



Matematiksel Görevlerin Uygulanmasında İletişim Stratejileri ve Bilişsel Talep Kavramı: Sınıf İçi Yansımalar*

Defne YABAŞ**, Sertel ALTUN***

Makale Bilgisi	ÖZET
<i>Geliş Tarihi:</i> 22.11.2018	Matematik derslerinde uygulanan öğrenme görevleri, öğrencilere sunduğu öğrenme olanakları bakımından farklılık gösterebilmektedir. Bilişsel talep kavramı, bir öğrenme görevinin öğrenciye sunduğu, akıl yürütme, problem çözme vb. olanakları tanımlamaktadır. Bilişsel talep düzeyinin, öğretmenin görevi öğrencilere sunmasından, öğrencilerin görevi tamamlayana dek geçen süreçte değişebildiği belirtilmiştir. Değişimde rol oynayan öğrenme desteği sunma, öğrenciyi açıklama yapma, savunma, sorgulama ve yorum yapma yönünde cesaretlendirme vb. faktörler sınıf-İçi iletişim ile ilişkilidir. Bu nedenle, öğretmenin görevi öğrencilere hangi detayları vererek sunduğu, öğrencilere uygulama süresince nasıl bir öğrenme desteği sağladığı, öğrencilerin fikirlerini tartışmalarına ne kadar olanak verdiği, öğrenme görevinin bilişsel talep düzeyinin sürdürülmesinde önemlidir. Buradan hareketle, çalışmada, bilişsel talep ve matematiksel iletişim kavramlarının bir matematiksel görevin uygulanmasında nasıl bir etkileşim gösterdiğinin incelenmesi amaçlanmıştır. İstanbul'da bir özel okuldaki iki dördüncü sınıf öğretmeni ve 37 öğrencinin katıldığı araştırmada örnek olay yöntemi kullanılmıştır. Dördüncü sınıf matematik dersi kesirler ünitesi öğretim sürecine ilişkin ders gözlemleri iki farklı şubede gerçekleştirilmiştir. Ders gözlemlerinden elde edilen veriler araştırmacıların alan notları ile desteklenmiş ve içerik analizi yöntemi ile veriler çözümlenmiştir. Bulgular, matematiksel iletişim ve bilişsel talep kavramlarının uygulamada karşılıklı bir etkileşim oluşturduğuna ve matematiksel görevlerin öğrencide olumlu kazanımlar ortaya çıkarmasında, seçilen görevin bilişsel talep düzeyi, uygulama sırasında öğretmenin yönlendirici davranışları ve oluşturduğu matematiksel iletişim ortamının etkili olduğuna işaret etmiştir.
<i>Kabul Tarihi:</i> 16.11.2019	
<i>Erken Görünüm Tarihi:</i> 21.11.2019	
<i>Basım Tarihi:</i> 31.10.2020	
Anahtar Sözcükler: Matematiksel iletişim, bilişsel talep, matematik öğretimi, öğrenme görevleri	

Communication Strategies and Cognitive Demand in Mathematical Task Enactment: Reflections from the Classroom

Article Information	ABSTRACT
<i>Received:</i> 22.11.2018	Learning opportunities presented to students through various mathematical tasks can differ. Cognitive demand concept defines the degree of thinking, reasoning and problem-solving opportunities offered to students through a mathematical task. Over a class period, the cognitive demand of a mathematical task can change in set-up and implementation phases. Scaffolding, encouraging students to give explanations, justification, questioning and making comments, etc. are factors associated with the change in cognitive demand. These factors are also related to in-class mathematical communication. Therefore, cognitive demand of tasks can be affected from teachers' task presentation, guidance provided, and environment created for mathematical discussions. From this point on, the study aims to explore the interactions between cognitive demand and mathematical communication during the enactment of a mathematical task. Employing a case study design, the study included two 4th grade teachers and their 37 students from a private school in İstanbul. Data from classroom observations were complemented with the researchers' field notes. Results indicated that, cognitive demand and mathematical communication had a reciprocal relationship during enactment, and to achieve positive results with students, cognitive demand level of chosen mathematical tasks, guiding behavior of teachers and mathematical communication environment should be considered.
<i>Accepted:</i> 16.11.2019	
<i>Online First:</i> 21.11.2019	
<i>Published:</i> 31.10.2020	
Keywords: Mathematical communication, cognitive demand, teaching mathematics, learning tasks	
doi: 10.16986/HUJE.2019056303	Makale Türü (Article Type): Araştırma Makalesi

Kaynakça Gösterimi: Yabaş, D., & Altun, S. (2020). Matematiksel görevlerin uygulanmasında iletişim stratejileri ve bilişsel talep kavramı: sınıf-İçi yansımalar. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 35(4), 759-779. doi: 10.16986/HUJE.2019056303

* Çalışma, birinci yazarın, ikinci yazar danışmanlığında gerçekleştirdiği, Şubat 2018 tarihinde tamamlanan, İlkokul Matematik Dersinde Yüksek Bilişsel Talebin Sağlanması ve Matematiksel İletişimin Rolü: Örnek Olay Çalışması isimli doktora tezinden üretilmiştir.

** Dr. Öğr. Üyesi, Bahçeşehir Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Fakültesi, Beşiktaş, İstanbul-TÜRKİYE. e-posta: defneyabas@gmail.com (ORCID: 0000-0001-5575-510X)

*** Doç. Dr., Yıldız Teknik Üniversitesi, Eğitim Fakültesi, Davutpaşa, İstanbul-TÜRKİYE. e-posta: sertelaltun@gmail.com (ORCID: 0000-0002-1951-5181)

1. GİRİŞ

Matematik öğretiminde üst düzey düşünme becerilerinin öğrencilere kazandırılması gerektiği birçok araştırmacı ve eğitimci tarafından kabul görmektedir. Ülkemizde uygulamada bulunan öğretim programlarında da iletişim, problem çözme, akıl yürütme, öğrenmeyi öğrenme, matematiksel yetkinlikler ve matematiksel düşünme vb. üst düzey beceriler ve bu becerilerin kazandırılması öncelikli olarak ele alınmaktadır (Milli Eğitim Bakanlığı [MEB], 2018). Derslerde belli bir matematiksel fikre odaklanan, proje, etkinlik, soru, problem, uygulama vb. bölümler matematiksel görev olarak tanımlanmaktadır (Doyle 1988; Stein, Grover, ve Henningsen 1996; Stein ve Smith 1998). Öğretim programlarında yer alan matematiksel görevler incelendiğinde, kimi görevlerde öğrencilerden üst düzey bilişsel becerilerini kullanmaları beklenirken, kimi görevlerde daha düşük bilişsel becerilere odaklanıldığı görülmektedir. Başka bir deyişle, bazı görevleri öğrenciler sadece basit hesaplamalar yaparak tamamlayabilirken, bazı görevler öğrencilerin problem çözme, akıl yürütme vb. daha karmaşık becerileri kullanmalarını gerektirmektedir (Stein ve Smith, 1998). Bu durum matematiksel görevlerin incelenmesinde bilişsel talep kavramını gündeme getirmiştir. Bilişsel talep kavramı ile matematiksel görevlerin öğrencilere sunduğu üst düzey düşünme olanaklarının belli düzeyler temelinde belirlenmesi sağlanmaktadır. Bununla birlikte, bilişsel talep düzeylerinin ders süresince değişimlere uğrayabileceği konusuna Matematiksel Görev Çerçevesi (Stein ve Smith, 1998) ile dikkat çekilmektedir. Bilişsel talep kavramı ve matematiksel görev çerçevesi, ortaya konulduğu dönemden itibaren, matematik eğitim süreçlerinin derinlemesine bir biçimde analiz edilmesinde araştırmacılar tarafından sıklıkla kullanılmaktadır (Bkz. Fan, Qi, Liu, ve Lin 2017; Masingila, Olanoff, ve Kimani 2018; Viseu ve Oliviera 2012; Wijaya, van den Heuvel-Panhuizen, ve Doorman 2015). Örneğin, matematik derslerinde gerçekleştirilen etkinliklerin niteliklerinin belirlenmesinde (Boasen et al. 2014), öğretmenlerin üst düzey görevleri uygulama yeterliliklerinin incelenmesinde (Boston 2013; Pettersen ve Nordvedt 2017) ve öğretmenlerin söz konusu yeterlilikleriyle sınıf içi pratiklerinin karşılaştırılmasında (Son ve Kim, 2016) bilişsel talep düzeyleri ve bilişsel talebin matematiksel görev çerçevesi bağlamındaki değişimleri kullanılmıştır. Bu bağlamda, matematiksel görevlerin öğrencilere sunduğu üst düzey beceri edinimine yönelik olanaklarını değerlendirmekle birlikte, sınıf içi uygulamalarda uğradığı değişimleri izlemek bakımından matematik eğitiminde sınıf içi süreçleri incelemeyi amaçlayan çalışmalarda, bilişsel talep kavramının kullanılması önemli görülmektedir. Bu nedenle mevcut çalışmada, matematik derslerindeki sınıf içi uygulamalara daha derinlemesine bir bakış geliştirmenin ve sınıf içi uygulamalarda oluşan öğrenme fırsat ve engellerini daha yakından tespit edebilmenin olanaklı kılınacağı düşünülmektedir.

1.1. Problem Durumu

Bir matematiksel görevi tamamlamak için gereken bilişsel süreçlerdeki farklılıklar bilişsel talep kavramı ile ele alınabilmektedir (Stein, Grover, ve Henningsen,1996). Buna göre, bir görevin bilişsel talep düzeyi, öğrencinin görevi tamamlayabilmek için kullanılması gereken bilişsel süreçlerin türünü ifade etmektedir (Stein et al. 1996). Bu süreçler olguların hatırlanması ya da ezbere işlemlerin yapılmasından, prosedürlerin anlamlı bir şekilde kullanılması ya da otantik problem çözme süreçlerine kadar genişleyen bir aralıkta dört aşamada tanımlanmıştır (Stein ve Smith, 1998). Düzeylere ilişkin açıklamalar düşük düzeyden yüksek düzeye olmak üzere Tablo 1’de sunulmuştur.

Tablo 1
Bilişsel Talep Düzeyleri

Bilişsel Talep Düzeyi	Tanım
1.Düzye: Ezberleme	<ul style="list-style-type: none"> Olguların, kuralların, formüllerin ve tanımların yeniden üretilmesi veya ezberlenmesine dayalı görevlerdir. Öğrencilere herhangi bir prosedür (işlemsel süreç) sunulmaz. Mevcut durumu yeniden üretmeye dayalı etkinlikler içerir, açık uçlu durumlara yer verilmez. Olgu, kural, formül ve tanımların altında yatan kavramların anlaşılması ile ilgili bağlantılara yer verilmez.
2.Düzye: Bağlantılı olmayan prosedürler	<ul style="list-style-type: none"> Belli bir algoritmaya dayalı görevlerdir. Görevin nasıl gerçekleştirileceği ile ilgili sınırlı bir belirsizlik vardır. Prosedürün (işlemsel sürecin) altında yatan kavramların anlaşılması ile ilgili bağlantılara yer verilmez. Matematiksel anlamalara ulaşmaktan çok doğru yanıtları üretmeye odaklıdır. Açıklamalara yer verilmez.
3.Düzye: Bağlantılı prosedürler	<ul style="list-style-type: none"> Matematiksel kavram ve fikirlerin derinlemesine anlaşılması için prosedürlere (işlemsel süreçlere) odaklı görevlerdir. Esneklik, ancak altta yatan fikirlerle doğrudan bağlantılı çözüm yolları sunar. Çoğunlukla farklı biçimlerde ifade edilebilir ve bu ifade biçimleri arasında bağlantı kurulabilir. Görevi tamamlamak için bilişsel çabaya ihtiyaç duyulur.
4.Düzye: Matematik yapma	<ul style="list-style-type: none"> Karmaşık ve belli bir algoritmaya bağlı kalmadan düşünmeyi gerektiren görevlerdir. Öğrencilerin kavramları, süreçleri ve ilişkileri keşfetmelerini ve anlamalarını destekler. Bilişsel süreçlerin öz-değerlendirmesini ve öz-düzenlemesini gerektirir. Öğrencilerin görevin çözüm yollarına etki eden koşul ve sınırlılıkları analiz etmelerini gerektirir. Çözüm yollarının belirsizliğinden dolayı öğrencilerde kaygı oluşturabilir.

Tablo 1’de yer alan düzeylerden ezberleme ve bağlantılı olmayan prosedürler alt düzey; matematik yapma ve bağlantılı prosedürler ise üst düzey olarak nitelendirilmiştir.

Bir matematiksel görevin sahip olduğu bilişsel talep düzeyi, uygulamanın özelliklerine göre bir ders içerisinde birçok defa değişime uğrayabilmektedir. Matematiksel Görev Çerçevesi (bkz. Şekil 1) ile bu değişimin üç aşamasına dikkat çekilmiştir (Henningsen ve Stein 1997; Resnick ve Zuwarsky 2006; Stein ve Smith 1998; Stein, Engle, Smith, ve Hughes 2008; Stein et al. 1996).



Şekil 1. Matematiksel görev çerçevesi

Birinci aşama, görevlerin öğretim programına ilişkin belge ve dokümanlarda yer aldığı halini ifade etmektedir. Bir sonraki aşama, görevlerin öğretmen tarafından kurgulanışını ve öğrencilere sunumunu nitelendirirken, üçüncü ve son aşama öğrencilerin görev üzerinde çalışma sürecini açıklamaktadır. Stein ve Smith (1998), bu çerçevede, bir görevin bilişsel talebin değişmesinde etkili olan faktörleri de listelemişlerdir. Örneğin, “öğrencilerin düşünme ve akıl yürütme süreçlerinin desteklenmesi”, “öğretmenin öğrencilerin fikirlerini savunmalarını, açıklamalarını, sorgulama yoluyla anlam aramalarını, yorum yapmalarını ve geribildirimde bulunmalarını desteklemesi” vb. öğretmen davranışları öğrencilerin ilgili matematiksel göreve ilişkin yüksek bilişsel talebinin sürdürülmesi ile ilişkilendirilmiştir. “Görevlerin karmaşık bölümlerinin üstesinden gelebilmeleri için öğretmenin öğrencilerine rutin çözüm yolları sunması”, “öğretmenin odak noktasını, anlamlardan ve kavramlardan çok, sonucun uygunluğuna ve doğruluğuna kaydırması” vb. davranışların ise bilişsel talebin düşmesine neden olacağı belirtilmiştir.

Bilişsel talep ile ilişkilendirilen faktörlerin önemli bir kısmının sınıf içi matematiksel iletişim ortamı ile ilişkili olduğu göze çarpmaktadır. Örneğin, Henningsen ve Stein (1997) tarafından matematiksel görevin üst düzey niteliğinin korunması ile ilişkilendirilen öğrenme desteği sunma, öğrencilerin kendi öğrenme sürecini gözlemlemesi, açıklama yapma, savunma, sorgulama, yorum yapma ve geribildirim verme olarak belirtilen faktörler sınıf içinde gerçekleşen matematiksel iletişimin önemine işaret etmektedir. Matematiksel iletişim, matematikle ilgili kavram, ilke, kural, kuram, işlem vb. hakkında, öğrencilerin kendi aralarında ve öğretmenleriyle fikirleri, anlayışları, gözlemleri ve deneyimleri ile ilgili konuşmalarıdır (Chapin, O’Connor, ve Anderson 2009; Lee 2006; Pape, Bell, ve Yetkin 2003). Anlamlı öğrenme ve üst düzey matematiksel düşünme becerilerinin gelişimi için sınıf ortamında matematiksel iletişimin geliştirilmesi, başka bir deyişle, sınıf içi tartışma ve konuşmaların artırılması, son yıllarda matematik eğitimi alanında yapılan çalışmaların önemli bir kısmı tarafından ele alınmıştır (Brendefur ve Frykholm 2000; Cooke ve Buchholz 2005, Franke et al. 2009; Jung ve Reifel 2011; Pape et al. 2003; Sfard 2001). Örneğin, Jung ve Reifel’e (2011) göre matematiksel iletişim kavramsal öğrenmeyi, düşünmeyi, problem çözmeyi ve akıl yürütmeyi desteklemektedir. Sınıfta oluşturulan matematiksel iletişim ortamının öğrencilerin üst düzey becerileri kazanmasına destek olabilmesi için, öğrencilere kendi düşüncelerini ifade etme, birbirlerini dinleme, arkadaşlarının görüşlerine yorumda bulunma ve yansıtma yapma olanakları sunulması gerekmektedir (Pape et al. 2003). Alanda yapılan söz konusu çalışmalar matematiksel görevlerin yüksek bilişsel taleplerin sürdürülmesi ile sınıf içerisindeki matematiksel iletişim ortamı arasında bir ilişki olduğuna işaret etmektedir. Başka bir deyişle, öğrencilerin kendilerini rahatça ifade edebildikleri ve fikirler arasında bağlantı kurmaya ve anlamaya cesaretlendirdikleri bir öğrenme ortamının oluşturulması, üst düzey becerilerin gelişmesini hedefleyen matematiksel görevlerin amacına ulaşması için kilit önem taşımaktadır.

1.2. Araştırmanın Amacı

Mevcut çalışmada matematiksel görev çerçevesinden yararlanarak, bilişsel talep ve matematiksel iletişim kavramları ışığında, dördüncü sınıf matematik dersi kesirler ünitesi kapsamında sınıf içerisinde uygulanan matematiksel görevlerin analiz edilmesi ve örnek durumların sunulması amaçlanmıştır.

1.3. Araştırma Problemi

Bu amaç doğrultusunda aşağıdaki araştırma sorularına yanıt aranmıştır:

1. Sınıf içerisinde uygulanan matematiksel görevlerin bilişsel talep düzeyleri nelerdir ve uygulama sürecinde nasıl değişimlere uğramaktadırlar?
2. Örnek uygulamalar bağlamında matematiksel görevlerin bilişsel talep düzeylerinin değişiminde bilişsel talep ve matematiksel iletişim etkileşimli olarak nasıl rol oynamaktadır?

2. YÖNTEM

Çalışma kapsamında nitel araştırma yöntemlerinden araçsal örnek olay kullanılmıştır. Bir örnek olay araştırmasında üzerinde çalışılmak istenen konu ya da soru araştırmacı için durumun kendisinden daha önemliyse araçsal örnek olay yönteminin kullanılması önerilmektedir (Stake, 1995). Araçsal örnek olay çalışmalarında üzerinde çalışılan konunun ya da sorunun daha iyi anlaşılabilmesi için bu konuya ilişkin tarafların yer aldığı bir durum oluşturularak da incelemeye alınabilir. Örneğin, mentörler ve akran grupları arasındaki ilişkiyi incelemeyi hedefleyen Wasburn (2007), bunun için stratejik işbirliği modelini önermiş, bu modeli aktarmak üzere gerekli çalışmalar yaparak bir durum oluşturmuş ve oluşturduğu bu durumun mentörler ve akran grupları arasındaki ilişkiyi nasıl etkilediğini araçsal örnek olay bağlamında ele almıştır. Stake (1995), araçsal örnek olay kapsamında ilgili araştırma sorusuna ilişkin veri toplamak için birden fazla durumun kullanılabilmesini belirtmiştir. Mevcut çalışmada da öğretmenler, matematiksel iletişim ve bilişsel talep konusunda bilgilendirilmiş ve öğretmenlere sınıflarında kullanabilecekleri matematiksel iletişim modelleri ve üst düzey görevler ile ilgili önerilerde bulunulmuştur. Sonrasında iki farklı sınıf ortamında kesirler ünitesine ilişkin öğretim uygulamaları matematiksel iletişim ve bilişsel talep değişkenleri bağlamında incelenmiştir.

2.1. Araştırma Grubu

Araştırmanın çalışma grubu amaçlı örneklem yöntemi ile belirlenmiştir. Buna göre, İstanbul'da bir özel okulda 2016-2017 eğitim-öğretim yılı ikinci döneminde görev yapan 4.sınıf öğretmenleri ve 4.sınıf devam eden öğrencileri araştırmanın çalışma grubunu oluşturmuştur. Çalışmada belirtilen tüm öğretmen ve öğrenci isimleri takma ad kullanılarak sunulmuştur. Çalışma grubuna alınan sınıf şubeleri ise Şube 1 ve Şube 2 olmak üzere isimlendirilmiştir. Tablo 2'de çalışma grubuna ilişkin özet bilgiler yer almaktadır.

Tablo 2.

Araştırma Grubu

		Şube 1	Şube 2
Öğretmen	Takma Ad	Armağan Öğretmen	Deniz Öğretmen
	Kıdem	38 yıl	14 yıl
	Mezuniyet	Meslek Yüksek Okulu	Sınıf Öğretmenliği Lisans Programı
Öğrenci	Kız öğrenci sayısı	9	9
	Erkek öğrenci sayısı	10	9
	Toplam	19	18

2.2. Araştırma Süreci

Araştırma kapsamında ele alınacak durumun oluşturulması için öğretmenler, çalışmada ele alınan bilişsel talep ve matematiksel iletişim kavramlarını ele alan bir eğitim ile bilgilendirilmiş, sonrasında derinlemesine gözlem ve görüşmeler ile oluşan durum analiz edilmiştir. Süreç boyunca araştırmacı tarafından öğretmenlere ihtiyaç duydukları noktalarda destek sağlanmıştır. Aşağıda, araştırma süresince takip edilen adımlar açıklanmıştır:

- İhtiyaç Analizi: Öğretmenlerin matematiksel iletişim ve bilişsel talep ile ilgili profesyonel gelişim ihtiyaçları ile mevcut araştırmanın kuramsal ve yöntemsel çerçevesinin belirlenmesi için aşağıdaki çalışmalar yapılmıştır:
 - Araştırma soruları bağlamında ele alınacak değişkenlere odaklanan bir pilot çalışma yapılması
 - Uygulama öncesi sınıf gözlemlerinin yapılması
 - Çalışma grubundaki sınıf öğretmenleri ile matematiksel iletişim ve bilişsel talep kavramları konusundaki deneyim ve önbilgilerine ilişkin ön görüşmeler yapılması
 - Dördüncü sınıf matematik öğretim programı kesirler ünitesinin incelenmesi
- Mesleki Gelişim Eğitiminin Tasarımı: Öğretmenler için bilişsel talep ve matematiksel iletişim konularını kapsayan kuramsal ve uygulamalı bir profesyonel gelişim eğitimi tasarlanması
- Mesleki Gelişim Eğitiminin Uygulanması: Hazırlanan profesyonel gelişim eğitiminin öğretmenlerle uygulanması
- Öğretmenlerin Ders Planlarını Tasarlamaları: Öğretmenlerin bilişsel talep düzeyinin yüksek tutulması için matematiksel iletişim ortamını geliştirmeye yönelik ders planlarını oluşturması
- Ders Planlarının Uygulanması:
 - Ders planlarının uygulanması ve uygulama sırasında gözlemlerin yapılması
 - Ders planlarının sınıf ortamında uygulanması sırasında video ve ses kayıtlarının alınması
 - Süreci etkili bir şekilde yönlendirebilmek amacıyla öğretmenlerle ara değerlendirme toplantılarının yapılması
- Uygulama Sonrası Öğretmenlerle Görüşme: Ders planlarının uygulanması tamamlandığında öğretmenlerle, uygulama sürecine ve bundan sonra benzer alanda yapabilecekleri çalışmalara yönelik son görüşmeler yapılması

2.3. Verilerin Toplanması ve Analizi

Veri toplama amacıyla sınıf içi gözlemler yapılmıştır. Her öğretmenin üçer uygulaması katılımcı olmayan gözlemci rolüyle araştırmacılar tarafından gözlenmiştir. Gözlemler sırasında ses ve video kaydı alınmış, alan notları tutulmuştur. Gözlemlerden elde edilen veriler seçilen matematiksel görevlerin bilişsel talep düzeylerinin belirlenmesi, uygulama sırasındaki değişimlerinin incelenmesi amacıyla kullanılmıştır.

Seçilen ve uygulanan matematiksel görevlerin matematiksel görev çerçevesinde belirtilen üç aşama için bilişsel talep düzeylerinin belirlenmesinde Stein, Smith, Henningsen, ve Silver (2009) tarafından geliştirilen Görev Analiz Rehberi kullanılmıştır.

Matematiksel görevlerin bilişsel talep düzeylerinin değişiminde etkili olan faktörlerin incelenmesi için Stein ve Smith'in (1998) ele aldığı bilişsel talep düzeyini sürdüren ve düşüren faktörlerden, sınıf içi matematiksel iletişim ortamını tanımlayabilmek için ise sınıf içi matematiksel iletişimi arttırmaya yönelik 5 davranış (Chapin et al. 2009) ile öğretmenlerin kullandığı soru türlerinden (Boaler ve Brodie, 2004) faydalanılarak ilgili kodlama şemaları hazırlanmıştır (bkz. Tablo 3 ve Tablo 4).

Tablo 3

Bilişsel Talep Düzeyini Etkileyen Davranışlara İlişkin Kodlama Şeması

Bilişsel Talep Düzeyinin Sürdürülmesini Sağlayan Davranışlar

- 1A1. Öğrencilerin düşünme ve akıl yürütme süreçlerinin desteklenmesi.
- 1A2. Öğrencilere kendi ilerlemelerini gözlemleyebilmeleri için fırsatlar verilmesi.
- 1A3. Yüksek düzeyde performansın öğretmen ya da öğrenciler tarafından modellenmesi.
- 1A4. Öğretmenin öğrencilerin fikirlerini savunmalarını, açıklamalarını, sorgulama yoluyla anlam aramalarını, yorum yapmalarını ve geribildirimde bulunmalarını desteklemesi.
- 1A5. Öğretmenin kavramsal bağlantılar kurması.

Bilişsel Talep Düzeyinin Düşmesine Neden Olan Davranışlar

- 1B1. Görevlerin karmaşık bölümlerinin üstesinden gelebilmeleri için öğretmenin öğrencilerine rutin çözüm yolları sunması.
- 1B2. Öğretmenin odak noktasını, anlamlardan ve kavramlardan çok, sonucun uygunluğuna ve doğruluğuna kaydırması.
- 1B3. Sınıf yönetimine ilişkin sorunların öğrencilerin göreve odaklanmasını zorlaştırması.
- 1B4. Öğrencilerin yaptıkları sınırlı ve hatalı yorumların kabul edilmesi, üzerine gidilmemesi.
- 1B5. Görevin tamamlanması için öğrencilere çok fazla yönerge verilmesi.

Tablo 4.

Matematiksel İletişim Ortamına İlişkin Kodlama Şeması

Matematiksel İletişimi Arttırmaya Yönelik Davranışlar

- 2A1. Yeniden seslendirme
- 2A2. Başka bir arkadaşının dile getirdiği fikri tekrarlatma
- 2A3. Düşüncesini bir başka arkadaşınıkiyle karşılaştırma olanağı verme
- 2A4. Daha fazla katılım için destekleme

Soru Türleri

- 2B1. Bilgi toplamaya, öğrencileri bir prosedür üzerinde yönlendirmeye yönelik (tek yanıtı, kısa cevaplı sorular)
- 2B2. Terminolojiyi doğru kullanmaya yönelik (kavramların doğru isimlendirilmesine ve tanımlanmasına yönelik tek yanıtı sorular)
- 2B3. Matematiksel anlamları ve ilişkileri keşfetmeye yönelik (kavramlar arasında ilişki kurmaya ve bu ilişkinin örneklerle açıklanmasına yönelik sorular)
- 2B4. Öğrencilerin düşünme süreçlerini açıklamaya yönelik (öğrencilerin düşüncelerinin nedeninin kanıtlarla açıklamalarına yönelik sorular)
- 2B5. Tartışmaya yönelik (diğer öğrencilerin fikirlerini sürece dahil etme) (tartışmaya diğer öğrencilerin görüşünü katmaya yönelik sorular)
- 2B6. Bağlantı kurmaya ve uygulamaya yönelik (Matematiksel kavramların farklı alanlarla ve günlük yaşamla bağlantılarını kurmaya ve açıklamaya yönelik sorular)
- 2B7. Düşünceyi genişletmeye yeni durumlara transfer etmeye yönelik (Edinilen bilginin hangi durumlarda kullanılabilirliğinin ele alındığı sorular)
- 2B8. Yönlendirmeye ve odaklamaya yönelik (Tartışmayı konuya çekme, probleme odaklamaya yönelik sorular)
- 2B9. Bağlam oluşturmaya yönelik (Kavramların bulunduğu bağlamın netleştirilmesine yönelik sorular)

Gözlemlere ilişkin transkriptler incelenerek, öğretmenlerin söz konusu davranışları gösterdiği bölümlere ilgili kodlar verilmiştir. Sonrasında ilgili davranışlar sayılarak uygulanan her matematiksel görev için frekans tabloları oluşturulmuştur. Ulaşılan verileri desteklemek amacıyla ders bölümleri, ilgili yerlerde doğrudan alıntı olarak sunulmuştur.

2.4. Geçerlik ve Güvenilirlik

Mevcut çalışma, nitel bir araştırma olduğundan, geçerlik ve güvenilirlik çalışmaları için Guba ve Lincoln'un (1982) inandırıcılık çerçevesi kullanılmıştır. Çalışmada inandırıcılık kapsamındaki inanılabilirlik, güvenilebilirlik, onaylanabilirlik ve aktarılabilirlik alt başlıkları için çalışma grubu ile uzun süreli etkileşim (Creswell ve Miller, 2000), katılımcı teyidi (Yıldırım ve Şimşek, 2004), veri çeşitlenmesi (ses kaydı, video kaydı, alan notları), denetleme yolu (Lincoln ve Guba 1985) ve uzman incelemesi (Creswell, 2012) yöntemleri uygulanmıştır.

3. BULGULAR

3.1. Birinci Araştırma Sorusuna İlişkin Bulgular

Uygulama sırasında Şube 1 öğretmeni Armağan Öğretmen dokuz (9), Şube 2 öğretmeni Deniz Öğretmen beş (5) matematiksel görev uygulamıştır. Matematiksel görev analizine, öğrencilerin masa başında bireysel olarak çalıştıkları, öğrenci düşüncesini ortaya çıkarmaya yönelik olmayan etkinlikler dahil edilmemiştir. Uygulanan matematiksel görev sayısı bu durumu yansıtmaktadır. Matematiksel görevlerin bilişsel talep düzeyleri matematiksel görev çerçevesinin (1) öğretim materyalinde yer alan (öğretmenin seçtiği), (2) öğretmen tarafından sunulan ve (3) öğrenci tarafından uygulanan aşamalarına göre değerlendirilmiştir. Birinci boyut, öğretmenin seçtiği görevin ilgili ders kitabında ya da öğretmen kılavuzunda yer aldığı haliyle bilişsel talep düzeyini belirtmektedir. İkinci boyut ise, görevin öğretmen tarafından etkinlikler, açıklamalar, sınıf içi uygulamalar, öğrenme yöntemleri vb. yoluyla sunulurken, bilişsel talep düzeyinde bir değişim olup olmadığını incelemektedir. Son olarak üçüncü boyutta, öğrencinin görevi tamamlama süresince kullandığı beceriler, süreçler ve kurduğu bağlantılardan yola çıkarak görevin bilişsel talebine ilişkin durum yeniden incelenmiştir.

Uygulanan matematiksel görevlerin bilişsel talep düzeylerinde, matematiksel görev çerçevesinin belirlenen üç aşamasına göre meydana gelen değişimler her iki şube için ayrı ayrı ayrı hazırlanmış tablolarda sunulmuştur (bkz. Tablo 5 ve Tablo 6). Tablolarda her matematiksel görevin bilişsel talep düzeyinin, sınıf içerisindeki gerçekleşen aşamalara göre durumu incelenebilmektedir. Aynı zamanda bilişsel talep düzeyi ile ilgili son durum yükselme, sürdürme veya düşme olarak belirtilmiştir. Daha açık bir ifadeyle öğretim materyalinde yer aldığı şekli başlangıç noktası kabul edilerek, matematiksel görevin bilişsel talebi 2 veya 3. aşamada yükseldiyse, yükselme, düştüyse düşme, tüm aşamalarda aynı kaldıysa sürdürme olarak ifade edilmiştir.

Tablo 5.

Uygulanan Matematiksel Görevlerin Bilişsel Talep Düzeyleri ve Ders Sürecindeki Değişimleri (Armağan Öğretmen-Şube 1)

Matematiksel Görev (MG)	Bilişsel Talep Düzeyi*			Durum
	1.Boyut (Öğretim Materyalinde Yer Alan)	2.Boyut (Sunulan)	3.Boyut (Uygulanan)	
MG7. Alan modelleri yardımıyla karşılaştırma yapma	2.Düzye	3.Düzye	3.Düzye	Yükselme
MG2. Kaplumbağa örneği ile kesir cinsinden uzunluğu tahmin etme	3.Düzye	3.Düzye	3.Düzye	Sürdürme
MG6. Uçurtma ipi örneği ile kesirlerde karşılaştırma ve sıralama	3.Düzye	3.Düzye	3.Düzye	Sürdürme
MG1. Alan modeli üzerinde birim kesir değerlerini yazma	2.Düzye	2.Düzye	2.Düzye	Sürdürme
MG3. Kesirlerin sayı doğrusu üzerinde gösterimi	2.Düzye	2.Düzye	2.Düzye	Sürdürme
MG5. Öğrencilerin sayı doğrusu üzerinde kendi belirledikleri kesirleri göstermeleri	2.Düzye	2.Düzye	2.Düzye	Sürdürme
MG9. Sayı doğrusu üzerinde istenen kesirleri sıralama ve denk kesirleri bulma	2.Düzye	2.Düzye	2.Düzye	Sürdürme
MG4. Alan modeli gösterimi ile sayı doğrusunu eşleştirme	3.Düzye	2.Düzye	2.Düzye	Düşme
MG8. Geometri şeritleri ile denk kesirlerin gösterimi	3.Düzye	3.Düzye	2.Düzye	Düşme

* 1.Düzye: Ezberleme (düşük), 2.Düzye: Bağlantılı Olmayan Prosedürler (düşük), 3.Düzye: Bağlantılı Prosedürler (Yüksek)

Tablo 6.

Uygulanan Matematiksel Görevlerin Bilişsel Talep Düzeyleri ve Ders Sürecindeki Değişimleri (Deniz Öğretmen-Şube 2)

Matematiksel Görev (MG)	Bilişsel Talep Düzeyi*			Durum
	1.Boyut (Öğretim Materyalinde Yer Alan)	2.Boyut (Sunulan)	3.Boyut (Uygulanan)	
MG3. Kesirlerin sayı doğrusu üzerinde gösterimi	2.Düzye	2.Düzye	2.Düzye	Sürdürme
MG5. Kesir problemlerinin çözülmesi	2.Düzye	2.Düzye	2.Düzye	Sürdürme
MG2. Kaplumbağa örneği ile kesir cinsinden uzunluğu tahmin etme	3.Düzye	2.Düzye	1.Düzye	Düşme
MG1. Kesirlerle ilgili ön bilgilerin hatırlanması	2.Düzye	2.Düzye	1.Düzye	Düşme
MG4. Strafor üzerine çizilmiş sayı doğrusu üzerinde kesirlerin gösterimi	2.Düzye	1.Düzye	1.Düzye	Düşme

* 1.Düzye: Ezberleme (düşük), 2.Düzye: Bağlantılı Olmayan Prosedürler (düşük), 3.Düzye: Bağlantılı Prosedürler (Yüksek)

Yukarıdaki tablolarda yer alan verilerden hareketle öğretmenlerin öğretim materyalinden seçtikleri görevlerin düzeyleri ve bu görevlerin ders süreci içerisinde matematiksel görev çerçevesi bağlamındaki değişimlerine yönelik olmak üzere iki ayrı bulguya ulaşılmıştır.

Öğretmenlerin seçtiği matematiksel görevler incelendiğinde, Armağan Öğretmen'in (Şube 1) seçtiği görevlerin yarısına yakını bilişsel talep düzeyi olarak üst düzey sayılan bağlantılı prosedürler düzeyinde olduğu görülmüştür (%44). Öğretmenin seçtiği görevlerin geri kalanı bilişsel talep düzeyi olarak alt düzey sayılan bağlantılı olmayan prosedürler düzeyindedir (%56). Deniz Öğretmen'in (Şube 2) ise seçtiği görevlerin bir (1) tanesi bağlantılı prosedürler düzeyindedir (%20). Öğretmenin seçtiği görevlerin geri kalanı bilişsel talep düzeyi olarak alt düzey sayılan bağlantılı olmayan prosedürler düzeyindedir (%80).

Seçilen matematiksel görevlerin ders sürecinde uğradığı değişimlere ilişkin bulgulara bakıldığında ise, Armağan Öğretmen, uyguladığı görevlerin çoğunluğunda, bilişsel talep düzeyini sürdürmüş ya da yükseltmiştir (%78). Düzeyi sürdürülen görevlerin iki tanesi bilişsel talep düzeyi olarak bağlantılı prosedürler seviyesindedir. Düzeyi uygulama ve sunum aşamasında aynı kalan diğer görevler ise bağlantılı olmayan prosedürler düzeyindedir. Armağan Öğretmen, bağlantılı olmayan prosedürler düzeyindeki bir görevin düzeyini ise bağlantılı prosedürler düzeyine yükseltmiştir. Armağan Öğretmen iki görevin düzeyini bağlantılı prosedürler düzeyinden bağlantılı olmayan prosedürler düzeyine düşürmüştür. Deniz Öğretmen ise uyguladığı görevlerin yarısına yakınının bilişsel talep düzeyini sürdürmüştür (%40). Deniz Öğretmenin düzeyini sürdürdüğü görevlerin her ikisi de bağlantılı olmayan prosedürler seviyesindedir. Deniz Öğretmen, üç (3) görevin düzeyini düşürmüştür. Bu görevlerden biri bağlantılı prosedürler düzeyinden, ezberleme düzeyine, ikisi bağlantılı olmayan prosedürler düzeyinden ezberleme düzeyine düşmüştür.

3.2. İkinci Araştırma Sorusuna İlişkin Bulgular

Uygulama sırasında matematiksel görevlerin bilişsel talep düzeyleri ve ders süresince uğradıkları değişime ilişkin üç kategoride aşağıdaki örnek durumlar oluşmuştur.

- Bilişsel talep düzeyi yükselen görevler
 - Düşük düzeyde başlayıp sunum ve uygulama aşamasında düzeyi yükselen görevler
- Bilişsel talep düzeyi sürdürülen görevler
 - Yüksek düzeyde başlayıp yüksek düzeyde devam eden görevler
 - Düşük düzeyde başlayıp düşük düzeyde devam eden görevler
- Bilişsel talep düzeyi düşen görevler
 - Yüksek düzeyde başlayıp sunum ve/veya uygulama aşamasında düzeyi düşen görevler.
 - Düşük düzeyde başlayıp sunum ve/veya uygulama aşamasında düzeyi düşen görevler.

Bu araştırma sorusu kapsamında, yukarıda belirtilen üç kategoriden en az birer olmak üzere toplam dört örnek matematiksel görevin sınıfta uygulanmasına ilişkin bulgular sunulmuştur. Bulgular sunulurken öncelikle, matematiksel görevin içeriği tanıtılmış ve öğretmen davranışları bilişsel talep ve matematiksel iletişim bakımından incelenmiştir. Bulgular desteklemesi ve uygulama süreciyle ilişkili daha detaylı bilgi verebilmesi bakımından derslerden kesitlere de yer verilmiştir.

3.2.1. Düşük düzeyde başlayıp sunum ve uygulama aşamasında düzeyi yükselen görev örneği

Alan modelleri yardımıyla karşılaştırma yapma (Şube 1-MG7): Öğretmen çocuklara üzerinde bir tamı gösteren ve farklı parçalara bölünmüş alan modellerinin bulunduğu bir çalışma kâğıdı dağıtmıştır. Öğrencilerden, verilen alan modellerinin önce birer parçasını, sonra ikişer parçasını boyamalarını istemiştir. Bu şekilde, öğrencileri, payları eşit, paydaları farklı olan kesirlerde sıralama kuralını bulmaları konusunda yönlendirmiştir. Öğretim materyali üzerinde yer alan şekliyle görev, öğretmenin yaptığı yönlendirmeler doğrultusunda öğrencilerin süreçle ilgili bir sorgulama yapmadan boyamaları

gerçekleştirmesi ve taranan bölgelerin büyüklüklerinden yola çıkarak kesirleri karşılaştırmasını içermektedir. Bu haliyle öğrencilerin fazlaca bir bilişsel çabaya ihtiyaç duymadan tamamlayabilecekleri bir nitelik taşımaktadır ve bu nedenle bilişsel talep düzeyi olarak bağlantılı olmayan prosedürler (2) düzeyinde değerlendirilmiştir. Matematiksel görevin bilişsel talep düzeyi öğretmenin görevi öğrencilere sunması ve uygulamayı yönlendirmesi aşamalarında artmış ve bağlantılı prosedürler (3) düzeyine yükselmiştir. Öğretmenin ilgili görev bağlamında sergilediği, bilişsel talep düzeyini etkileyen davranışlar, Tablo 7'de sunulmuştur:

Tablo 7.

Bilişsel Talep Düzeyi Üzerinde Etkili Olan Davranışlar (Şube 1-MG7)

Bilişsel Talep Düzeyinin Sürdürülmesini Sağlayan Davranışlar	
Davranış Adı	f
1A1. Öğrencilerin düşünme ve akıl yürütme süreçlerinin desteklenmesi.	13
1A2. Öğrencilere kendi ilerlemelerini gözlemleyebilmeleri için fırsatlar verilmesi.	1
1A3. Yüksek düzeyde performansın öğretmen ya da öğrenciler tarafından modellenmesi.	5
1A4. Öğretmenin öğrencilerin fikirlerini savunmalarını, açıklamalarını, sorgulama yoluyla anlam aramalarını, yorum yapmalarını ve geribildirimde bulunmalarını desteklemesi.	15
1A5. Öğretmenin kavramsal bağlantılar kurması.	3
Toplam	37 (%75)
Bilişsel Talep Düzeyinin Düşmesine Neden Olan Davranışlar	
Davranış Adı	f
1B1. Görevlerin karmaşık bölümlerinin üstesinden gelebilmeleri için öğretmenin öğrencilerine rutin çözüm yolları sunması.	-
1B2. Öğretmenin odak noktasını, anlamlardan ve kavramlardan çok, sonucun uygunluğuna ve doğruluğuna kaydırması.	6
1B3. Sınıf yönetimine ilişkin sorunların öğrencilerin göreve odaklanmasını zorlaştırması.	-
1B4. Öğrencilerin yaptıkları sınırlı ve hatalı yorumların kabul edilmesi, üzerine gidilmemesi.	4
1B5. Görevin tamamlanması için öğrencilere çok fazla yönerge verilmesi.	2
Toplam	12 (%25)

Söz edilen matematiksel görevde öğretmenin bilişsel talep düzeyinin sürdürülmesine yönelik davranışlarının, düzeyin düşmesine neden olan davranışlarından oldukça fazla olduğu görülmektedir. Buna ek olarak, ilgili matematiksel görev öğretmenin bilişsel talep düzeyinin sürdürülmesinde etkili olan davranışları en fazla kullandığı görevdir. Diğer bir deyişle, öğretmenin bu görev kapsamında kullandığı söz konusu davranışlar sayısı ve çeşitlilik bakımından diğer görevlerden daha üstün konumdadır. Bilişsel talep düzeyinin sürdürülmesine yol açan davranışlar bakımından en fazla sergilenen davranış, *öğretmenin öğrencilerin fikirlerini savunmalarını, açıklamalarını, sorgulama yoluyla anlam aramalarını, yorum yapmalarını ve geribildirimde bulunmalarını desteklemesi* (1A4) davranışı olmuştur. Bu davranışı *öğrencilerin düşünme ve akıl yürütme süreçlerinin desteklenmesi* (1A1) davranışı takip etmiştir. Diğer görevlerden farklı olarak öğretmen, eldeki görevde, bilişsel talep düzeyini sürdürmeye yönelik diğer tüm davranışları da görev boyunca sergilemiştir. Matematiksel tartışmalar kapsamında, belli noktalarda öğrencileri *kavramsal bağlantılar kurmaya* (1A5) da yönlendirilmiştir. Aşağıdaki ders bölümünde bu duruma ilişkin örnek bir tartışma yer almaktadır:

Özlem: Öğretmenim hepsi yarısını gösteriyor.

Armağan Öğretmen (A.Ö): Hepsi yarısını gösterdiği için eşittir diyorsunuz.

Mete: Öğretmenim, neydi paydaları, öğretmenim onların hepsi çift sayı

A.Ö: Nehir bir şey söyleyecek, bir dakika

Nehir: Öğretmenim bence eşit olmasının bir sebebi daha var, hani başta demiştim ya ben bunların hepsi aynı santimetreye gelecek,

A.Ö: Santimetre, hı kesir şeritleri, hepsi aynı boyda

Nehir: Evet, hepsinin yarısı mesela bir bütün bunu ikiye böldüğümüzde bu bütünün yarısı oluyor ve bütünün yarısını böyle devam ettirdiğimizde bütün çizgiler aynı ve aynı olduğu için hepsi yarısı aynı olur.

A.Ö: Yani iki bölü dört dörtte üçe eşittir, diyebiliyor muyuz?

Evren: Evet

A.Ö: Diyebiliyoruz dedin.

Evren: Bunların eşit olmasında bence bunun hepsini ikiye bölerek buldum ve...

A.Ö: ikiye bölerek buldun

Evren: Evet, öğretmenim ikiye bölerek...

A.Ö: Peki şöyle dersem, iki bölü dört ya da dörtte iki, bu iki kesir için ne diyebilirim?

Evren: Eşit

A.Ö: Eşit diyorum ama buna da eşit diyorum, bu $\frac{3}{6}$ bu $\frac{2}{4}$ benim kafam karıştı

Evren: Bu bundan iki fazla olsa da ya da bu bundan bir fazla olsa da

A.Ö: Sonuçta, bununla bu kesirle bu kesir yarısı olduğu için eşit. Bütünün yarısı olduğu için eşit sayılırlar diyorsunuz.

Bu örnekte öğretmen, öğrencilerden yarımı gösteren tüm kesirlerin kesir şeritlerinde nasıl aynı büyüklükte olabileceğini düşünmelerini istemiştir. Bununla birlikte konuşmanın içerisinde yarım, bütün, eşit vb. kavramlarla ilişkileri üzerinden denk kesir kavramını öğrencilere buldurtmaya çalışmıştır. Öğrenciler bu noktada, kesirlerin parça/bütün anlamından hareket ettikleri için, farklı sayılarla ifade edilen kesirlerin nasıl eşit büyüklükleri gösterebileceğini, bir kesir sayısının oransal, göreceli büyüklükleri nasıl ifade edebileceğini anlamakta zorluk yaşamışlardır. Öğretmen, bu noktada konunun daha çok üstüne gidebilir, bütünlerin büyüklükleri farklı olduğunda, yarımı ifade eden iki kesrin, alan modeli ile gösterildiğinde farklı büyüklükte olabileceği vb. örnekler üzerinden kesirlerin oran anlamı hakkında öğrencilerde bir farkındalık geliştirebilirdi. Ancak, öğretmenin bu konudaki bilgisi görev boyunca ilgili tartışmaları bu anlamda sürdürmek için yeterli gelmemiş, öğrencilere kurdukları kavramsal bağlantı, “farklı sayılarla ifade edilen fakat aynı büyüklükleri gösteren kesirlere denk kesirler denir” ifadesi ile sınırlı kalmıştır.

Bilişsel talep düzeyini düşüren davranışlar incelendiğinde ise sayıca fazla olduğu görülmüştür. Bunun nedeni, öğretmenin öğrencileri düşünmeye, kavramlar üzerinde konuşmaya yönelik gayretine rağmen kavramlar hakkındaki kendi bilgisinin belli noktalarda yeterli gelmemesi ile açıklanabilir. Bu durum, en fazla öğretmenin odak noktasını, anlamlardan ve kavramlardan çok, sonucun uygunluğuna ve doğruluğuna kaydırması (1B2) olmak üzere, öğrencilerin yaptıkları sınırlı ve hatalı yorumların kabul edilmesi, üzerine gidilmemesi (1B4) ve görevin tamamlanması için öğrencilere çok fazla yönerge verilmesi (1B5) davranışlarının sergilenmesine neden olmuştur. Örneğin, aşağıdaki bölümde öğretmen öğrencileri kendilerini ifade etmesi yönünde desteklemiş, ancak öğrencilerin kurdukları kavramsal bağlantıları yeterli düzeyde takip edemediği için denk kesir kavramı üzerinde getirdikleri yorumların üzerine gidememiştir.

A.Ö: Aynı bütün diyorsun, birini altıya böldük, paylar daha küçük ama yarım dediğimiz için eşit oluyor diyorsun.

Ümit: Öğretmenim, şöyle yapamaz mıyız? Mesela şunu atıyorum, bir kare daha buraya çizdik, o zaman aynı yere denk gelmiyor.

A.Ö: Nasıl yediye mi bölmüş oluyorsun?

Ümit: Hayır, öyle değil

A.Ö: Nasıl?

Ümit: Şimdi biz bunu tam eşit çizdik ya ikisi de üst üste geldi. Peki bunu biraz daha kaydırmış olsan...

A.Ö: İşte ama orada...

Nehir: Ama aynı şekil olmaz ki, o zaman aynı şekil olması gerek

Bu örnekte Ümit, bütünler eşit olmadığında $1/2$ ve $3/6$ kesirlerinin aynı büyüklüğü göstermeyebileceğini ifade etmiştir. Bu ifade, kesirlerin oran anlamı (Lamon, 2001) ve kesirlerde birim kavramı bakımından oldukça önemli bir ifadedir. Nehir de benzer şekilde, üzerine gidilse önemli bir kavramsal bağlantıya ulaşılacak hatalı bir yorumda bulunmuştur (‘denk kesir olabilmesi için bütünlerin aynı büyüklükte olması gerekir.’). Öğretmen, bu noktada öğrencilerden gelen bu yorumların üzerine gidememiş ve tartışmayı kavramlar arası ilişkilendirme, örnek verme, ayrıntılandırma ve genellemelere ulaşacak bir biçimde sürdürememiştir.

Öğretmenin sınıf içi matematiksel iletişimi sağlamaya ilişkin girişimleri ise Tablo 8’de yer almaktadır:

Tablo 8.

Matematiksel İletişim Ortamı (Şube 1-MG7)

Matematiksel İletişimi Arttırmaya Yönelik Davranışlar	
Davranış Adı	f
2A1. Yeniden seslendirme	28
2A2. Başka bir arkadaşının dile getirdiği fikri tekrarlatma	-
2A3. Düşüncesini bir başka arkadaşınkiyle karşılaştırma olanağı verme	5
2A4. Daha fazla katılım için destekleme	6
Toplam	39
Soru Türleri	
Soru Türü	f
2B1. Bilgi toplamaya, öğrencileri bir prosedür üzerinde yönlendirmeye yönelik	17
2B2. Terminolojiyi doğru kullanmaya yönelik	3
2B3. Matematiksel anlamları ve ilişkileri keşfetmeye yönelik	7
2B4. Öğrencilerin düşünme süreçlerini açıklamaya yönelik	16
2B5. Tartışmaya yönelik (diğer öğrencilerin fikirlerini sürece dâhil etme)	4
2B6. Bağlantı kurmaya ve uygulamaya yönelik	1
2B7. Düşünceyi genişletmeye yeni durumlara transfer etmeye yönelik	-
2B8. Yönlendirmeye ve odaklamaya yönelik	1
2B9. Bağlam oluşturmaya yönelik	-
Toplam	49

Öğretmen, matematiksel iletişimi arttırmaya yönelik davranışları en yoğun “Alan modelleri yardımıyla karşılaştırma yapma (MG7)” görevinde sergilemiştir. Bu davranışlar arasında en fazla yeniden seslendirmeyi (2A1) kullanmakla birlikte, daha fazla

katılım için destekleme (2A4) ile düşüncelerini arkadaşlarıyla karşılaştırma olanağı verme (2A3) davranışlarını da sergilemiştir.

Aşağıdaki örnekte öğrencilerin tartışma sırasında fikirlerini ifade ederken birbirlerinin görüşlerini kullandıkları (2A3) bir durum yer almaktadır:

Doruk: $\frac{1}{2}$ daha büyük çünkü paydası en az olan daha büyük oluyor.

A.Ö: Baktığımda pay daha büyük göründü. Peki, başka Ümit?

Ümit: Öğretmenim, ama aslında en büyüğü burada $\frac{1}{1}$ çünkü öğretmenim...

A.Ö: Bunları söylüyorum ben sana, kesirleri söyle, o bütün zaten

Ümit: Evet

A.Ö: Tamam onu demiyoruz

Ümit: Öğretmenim, Doruk'un dediği de bir yerde mantıklı ama, u, Doruk'un dediği şuradan mantıklı çünkü, en büyük bir bölü bir olduğu için onun yarısı ikinci en büyük olabilir ama burada paydalarımızın büyüklüğü azalmış.

A.Ö: bir daha anlat anlayamadım

Ümit: Buradaki en büyük kesir bir bölü bir yani bir bütün,

A.Ö: Bütünü kaç bölünmüş orada

Ümit: Buradaki bütün bire bölünmüş ama

A.Ö: Şunu diyorum ben, ikinci bütün kaç bölünmüş?

Ümit: ikinci bütün ikiye bölünmüş

A.Ö: Evet

Ümit: bu nedenle en çok bu oluyor, çünkü paydası hem en az olan bu hem de en büyük kesre en yakın olan bu

A.Ö: hmm, yani payı daha büyük diyorsun diğerlerinden

Ümit: Paydası daha büyük.

A.Ö: Peki.

Ümit: paydası daha küçük, payı daha büyük. Öğretmenim payları eşit

A.Ö: Payları eşit evet, hepsinin payları eşit, ama paydası küçük olduğu için daha büyük diyorsun. Peki

Esra: Öğretmenim ben Nehir'in dediği gibi burada bütün paylar farklı ama paydalar aynı şeye boyanmış, her birinden bir tanesini boyamışız.

Bu örnekte öğrenciler, öğretmenin oluşturduğu tartışma ortamı sayesinde birbirlerinin fikirleri üzerine konuşma olanağı bulmuşlardır. Tartışmada öğrencilerin başka arkadaşlarının fikirlerini dayanak olarak aldığı, 'Doruk'un dediği de mantıklı', 'Nehir'in dediği gibi' ifadelerinden anlaşılabilir.

Öğretmenin tartışmaları yönlendirirken kullandığı soru türlerine bakıldığında, diğer görevlere göre soru türlerinin daha çok çeşitlendiği görülebilmektedir. Armağan Öğretmen, diğer görevlerle benzer şekilde en fazla bilgi toplamaya yönelik soruları (2B1) kullanmıştır. Bu soru türünün yanı sıra, Armağan Öğretmen'in düşünme süreçlerini açıklamaya yönelik (2B4), matematiksel anlamları ve ilişkileri keşfetmeye yönelik (2B3) ve tartışmaya yönelik (2B5) soruları da kullandığı gözlenmiştir.

3.2.2. Yüksek düzeyde başlayıp yüksek düzeyde devam eden görevlere ilişkin uygulama örneği

Kaplumbağa örneği ile tahmin etkinliği (Şube1-MG2): Bu görevde öğretmen tahtaya, başlangıç ve bitiş noktaları belirlenmiş bir doğru parçası üzerinde belirli bir yere bir kaplumbağa görseli yapıştırmış ve öğrencilerden bu görseli inceleyerek kaplumbağanın yolun kaçta kaçını gitmiş olabileceğini tahmin etmelerini istemiştir. Öğrenciler yaptıkları tahminleri büyük grup ile paylaşmışlardır. İlk tahminlerden sonra, öğretmen kaplumbağanın yerini değiştirerek tartışma sürecini devam ettirmiştir. Görev, belli ölçüde belirsizlik ve açık uçluluk içermesi ve öğrencilerin matematiksel ilişkileri kullanarak fikir üretmelerini desteklemesi nedeniyle öğretim materyali üzerinde, bilişsel talep düzeyi olarak bağlantılı prosedürler (3) düzeyinde değerlendirilmiştir. Öğretmen tartışmaları, öğrencilerin düşünme süreçlerini destekleyerek etkili bir biçimde yönetmiş, öğrenciler ise fikirlerini çoğunlukla, ön bilgileriyle ilişkilendirerek ve matematiksel anlamlara odaklanarak belirtmişlerdir. Bu özelliklerinden dolayı, görev sunum ve uygulama aşamalarında düzeyi değişmeden bağlantılı prosedürler (3) düzeyinde devam etmiştir. Öğretmen'in ilgili görev bağlamında sergilediği, bilişsel talep düzeyini etkileyen davranışlar, Tablo 9'da yer almaktadır:

Tablo 9.

Bilişsel Talep Düzeyi Üzerinde Etkili Olan Davranışlar (Şube 1-MG2)

Bilişsel Talep Düzeyinin Sürdürülmesini Sağlayan Davranışlar	
Davranış Adı	f
1A1. Öğrencilerin düşünme ve akıl yürütme süreçlerinin desteklenmesi.	4
1A2. Öğrencilere kendi ilerlemelerini gözlemleyebilmeleri için fırsatlar verilmesi.	-
1A3. Yüksek düzeyde performansın öğretmen ya da öğrenciler tarafından modellenmesi.	2
1A4. Öğretmenin öğrencilerin fikirlerini savunmalarını, açıklamalarını, sorgulama yoluyla anlam aramalarını, yorum yapmalarını ve geribildirimde bulunmalarını desteklemesi.	2
1A5. Öğretmenin kavramsal bağlantılar kurması.	-
Toplam	8 (%100)
Bilişsel Talep Düzeyinin Düşmesine Neden Olan Davranışlar	
Davranış Adı	f
1B1. Görevlerin karmaşık bölümlerinin üstesinden gelebilmeleri için öğretmenin öğrencilerine rutin çözüm yolları sunması.	-
1B2. Öğretmenin odak noktasını, anlamlardan ve kavramlardan çok, sonucun uygunluğuna ve doğruluğuna kaydırması.	-
1B3. Sınıf yönetimine ilişkin sorunların öğrencilerin göreve odaklanmasını zorlaştırması.	-
1B4. Öğrencilerin yaptıkları sınırlı ve hatalı yorumların kabul edilmesi, üzerine gidilmemesi.	-
1B5. Görevin tamamlanması için öğrencilere çok fazla yönerge verilmesi.	-
Toplam	0 (%0)

Tablo 9'a göre bilişsel talebi yükselten kimi davranışların öğretmen tarafından sergilendiği, bilişsel talebi düşürme yönünde ise herhangi bir davranışta bulunulmadığı görülmektedir. Öğretmen bu görevde en fazla öğrenciyi düşünmeye yönlendiren davranışları (1A1) kullanmış, bunun yanı sıra yüksek düzeyde performansın öğretmen ve öğrenciler tarafından modellenmesi (1A3) ve öğrencilerin fikirlerini savunmalarının desteklenmesi (1A4) davranışlarını da göstermiştir. Aşağıda, öğrencilerin düşüncelerine ve fikirlerini ifade etmelerine (1A4) olanak sağlanan bir ders bölümü örnek olarak verilmiştir:

A.Ö: *Evet, şimdi yolun başlangıcı burası, bitişi burası. Buraya baktığımızda kaplumbağa bu yolun acaba kaçta kaçını gitmiş olabilir? Evet Yağız?*

Yağız: *Dörtte ikisini ya da üçünü*

A.Ö: *Dörtte ikisini dedin, yani...*

Yağız: *Yarısını*

A.Ö: *Yarısını. Yani yolu yarılarmış diye düşünüyorsun. Peki Nehir?*

Nehir: *Öğretmenim ben beşte üçünü diyorum.*

A.Ö: *Sen beşte üçünü diyorsun*

Melisa: *Ben de beşte üçünü diyorum.*

Serdar: *Sekizde dört*

A.Ö: *Peki sekizde dört aynı zamanda...*

Öğrenciler: *Yarım*

A.Ö: *Yağız ile söylediğin örtüşüyor mu bak o da dörtte ikisi dedi.*

Serdar: *Evet, o da yarım. Sekizde dört de yarım ama yukarıyı saydım sekiz tane var, o yüzden sekiz dedim.*

A.Ö: *Ama burası değil. Burası nedir? Bitiş noktası. Biz şuraya bakıyoruz bak, başlangıç noktası burası sıfır, bitiş noktası burası*

Serdar: *Öğretmenim, ben orası kare olduğu için*

A.Ö: *Peki Aslı?*

Aslı: *Öğretmenim bence üçte ikisini gitmiş, çünkü Yağız'ın da dediği gibi dörtte ikisini gitseydi tam şurada olması gerekiyordu. (Tahtada gösteriyor)*

A.Ö: *Yarısı burası olur diyorsun. Tam yarım olmamış diye düşünüyorsun. Evet peki Mete?*

Mete: *Bence bunu bulmanın bir yolu var öğretmenim kenarlardaki kareler var ya öğretmenim, işte öğretmenim onları teker teker yerleştirip böyle ikiye böldüğümüzde, ayy, baktığımızda kaçta kaç olduğunu bulabiliriz.*

A.Ö: *Buraya takıldınız siz değil mi, buraya göre düşündünüz? Neden buraya göre düşündünüz?*

Mete: *Öğretmenim, çünkü alttaki nokta böyle cetvelle ölçüp sonra ne kadar gittiğini bulacağız, sonra geri kalan yolu da bulacağız.*

A.Ö: *Yani yanlış mı anladım? Şöyle, yolun uzunluğunu bulacaksın önce*

Mete: *Evet ondan sonra kaplumbağanın ne kadar gittiğini ölçerek bulabilirim.*

Bu bölümde öğretmenin öncelikli olarak, öğrencileri sorduğu soru ile ilgili tahminde bulunmaya yönlendirdiği görülebilmektedir. Tahminde bulunurken öğrencileri sınırlamamış, bu nedenle bir süre sonra öğrencilerin kaplumbağanın yerini bulmak için ölçüm yapma, yarım kavramından hareketle düşünme vb. yöntemlerden faydalanarak fikirlerini ifade ettikleri gözlenmiştir. Öğrencileri herhangi bir yönlendirme yapmadan fikirlerini ifade etmelerine izin vermesi olumlu olmakla birlikte, öğretmenin, öğrencilerin düşüncelerindeki kavramsal bağlantıları ortaya çıkarmak için daha fazla çaba sarf

etmesinin tartışmanın verimliliğini arttırabileceği düşünülmektedir. Ancak, Tablo 9'daki bulgulardan da takip edilebileceği gibi öğretmen, bu görevde kavramsal bağlantılar kurma konusunda yetersiz kalmıştır.

Bu görev kapsamında, öğretmenin öğrencilerin fikirlerini ifade etmelerine izin vermesi, kimi öğrencilerin tahminlerini en iyi şekilde yapabilmek için önerilerde bulunmasına yol açmıştır. Yüksek düzeyde performansın öğretmen veya öğrenciler tarafından modellenmesi (1A3) konusunda da bir olanak sağlandığı söylenebilir.

Sınıf içi matematiksel iletişimi sağlamaya ilişkin girişimler ise Tablo 10'da yer almaktadır:

Tablo 10.

Matematiksel İletişim Ortamı (Şube 1-MG2)

Matematiksel İletişimi Arttırmaya Yönelik Davranışlar	
Davranış Adı	f
2A1. Yeniden seslendirme	12
2A2. Başka bir arkadaşının dile getirdiği fikri tekrarlatma	-
2A3. Düşüncesini bir başka arkadaşınıkiyle karşılaştırma olanağı verme	2
2A4. Daha fazla katılım için destekleme	5
Toplam	19
Soru Türleri	
Soru Türü	f
2B1. Bilgi toplamaya, öğrencileri bir prosedür üzerinde yönlendirmeye yönelik	3
2B2. Terminolojiyi doğru kullanmaya yönelik	-
2B3. Matematiksel anlamları ve ilişkileri keşfetmeye yönelik	-
2B4. Öğrencilerin düşünme süreçlerini açıklamaya yönelik	2
2B5. Tartışmaya yönelik (diğer öğrencilerin fikirlerini sürece dahil etme)	-
2B6. Bağlantı kurmaya ve uygulamaya yönelik	-
2B7. Düşünceyi genişletmeye yeni durumlara transfer etmeye yönelik	2
2B8. Yönlendirmeye ve odaklamaya yönelik	-
2B9. Bağlam oluşturmaya yönelik	1
Toplam	8

Öğretmenin en fazla yeniden seslendirme (2A1) davranışını sergilediği görülmektedir. Bunun yanı sıra, daha fazla katılım için destekleme (2A4) ve düşüncesini bir arkadaşınıkiyle karşılaştırma olanağı verme (2A3) matematiksel tartışmaları zenginleştirmek bakımından sergilediği davranışlar arasındadır. "Yağız ile söylediğin örtüşüyor mu bak o da dörtte ikisi dedi" ve "Özlem'in dediği gibi de olur mu?" ifadeleri öğretmenin, gerçekleşen matematiksel tartışmalar bağlamında, öğrencilerin fikirlerini arkadaşlarınınikiyle karşılaştırma olanağı verdiğinin göstergesi olarak yorumlanabilir.

Soru türlerine bakıldığında ise bilgi toplamaya yönelik sorular (2B1) çoğunlukta olmakla birlikte öğrencilerin düşünme süreçlerini açıklamaya yönelik (2B4), düşünceyi genişletmeye yeni durumlara transfer etmeye yönelik (2B7) ve bağlam oluşturmaya yönelik (2B9) sorulara da görev boyunca yer verdiği görülebilmektedir. Armağan Öğretmen'in, öğrencilerin çizgiyi çoğunlukla dörde bölerek tahminde bulduklarını fark ederek "neden hep dört olarak düşünüyoruz? Daha fazla ya da daha az bölemez miyiz?" şeklindeki sorusu öğrencilerin düşüncelerini genişletmeye yönelik bir soru örneği olarak verilebilir.

3.2.3. Düşük düzeyde başlayıp düşük düzeyde devam eden görevlere ilişkin uygulama örneği

Kesir problemleri (Şube 2-MG5): Öğretmen bu görevde öğrencilerle birlikte kesirlerin kullanımına ilişkin problemler çözmüştür. Son ders gözleminde gerçekleşen bu görevde öğrencilerin bu zamana kadar öğrendikleri bilgileri kullanarak verilen problemleri çözmeleri beklenmektedir. Öğrencilere sunulan problemler, nitelik bakımından öğrencileri düşünmeye teşvik etmeden, bildikleri prosedürleri uygulamaya yönlendirdiğinden, bilişsel talep düzeyi olarak bağlantılı olmayan prosedürler (2) düzeyinde değerlendirilmiştir. Deniz Öğretmen uygulama boyunca öğrencilere öğrettiği prosedürlerin doğru kullanımı konusunda öğrencileri yönlendirmiş, öğrenciler de kendilerinden beklenen ile uyumlu olarak, verilen prosedürler doğrultusunda problemleri çözmüşlerdir. Bu nedenle, görevin düzeyi sunum ve uygulama aşamalarında da bağlantılı olmayan prosedürler düzeyinde kalmıştır. Öğretmenin ilgili görev bağlamında sergilediği, bilişsel talep düzeyini etkileyen davranışlar, Tablo 11'de yer almaktadır:

Tablo 11.

Bilişsel Talep Düzeyi Üzerinde Etkili Olan Davranışlar (Şube 2-MG5)

Bilişsel Talep Düzeyinin Sürdürülmesini Sağlayan Davranışlar	
Davranış Adı	f
1A1. Öğrencilerin düşünme ve akıl yürütme süreçlerinin desteklenmesi	9
1A2. Öğrencilere kendi ilerlemelerini gözlemleyebilmeleri için fırsatlar verilmesi.	-
1A3. Yüksek düzeyde performansın öğretmen ya da öğrenciler tarafından modellenmesi.	-
1A4. Öğretmenin öğrencilerin fikirlerini savunmalarını, açıklamalarını, sorgulama yoluyla anlam aramalarını, yorum yapmalarını ve geribildirimde bulunmalarını desteklemesi.	8
1A5. Öğretmenin kavramsal bağlantılar kurması.	-
Toplam	17 (%45)
Bilişsel Talep Düzeyinin Düşmesine Neden Olan Davranışlar	
Davranış Adı	f
1B1. Görevlerin karmaşık bölümlerinin üstesinden gelebilmeleri için öğretmenin öğrencilerine rutin çözüm yolları sunması.	6
1B2. Öğretmenin odak noktasını, anlamlardan ve kavramlardan çok, sonucun uygunluğuna ve doğruluğuna kaydırması.	12
1B3. Sınıf yönetimine ilişkin sorunların öğrencilerin göreve odaklanmasını zorlaştırması.	-
1B4. Öğrencilerin yaptıkları sınırlı ve hatalı yorumların kabul edilmesi, üzerine gidilmemesi.	2
1B5. Görevin tamamlanması için öğrencilere çok fazla yönerge verilmesi.	1
Toplam	21 (%55)

Bilişsel talep düzeyinin sürdürülmesine katkıda bulunan davranışlara bakıldığında, öne çıkan davranışların öğrencilerin düşünme ve akıl yürütme süreçlerinin desteklenmesi (1A1) ile öğretmenin öğrencilerin fikirlerini savunmalarını, açıklamalarını, sorgulama yoluyla anlam aramalarını, yorum yapmalarını ve geribildirimde bulunmalarını desteklemesi (1A4) davranışları olduğu görülmektedir. Bu davranışları birbirine yakın sayıda sergilenmiştir. Bilişsel talep düzeyinin düşmesine neden olan davranışlarda ise öğretmen en çok öğretmenin odak noktasını, anlamlardan ve kavramlardan çok, sonucun uygunluğuna ve doğruluğuna kaydırması (1B2) davranışını sergilemiştir. Bu davranışı takip eden davranış ise, görevlerin karmaşık bölümlerinin üstesinden gelebilmeleri için öğretmenin öğrencilerine rutin çözüm yolları sunması (1B1) olmuştur. Öğretmenin problemlerin çözümü için özellikle model çizme prosedürünü yoğunlukla vurgulaması, bu davranışın ön plana çıkmasının nedeni olarak gösterilebilir. Örneğin aşağıdaki diyalogda, Deniz Öğretmen öğrencileri problemleri modelle çözmeleri konusunda yönlendirmektedir.

Tuna: Beşte ikisini bulmamızı istiyor, soruda da söylüyor zaten, 135 bölü beş yapıyoruz. 27, 27yi ikiyle çarpıyoruz. Cevap 54

Deniz Öğretmen (D.Ö): Peki Tuna ben bunu bu şekilde anlayamadım, bana daha iyi nasıl anlatabilirsin, böyle işlem değil de 3-4 tane işlem yaptın, neden çarptın ben anlamadım yani

Tuna: Modelle mi anlatayım yani?

D.Ö: Evet, hala ısrarcısınz yani modelle anlatmamakla, çizmemekte.

Sınıf içi matematiksel iletişimi sağlamaya ilişkin girişimler ise Tablo 12’de yer almaktadır:

Tablo 12.

Matematiksel İletişim Ortamı (Şube 2-MG5)

Matematiksel İletişimi Arttırmaya Yönelik Davranışlar	
Davranış Adı	f
2A1. Yeniden seslendirme	15
2A2. Başka bir arkadaşının dile getirdiği fikri tekrarlatma	-
2A3. Düşüncesini bir başka arkadaşınıkiyle karşılaştırma olanağı verme	4
2A4. Daha fazla katılım için destekleme	6
Toplam	25
Soru Türleri	
Soru Türü	f
2B1. Bilgi toplamaya, öğrencileri bir prosedür üzerinde yönlendirmeye yönelik	45
2B2. Terminolojiyi doğru kullanmaya yönelik	-
2B3. Matematiksel anlamları ve ilişkileri keşfetmeye yönelik	1
2B4. Öğrencilerin düşünme süreçlerini açıklamaya yönelik	9
2B5. Tartışmaya yönelik (diğer öğrencilerin fikirlerini sürece dâhil etme)	6
2B6. Bağlantı kurmaya ve uygulamaya yönelik	-
2B7. Düşünceyi genişletmeye yeni durumlara transfer etmeye yönelik	-
2B8. Yönlendirmeye ve odaklamaya yönelik	-
2B9. Bağlam oluşturmaya yönelik	-
Toplam	61

Matematiksel iletişimin artırılması yönündeki davranışlara bakıldığında, en fazla yeniden seslendirme (2A1) davranışı sergilenmiş, bu davranışı takiben, daha fazla katılım için destekleme (2A4) ve düşüncesini bir başka arkadaşınıkiyle karşılaştırma olanağı verme (2A3) davranışlarını birbirine yakın sayılarda kullanılmıştır. Soru türleri bakımından en fazla, bilgi toplamaya yönelik sorular kullanılmıştır (2B1). Bu soru türünü yine öğrencilerin düşünme süreçlerini açıklamaya yönelik (2B4) ve tartışmaya yönelik (diğer öğrencilerin fikirlerini sürece dahil etme) (2B5) sorular takip etmiştir. Bu soru türleriyle birlikte öğretmen matematiksel anlamları ve ilişkileri keşfetmeye yönelik (2B3) bir soruyu da öğrencilere yönelmiştir. Bu soru kapsamında öğretmen, öğrencilerin iki problem arasındaki benzerlik ve farklılıkları bulmasını istemiştir.

3.2.4. Yüksek bilişsel talep düzeyi ile başlayıp uygulama aşamasında düzeyi düşen görev örneği

Geometri şeritleri ile denk kesirlerin gösterimi (Şube 1-MG8): Bu görevde öğretmen öğrencileri 2-3 kişilik gruplara ayırmış, her gruba farklı parçalara bölünmüş üç tane sayı doğrusu oluşturmaları için geometri şeritlerini dağıtmıştır. Görevin amacı, öğrencilerin her üç sayı doğrusunda yarım noktasını göstermelerini sağlayarak, denk kesir kavramını buldurmak, öğrencileri farklı pay ve paydası olan kesirlerin aynı sayıyı ifade edebileceği anlayışına ulaştırmaktır. Öğretmen görevin sunum aşamasında, öğrencilerden her sayı doğrusu için yarım noktasını bulmalarını istemiş ve öğrencilerin buradan yaptıkları çıkarımları büyük grupta tartışmalarını istemiştir. Görevin bilişsel talep düzeyi, sunum aşamasında öğretmenin de çabasıyla değişmemiştir. Ancak, uygulama aşamasında, öğrencilerin matematiksel anlamaya ilişkin üst düzey süreçleri işe koşmadıkları ve çoğunlukla işlemsel yanıtlara yöneldikleri görülmüştür. Öğretmen öğrencileri her ne kadar düşünmeye, tartışmaya, yönlendirse de tartışmalar, öğrencilerin kesirlerin göreceli oranları ifade etme yapısını anlayamadıkları, kesirlerin parça-bütün yapısının dışına çıkamadıkları, bunun yerine denk kesirlerin nasıl oluşturulacağına ilişkin prosedürlerin konuşulduğu bir çerçevede gerçekleşmiştir. Bu nedenle, görev, uygulama aşamasında bağlantılı olmayan prosedürler (2) düzeyine düşmüştür.

Öğretmenin ilgili görev bağlamında sergilediği, bilişsel talep düzeyini etkileyen davranışlar, Tablo 13'te yer almaktadır:

Tablo 13.

Bilişsel Talep Düzeyi Üzerinde Etkili Olan Davranışlar (Şube 1-MG8)

Bilişsel Talep Düzeyinin Sürdürülmesini Sağlayan Davranışlar	
Davranış Adı	f
1A1. Öğrencilerin düşünme ve akıl yürütme süreçlerinin desteklenmesi.	5
1A2. Öğrencilere kendi ilerlemelerini gözlemleyebilmeleri için fırsatlar verilmesi.	-
1A3. Yüksek düzeyde performansın öğretmen ya da öğrenciler tarafından modellenmesi.	1
1A4. Öğretmenin öğrencilerin fikirlerini savunmalarını, açıklamalarını, sorgulama yoluyla anlam aramalarını, yorum yapmalarını ve geribildirimde bulunmalarını desteklemesi.	9
1A5. Öğretmenin kavramsal bağlantılar kurması.	-
Toplam	15 (%79)
Bilişsel Talep Düzeyinin Düşmesine Neden Olan Davranışlar	
Davranış Adı	f
1B1. Görevlerin karmaşık bölümlerinin üstesinden gelebilmeleri için öğretmenin öğrencilerine rutin çözüm yolları sunması.	1
1B2. Öğretmenin odak noktasını, anlamlardan ve kavramlardan çok, sonucun uygunluğuna ve doğruluğuna kaydırması.	1
1B3. Sınıf yönetimine ilişkin sorunların öğrencilerin göreve odaklanmasını zorlaştırması.	-
1B4. Öğrencilerin yaptıkları sınırlı ve hatalı yorumların kabul edilmesi, üzerine gidilmemesi.	1
1B5. Görevin tamamlanması için öğrencilere çok fazla yönerge verilmesi.	1
Toplam	4 (%21)

Tablo 13'deki bulgular incelendiğinde, öğretmenin bilişsel talep düzeyini sürdürmeye yönelik çaba gösterdiği görülmektedir. Nitekim bilişsel talebi sürdürme konusunda en fazla gösterdiği davranış bu görev için, *öğrencilerin fikirlerini savunmalarını, açıklamalarını, sorgulama yoluyla anlam aramalarını, yorum yapmalarını ve geribildirimde bulunmalarını destekleme* (1A4) olmuştur. Bu davranışı takiben öğretmenin, *öğrencileri düşünmeye teşvik etmeye yönelik* (1A1) girişimlerde bulunduğu da gözlenmiştir. Öğretmen bilişsel talep düzeyini sürdürmeye yönelik davranışları sergilemiş, öğrencilerin yorumlarını dinlemiş, farklı öğrencilerin söz alması yönünde onları desteklemiş ancak denk kesirlerle ilgili öğrencilerin ulaşması gereken kavramsal bağlantı bakımından tartışmaların düzeyi yetersiz kalmıştır. Bu noktada, denk kesirler konusunda öğretmenin pedagojik alan bilgisinin yeterli olmaması, tartışmaların sınırlı bir alanda gerçekleşmesine neden olmuştur. Nitekim dersin ilerleyen bölümlerinde tartışmalar, denk kesirlerin nasıl oluşturulacağı yönünde, başka bir deyişle bağlantı olmayan prosedürler düzeyinde gerçekleşmiştir. Aşağıdaki ders bölümü bu duruma bir örnek olarak sunulmuştur.

A.Ö: Evet, peki $\frac{2}{8}$ kesrine başka hangi kesirler denktir? $\frac{1}{4}$ denktir dedik. Başka?

Doruk: $\frac{20}{4}$

Ümit: Hayır $\frac{12}{3}$

Gediz: Hayır $\frac{4}{25}$

$$\text{Ümit: } \frac{12}{3}$$

$$\text{A.Ö: } \frac{12}{3} \text{ mü}$$

Ümit: 12'de 3

$$\text{Doruk: hayır öğretmenim } \frac{4}{20}$$

Ümit: Çünkü çeyrek oluyor öğretmenim

Gediz: Hayır $\frac{5}{20}$ yanlış söylüyorsun

$$\text{A.Ö: } \frac{5}{20} \text{ diyorsun.}$$

A.Ö: İşte bunu nasıl yapabiliyoruz? Denk kesirleri...

$$\text{Ahmet: } \frac{5}{60}$$

$$\text{A.Ö: } \frac{5}{60}$$

Gaye: Olmuyor ki

$$\text{Duru: } \frac{15}{60}$$

$$\text{A.Ö: } \frac{15}{60}$$

$$\text{Alper: } \frac{100}{400}$$

Öğretmen, bilişsel talep düzeyinin düşmesine neden olan davranışlardan sınıf yönetimine ilişkin sorunların öğrencilerin göreve odaklanmasını zorlaştırması (1B3) dışındaki davranışları söz konusu matematiksel görev kapsamında birer defa göstermiştir.

Armağan Öğretmen'in sınıf içi matematiksel iletişimi sağlamaya ilişkin girişimleri ise Tablo 14'de yer almaktadır:

Tablo 14.

Matematiksel İletişim Ortamı (Şube 1-MG8)

Matematiksel İletişimi Arttırmaya Yönelik Davranışlar	
Davranış Adı	f
2A1. Yeniden seslendirme	11
2A2. Başka bir arkadaşının dile getirdiği fikri tekrarlatma	-
2A3. Düşüncesini bir başka arkadaşınıkiyle karşılaştırma olanağı verme	3
2A4. Daha fazla katılım için destekleme	5
Toplam	19
Soru Türleri	
Soru Türü	f
2B1. Bilgi toplamaya, öğrencileri bir prosedür üzerinde yönlendirmeye yönelik	9
2B2. Terminolojiyi doğru kullanmaya yönelik	2
2B3. Matematiksel anlamları ve ilişkileri keşfetmeye yönelik	2
2B4. Öğrencilerin düşünme süreçlerini açıklamaya yönelik	3
2B5. Tartışmaya yönelik (diğer öğrencilerin fikirlerini sürece dahil etme)	1
2B6. Bağlantı kurmaya ve uygulamaya yönelik	-
2B7. Düşünceyi genişletmeye yeni durumlara transfer etmeye yönelik	1
2B8. Yönlendirmeye ve odaklamaya yönelik	-
2B9. Bağlam oluşturmaya yönelik	-
Toplam	18

Sınıf içi matematiksel iletişim ortamını sağlama bakımından öğretmen yine en fazla yeniden seslendirme (2A1) davranışını sergilemiştir. Yeniden seslendirme davranışını, daha fazla katılım için destekleme (2A4) ve düşüncesini bir arkadaşınıkiyle karşılaştırma olanağı verme (2A3) davranışları takip etmiştir. Ancak bu noktada, öğretmenin, verimli bir matematiksel iletişim ortamı sağlama bakımından, öğrencilerin kendi görüşlerini arkadaşlarıyla kıyaslayarak gözden geçirmelerine olanak sağlamasına rağmen, tartışmanın istenen düzeyde gerçekleşmediği ve öğretmenin de sınırlı yönlendirmeleri sonucunda, anlama düzeyine ulaşmadığı görülmüştür. Başka bir deyişle, Armağan Öğretmen'in matematiksel iletişim bakımından gerçekleştirdiği bu olumlu girişim, öğrenci anlayışı bakımından beklenen karşılığı bulamamıştır.

Kullanılan soru türleri incelendiğinde ise ilgili görev kapsamında sorulan soruların çeşitlilik gösterdiği söylenebilir. Yine en yoğun olarak, bilgi toplamaya yönelik (2B1) sorular olmakla birlikte, Armağan Öğretmen'in terminolojiyi doğru kullanmaya yönelik (2B2), matematiksel anlamları ve ilişkileri keşfetmeye yönelik (2B3), öğrencilerin düşünme süreçlerini açıklamaya yönelik (2B4), tartışmaya yönelik (2B5) ve düşünceyi genişletmeye yeni durumlara transfer etmeye yönelik (2B7) soru türlerini kullandığı görülebilmektedir. Öğretmen denk kesirlerle ilgili "Peki, biz şimdi yarımdan yola çıkarak böyle dedik de diğer bölümlerde aynı şeyi yapabilir miyiz acaba" sorusu ile farklı bir durum için öğrencilerin düşüncelerini dile getirmelerini istemiştir. Öğretmen görevin dersin bu kısmına kadarki bölümünde denklik kavramını yarım kavramı üzerinden tartışmaya

çalışmış, buradaki sorusuyla tartışmayı sayı değeri farklı olan kesirlere doğru yönlendirmeyi amaçlamıştır. Ancak, tartışma denk kesirler üzerinden değil, kesirlerde karşılaştırma üzerinden devam etmiştir.

4. SONUÇ, TARTIŞMA VE ÖNERİLER

Araştırma kapsamında elde edilen bulgulardan hareketle, öncelikli olarak öğretmenlerin bilişsel talep düzeyi olarak üst düzey görevleri daha az seçtikleri ortaya çıkmıştır. Alanyazında gerçekleştirilen benzer çalışmalara göre öğretmenlerin bilişsel talep düzeyi yüksek görevleri tercih etmeme sebepleri, öğretmenlerin bir matematiksel görevin öğrenme olanaklarını nitelik bakımından yeterli biçimde değerlendirememeleri, uygulamaya ilişkin yeterlilik algıları ile matematik öğrenimine ilişkin tutum ve inanışları etkilidir. Nitelikli matematiksel görevlerin seçiminde öğretmen yeterliliklerini inceleyen araştırmalarda, öğretmenlerin görevleri, öğrencilere sunduğu olanaklar bakımından sınıflandırmakta zorlandıkları, bu konudaki yeterliliklerin geliştirilmesi için ise uzun süreli mesleki gelişim çalışmalarına dahil olmaları gerektiği vurgulanmıştır (Boston 2013; Peterson ve Nordvet 2017; Son ve Kim 2016). Yapılacak mesleki gelişim çalışmalarında matematiksel görevler bağlamında, öğrencilerin işe koştukları düşünme süreçlerini daha doğru bir biçimde tanımlayabilmelerine olanak sağlayan etkinliklere yer verilmesi önerilmektedir (Son ve Kim, 2015). Diğer yandan, öğretmenlerin matematiğin nasıl öğrenildiğine ve öğrenme-öğretme sürecine yönelik görüşlerinin, öğretim programına ilişkin materyalleri nasıl kullandıkları bakımından bir aracı olduğu kimi araştırmalarda ele alınmıştır (Collopy 2003; Lloyd 1999; Remillard 1999, Remillard ve Bryans, 2004). Bu araştırmalara göre, öğretmenlerin matematiksel görevlere ilişkin seçimleri, matematik öğrenimine ilişkin tutum ve algılarından etkilenebilmektedir.

Matematiksel görevlerin bilişsel talep düzeylerindeki değişimlere bakıldığında ise, görevlerin bilişsel talep düzeyi ile sınıf içerisindeki matematiksel tartışma ortamının karşılıklı etkileşimi sonucunda farklı eğitim durumları ve öğrenme olanakları oluşabileceği görülmüştür. Araştırma kapsamında ele alınan örnek matematiksel görevler incelendiğinde, bilişsel talebi üst düzey olan ve düzeyi değişmeden sürdürülebilen görevlerde, bilişsel talep düzeyini sürdüren davranışlarla birlikte matematiksel iletişim stratejilerinin de yoğun bir şekilde kullanıldığı gözlenmiştir. Sürece düşük düzey başlayan ve uygulamada düzeyi düşmeden devam eden görevlerde ise öğretmenler bilişsel talebi sürdürme yönünde, matematiksel iletişim stratejilerini de belli bir ölçüde kullanarak çaba gösterebilir de görevin niteliği nedeniyle istenen düzeyde matematiksel tartışmalar gerçekleşmemiştir. Düzeyi artan ya da düşen görevlerde ise öğretmenin ilgili yönde çokça çaba gösterdiği ya da diğer görevlere oranla daha fazla hatalı davranış sergilediği gözlenmiştir. Ele alınan matematiksel görevlerin sınıf içerisindeki bu değişimlerinden hareketle, görevin başlangıç bilişsel talep düzeyi ile uygulamada gerçekleşen matematiksel iletişim ortamının ilişkili olduğu düşünülmektedir. Nitekim, öğrenciye sunulan öğrenme olanakları bakımından en olumlu sonuçlar öğretmenin üst düzey matematiksel görevler seçip, uygulamada bilişsel talebi sürdürmeye yönelik davranışlarının yanı sıra matematiksel iletişim stratejileriyle desteklediği durumlarda ortaya çıkmıştır.

Mevcut çalışmada ortaya çıkan bilişsel talep ve matematiksel iletişim arasındaki bağlantı alanyazında yer alan kuramsal ve uygulamalı çalışmalarda yorumlanmıştır. Etkili bir şekilde tasarlanan matematiksel tartışmalar, üst düzey bilişsel talebe sahip görevlerde amaçlandığı gibi, kavramların geliştirilmesi ve matematiksel fikirler arasında ilişki kurulması için güçlü bir araç olarak nitelendirilmektedir (Chapin et al. 2009; Leino 1990; Schoenfeld 1994; Trafton ve Claus, 1994). Bunun nedeni olarak ise matematiksel tartışmalar sırasında öğretmenin öğrencilerin öğrenme sürecini izleyebilmesi, yönlendirebilmesi, onları kavramlar arasında bağlantı kurmaya teşvik edebilmesi gösterilmektedir. Örneğin, Chapin et al. (2009), matematiksel konuşmanın, kavramsal öğrenmeyi geliştirmenin yanı sıra kavram yanlışlarını ve hatalı anlayışları ortaya çıkarmada etkili olduğunu belirtmiştir. Sınıfta etkili bir matematiksel iletişim ortamının oluşturulmasının, matematiksel fikirlerin çeşitlenmesi ve irdelenmesi, uygun derecede zorlayıcı görevlerin sunulması ve öğrencileri öğrenme süreçlerine dahil etmesi bakımından matematik öğretimi adına olumlu sonuçlara yol açmaktadır (Lee 2006; Palincsar, Anderson, ve David 1993). Bilişsel talep düzeyini sürdürmede öğretmenlerin sınıf içi matematiksel iletişim bağlamında sordukları soruların ve öğrenci fikirlerini takip ederek tartışmaları yönetmelerinin etkili olduğu Tekkumru-Kısa, Schunn, Stein, ve Reynolds (2017) tarafından belirtilmiştir. Blum ve Ferri (2009) de öğrenciler bağımsız bir şekilde üst düzey görevler üzerinde çalışırken öğretmenlerin soracağı "Ulaştığın sonuçlar verilen durumla uyumlu mu?", "Eksik olan ne var?", "Bunu yaparken amacın ne?", vb. soruların öğrencilerin düşünme sürecini bölmeden etkili bir şekilde yönlendirme yapabildiğini ortaya koymuştur.

Matematiksel tartışmaların niteliği, matematiksel görevlerin bilişsel talep düzeylerinin sürdürülmesinde önemlidir, ancak sınıf içerisinde verimli bir matematiksel tartışma olabilmesi için seçilen matematiksel görevin buna uygun bir düzeyde olması gerekmektedir (Bruce, 2007). Örneğin, Gresalfi et al. (2009) farklı düzeylerdeki matematiksel görevlerin, matematiksel tartışmalara öğrenci katılımı üzerindeki etkisini inceledikleri çalışmalarında, üst düzey düşünme süreçlerini içeren yüksek bilişsel talepli görevlerin uygulanmasında öğrencilere ilgili içeriğe farklı açılardan yaklaşma, anlam oluşturma vb. olanaklar sunulduğunu, ezber ve prosedürlerin uygulanmasını içeren matematiksel görevlerde ise bu süreçlerin devreye girmediğini, öğrenci katılımının daha alt düzeyde gerçekleştiğini ifade etmişlerdir. Üst düzey bilişsel talebe sahip görevlerin daha nitelikli matematiksel tartışmalara yol açmasının nedeni olarak, söz konusu görevlerin birden çok çözüm yolu içermesi sebebiyle öğrencileri yorum yapmaya, akıl yürütmeye ve düşünmeye yönlendirmesi gösterilmektedir. Başka bir deyişle, öğrencilere zorlayıcı görevler vermek öğrenciler arasındaki etkileşimi ve öğrencilerin tartışmalara katılımını arttırmaktadır. (Silver ve Smith, 1996). Öğrencilere, zengin görevler sunulan böylesi ortamlarda öğrencilerin matematiksel kavramlar, prosedürler ve problem çözme süreçleri ile ilgili konuşmalarının onları daha derinlemesine düşünmeye yönlendirdiği ve öğrendiklerini netleştirdiği ileri sürülmektedir (Chapin et al. 2009; Mooney, Briggs, Fletcher, McCullough, ve Hansen, 2012).

Benzer çalışmalar ve mevcut araştırmanın bulgularından hareketle sınıf içerisinde gerçekleşen matematiksel iletişimin, görevlerin bilişsel talep düzeylerinin sürdürülmesine destek olduğu, bununla birlikte verimli bir matematiksel iletişim ortamının oluşturulabilmesi için üst düzey bilişsel talebe sahip görevlerin seçilmesi gerektiği sonucuna ulaşılabilir. Mevcut çalışmada da matematiksel görevlerin bilişsel talep düzeyleri ve matematiksel iletişim ortamının etkileşimi çerçevesinde, öğrenme olanakları bakımından en olumlu durumların öğretmenin yüksek bilişsel talebe sahip görevleri seçtiği ve bunu olumlu matematiksel iletişim stratejileri ile desteklediği zamanlarda olduğu görülmüştür. Matematiksel iletişim ile bilişsel talep arasındaki söz konusu etkileşimi daha detaylı biçimde inceleyen çalışmalar da bu bulguyu destekler niteliktedir. Örneğin, Spillane ve Zeuli (1999) matematiksel görevlerin uygulanmasında ortaya çıkan yapıları ele aldıkları çalışmalarında, öğrenciler bakımından en olumlu sonuç veren yapının kavramlara dayalı görevler ve kavram odaklı tartışmalar yapısı olduğunu paylaşmışlardır. Ancak, bu yapı, çalışmalarına katılan öğretmenlerin en az kullandığı yapıdır. Öğretmenler en çok kavramsal yönelimli görevler ve prosedüre odaklı tartışmalar yapısını bu yapıyı takiben ise, yüzeysel değişimler içeren görevler ve sabit bir yanıt etrafında yapılan tartışmalar yapısını kullanmışlardır. Araştırmacılar, öğretmenler tarafından daha çok kullanılan söz konusu yapıların öğrencilerin kavramsal düzeyde bir anlayışa sahip olmaları yönünde sınırlı olanaklar sağladığını belirtmişlerdir. Eskelson (2013) ve Baxter, Woodward ve Olson (2001)'in çalışmalarında, öğrenci kazanımları bakımından en olumlu durumun, üst düzey bilişsel talebe sahip görevler üzerinde yapılan nitelikli grup tartışmaları olduğunu dile getirmişlerdir.

Sonuç olarak, mevcut çalışmada ortaya çıkan sonuçlar ve alan yazında ele alınan ilgili araştırmalar bilişsel talep ve sınıf içi matematiksel iletişim ortamı kavramlarının birlikte düşünülmesi gerektiğinin altını çizmektedir. Bu sonuçtan hareketle, öğretmenlerin bu kavramlarla ilgili bilgi ve becerilerinin artırılması ve etkinliklerin uygulanmasında daha bilinçli bir düzeye ulaşması öğrencilerde anlamlı matematiksel öğrenmelerin gerçekleşmesi bakımından önem kazanmaktadır. Öğretmenlerin söz konusu bilgi ve beceriler bakımından güçlendirilmesi için mesleki gelişim programlarının uygulanması önerilmektedir. Mevcut araştırma, sınıf düzeyi ve çalışma grubu bakımından sınırlıdır. Farklı sınıf düzeyleri ve daha büyük çalışma gruplarıyla yapılacak yeni araştırmaların, bilişsel talep ve matematiksel iletişim kavramlarının görünürlüğünün artırılması, bu kavramların sınıf içi uygulamaların incelenmesinde kullanılması için bir farkındalık oluşturacağı düşünülmektedir.

Araştırma ve Yayın Etiği Beyanı

Araştırmanın tüm aşamalarında yazarlar tarafından araştırma ve yayın etiği ilkelerine uyulmuştur. Katılımcıların bilgileri gizlilikle muhafaza edilmiştir. Referans gösterme kurallarına riayet edilmiştir.

Yazarların Makaleye Katkı Oranları

İki yazarlı bu makalenin araştırmaya olan katkıları eşittir.

Çıkar Beyanı

Araştırma kapsamında yazarların herhangi bir çıkar çatışması bulunmamaktadır.

5. KAYNAKÇA

- Baxter, J. A., Woodward, J., & Olson, D. (2001). Effects of reform-based mathematics instruction on low achievers in five third-grade classrooms. *The Elementary School Journal*, 101(5), 529-547.
- Blum, W., & Ferri, R. B. (2009). Mathematical modelling: Can it be taught and learnt?. *Journal of Mathematical Modelling and Application*, 1(1), 45-58.
- Boaler, J., & Brodie, K. (2004). The importance, nature and impact of teacher questions. In D. E. McDougall, J A. Ross (Eds.), *Proceedings of the twenty-sixth annual Meeting of the North American Chapter of the International Group for Psychology of Mathematics Education* (pp. 773-782).
- Boesen, J., Helenius, O., Bergqvist, E., Bergqvist, T., Lithner, J., Palm, T., Palmberg, B. (2014). Developing Mathematical Competence: From the Intended to the Enacted Curriculum. *The Journal of Mathematical Behavior*, 33, 72-87.
- Boston, M. D. (2013). Connecting Changes in Secondary Mathematics Teachers' Knowledge to Their Experiences in a Professional Development Workshop. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 16(1), 7-31.
- Brendefur, J., & Frykholm, J. (2000.) Promoting mathematical communication in the classroom: Two preservice teachers' conceptions and practices. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 3 (2), 125-153.
- Bruce, C.D. (2007). Student interaction in the math classroom: Stealing ideas or building understanding. *What works? Research into practice*. Toronto: Literacy and Numeracy Secreteriat.

Chapin, S. H., O'Connor, C., & Anderson, N. C. (2009). *Classroom discussions: Using math talk to help students learn, grades K-6*. Sausalito, CA: Math Solutions.

Collopy, R. (2003). Curriculum Materials as a Professional Development Tool: How a Mathematics Textbook Affected Two Teachers' Learning. *The Elementary School Journal*, 103(3), 287-311.

Cooke, B. D., & Buchholz, D. (2005). Mathematical communication in the classroom: A teacher makes a difference. *Early Childhood Education Journal*, 32 (6), 365-369.

Creswell, J. W. (2012). *Educational Research: Planning, Conducting, And Evaluating Quantitative and Qualitative Research*. 4.bs. Boston: Pearson.

Creswell, J. W., & Miller, D. L. (2000). Determining Validity in Qualitative Inquiry. *Theory Into Practice*, 39(3), 24-130.

Doyle, W. (1988). Work in mathematics classes: The context of students' thinking during instruction. *Educational Psychologist*, 23 (2), 167-180.

Eskelson, S. L. (2013). *Exploring the relationship between teachers' participation in modified lesson study cycles and their implementation of high-level tasks*. Unpublished doctoral dissertation, University of Pittsburgh School of Education, Pittsburgh, USA.

Fan, L., Qi, C., Liu, X., Wang, Y., & Lin, M. (2017). Does a transformation approach improve students' ability in constructing auxiliary lines for solving geometric problems? An intervention-based study with two Chinese classrooms. *Educational Studies in Mathematics*, 96(2), 229-248.

Franke, M. L., Webb, N. M., Chan, A. G., Ing, M., Freund, D., & Battey, D. (2009). Teacher questioning to elicit students' mathematical thinking in elementary school classrooms. *Journal of Teacher Education*, 60 (4), 380-392. [Available online, Sage Journals database at: <https://journals.sagepub.com/>], Retrieved on September 15, 2017

Georgius, K. (2013). *Planning and enacting mathematical tasks of high cognitive demand in the primary classroom*. Unpublished doctoral dissertation, University of Nebraska Graduate College, Lincoln, USA.

Gresalfi, M., Martin, T., Hand, V., & Greeno, J. (2009). Constructing competence: An analysis of student participation in the activity systems of mathematics classrooms. *Educational Studies in Mathematics*, 70 (1), 49-70.

Guba, E. G., & Lincoln Y.V. (1982). Epistemological and Methodological Bases Of Naturalistic Inquiry. *Educational Technology Research and Development*, 30(4), 233-252.

Henningsen, M., & Stein, M.K. (1997). Mathematical tasks and student cognition: Classroom-based factors that support and inhibit high-level mathematical thinking and reasoning. *Journal for Research in Mathematics Education*, 28 (5), 524-549.

Imm, K., & Stylianou, D. A. (2012). Talking mathematically: An analysis of discourse communities. *The Journal of mathematical behavior*, 31(1), 130-148.

Jung, H. Y., & Reifel, S. (2011). Promoting children's communication: a kindergarten teacher's conception and practice of effective mathematics instruction. *Journal of Research in Childhood Education*, 25(2), 194-210.

Kysh, J., Thompson, A., & Vicinus, P. (2007). From the editors: welcome to the "MT" 2007 focus issue: Mathematical discourse. *The Mathematics Teacher*, 101 (4), 245-245.

Lamon, S. (2001). Presenting and Representing: From Fractions to Rational Numbers, In Albert A. Cuoco, & Frances R. Curcio (Eds.), *The Roles of Representation in School Mathematics* (pp. 146-165). Reston, The National Council of Teachers of Mathematics

Lee, C. (2006). *Language for learning mathematics: Assessment for learning in practice*. UK: McGraw-Hill Education.

Leino, J. (1990). Knowledge and learning in mathematics. In L. P. Steffe, & T. Wood (Eds.), *Transforming children's mathematics education: International perspectives* (pp. 41-46). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

Lloyd, G. M. (1999). Two Teachers' Conceptions of a Reform-Oriented Curriculum: Implications for Mathematics Teacher Development. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 2(3), 227-252.

- Masingila, J. O., Olanoff, D., & Kimani, P. M. (2018). Mathematical knowledge for teaching teachers: knowledge used and developed by mathematics teacher educators in learning to teach via problem solving. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 21(5), 429-450.
- Milli Eğitim Bakanlığı. (2018). *Matematik Dersi Öğretim Programı:İlkokul ve Ortaokul 1,2,3,4,5,6,7 ve 8.Sınıflar*. Ankara.
- Mooney, C., Briggs, M., Fletcher, M., McCullouch, J., & Hansen, A. (2012). *Primary mathematics: Teaching theory and practice* (6th ed.). Exeter:Learning Matters.
- Palincsar, A. S., Anderson, C., & David, Y. M. (1993). Pursuing Scientific Literacy in The Middle Grades Through Collaborative Problem Solving. *The Elementary School Journal*, 93(5), 643-658.
- Pape, S. J., Bell C. V., & Yetkin, I. E. (2003). Developing mathematical thinking and self-regulated learning: A teaching experiment in a seventh-grade mathematics classroom. *Educational Studies in Mathematics*, 53(3), 179-202.
- Pettersen, A., & Nortvedt, G.A. (2017). Identifying Competency Demands in Mathematical Tasks: Recognising What Matters. *International Journal of Science and Mathematics Education, Online First March 2017*, 1-17.
- Remillard, J. T. (1999). Curriculum Materials in Mathematics Education Reform: A Framework for Examining Teachers' Curriculum Development. *Curriculum Inquiry*, 29(3), 315-342.
- Remillard, J. T., & Bryans, M.B. (2004). Teachers' Orientations Toward Mathematics Curriculum Materials: Implications for Teacher Learning. *Journal for Research in Mathematics Education*, 35(5), 352-388.
- Resnick, L. B., & Zurawsky, C. (2006). Do the math: Cognitive demand makes a difference. *Research Points*, 4 (2), 1-4.
- Schoenfeld, A. H. (1994). Reflections on doing and teaching mathematics. In A. H. Schoenfeld (Ed.), *Mathematical thinking and problem solving* (pp. 53-70). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.
- Sfard, A. (2001). There is more to discourse than meets the ears: looking at thinking as communicating to learn more about mathematical learning. *Educational Studies in Mathematics*, 46 (1-3), 13-57.
- Silver, E. A., & Smith, M. S. (1996). Building discourse communities in mathematics classrooms. In P. C. Elliot, M. J. Kenney (Eds.), *Yearbook: Communication in Mathematics K-12 and Beyond* (pp. 20-28). Reston, VA: NCTM
- Son, J. W., & Kim, O. K. (2016). Curriculum enactment patterns and associated factors from teachers' perspectives. *Mathematics Education Research Journal*, 28 (4), 585-614.
- Spillane, J. P., & Zeuli, J. S. (1999). Reform and teaching: Exploring patterns of practice in the context of national and state mathematics reforms. *Educational Evaluation and Policy Analysis*, 21(1), 1-27.
- Stake, R. E. (1995). *The art of case study research*. Thousand Oaks, CA: Sage.
- Stein, M. K., & Smith, M.S. (1998). Mathematical tasks as a framework for reflection: From research to practice. *Mathematics Teaching in the Middle School*, 3 (4), 268-275. [Available online at:<https://nctm.org>], Retrieved on September 15, 2017
- Stein, M. K., Engle, R. A., Smith, M. S., & Hughes. E. K. (2008). Orchestrating productive mathematical discussions: Five practices for helping teachers move beyond show and tell. *Mathematical Thinking and Learning*, 10 (4), 313-340.
- Stein, M. K., Grover, B. W., & Henningsen, M. (1996). Building student capacity for mathematical thinking and reasoning: An analysis of mathematical tasks used in reform classrooms. *American Educational Research Journal*, 33 (2), 455-488.
- Stein, M. K., Smith, M. S., Henningsen, M. A., & Silver, E. A. (2009). *Implementing standards-based mathematics instruction: A casebook for professional development*. New York, NY: Teachers College Press.
- Tekumru-Kisa, M., Schunn, C., Stein, M. K., & Reynolds, B. (2017). Change in thinking demands for students across the phases of a science task: An exploratory study. *Research in Science Education*. Published Online First, 1-25.
- Trafton, P. R., & Claus, A. S. (1994). A changing curriculum for a changing age. In C. A. Thornton, & N. S. Bley (Eds.), *Windows of opportunity mathematics for students with special needs* (pp. 19-39). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- Truxaw, M. P., & DeFranco, T. (2008). Mapping mathematics classroom discourse and its implications for models of teaching. *Journal for Research in Mathematics Education* 39 (5), 489-525.

Varol, F., & Farran, D. C. (2006). Early mathematical growth: How to support young children's mathematical development. *Early Childhood Education Journal*, 33 (6), 381-387.

Viseu, F., & Oliveira, I. B. (2017). Open-ended tasks in the promotion of classroom communication in mathematics. *International Electronic Journal of Elementary Education*, 4(2), 287-300.

Wasburn, M.H. (2007). Mentoring Women Faculty: An Instrumental Case Study of Strategic Collaboration. *Mentoring & Tutoring*, 15 (1), 57-72.

Wijaya, A., van den Heuvel-Panhuizen, M., & Doorman, M. (2015). Opportunity-to-learn context-based tasks provided by mathematics textbooks. *Educational studies in Mathematics*, 89(1), 41-65.

Yıldırım, A., & Şimşek, H. (2004). *Sosyal Bilimlerde Nitel Araştırma Yöntemleri*(4.bs). Ankara:Seçkin

6. EXTENDED ABSTRACT

High level thinking skills such as problem solving and reasoning are underlined in elementary mathematics curricula implemented throughout Turkey. The differences in quality of cognitive processes used by students to complete a mathematical task can be addressed by the concept of cognitive demand (CD) (Stein et al. 1996). CD can be defined in a range from remembering or memorizing information, to meaningful use of procedures or to problem solving processes. The level of CD of a mathematical task may change many times during a class period, according to the characteristics of the practice (Henningesen & Stein, 1997; Resnick, Zuwarsky, 2006; Stein, Engle, Smith, & Hughes, 2008; Stein et al.1996;). The related studies indicate that there is a strong relationship between the maintenance of high CD of mathematical tasks and the mathematical communication (MC) environment within the classroom. In other words, the creation of a learning environment in which students can express themselves comfortably and encourage them to connect and understand ideas is key to achieving the goal of mathematical tasks aiming at the development of high-level skills.

In the light of the mathematical task framework, and with the help of CD and MC concepts, the purpose is to analyze the mathematical tasks applied in the classroom and to present sample situations accordingly within the fourth-grade mathematics fractions unit.

Instrumental case study design was employed for the research. Formed according to purposeful sampling, study group consisted from two 4th grade teachers and their students in a private school in Istanbul. Implementations took place in the second semester of 2016-2017. To determine the professional development needs of teachers related to MC and CD, pre-interviews were conducted with teachers. Based on the information obtained, professional development training was designed and applied by the researchers to address the concepts. Afterwards, teachers determined which mathematical tasks to apply, and prepared and applied the lesson plans for six lessons. Audio and video recordings were taken, and field notes were kept. For the trustworthiness of the study, prolonged engagement with th study group (Creswell & Miller, 2000), member checking (Yıldırım & Şimşek, 2004), triangulation (audio recordings, video recordings, field notes), audit trail (Lincoln ve Guba 1985) and expert investigation (Creswell, 2012) strategies were used.

Task Analysis Guide developed by Stein et al. (2009) was used to determine the CD levels of the selected and applied mathematical tasks for the three phases of mathematical task framework. Teachers' behaviors were analyzed according to factors effective on maintenance and decline of the cognitive demand (Stein & Smith, 1998). Mathematical communication environment was defined according to 5 behaviors to increase mathematical communication (Chapin, O'Connor, & Anderson, 2009) and the types of questions used by teachers (Boaler & Brodie, 2004).

During the application Armağan Teacher (Class 1) implemented nine (9), Deniz Teacher (Branch 2) applied five (5) mathematical tasks. Approximately half of the tasks selected by Armağan teacher were at the level of procedures with connections (high CD) (44%). Other tasks were at the level of procedures without connections (low CD) (56%). One (1) of the tasks selected by Deniz Teacher is at the level of procedures with connections (20%). The rest of the tasks selected by the teacher are at procedures without connections level (80%). Regarding the findings of the cognitive demand changes in the course of the selected mathematical tasks, Armağan Teacher maintained or increased the level of CD in the majority of the tasks (78%). S/he raised the level of a task at the level of procedures without connections to the level of procedures with connections. Same teacher declined the level of two tasks to the level of procedures without connections from the level of procedures with connections. Nearly half of the tasks that carried out by Deniz Teacher maintained their level of cognitive demand (40%). S/he declined the level of three (3) tasks.

Within the second research question, three categories, namely, tasks with (1) increased, (2) maintained and (3) declined levels of cognitive demand have emerged. At least one sample mathematical task for each category is presented. While presenting the findings, the content of the mathematical task was introduced and teacher behaviors were examined in terms of cognitive demand and mathematical communication. In order to support the findings and provide more detailed information related to the implementation process, direct quotations are also included.

According to sample mathematical tasks, MC strategies are used intensively in the tasks that have high CD and can be maintained. In the tasks which started low level and continued without declining in practice, although teachers tried to use cognitive demand and mathematical communication strategies to a certain extent, mathematical discussions were not sufficient enough to elicit higher order thinking, due to the nature of the task. In the increase and decline of the tasks, it was observed that, teacher showed extra effort in terms of CD and MC or exhibited more erroneous behaviors compared to other tasks. Based on these changes in the mathematical tasks, it is thought that the initial CD level of the task and the MC environment in practice have a strong connection. As a matter of fact, the most positive results in terms of student learning have emerged when the teacher selects high level mathematical tasks and showed behaviors aimed at maintaining CD supported by effective MC strategies.

In conclusion, the results of the present study and the related literature underline that the concepts of CD and in-class MC environment should be considered together by examining the effectiveness of a mathematical task. Based on this result, it is important for teachers to increase their knowledge and skills related to these concepts and to reach a more conscious level in the implementation of the activities in terms of realizing meaningful mathematical learning in students. In order to increase the visibility of the concepts of CD and MC, and to create an awareness for the use of these concepts in the examination of classroom applications, it is also recommended to conduct research using different methods with different study groups.