

Dinamik Yük Altında Kemer Barajların Şekil Optimizasyonu

Mehmet ÜLKER*
Sedat SAVAŞ**

ÖZ

Bu makale, yeni bir yaklaşım kullanılarak beton kemer barajların şekil optimizasyonu sunulmaktadır. Bu amaç için The Arch Dams Committee Report of The Institution of Civil Engineers tarafından belirlenmiş 5. nolu tip kemer barajın simetrik vadi şekli seçilmiştir. Kemer baraj geometrisi iki pozinomial fonksiyonla tanımlanmıştır. Bu çalışmada amaç fonksiyonu baraj gövdesi beton hacmi olup sınırlayıcılar gerilme ve dizayn değişkenleri alt ve üst sınırlarıdır. Dış yükler, statik analiz için baraj membasındaki su basıncı, yapının kendi ağırlığı ve bunlara ilaveten dinamik analiz için, TAFT depreminin S-69-E bileşeni ve Erzincan depreminin Doğu-Batı bileşeni alınmaktadır. İteratif optimizasyon işlemine, üç boyutlu dizayn uzayında seçilen her düğüm noktasında üç serbestlik derecesine sahip sekiz düğüm noktalı katı elemanla modellenerek başlanır. Sistemin sonlu eleman analizi dış yükler altında önce statik analizi sonra dinamik analizi yapılır. Çözümlerin sonunda, maksimum asal gerilmeler bulunur ve şekil fonksiyonu katsayıları hesaplanır. Asal gerilmeler ve bu katsayılar sınırlayıcılarla karşılaştırılır. Bu işleme barajda optimum çözüm elde edilinceye kadar devam edilir. Elde edilen sonuçlar eski çözümlerle karşılaştırılır ve daha iyi sonuçlar elde edildiği grafikler verilmektedir.

Anahtar kelimeler: Beton kemer baraj, Şekil optimizasyonu, Sonlu elemanlar, Dinamik analiz.

ABSTRACT

Shape Optimization of Arch Dams Under Dynamic Load

This paper presents shape optimization of a concrete arch dam using a novel approach. For this purpose, the symmetrical valley shape, which corresponds to an arch dam of type 5 from The Arch Dams Committee report of the Institution of Civil Engineers is selected. The geometry of the arch dam is described by two polynomial functions. In this study, the objective function is volume concrete and the constraints are stress limits of concrete and design variables. The external loads are pressure by the water behind the dam and the self-weight of the structure for static analysis. Then additional load for dynamic analysis are done, taking the S-69-E component of TAFT earthquake and then East-West component of

Not: Bu yazı

-
- Yayın Kurulu'na 13.05.2005 günü ulaşmıştır.
- 31 Aralık 2006 gününe kadar tartışmaya açıktır.

* Fırat Üniversitesi, İnşaat Mühendisliği Bölümü, Elazığ – mulker@firat.edu.tr

** Fırat Üniversitesi, İnşaat Mühendisliği Bölümü, Elazığ – Sedat.savas@dsi.gov.tr

Dinamik Yük Altında Kemer Barajların Şekil Optimizasyonu

Erzincan earthquake into account. The iterative optimization process is initiated by modeling the three dimensional design spaces by eight node solid elements with three degrees of freedom at each node. The finite element analysis of is the system first carried out under external loading for static analysis and then for dynamic analysis. At the end of solution, maximum, minimum principal stresses and coefficients of polynomial are compared to the design variables. This progress is continued until the optimum solution is reached. The conclusion of progress is compared to old analyses and better results solution is obtained which is given graphically.

Keywords: The concrete arch dam, shape optimization, finite element, Dynamic analysis.

1. GİRİŞ

Vadi şeklinin ve temel zeminin uygun olduğu yerlerde daha fazla su enerjisinden yararlanmak için kemer baraj yapılır. Aşırı güvenli olması ve uygun şartlar olduğunda ekonomik olması diğer baraj tiplerine göre tercih edilme sebebini oluşturmaktadır. Ancak, analiz ve dizayn işleminin çok karmaşık olması, özel yapım tekniklerinin kullanımına ihtiyaç duyulması ve inşasının zaman alıcı olması, alternatif baraj tiplerine göre bir dezavantajdır [1].

Kemer Barajlar, geometrik şeklinden dolayı bünyesine aldığı su yükü ve zati yükleri, en az çekme gerilmelerine maruz kalacak şekilde, zemine aktarmayı sağlayan su yapılarıdır. Ancak deprem gibi dinamik yüklemeler ve bu yüklemeler altında yapıda meydana gelecek lineer olmayan davranışlar, kemer özelliğine aksi bir davranış tesiri katabilir. Yapının gerçek davranışını tayin edebilmek için bu yüklemeler altında geometrinin hesaplanması gerekmektedir.

Şekil dizaynları bir barajın güvenlik ve ekonomisi üzerinde büyük öneme sahiptir [2]. Genellikle kemer barajlar deneme ve yanılma metodu ile dizayn edilmektedir. Bu metot ile bir başlangıç şeması verilir sonra analiz edilir. Şayet istenilen dizayn özellikleri karşılanırsa şema uygulanır. Aksi taktirde barajın şekli düzeltilerek yeniden analiz edilir. Baraj şekli bu metotla tayin edilir. En iyi şekil, birkaç şema ile oluşur ve aralarından biri seçilerek analizi ve teklifi yapılır. Fakat seçilen şema genelde gerekli optimum boyuta sahip değildir. Bunlara ilaveten hesaplama zamanı da oldukça uzundur.

Geometrik modelin uygunluğu, kemer barajların optimum dizaynı için oldukça önemlidir. Seçilen model bir yönüyle malzeme gerilmesinin limite kullanımını karşılamalıdır. Diğer taraftan imalatı kolaylaştırmak için geometrik model, karışık olmamalıdır. Aksi taktirde proje kolayca uygulanamaz.

Barajın memba yüzeyi ya tek eğrilikli yada çift eğriliklidir. Barajın düşey kesiti sırasıyla tek merkezli kemer, parabol, elips, hiperbol veya logaritmik spiral olabilir. Tek merkezli kemer barajda yatay kesit eğrilik yarıçap sabitine sahiptir. Çok merkezli kemerlerde baraj yatay kesiti iki ile beş merkezli eğrilige sahip olabilir [3].

Amaç fonksiyonu barajın maliyetidir. Buda baraj gövdesinin beton hacmi, temel kazısının hacmidir. Genel olarak temel kazısının maliyeti baraj betonu maliyetinden az olduğundan, baraj beton hacmi genelde amaç fonksiyonu olarak kullanılır. Sınırlayıcılar, dizayn ayrıntılarının yeterli ihtiyaçları ve yapısal düzenlemeleri ve durumları maliyet hesabı içine alan, geometri, gerilme ve stabilizeyi içeren sınırlamalardır.

2. KEMER BARAJIN MODELLENMESİ

Modelleme için üç boyutlu katı elemanlar (SOLID45, SOLID73) ve üç boyutlu akustik sıvı elemanlar kullanılmıştır. Üç boyutlu katı eleman, her düğüm noktasında üç serbestlik derecesi (SOLID45) veya altı serbestlik derecesi (SOLID73) olan sekiz düğüm noktasından ibarettir. Üç boyutlu akustik sıvı eleman (FLUID30) sıvı ortamının ve sıvı yapı yüzeylerinin etkileşim problemlerini modellenmesi için kullanılır. Eleman sekiz düğüm noktasına sahip olup her bir düğüm noktası dört serbestlik derecesine sahiptir. Bunlar x, y ve z yönündeki dönme ve üç boyutlu dalga denklemlerini çözmek için akustik basınçtır. Dönmeler ancak irtibatlı olan düğüm noktaları üzerinde uygulanır.

2.1 Sıvı-Yapı Etkileşimi

Bu çalışmada yapılan uygulamalarda Euler yaklaşımı kullanılarak sıvı-yapı etkileşim problemi çözülmüştür. Bu yaklaşım barajlar, su depoları gibi sıvı-yapı sistemlerinin sonlu eleman yöntemiyle dinamik analizinde yaygın bir şekilde kullanılmaktadır. Bu sistemlerin Euler yaklaşımıyla analizinde, yapının hareketi yer değiştirmeler cinsinden, sıvının hareketi ise basınçlar cinsinden ifade edilmektedir. Sıvı-yapı ara yüzeyindeki etkileşimden dolayı ortak hareket meydana gelmektedir [9].

2.2 Temel Ortamının Modellenmesi

Temel ortamının rijit kabulü baraj-temel etkileşim problemlerinin çözümlerinde kolaylık sağlamaktadır. Barajın temelini bir kaya ortamına veya çok sert zeminlere oturması halinde, temelin rijit olarak kabul edilmesi yeteri yaklaşımda çözümler sağlayabilir. Şayet temel zeminin mukavemeti düşükse temelin rijit olarak kabul edilmesi aykırı çözümlere götürebilir.

Sonlu eleman metoduna dayalı olarak hazırlanmış kemer baraj analizi programlarında kütsüz temel hali dikkate alınmaktadır [4]. Bu programlarda temel ortamı sonlu elemanlarla modellenirken temelin boyutları barajın memba ve mansap kısımlarında barajın yüksekliğinin bir yada iki katına kadar uzaklıkların dikkate alınması yeter yaklaşımı sağlamaktadır. Temel kayasının sonlu eleman ortamında en uzak sınır düğüm notaları tutulu kabul edilmektedir. Bu tip analizlerin dezavantajları temel kısmının hesapta kütsüz olarak dikkate alınması gerektiğidir. Temelin kütsüz kabul edilmesindeki temel prensip, baraj-temel sisteminin elde edilen düşük frekanslarda sistemin rezonansa girmesini önlemektir [5]. Bu yaklaşımın dezavantajı, malzeme ve yayılma sönümlerinin dikkate alınmamasıdır. Bu tip sönümler ise deprem gibi dinamik bir analiz sırasında baraj üzerine etki eden yükleri önemli ölçüde etkilediğinden hesaplarda kesinlikle dikkate alınması gerekmektedir.

3. ŞEKİL OPTİMİZASYONU

Bu çalışmada kullanılan optimizasyon tekniği, ANSYS programında mevcut olan ve yaygın olarak kullanılan First-order metodudur. Bu metod dizayn hassasiyeti (duyarlılığı) üzerine dayanır ve hassas doğruluk isteyen problemlerde daha çok uygulanır. First order metodunda, başlangıçta seçilen topolojinin analizi yapılır, sonuçlar belirlemiş dizayn kriterleri karşısında değer alır ve her adımda dizayn genellikle modife edilir. Bu işlem

Dinamik Yük Altında Kemer Barajların Şekil Optimizasyonu

istenen hassaslık sağlanıncaya kadar tekrarlanır. Minimize amaç fonksiyonu yani baraj gövdesi hacmi;

$$f=f(x) \quad (1)$$

sınırlayıcılar;

$$g_i \leq \bar{g}_i \quad (i=1,2,3,\dots,m_1) \quad (2)$$

burada f , amaç fonksiyonu, g , dizaynı kapsayan durum değişkeni, m_1 , çeşitli alt ve üst limit değerleri olan durum değişkenlerinin sınırlayıcı sayısıdır [6].

3.1 Kemer Baraj Optimizasyonunun Algoritması

Geliştirilen program genel olup farklı yükleme ve farklı eleman tipine göre değişiklik yapılmıştır. Algoritma aşağıdaki adımlardan meydana gelmiştir:

1. Eleman tipleri malzeme özellikleri, elastisite modülleri yoğunlukları, poisson oranları , sıvı model için ses dalgası hızı ve optimizasyondan önce kemer fonksiyonun katsayıları girilir.
 2. Bu katsayılara göre sırasıyla baraj gövdesi, baraj temeli ve eğer dinamik çözüm yapılacaksa baraj arkasındaki su modellenir. Gerekli mesnetleme ve yükleme noktaları belirlenir. Bu yükleme durumu statik çözüm için geçerlidir.
 3. Yapılan modellemeye göre statik çözüm yapılacaksa yerçekimi ivmesi göz önüne alınarak çözüm yapılır. Şayet dinamik çözüm yapılacaksa önce sistemin modal analizi yapılır. Burada sistemin ilk üç modu dikkate alınmaktadır. Sonra gerekli zamana göre değişen ivme yüklemeleri verilir. Bu değerler deprem tablolarında saniyenin %2 miktarına tekabül eden deprem ivmeleridir.
 4. Çözüm sonrası baraj gövdesinde meydana gelen maksimum ve minimum asal gerilmeler belirlenir. Gerekli değişkenler elde edilince optimizasyon işlemine başlanır. Bu işlem sırasında kemer fonksiyonu kat sayıları, elde edilen gerilmeler ve dizayn şartları sınırlayıcıları optimizasyon safhasında sabit olan sınır değerler içerisinde kalıp kalmadığı tespit edilir ve amaç fonksiyonu olan yapı hacmi belirlenir.
 5. Optimizasyon alt programı tarafından baraj gövdesi kemer fonksiyonunun yeni katsayıları belirlenir. Belirlenen katsayılara göre gövde, temel ve su modellemesi yeniden yapılır ve çözüm işlemine devam edilir.
 6. Bu döngüler sistemde sınır şartları sağlanıp uygun çözüm elde edilinceye kadar tekrarlanır. Uygun çözüm elde edilince baraj gövdesinin optimum hacmi ve eğrilik fonksiyonun katsayıları belirlenmiş olur.
- Dinamik çözümde yapıya yüklenen deprem ivmelerinden en büyük asal gerilmeyi meydana getiren zaman belirlenir ve bu asal gerilme değeri optimizasyon işleminde göz önüne alınır.

4. SAYISAL UYGULAMALAR

Yapılan uygulamalar The Arch Dams Committee Report of the Institution of Civil Engineers' in seçtiği 5 nolu barajı kapsamaktadır [7].

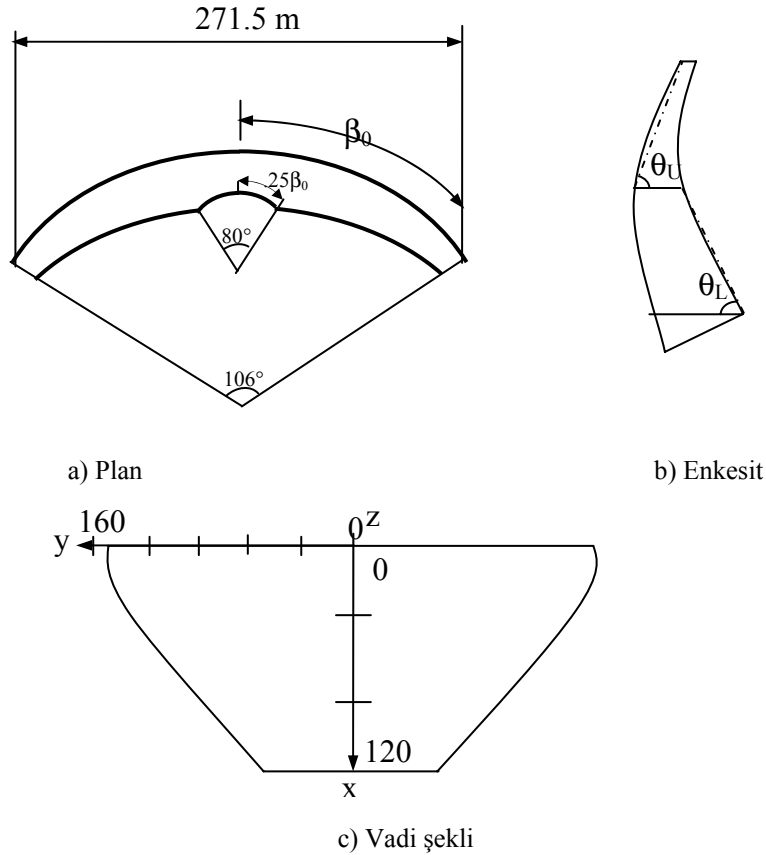
4.1 5 Nolu Baraj Probleminin Tanımlanması

Kemer barajın şekli iki pozinomial ifade ile tanımlanmıştır. Birincisi orta yüzey için ikincisi orta yüzey boyunca değişken kalınlık içindir. Bu fonksiyonların Şekil 1 de, kret üzerinin başlangıcı belirlenmiş ve yedi adet dizayn değişkenine sahiptir.

$$x_{mid} = a_1 y^2 + a_2 y^2 z - a_3 z + a_4 z^2 \quad (3)$$

$$t = a_5 + a_6 y^2 z + a_7 z \quad (4)$$

burada x_{mid} baraj gövde ortası eğrilik fonksiyonu t ise baraj gövdesi kalınlığını belirleyen fonksiyondur. Lineer elastik analizden dolayı $E_c = E_t = 2 \times 10^7$ ve $\nu_c = \nu_t = 0.15$ olarak kabul edilmiştir. Baraj temeli kütesiz alınmıştır. Barajın yükleme durumu, tam dolu rezervuar artı baraj gövdesinin kütlesi olarak uygulanmıştır. Rezervuardan gelen yük, hem su basıncı olarak nodlara direkt hidrostatik yükleme yapılarak hem de sistemde sıvı modellemesi yapılarak uygulanmıştır. 5 nolu baraja ait kret uzunluğu, kret yüksekliği ve vadi şekline göre gövde yerleşiminin genel geometrisi Şekil 1 a, b ve c 'de verilmiştir.



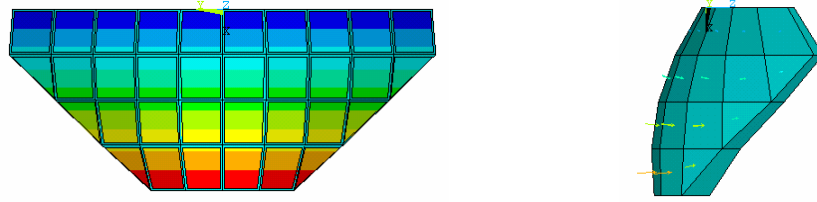
Şekil 1. ICE 5 nolu tip barajın plan, enkesit ve yarı perspektif görüşleri

Dinamik Yük Altında Kemer Barajların Şekil Optimizasyonu

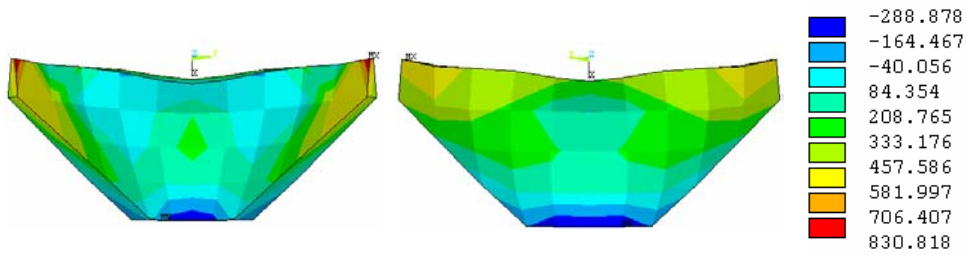
Baraj gövdesi beton hacminin minimizasyonu amaç fonksiyonu olarak seçilmiştir. Asal gerilmeler, maksimum basınç gerilmesi 7000 kN/m^2 ile sınırlandırılmıştır. Benzer şekilde maksimum çekme gerilmesi 1400 kN/m^2 olarak sınırlandırılmıştır. Çıkıntılar, Şekil 1-b de gösterildiği gibi $\theta_U > 65^\circ$ ve $\theta_L > 80^\circ$ 'ye enkesit üzerindeki limit açılar tarafından sınırlandırılmıştır. Baraj gövdesi kemer fonksiyonu sınırlayıcıları sırasıyla; $0.002 \leq a_1 \leq 0.004$, $0.0 \leq a_2 \leq 0.001$, $0.0 \leq a_3 \leq 1.0$, $0.0 \leq a_4 \leq 0.009$, $2.0 \leq a_5 \leq 15.0$, $0.0 \leq a_6 \leq 0.2$, $0.0 \leq a_7 \leq 0.2$ olarak tanımlanmıştır.

4.2 5 Nolu Barajın Statik Yükler Altında Optimizasyonu ve Karşılaştırmalar

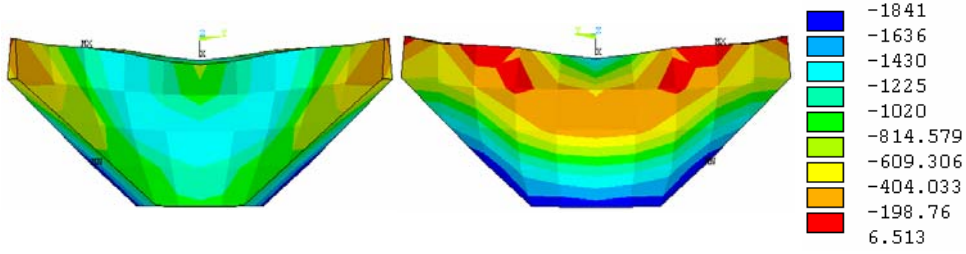
Baraj Ricketts ve Zienkiewicz (1984) 'te belirlenen hesaplamalar ile karşılaştırmak için, önce baraj gövdesi 34 sonlu elemana bölünerek modellenmiştir[8]. Bu sisteme, ilk olarak barajın memba yüzeyinden etkileyen su basıncını hidrostatik yük olarak verilmiş ve baraj su basıncı ve kendi ağırlığı altında sistem çözülmüştür. Yapılan hesaplamalar sonucunda SOLID45 elemanlı modelleme için barajın memba ve mansab yüzeylerinde oluşan deplasman ve asal gerilme diyagramları aşağıda Şekil 2-Şekil 12 arasında verilmiştir. Birimler kN/m^2 olarak alınmıştır.



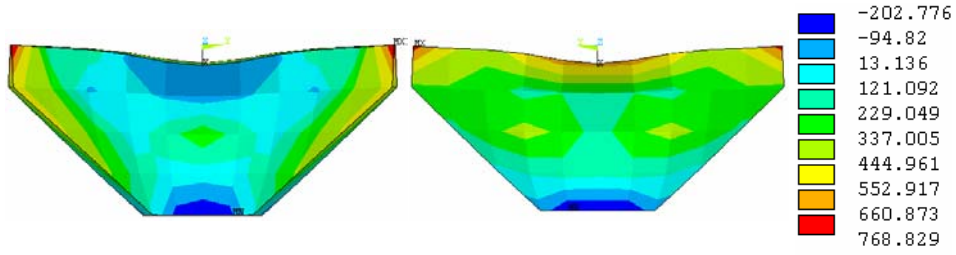
Şekil 2. Hidrostatik yükleme için kontur ve eleman yüklemesi görünümü



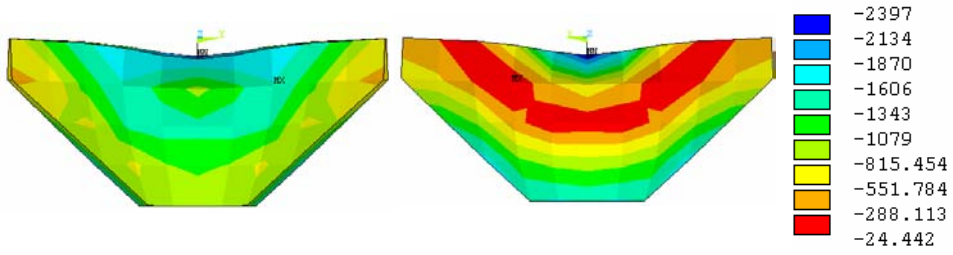
Şekil 3. Baraj gövdesi zati ağırlığı altında başlangıç dizaynının minimum asal gerilme görünümü



Şekil 4. Baraj gövdesi zati ağırlığı altında başlangıç dizaynının maksimum asal gerilme görünümü

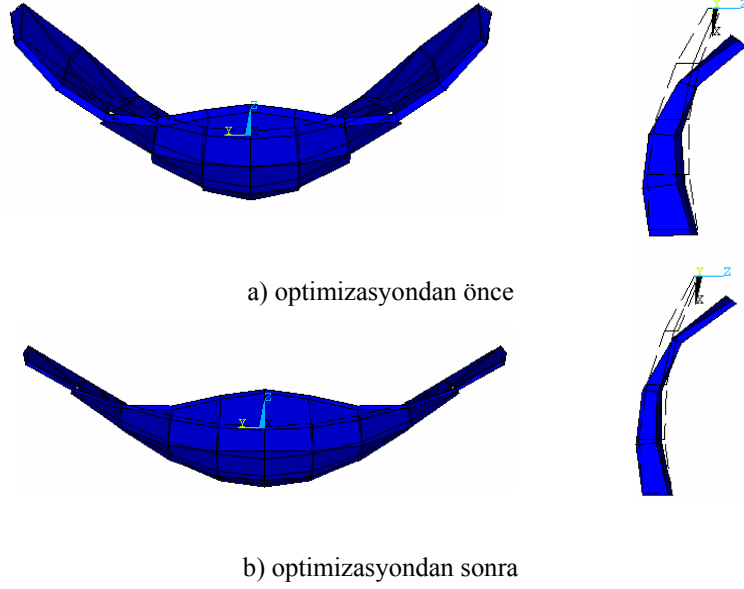


Şekil 5. Baraj gövdesi zati ağırlığı altında optimum dizaynının minimum asal gerilme görünümü

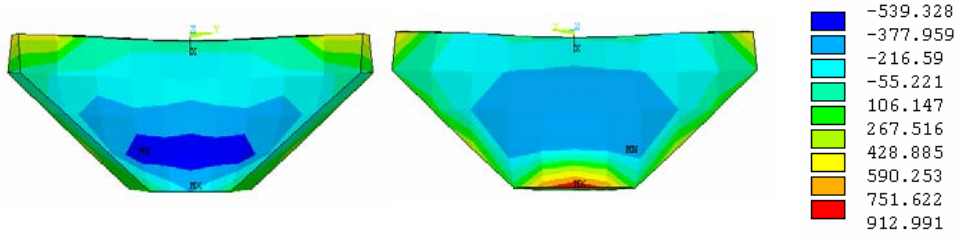


Şekil 6. Baraj gövdesi zati ağırlığı altında optimum dizaynının maksimum asal gerilme görünümü

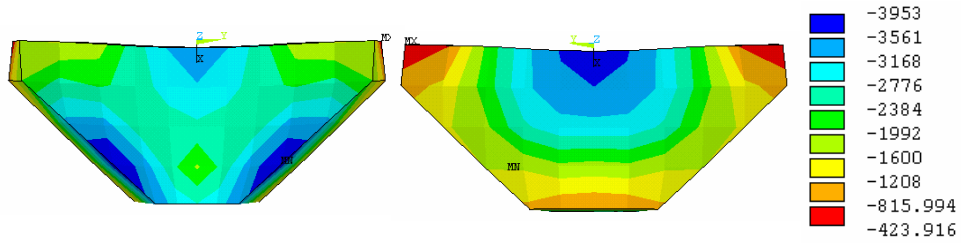
Dinamik Yük Altında Kemer Barajların Şekil Optimizasyonu



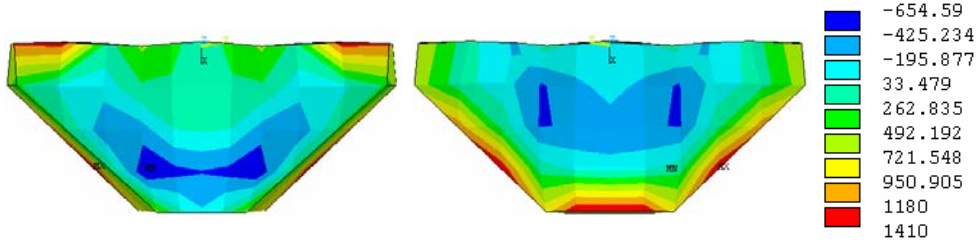
Şekil 7. Optimizasyondan önce ve sonraki baraj gövdesi ve enkesiti abartılı deplasman görünümü



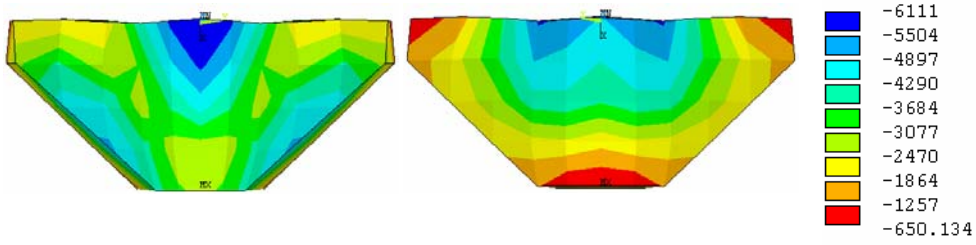
Şekil 8. Hidro-statik basınç altında başlangıç dizaynının minimum asal gerilme görünümü



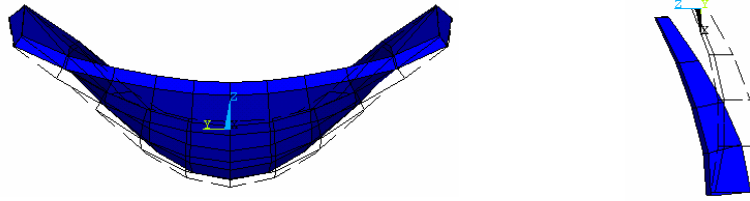
Şekil 9. Hidro-statik basınç altında başlangıç dizaynının maksimum asal gerilme görünümü



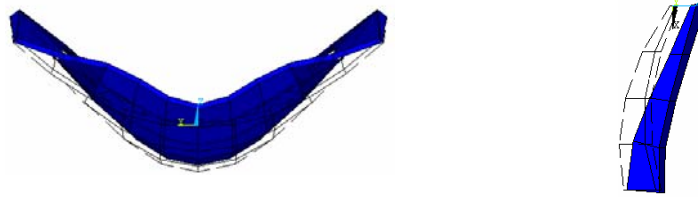
Şekil 10. Hidro-statik basınç altında optimum dizaynın minimum asal gerilme görünümü



Şekil 11. Hidro-statik basınç altında optimum dizaynın maksimum asal gerilme görünümü



a) optimizasyondan önce

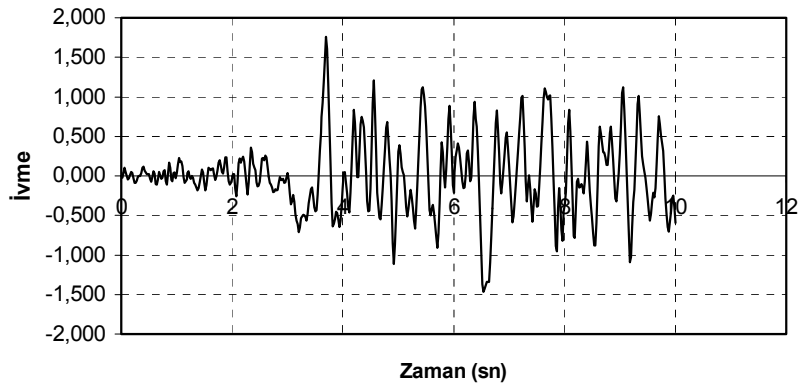


b) optimizasyondan sonra

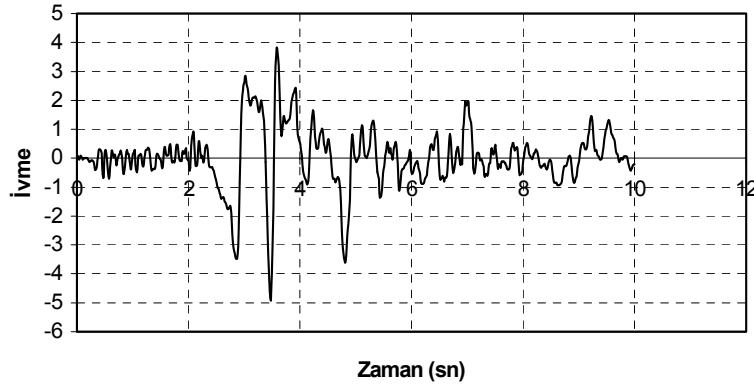
Şekil 12. Optimizasyondan önce ve sonraki baraj gövdesi ve enkesiti abartılı deplasman görünümü

4.3 5 Nolu Barajın Dinamik Yükler Altında Optimizasyonu ve Karşılaştırmalar

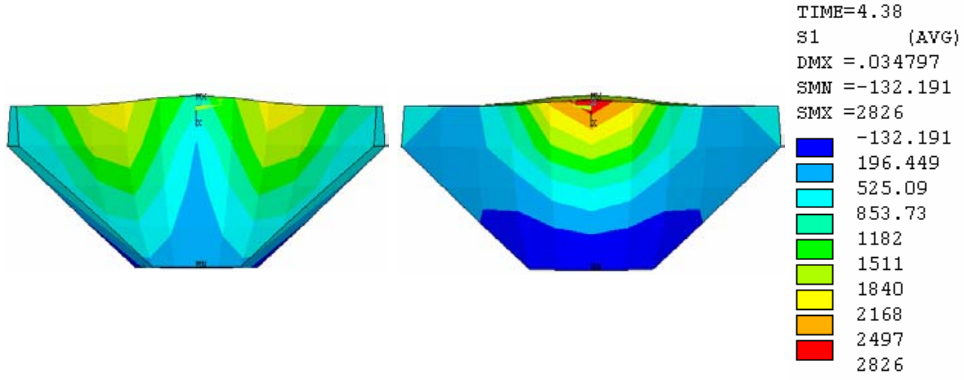
Dinamik yükleme olarak TAFT depreminin S-69-E bileşeni ile Erzincan depreminin doğu-batı bileşeni alınmıştır. Bununla ilgili ivme-zaman grafiği Şekil 13 ve Şekil 14 te verilmiştir. Baraj temeli kütlesiz kabul edilmiştir. Her iki modelleme tipi ve deprem şiddetine göre çözüm yapılmıştır. Bu çözümler sonucunda oluşan barajın menba ve mansap yüzeyindeki gerilme grafikleri Şekil 15-Şekil 23 arasında verilmiştir. Yapısal analiz sonuçları karşılaştırmalı olarak Şekil 24 te görülmektedir. Bu şekilde iterasyona bağlı olarak baraj hacim grafiği sunulmaktadır.



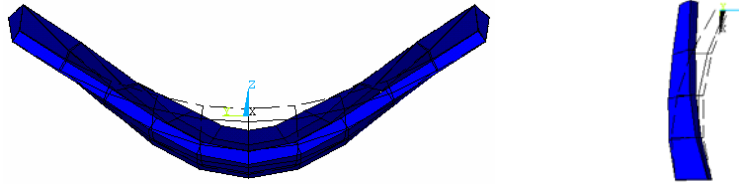
Şekil 13. TAFT depremi S-69-E bileşeni ivme zaman grafiği



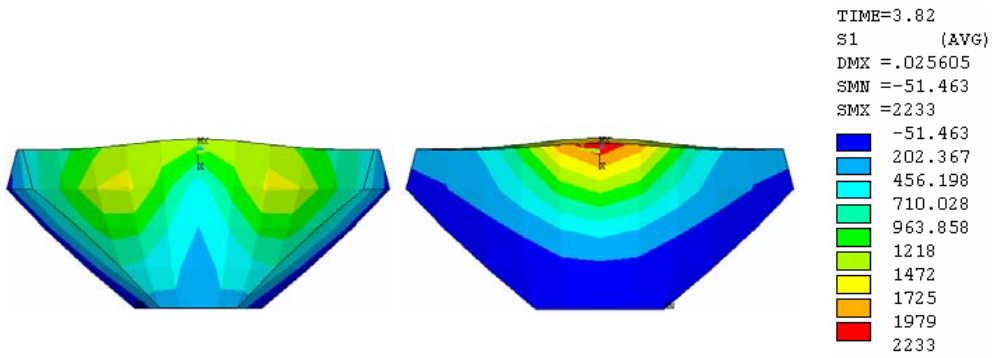
Şekil 14. Erzincan depreminin Doğu – Batı bileşeninin ivme zaman grafiği



Şekil 15. SOLID45 elemanlı modelleme için TAFT depremi yüklemesi altında optimum dizaynın minimum asal gerilmegörünümü

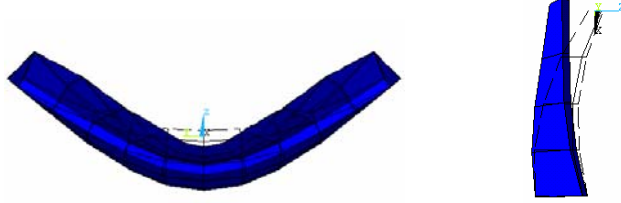


Şekil 16. SOLID45 elemanlı modelleme için TAFT depremi yüklemesi altında minimum asal gerilme durumundaki optimum dizaynli baraj gövdesi ve enkesiti abartılı deplasman görünümü

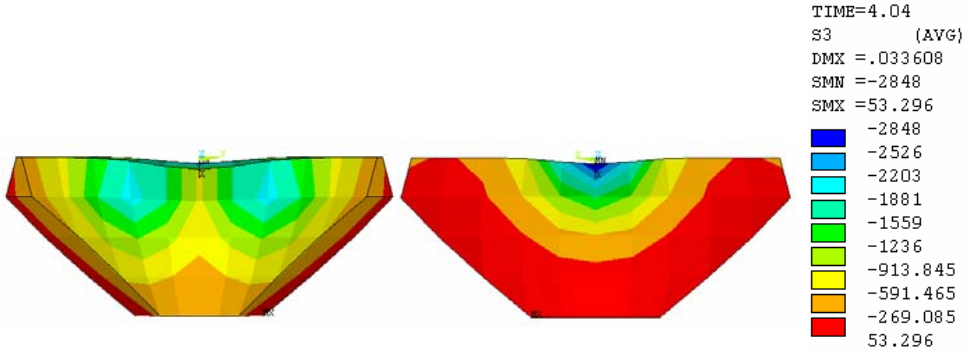


Şekil 17. SOLID73 elemanlı modelleme için TAFT depremi yüklemesi altında optimum dizaynın minimum asal gerilmesinin mansap görünümü

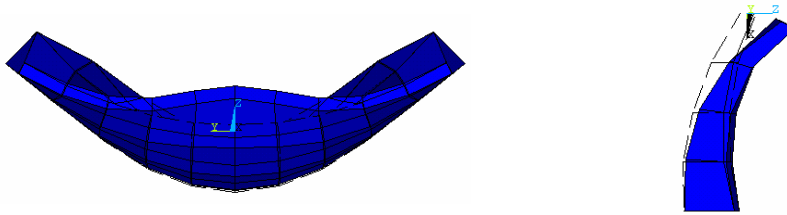
Dinamik Yük Altında Kemer Barajların Şekil Optimizasyonu



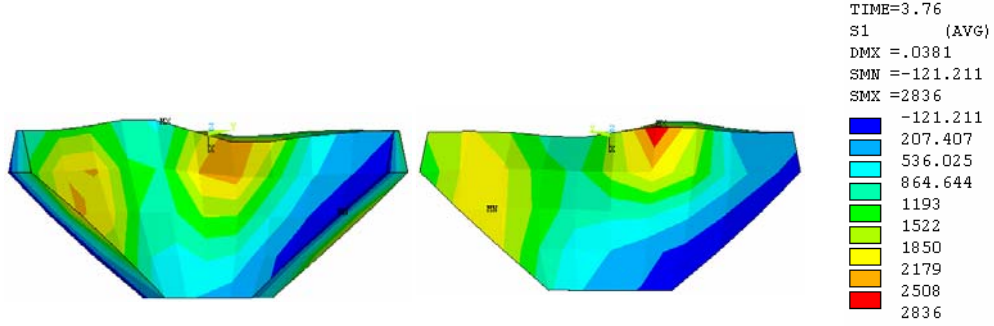
Şekil 18. SOLID73 elemanlı modelleme için TAFT depremi yüklemesi altında minimum asal gerilme durumunda optimum dizaynı baraj gövdesi ve enkesiti abartılı deplasman görünümü



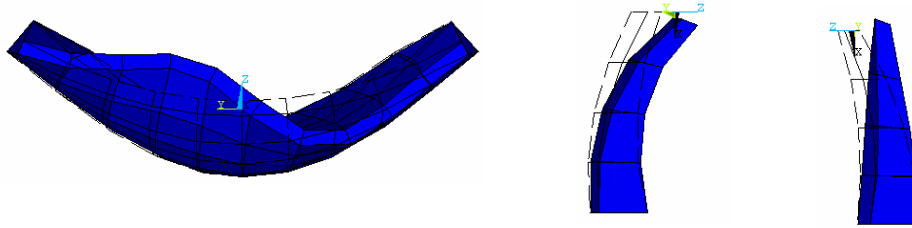
Şekil 19. SOLID73 elemanlı modelleme için TAFT depremi yüklemesi altında optimum dizaynın maksimum asal gerilmesinin mansap görünümü



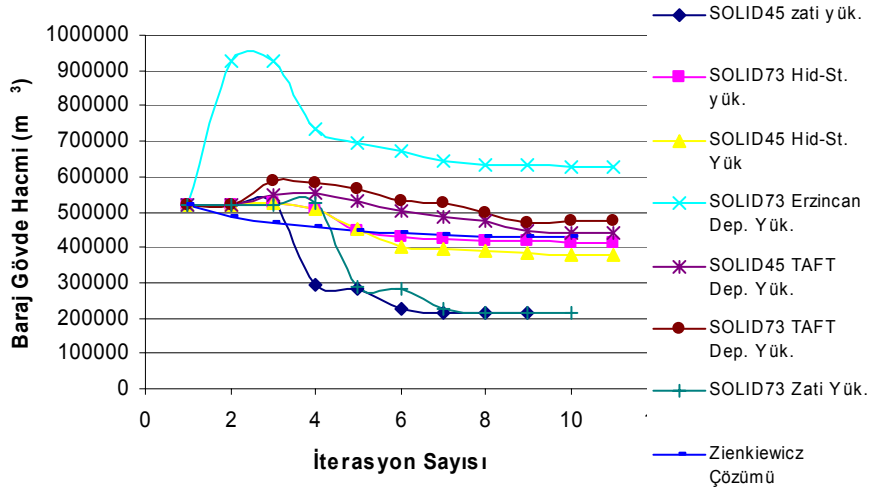
Şekil 20. SOLID73 elemanlı modelleme için TAFT depremi yüklemesi altında maksimum asal gerilme durumunda optimum dizaynı baraj gövdesi ve enkesiti abartılı deplasman görünümü



Şekil 21. SOLID73 elemanlı modelleme için ERZİNCAN depremi yüklemesi altında optimum dizaynın minimum asal gerilmesinin mansap görünümü



Şekil 22. SOLID73 elemanlı modelleme için ERZİNCAN depremi yüklemesi altında optimum dizaynın maksimum asal gerilmesinin mansap görünümü



Şekil 23. Yapılan hesaplamaların karşılaştırma grafiği

5. SONUÇLAR

Statik yüklemeler altında yapılan optimizasyon sonucunda SOLID45 elemanlı modellemelerde kemer barajın gövde hacminde % 30 oranında azalma görülmüştür. Ricketts ve Zienkiewicz (1984) çözümünde ise baraj gövdesi hacminde %18 oranında azalma olmuştur. Dinamik yükler altında da optimizasyonun yapılarak yapı maliyetinin azaltılabileceği, sistemde her hangi bir tasarım ve mukavemet sorunu olmayacağı belirlenmiştir. Yapılan çalışmada kemer baraja etki eden yüklerden pratik olması bakımından sadece birkaçı alınmıştır. Diğer yüklemelerin de kemer barajların şekil optimizasyonunda göz önüne alınması, geliştirilen algoritmayla mümkün olacaktır. Kemer barajların boyutlandırılması konusunda yapılmış olan çalışmalarda genel olarak dairesel veya eliptik geometri seçilerek işlem yapılmıştır. Ancak bu çalışmada genel amaçlı bir fonksiyon önerilmiştir. Önerilen bu fonksiyonla, kemer barajın yapılması uygun görülen herhangi bir vadi şeklinde optimum sonuca ulaşılacaktır.

SEMBOLLER

- a_1, \dots, a_7 : Kemer fonksiyonuna ait katsayılar
 E_c : Baraj gövdesinin elastisite modülü,
 E_t : Baraj temelının elastisite modülü,
 F : Amaç fonksiyonu,
 g_i : i . Dizayn değişkeni
 t : Baraj gövdesi kalınlık fonksiyonu
 x_{mid} : Baraj gövde ortası eğrilik fonksiyonu
 θ_U, θ_L : Enkesit üzerindeki limit açılar
 ν_c, ν_t : Baraj gövdesi ve temelının poisson oranı

Kaynaklar

1. Fanelli Michel and Alberto., "A Simple Analysis of Arch Dams Intern. Symposium on Arch", Nanjing, China, 1992.
2. Saka M. P. ve Ülker M., "Optimum Design of Geometrically Nonlinear Space Trusses", Computer and Structures, Vol. 41, No. 6, pp. 1387-1396, 1991.
3. Zhu B., Rao B., Jia J. ve Li Y., "Shape Optimization of Arch Dams For Static and Dynamic Loads", Journal of Structural Engineering, Vol. 118, No. 11, 12. ASCE, 1992.
4. Tan, H. and Chopra, A., "Earthquake Analysis of Arch Dams Including Dam-Water-Foundation Rock Interaction", Earthquake Eng. and Structural Dynamic, Vol. 24, 1453-1474, 1995.
5. Dowling, J. M., "Nonlinear Analysis of Arch Dams, Earthquake Eng. Research Laboratory", Report No: EERL 87-03, University of California, Berkeley, 1987.
6. Swanson Analysis system Ansys 5.4
7. Anonymous, "Arch Dams", Section 6, a Review of British Research and Development, Institution of Civil Engineers, London, 1968.
8. Zienkiewicz, O. C., The Finite Element Method, McGraw-Hill Company, London, 1977.
9. Savaş S., "Sürekli Yapı Sistemlerinin Optimum Boyutlandırılması", Doktora Tezi, Fırat Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü, Elazığ, 2002.