sürekli olarak kabul edilen tasarım değişkenlerinin başlangıç değerleri ise  $d(\text{mm}^2)=[19055.446, 1763.222, 19003.833, 8767.079, 64.516, 1397.417, 9061.272, 12376.749, 12410.298, 1936.770]$  olarak alınmaktadır Güvenilirlik indeksinin alt sınırı ise  $\beta_{\min} = 3.09$  olarak tanımlanmaktadır. Amaç fonksiyonu olarak sistemin ağırlığı alınmıştır.

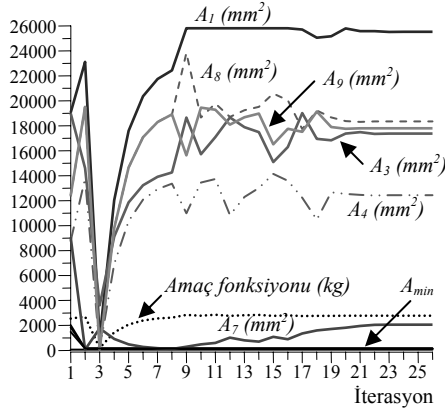
Tablo 4. On çubuklu kafes sistemin GDO'daki rastgele değişkenlerinin istatistiksel özellikleri

Simge	Tanımı	İstatistiksel dağılımı	Sayısal ortalaması	Değişim katsayısı
$E$	Elastisite modülü ( $\text{kN}/\text{mm}^2$ )	Normal	68.950	0.05
$P$	Dış yük (kN)	Normal	444.80	0.05
$A_i$	En kesit alanı $i=1, \dots, 10$ ( $\text{mm}^2$ )	Normal	$\mu_{A_i}$	0.05

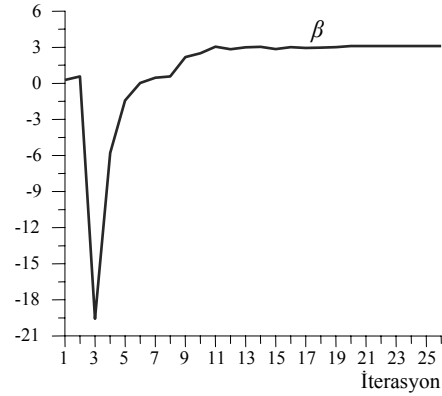
$\mu_{A_i}$  optimizasyon için tasarım değişkeni

Tablo 5. On çubuklu kafes sistemin sürekli tasarım değişkenleri ile GDO sonucu

Tasarım değişkenleri	Bu çalışma	Lee ve diğ. [24]	Pettit ve Grandhi [25]	Luo ve Grandhi [26]	Geleneksel optimizasyon
$A_1$ (mm <sup>2</sup> )	25527.562	24845.112	25612.852		20241.572
$A_2$	64.516	64.516	354.838		64.516
$A_3$	17366.223	17341.901	17735.448		13860.553
$A_4$	12430.104	12303.201	64.516		9971.141
$A_5$	64.516	64.516	425.806	belirtilmemiş	64.516
$A_6$	64.516	64.516	64.516		64.516
$A_7$	2056.770	3987.089	3083.865		1823.093
$A_8$	18347.576	17645.126	18290.286		14555.197
$A_9$	17800.545	17503.191	17974.158		14101.326
$A_{10}$	64.516	64.516	387.096		64.516
Amaç fonk. (kg)	2777.498	2789.646	2861.787	2834.183	2215.715
$\beta$	3.09	3.09	3.09	3.0893	0.0



a. Amaç fonksiyonu ve tasarım değişkenlerinin iterasyon adımlarına göre değişimi



b. Güvenilirlik indeksinin iterasyon adımlarına göre değişimi

Şekil 7. On çubuklu kafes sistemin sürekli tasarım değişkenleri ile GDO süreci

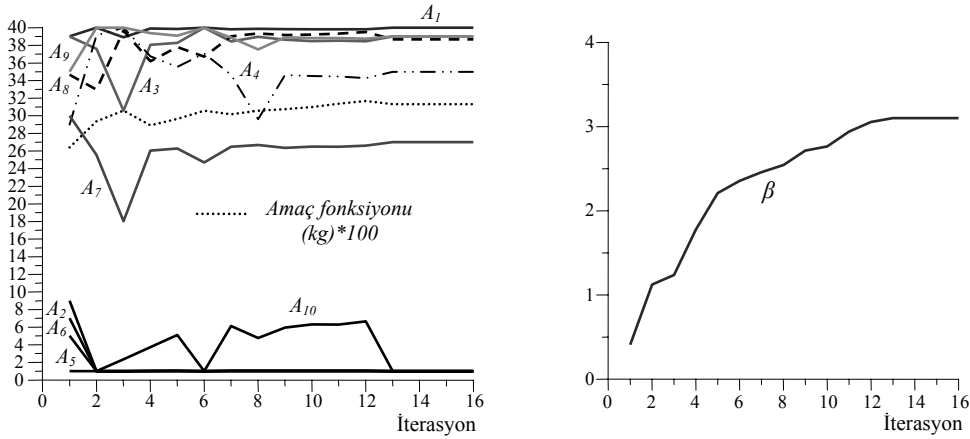
Malzeme yoğunluğu olarak  $2.770E-06$  kg/mm<sup>3</sup> değeri kullanılmaktadır [22]. Optimizasyon için SQP [23] yöntemi kullanılmaktadır. On çubuklu kafes sistemin GDO sonucu elde

edilen sonuçlar Tablo 5’de, sonuçların grafiksel gösterimi ise Şekil 7’de sunulmaktadır. Şekil 7’de minimum en kesit alanına sahip elemanlar, daha açık bir şekil verebilmek için sadece  $A_{min}$  olarak ifade edilmiştir. Çalışmada sunulan GDO optimizasyon algoritması kullanılmasıyla elde edilen sonuçlar anılan çalışmalarda elde edilen sonuçlardan daha hafiftir. Öte yandan bahsedildiği üzere, geleneksel optimizasyon ile elde edilen amaç fonksiyonu değeri genellikle GDO ile elde edilenden daha azdır. Sonuç olarak geleneksel optimizasyona göre GDO hem verilerde oluşabilecek değişimleri dikkate alabilmekte hem de istenilen güvenilirlik düzeyinde sonuçlar üretmektedir.

Tablo 6. On çubuklu kafes sistemin ayrık tasarım değişkenleri ile GDO sonucu

Bu çalışma	Amaç fonk. (kg)	Tasarım değişkenleri							$\beta$				
		$A_1$ (mm <sup>2</sup> )	$A_2$	$A_3$	$A_4$	$A_5$	$A_6$	$A_7$		$A_8$	$A_9$	$A_{10}$	
GDO	3132.608	21612.86	1045.16	19354.80	12838.68	1045.16							3.10
Gel. Opt.	2492.793	21612.86	1045.16	14774.16	9161.27	1045.16							0.01

Ayrık değerler (mm<sup>2</sup>): 1045.16, 1161.29, 1283.87, 1374.19, 1535.48, 1696.77, 1858.06, 1890.32, 1993.54, 2019.35, 2180.64, 2238.71, 2290.32, 2341.93, 2477.41, 2503.22, 2696.77, 2722.58, 2896.77, 2961.28, 3096.77, 3206.45, 3303.22, 3703.22, 4658.06, 5141.93, 7419.34, 8709.66, 8967.72, 9161.27, 9999.98, 10322.56, 10903.20, 12129.01, 12838.68, 14193.52, 14774.16, 17096.74, 19354.80, 21612.86



a. Amaç fonksiyonu ve tasarım değişkenlerinin iterasyon adımlarına göre değişimi

b. Güvenilirlik indeksinin iterasyon adımlarına göre değişimi

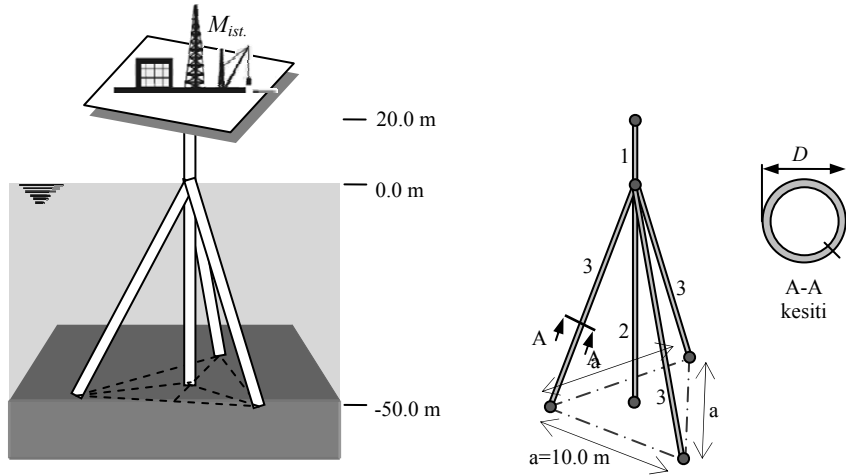
Şekil 8. On çubuklu kafes sistemin ayrık tasarım değişkenleri ile GDO süreci



Elemanların en kesit alanı olarak dikkate alınan tasarım değişkenlerinin hazır profillerin en kesit alanlarından seçilmesi piyasa koşulları dikkate alındığında daha anlamlı olmaktadır. On çubuklu kafes sistemin GDO, elemanların en kesit alanı için 40 adet ayrıık değer kullanılarak aynı koşullar altında tekrarlanmıştır. Ulaşılan çözüm Tablo 6'da verilmektedir. Çözümün GDO sürecindeki değişiminin grafiksel görünümü ise Şekil 8'de sunulmaktadır. Daha açık bir şekil sunmak için Şekil 8'de tasarım değişkenlerinin ayrıık sıra numaraları verilmiştir. Tablo 5 ve 6'dan da görülebildiği gibi tasarım değişkenleri için ayrıık değerlerin kullanılması, sürekli olması durumundan daha ağır bir çözümün ortaya çıkmasına neden olmaktadır. Buna bağlı olarak güvenilirlik indeksi değeri de tasarım değişkenlerinin sürekli olması durumundan farklı olarak ilgili sınır durum fonksiyonu için tanımlanan minimum güvenilirlik indeksi değerinden büyük olabilmektedir.

### 5.3 Üç ayaklı deniz platformu

Kendi ağırlığı, istasyon yükü ve dalga yüklerine maruz 3 ayaklı bir deniz platformunun, Şekil 9, güvenilirliğe dayalı optimizasyonu bu çalışmada sunulan GDO algoritmasının denendiği son örnek olarak incelenmektedir. Bu tür mühendislik yapıları denizlerde gözlem, araştırma ve petrol, doğal gaz vb. yeraltı kaynaklarının çıkartıldığı istasyonlar olarak hizmet vermektedirler. İnşa edildikleri yerlerin çevre koşulları dikkate alındığında bu tür yapı sistemlerinin optimizasyonlarında verilerin rastgele olarak dikkate alınması kaçınılmaz olmaktadır. Yani geleneksel optimizasyonun aksine bu tür yapıların optimizasyonlarının güvenilirliğe dayalı olarak yapılması daha anlamlı olmaktadır.



Şekil 9. 3-ayaklı açık deniz platformu

Platformun elemanları Şekil 9'da da gösterildiği gibi 3 farklı grupta toplanmıştır. Her bir grup için yine Şekil 9'da verilen en kesit tipi kullanılmaktadır. Rastgele olarak dikkate

alınan en kesitin kalınlığının ve çapının sayısal ortalama değerleri optimizasyonun tasarım değişkenleridir. Platformun bahsi geçen yükler altındaki analizi için SAPOS [20] programı kullanılmaktadır. Dalga yüklerinin hesabı, SAPOS'da lineerleştirilmiş Morisson denklemi kullanılarak yapılmaktadır. Bu hesaplamada sadece atalet kuvveti katsayısından ileri gelen katkı dikkate alınmıştır. Platformun GDO'da dikkate alınan güvenilirlik sınırlayıcıları, sırasıyla bağıntı (17), (18), ve (22)'deki gibi tanımlanan gerilme, burkulma ve doğal frekans'a dayanan sınır durum fonksiyonlarıdır.

$$g_g(X) = f_y - \sigma \quad (17a)$$

$$\sigma = \left( \frac{N}{A_s} \mp \frac{M_y}{I_y} \frac{D}{2} \mp \frac{M_z}{I_z} \frac{D}{2} \right) \quad (17b)$$

burada  $f_y$  akma dayanımını,  $\sigma$  gerilmeyi,  $N$  normal kuvveti,  $M_y$ ,  $I_y$  ve  $M_z$ ,  $I_z$  sırasıyla ilgili eksenlerdeki eğilme momentlerini ve atalet momentlerini,  $D$  ve  $A_s$  ise ilgili kesitin çapı ile en kesit alanını göstermektedir. Burkulmaya dayanan sınır durum fonksiyonu aşağıdaki gibi verilmektedir.

$$g_g(X) = \sigma_{cr} - \sigma \quad (18)$$

$\sigma_{cr}$  [26, 27]'de tanımlanan ve bağıntı (19) ile gösterilen kritik burkulma gerilmesidir.

$$\sigma_{cr} = \frac{f_y}{\sqrt{1 + \lambda^4}} \quad (19)$$

burada  $\lambda$  bağıntı (20)'deki gibi verilen boyutsuz bir burkulma parametresidir.

$$\lambda^2 = \frac{f_y}{\sigma_a + \sigma_b} \left( \frac{\sigma_a}{\sigma_{Ea}} + \frac{\sigma_b}{\sigma_{Eb}} \right) \quad (20)$$

$\sigma_a$  ve  $\sigma_b$  normal kuvvet ve eğilme momentinden doğan gerilmeyi simgelemektedir.  $\sigma_{Ea}$  ve  $\sigma_{Eb}$  ise bağıntı (21)'deki gibi tanımlanan parametrelerdir.

$$\begin{aligned} \sigma_{Ea} &= (1.5 - 50\varepsilon) C_a \frac{\pi^2 E}{12(1 - \nu^2)} \left( \frac{t}{L_e} \right)^2 \\ \sigma_{Eb} &= (1.5 - 50\varepsilon) C_b \frac{\pi^2 E}{12(1 - \nu^2)} \left( \frac{t}{L_e} \right)^2 \end{aligned} \quad (21a)$$

$$\begin{aligned}
 C_a &= \sqrt{1 + (\rho_a \xi)^2} & C_b &= \sqrt{1 + (\rho_b \xi)^2} \\
 \rho_a &= 0.5 \left( 1 + \frac{R}{150t} \right)^{-0.5} & \rho_b &= 0.5 \left( 1 + \frac{R}{300t} \right)^{-0.5} \\
 \xi &= 0.702 Z & Z &= \frac{L_e^2}{R t} \sqrt{1 - \nu^2}
 \end{aligned} \tag{21b}$$

burada  $\nu$  poisson oranını,  $E$  elastisite modülünü,  $\varepsilon$  değeri 0.02 olan bir değişkeni, ve son olarak  $t$ ,  $R$  ve  $L_e$ 'de sırasıyla ilgili eleman en kesitinin kalınlığını, yarıçapını ve elemanın boyunu simgelemektedir. Doğal frekans'a dayana sınır durum fonksiyonu ise aşağıdaki gibi olmaktadır.

$$g_g(X) = \omega_n - \omega_{\text{limit}} \tag{22}$$

burada  $\omega_n$  doğal frekans değerini,  $\omega_{\text{limit}}$  ise değeri 3.0 rad/sn olan bir alt sınırı göstermektedir. Bağntı (19) ile verilen kritik burkulma gerilmesi hesabı elemanın hem eğilme momenti hem de normal kuvvet etkisi altında olması durumunda kullanılmaktadır. Eğer eleman sadece normal kuvvet etkisi altında ise kritik burkulma gerilmesi aşağıdaki gibi hesaplanmaktadır [28].

$$\sigma_{cr} = \frac{E}{\sqrt{3(1-\nu^2)}} \left( \frac{t}{R} \right) \tag{23}$$

Yukarıda tanımlanan bağıntılar aracılığı tanımlanan uçayaklı deniz platformunun GDO problemi kısaca aşağıdaki gibi özetlenebilir.

$$\begin{aligned}
 \text{bul} \quad & d = \mu_d \\
 \text{min.} \quad & W(d, X) = \rho \sum_{r=1}^{ng} A_{sr} \sum_{k=1}^{ne} L_{ek} \\
 \text{öyleki} \quad & \beta_j(d, X) \geq \beta_j^{\text{min}} = 3.70 \quad j = 1, \dots, 2 * ng + 1
 \end{aligned} \tag{24}$$

burada  $\rho$  çeliğin malzeme yoğunluğunu,  $ng$  ve  $ne$  grup ve o grupta yer alan eleman sayısını göstermektedir. Platform elemanları 3 ayrı grupta toplandığından güvenilirlik sınırlayıcısı sayısı toplam  $j=7$  olmaktadır. Üçayaklı deniz platformunun GDO'unda lineer elastik teori kullanılmış ve yapının davranışı ise bağıntı (17), (18) ve (22) aracılığı tanımlanmıştır. Rastgele olarak dikkate alınan parametrelerin istatistiksel dağılımları ve dağılımlara ait istatistiksel karakteristik özellikler Tablo 7'de verilmektedir. Maksimum dalga yüksekliği için değiştirilmiş Weibull dağılımı  $F_{H_{mak}}(h_{mak}) = 1 - \exp\left[-\left(\frac{h_{mak} - A}{B}\right)^k\right]$  kullanılmaktadır,  $A=21.6$  m,  $B=1.13$  m [29].

Optimizasyon için SQP yöntemine dayanan ve IMSL[30] Kütüphanesi tarafından sunulan bir alt program parçası kullanılmaktadır. Tasarım değişkenleri olarak alınan kalınlık ve çap için ayrık değerler kullanılmaktadır. Ayrık listeler sırasıyla  $t$  için 0.010 m'den başlayıp 0.005 m artırımlarla 0.10 m'ye,  $D$  için ise 1.0 m'den başlayıp 0.25 m artırımlarla 10.0 m'ye kadar olan değerlerdir. Verilenler ışığında 3-ayaklı deniz platformunun ayrık tasarım değişkenleri kullanılarak yapılan GDO'nu sonucu ulaşılan çözümü Tablo 8'de verilmektedir. Tablo 8'de tasarım değişkenlerinin ilgili aralıklarda sürekli olması durumunda ki platformun GDO sonucu da verilmektedir. Sonuçlar karşılaştırıldığında tasarım değişkenlerinin ayrık olması durumunda platformun GDO'nu sonucunda ulaşılan çözümün amaç fonksiyonu değeri tasarım değişkenlerinin sürekli olması durumunda elde edilen çözümün amaç fonksiyonu değerinden büyük olduğu görülebilmektedir. Ancak ayrık tasarım değişkenleri için ulaşılan çözümün en kesit değerleri piyasada bulunabildiğinden uygulama açısından daha anlamlı olmaktadır. Platformun sürekli tasarım değişkenleri ile GDO'unda, tasarım değişkenleri için  $t_{1,2,3}=0.015\text{m}$ ,  $D_1=2.40\text{m}$  ve  $D_{2,3}=3.0\text{m}$  başlangıç değerleri kullanılmıştır. Buradan elde edilen sonucun üstten yaklaşık olacak şekilde ayrık liste ile eşleşmesiyle elde edilen değer ise ayrık değişkenler için başlangıç noktaları olarak alınmıştır. Böylelikle sürekli tasarım değişkenleri ile gerçekleştirilen GDO'dan elde edilen bilgiler, daha kısa sürede sonuç üretmek adına ayrık tasarım değişkenleri ile yapılan GDO'da kullanılmış olmaktadır.

Tablo 7. 3-ayaklı deniz platformunun GDO'daki rastgele değişkenlerinin istatistiksel özellikleri

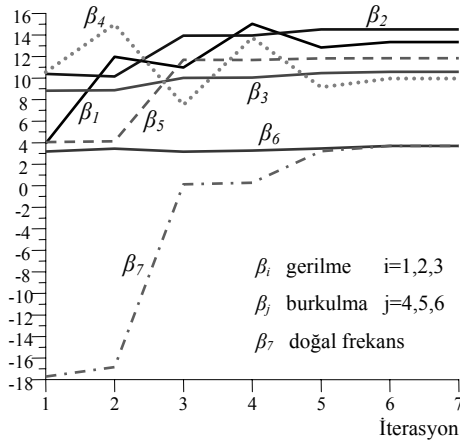
Simge	Tanımı	İstatistiksel dağılımı	Sayısal ortalaması	Değişim katsayısı
$\rho$	Çeliğin yoğunluğu ( $\text{kg/m}^3$ )	-	7800.0	-
$\rho_{su}$	Suyun yoğunluğu ( $\text{kg/m}^3$ )	-	1024.0	-
$\nu$	Poisson oranı	-	0.30	-
$f_y$	Akma dayanımı ( $\text{N/m}^2$ )	Log-normal	450.0e+06	0.06
$E$	Elastisite modülü ( $\text{N/m}^2$ )	Log-normal	210.0e+09	0.05
$M_{ist}$	İstasyon yükü (kg)	Log-normal	3.0e+06	0.10
$H_{mak}$	Dalga yüksekliği (m)	Değiş. Weibull	22.73	0.05
$\alpha_{dalga}$	Dalga dikliği	Log-normal	0.06	0.125
$c_m$	Atalet kuvveti katsayısı	Log-normal	1.6	0.10
$t_i$	Enkesitin kalınlığı ( )	Normal	$\mu_{t_i}$	0.05
$D_i$	Enkesitin çapı ( )	Normal	$\mu_{D_i}$	0.05

$\mu_{t_i}$  ve  $\mu_{D_i}$  optimizasyon için tasarım değişkeni,  $i=1,2,3$ .

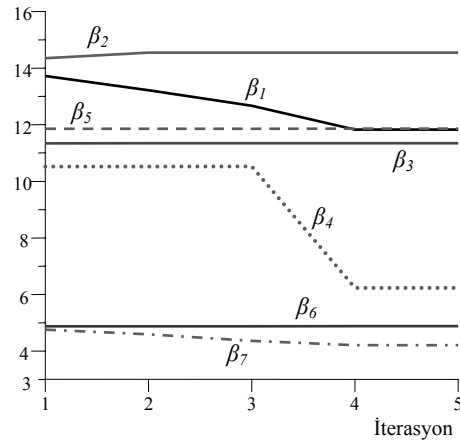
Hem ayrık hem de sürekli tasarım değişkenleri için güvenilirlik sınırlayıcılarının iterasyon adımlarına göre değişimi Şekil 10'da gösterilmektedir. Şekil 10'dan görebildiği gibi platformun GDO'da sadece burkulma ve doğal frekansa dayanan sınır durum fonksiyonlarına ait güvenilirlik sınırlayıcıları aktif olmaktadır. Ancak daha önceki örneklerde de görüldüğü gibi, tasarım değişkenlerinin ayrık olması durumunda aktif olan sınırlayıcılar genellikle güvenilirlik sınırlayıcıları için tanımlanan minimum değerden büyük olmaktadır.

Tablo 8. Üçayaklı deniz platformunun GDO'nu sonucu

Tasarım değişkenleri	$t_1/D_1(m)$	$t_2/D_2$	$t_3/D_3$	Amaç fonk. (kg)
Ayrık	0.010/9.50	0.010/1.00	0.035/8.50	1.1548e+06
Sürekli	0.01368/10.00	0.010/1.00	0.03083/8.272	1.0192e+06



a. Tasarım değişkenleri sürekli



b. Tasarım değişkenleri ayrık

Şekil 10. 3-ayaklı deniz platformu için güvenilirlik indekslerinin iterasyon adımlarına göre değişimi

## 6. SONUÇLAR

Bu çalışmada, optimizasyon sürecinde dikkate alınan verilerde olabilecek rastgelelikler dikkate alınarak, istenilen amacın minimum değerini elde etmeye yönelik bir işlemler dizisi sunulmuştur. Sunulan işlemler dizisinin etkinliği ve doğruluğu çözülen farklı tipte sayısal örnekler aracılığı ile gösterilmiştir. Verilerde oluşabilecek değişimlerin dikkate alınmadığı

### *Yapı Sistemlerinin Sürekli ve Ayrık Tasarım Değişkenleri ile ...*

geleneksel optimizasyon sonuçları genel olarak istenilen güvenilirlik düzeyini sağlamamaktadır. Öte yandan bu yolla elde edilen sonuçlar, verilerin rastgele olarak dikkate alınabildiği güvenilirliğe dayalı optimizasyondan elde edilen sonuçlardan daha hafiftir.

Yapı sistemini oluşturan elemanların en kesit alanları olarak dikkate alınan tasarım değişkenleri için hem ayrık hem sürekli kabulü yapılmıştır. Yapılan analizler sonucunda, ayrık tasarım ile gerçekleştirilen güvenilirliğe dayalı optimizasyonlarda daha büyük amaç fonksiyonu değerleri elde edilmektedir. Öte yandan, ayrık tasarım değişkenleri için, güvenilirlik sınırlayıcıları tanımlanan minimum güvenilirlik indeksi değerinden büyük olabilmektedir. Ancak ayrık tasarımlarla elde edilen sonuçlar, doğrudan piyasada bulunabileceğinden uygulama açısından daha anlamlı olmaktadır.

Tanımlanan minimum güvenilirlik indeksi değeri sadece istenilen güvenilirlik düzeyini gösteren bir değerdir. Dolayısı ile tanımlanan değer küçülmesi gerçekleştirilen GDO'un daha hafif, büyümesi ise GDO'un daha ağır bir çözümlerle sonuçlanmasına neden olmaktadır.

Sonuç olarak sistemlerin minimum ağırlıklı olacak şekilde boyutlandırılmalarında, verileri optimizasyon sürecine rastgele olarak katmak hem ulaşılan sonucu etkilemekte hem de güvenilirlik düzeyini istenilen seviyeye getirmektedir.

### **Semboller**

$A$	: akma dayanımı
$A_s$	: en kesit alanı değeri
BDGY	: birinci derece güvenilirlik yöntemi
$c_m$	: atalet kuvveti katsayısı
$D$	: en kesitin çapı
$d$	: tasarım değişkenleri vektörü
$d_a$	: tasarım değişkenleri alt değerleri vektörü
$d_u$	: tasarım değişkenleri üst değerleri vektörü
$E$	: Elastisite modülü
$F_X(x)$	: yığılımlı (eklenik) dağılım fonksiyonu
$f_X(x)$	: olasılık yoğunluk fonksiyonu
$f_y$	: akma dayanımı
GDO	: güvenilirliğe dayalı optimizasyon
GİY	: güvenilirlik indeksi yaklaşımı
$g(\cdot)$	: sınırlayıcı fonksiyonu
$g_d(\cdot)$	: deterministik sınırlayıcısı fonksiyonu
$g_g(\cdot)$	: güvenilirlik sınırlayıcısı ve sınır durum fonksiyonu
$H_{mak}$	: maksimum dalga yüksekliği
$I$	: atalet momenti

$L_{ei}$	: $i$ . elemanın boyu
$M$	: eğilme momenti
$M_{ist}$	: istasyon yükü
MFD	: değiştirilmiş uygun yön yöntemi
$N$	: normal kuvvet
$ne$	: gruptaki toplam eleman sayısı
$ng$	: sistemdeki eleman grup sayısı
$P(.)$	: $(.)$ olayının olasılığı
$P_f$	: $(.)$ olayının olasılık değeri
$R$	: en kesitin yarı çapı
$R_{\bar{u}}$	: $S$ için izin verilen bir üst değer
$S$	: hesaplanacak bir değer
SEY	: sonlu elemanlar yöntemi
SQP	: ardışık ikinci dereceden programlama
SLP	: ardışık birinci dereceden programlama
$t$	: en kesitin kalınlığı
$W(.)$	: amaç fonksiyonu
$\omega_n$	: doğal frekans
$\omega_{limit}$	: doğal frekans'a ait bir alt değer
$\Phi(.)$	: standart normal dağılımın yığılımlı dağılım fonksiyonu
$\phi(.)$	: standart normal dağılımın olasılık yoğunluk fonksiyonu
$\beta$	: güvenilirlik indeksi
$\beta_{min}$	: güvenilirlik indeksi için bir alt değer
$\mu$	: sayısal ortalama
$\sigma$	: standart sapma
$\sigma_a$	: normal kuvvetten dolayı oluşan gerilme
$\sigma_b$	: eğilme momentlerinden dolayı gerilme
$\sigma_{cr}$	: kritik burkulma gerilmesi
$\sigma_{Ea}$	: kritik burkulma gerilmesi hesabı için gerekli bir parametre
$\sigma_{Eb}$	: kritik burkulma gerilmesi hesabı için gerekli bir parametre
$\rho$	: kullanılan malzemenin yoğunluğu
$\rho_{su}$	: suyun yoğunluğu
$\alpha_{dalga}$	: dalga dikliği
$\nu$	: poisson oranı
$\lambda$	: boyutsuz burkulma parametresi

**Kaynaklar**

- [1] Ranganathan, R., Reliability Analysis and Design of Structures, Mc.Graw- Hill, New Delhi, 1990.
- [2] Thampan, C.K.P.V. ve Krishmanoorthy, C.S., System Reliability-Based Configuration Optimization of Truss, Journal of Structural Engineering, 127, 947-55, 2001.
- [3] Pu, Y., Das, K. ve Faulkner, D., A Strategy for Reliability-Based Optimization, Engineering Structures, 19, 276-82, 1996.
- [4] Enevoldsen, I., ve Sorensen, J.D., Reliability Based Optimization in Structural Engineering, Structural Safety, 15, 169-96, 1994.
- [5] Gasser, M. ve Schueller, G.I., Reliability Based Optimization of Structural Systems, Mathematical Methods of Operations Research, 46, 287-307, 1997.
- [6] Toğan, V. ve Daloğlu, A., Reliability and Reliability Based-Design Optimization, Turkish J. Eng. Env. Sci., 30, 237-49, 2006.
- [7] Karadeniz, H., Toğan, V., ve Vrouwenvelder, T., Optimization of Steel Monopod Offshore-Towers under Probabilistic Constraints”, IMECE2008, Boston USA, paper no 68674, 2008.
- [8] Melchers, R.E., Structural Reliability Analysis and Prediction, John Wiley & Sons, Chichester, 2001.
- [9] Madsen, H.O., Krenk, S., ve Lind, N.C., Methods of Structural Safety, Prentice-Hall, New Jersey, 1986.
- [10] Karadeniz, H., ve Vrouwenvelder, T., Overview of Reliability Methods, Report-SAF-R5-1-TUD-01-(10), Delft University of Technology, 2006.
- [11] Kleiber, M., Siemaszko, A., ve Stocki, R., Interactive stability-oriented reliability-based design optimization, Comput. Methods Appl. Mech. Engrg., 168, 243-53, 1999.
- [12] Der Kiureghian, A., Krijner, N.C., ve Polak, E., Algorithms for reliability-based optimal design, 6<sup>th</sup> IFIP WG 7.5, 144-52, 1995.
- [13] Kuschel, N., ve Rackwitz, R., Two basic problem in algorithms for reliability-based optimal design, Math. Meth. of Opera. Research, 46, 309-33, 1997.
- [14] Rubinstein, R.Y., Simulation and the Monte Carlo Method, John Wiley & Sons, New York, 1981.
- [15] Hohenbichler, M., ve Rackwitz, R., Non-normal dependent vectors in structural safety, J. Engineering Mechanics Div., ASCE, 107(EM6), 1227-37, 1981.
- [16] Liu, P.L., ve Der Kiureghian, A., Multivariate distribution models with prescribed marginals and covariances, Prob. Engineering Mechanics, 1(2), 105-12, 1986.
- [17] Haug, E.J., Choi, K.K., and Komkov, V., Design Sensitivity Analysis of Structural Systems, Academic Press, Orlando, FL, 1986.



- [18] Kleiber, M., Antúnez, H., Hien, T.D., and Kowalczyk, P., *Parameter Sensitivity in Nonlinear Mechanics: Theory and Finite Element Computations*, Wiley & Sons, Chichester, U.K., 1997.
- [19] Frangopol, D.M., ve Maute, K., *Reliability based optimization of civil and aerospace structural system*, *Engineering Design Reliability Handbook*, chapter 24.
- [20] Karadeniz, H., 1994, *Stochastic Analysis Program for Offshore Structures*, User's manual, Report No-03.21.1.21.15, Delft University of Technology, 1994.
- [21] Thanedar, P.B., ve Kodiyalam, S., *Structural optimization using probabilistic constraints*, *Structural Optimization*, 4, 236-40, 1992.
- [22] Lee, J.O., Yang, Y.S., ve Ruy, W.S., *A comparative study on reliability index and target-performance based probabilistic structural design optimization*, *Computers & Structures*, 80, 257-69, 2002.
- [23] *Matlab Optimization Tool*, Mathworks, 2007.
- [24] Pettit, C.L. ve Grandhi, R.V., *Multidisciplinary optimization of aerospace structures with high reliability*. 8th ASCE Specialty Conference on Probabilistic Mechanics and Structural Reliability, PMC 2000-132, 2000.
- [25] Luo, X. ve Grandhi, R.V., *ASTROS for reliability-based multidisciplinary structural analysis and optimization*, *Computures & Structures*, 62, 717-45, 1997.
- [26] Det Norske Veritas (DNV), *Buckling Strength Analysis*, Classification notes Hovik, Norway, 1992.
- [27] Uys, P.E., Farkas, J., Jarmai, K., ve van Tonder, F., *Optimization of a steel tower for a wind turbine structure*, *Engineering Structures*, 29, 1337-42, 2007.
- [28] Lancaster, E.R., Calladine, C.R., VE Palmer, S.C., *Paradoxical buckling behavior of thin cylindrical shell under axial compression*, *Journal of Mechanical Sciences*, 42, 843-65, 2000.
- [29] *StuPoc V*, *Probabilistic Reliability Analysis for Offshore structures*, Final Report, Netherlands Industrial Council for Oceanology, The Netherlands, 1979.
- [30] *IMSL Fortran 90 MP Library Version 4.01*, Visual Numerics, 1998.