



## ÇOK AMAÇLI META-SEZGİSEL OPTİMİZASYON ALGORİTMALARININ PERFORMANSLARININ KARŞILAŞTIRILMASI

Mustafa AKBEL<sup>1</sup>, Hamdi Tolga Kahraman<sup>2\*</sup>

<sup>1</sup>Havelsan, Ankara-Türkiye, <sup>2</sup>Karadeniz Teknik Üniversitesi, Yazılım Mühendisliği Bölümü, Trabzon-Türkiye

### Anahtar Kelimeler

*Çok amaçlı optimizasyon,  
Çok amaçlı meta-sezgisel  
arama algoritması,  
Pareto optimal set,  
Çok amaçlı optimizasyon test  
problemleri,  
Çok amaçlı optimizasyon  
performans metrikleri.*

### Öz

Çok amaçlı optimizasyon problemlerinin çözümlenmesi tek amaçlı optimizasyon problemlerine kıyasla daha karmaşık süreçlerden oluşmaktadır. Özellikle çok kriterli optimizasyon sürecinde pareto-tabanlı yaklaşımların uygulanması ve meta-sezgisel arama algoritmalarının çok amaçlı optimizasyon problemlerindeki performanslarının ölçülmesi başlıca zorluklardır. Bu iki sebepten dolayı literatürde çok amaçlı problemlerin optimizasyonu amacıyla geliştirilmiş ya da bu amaç için uyarlanmış az sayıda meta-sezgisel optimizasyon algoritması bulunmaktadır. Bu durum çok amaçlı optimizasyon çalışmaları yürüten araştırmacılar açısından da belirsizlikler yaratmaktadır. Bu makale çalışmasında literatürdeki bu belirsizliği gidermeye yönelik çalışmalar yürütülmektedir. İlk olarak çok amaçlı optimizasyon algoritmalarının test edildiği bir platform tasarlanmıştır. Bu platformda algoritmalar, pareto-tabanlı yaklaşımlar, çok-modlu çok-amaçlı test problemleri ve performans metrikleri olmak üzere çok amaçlı optimizasyonun dört temel ögesi modüler yapıda tasarlanmıştır. Geliştirilen platformda çok amaçlı optimizasyon algoritmalarının test edilmeleri için güncel bir karşılaştırma ve test havuzu olan ve CEC 2020 yarışması için hazırlanmış olan çok modlu çok amaçlı optimizasyon problemleri havuzu kullanılmıştır. Deneysel çalışma ayarları ve performans metrikleri CEC 2020 standartları esas alınarak yürütülmüştür. Literatürde yer alan sekiz adet çok amaçlı meta-sezgisel optimizasyon algoritmasının 24 farklı problem üzerinde performansları ölçülerek (dört farklı performans metriği kullanılarak) birbirleriyle karşılaştırılmıştır. Elde edilen sonuçlar araştırmacılar açısından eşsiz bilgiler sunmaktadır.

## COMPRASION OF THE PERFORMANCE OF MULTI-OBJECTIVE META- HEURISTIC OPTIMIZATION ALGORITHMS

### Keywords

*Multi-objective optimization,  
Multi-objective meta-  
heuristic search Algorithm,  
Pareto optimal set,  
Multi-objective benchmark  
problems,  
Multi-objective performance  
metrics.*

### Abstract

Solving multi-objective optimization problems consists of more complex processes compared to single-objective optimization problems. The main challenges are the implementation of Pareto-based approaches and the performance of meta-heuristic search algorithms in multi-objective optimization problems, especially in the multi-criteria optimization process. Due to these two reasons, there are few meta-heuristic optimization algorithms developed in the literature for the purpose of optimization of multi-objective problems or adapted for this purpose. This situation also creates uncertainties for the researchers carrying out multi-objective optimization studies. In this article, studies are carried out to eliminate this uncertainty in the literature. Platform where multi-objective optimization algorithms were tested was designed. In this platform, four basic elements of multi-objective optimization are designed in a modular structure: algorithms, Pareto-based approaches, multi-mode multi-objective test problems and performance metrics. The multi-objective optimization problems suite prepared for the CEC 2020 competition, which is an up-to-date comparison and test pool, was used to test multi-objective optimization algorithms on the developed platform. Experimental study settings were carried out based on CEC 2020 standards. Eight multi-objective meta-heuristic optimization algorithms in the literature were compared to each

\* İlgili yazar / Corresponding author: htolgakahraman@ktu.edu.tr, +90-462-377-8358

other by measuring their performance on 24 different problems. The results obtained provide unique information for the researchers

### Alıntı / Cite

AKBEL M., Kahraman H.T., (2020). Çok Amaçlı Meta-Sezgisel Optimizasyon Algoritmalarının Performanslarının Karşılaştırılması, Mühendislik Bilimleri ve Tasarım Dergisi, 8(5), 185-199.

### Yazar Kimliği / Author ID (ORCID Number)

Mustafa AKBEL, 0000-0003-0491-5438  
Hamdi Tolga KAHRAMAN, 0000-0001-9985-6324

### Makale Süreci / Article Process

<b>Başvuru Tarihi / Submission Date</b>	20.11.2020
<b>Revizyon Tarihi / Revision Date</b>	20.12.2020
<b>Kabul Tarihi / Accepted Date</b>	20.12.2020
<b>Yayın Tarihi / Published Date</b>	29.12.2020

## 1. Giriş (Introduction)

Optimizasyon çalışmalarını problemlerin özelliklerine bağlı olarak birçok şekilde sınıflandırmak ve alt kategorilere ayırmak mümkündür. Amaç fonksiyonlarının sayısına bağlı olarak problemleri sınıflandırmak ise bunlar arasında en ayırt edici olanıdır. Çünkü tek-amaçlı ve çok-amaçlı optimizasyon çalışmaları birbirinden oldukça farklı yapılara ve çalışma şekline sahip algoritmalar tasarlanarak gerçekleştirilmektedir. Özellikle amaç fonksiyonlarının birbirleriyle çatışma halinde olduğu durumlarda tek-amaçlı ve çok amaçlı optimizasyon algoritmaları keskin bir şekilde birbirinden ayrılmaktadır. Amaç fonksiyonlarının çatışma halinde olması, tasarım parametrelerinin değişiminin amaç fonksiyonları üzerindeki etkisinin birbirleriyle çelişmesi/zıt olması durumunu ifade etmek için kullanılır. Bu tür çok amaçlı optimizasyon problemlerinin çözümlenebilmesi için izlenmesi gereken yöntemler, tek amaçlı ya da amaç fonksiyonları çatışma halinde olmayan çok amaçlı optimizasyon çalışmalarından daha karmaşıktır. Karmaşıklık düzeyini artıran süreç ise problem için geliştirilen çözümlerin/çözüm adaylarının ne kadar başarılı olduklarının değerlendirilmesidir. Amaç fonksiyonların çatışma halinde olmadığı durumlarda minimizasyon/maksimizasyon yönünde bir iyileşme sağlayacak şekilde çözüm adaylarının uygunluk değerlerini hesaplamak mümkün iken aksi durumda çözüm adayları arasından en uygun olanı belirlemek olanaksız hale gelebilmektedir. Bu durum, çok amaçlı optimizasyon algoritmalarının üzerinde uzun süredir devam eden araştırmaların ve ilginin nedenini açıklamaktadır. Bu makale çalışmasında çok amaçlı optimizasyon ÇAO kısaltması ile temsil edilmekte ve birbirleriyle çelişen amaç fonksiyonlarına sahip problemlerin optimizasyonu için kullanılmaktadır.

ÇAO algoritmalarını geliştirmenin başlıca zorluğu, bir problemin farklı amaç fonksiyonları için birbirlerine üstünlük kuran çözüm adaylarından hangisinin daha başarılı olduğunu tanımlayacak bir yöntemin bulunmayışıdır. Bir başka ifadeyle ÇAO problemlerinde amaç fonksiyonların maliyete/kazanca olan etkilerinin doğrudan modellenememesi, çözüm adaylarının kıyaslanmalarında dolaylı yollara başvurulmasına yol açmaktadır. Bu amaçla ÇAO çalışmalarında en sık kullanılan yöntem bastırılmayan çözüm adaylarının belirlenmesidir. 1990'lı yıllardan bu yana ÇAO çalışmalarında çözüm adaylarının uygunluklarını değerlendirmek ve başarılarını kıyaslamak için baskınlık kavramı kullanılmaktadır (Serafini, 1994; Zhang vd., 2014; Ishibuchi ve Murata, 1996; Ke vd., 2014). Çünkü ÇAO algoritmalarında birbirine üstünlük kuramayan ya da bastırılmayan çok sayıda çözüm adayı oluşabilmektedir. Bu adayların oluşturduğu kümeyle ise pareto set (PS) denilmektedir (Ke vd., 2014; Deb ve Kalyanmoy, 2000).

Günümüzde ÇAO problemleri için en etkili PS'i oluşturan meta-sezgisel arama algoritmalarını geliştirme çalışmaları artarak devam etmektedir. Bu amaçla geliştirilen ÇAO algoritmaları karşılaştırmalı performansları hakkında ise kapsamlı bir çalışma bulunmamaktadır. Üstelik mevcut çalışmalarda algoritmaların performanslarını ölçmek için kullanılan problemlerin de sayıca ve nitelik bakımından yeterli oldukları söylenemez. Tüm bu eksiklikler ÇAO problemlerinin çözümlenmesinde kullanılabilecek yöntemler hakkında yeterince bilginin oluşmamasına neden olmuştur. Haliyle, ÇAO algoritmaları hakkında kapsamlı ve nitelikli bir çalışmaya ihtiyaç duyulmaktadır. Bu makale çalışmasında ÇAO algoritmalarının performansları hakkında literatürdeki eksikliği gidermeye yönelik kapsamlı bir çalışma yürütülmüştür. Bunun için çok amaçlı optimizasyon algoritmalarının test edildiği bir platform tasarlanmıştır. Tasarlanan platformda güncel ve/veya en çok kullanılan sekiz adet ÇAO algoritmasının performansları analiz edilmiştir. Algoritmaların performanslarının araştırılması için CEC 2020 konferansında algoritmalar arası yarışmalar için hazırlanmış olan 24 adet ÇAO problemi kullanılmıştır (Liang vd., 2019). Deneysel çalışmaları standartlara uygun olarak yürütmek için CEC 2020 tanım dökümanında belirtilen kurallar benimsenmiştir. Algoritmaların performanslarını araştırmak için ÇAO algoritmalarının performans göstergeleri olan IGDX, IGDF, HV, PSP verileri kayıt altına alınmıştır (Liang vd., 2019; Zhou ve Zhang, 2009; Zitzler vd., 2003; Zhou vd., 2009; Yue vd., 2019). Bu metriklerle bağlı olarak algoritmaların performanslarını analiz etmek için Friedman ve Wilcoxon parametrik olmayan test yöntemleri kullanılmıştır (Santos, 2019; KS vd., 2017; İbrahim vd., 2020; Kahraman vd., 2020). Deneysel çalışma sonuçları ÇAO literatürü ve bu konuda çalışmalar yapan araştırmacılar için eşsiz bilgiler içermektedir.

## 2. Materyal ve Yöntem (Material and Method)

Bu bölümde ÇAO problemleri ve pareto tabanlı yaklaşım tanıtılmakta ve pareto tabanlı arşivleme yaklaşımının meta-sezgisel arama sürecine uygulanma adımları anlatılmaktadır.

### 2.1. ÇAO Problemlerinin Tanımlanması (Defining Multi-Objective Optimization Problems)

Optimizasyon problemleri kısıtlı/kısıtsız, tek amaçlı/çok amaçlı, sürekli değerli/ayrık değerli olarak çeşitli özelliklerine göre gruplandırılmaktadırlar. Bu tanımlamaların tümünü kapsayacak şekilde matematiksel model ise Eşitlik (1)'de verilmektedir (Yue vd., 2018).

$$\underset{x \in \mathbb{R}^n}{\text{minimize / maximize}} O(\vec{x}) = [o_1(\vec{x}), o_2(\vec{x}), o_3(\vec{x}), \dots, o_m(\vec{x})] \quad (1)$$

Amaç Fonksiyon

$$\text{Eşitlik Kısıtları} \quad \phi_j(\vec{x}) = 0, (j = 1, 2, \dots, J),$$

$$\text{Eşitsizlik Kısıtları} \quad \varphi_k(\vec{x}) \leq 0, (k = 1, 2, \dots, K)$$

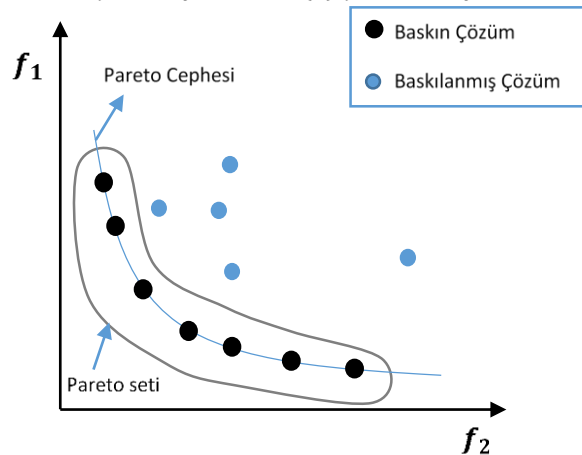
$$\vec{x}=(x_1, x_2, x_3, \dots, x_D), \quad d=1, 2, \dots, D \quad lb_d \leq x_d \leq ub_d$$

Burada  $O(\vec{x})$ , amaç fonksiyonlarını temsil eden m-boyutlu vektördür ( $O(\vec{x})$ ).  $\vec{x}$ , D-boyutlu tasarım değişkenleri vektörü,  $lb_d$  ve  $ub_d$  değerleri  $x_d$  karar değişkeni için alt ve üst sınırları,  $\phi_j(\vec{x})$ , eşitlik kısıtlarını ve  $\varphi_k(\vec{x})$ , eşitsizlik kısıtlarını temsil eder. Çok amaçlı ve D-boyutlu bir optimizasyon probleminde arama uzayının sınırları karar değişkenleri vektörünün  $\vec{x}$  olası tüm değerleri ile tanımlanır. Benzer şekilde, m-adet amaç fonksiyondan oluşan bir çok amaçlı optimizasyon probleminde amaç fonksiyonların olası tüm değerleri "amaç uzayının" sınırlarını tanımlar (Liang vd., 2019; Zhou ve Zhang, 2009; Zitzler vd., 2003; Zhou vd., 2009; Yue vd., 2019; Yue vd., 2018). Buna göre Eşitlik (1)'de verilen optimizasyon problemi için  $\phi$  and  $\varphi$  kısıtlarını karşılayan ve  $O(\vec{x})$  amaç fonksiyonlarını minimum/maksimum yapan bir adet global çözüm vardır. Optimizasyon algoritmalarının amacı probleme ait arama uzayındaki global çözüm noktasını (karar değişkenleri vektörünü) bulmaktır. Global çözümün bulunamadığı durumlarda, ona en yakın olan vektör, çözüm olarak kabul edilir.

### 2.2. Pareto Tabanlı Yaklaşım (Pareto-based Approach)

Pareto-Optimal terimi 1900'lü yılların başlarında, İtalyan bir iktisatçı ve sosyolog olan Vilfredo Frederico Damaso Pareto tarafından bulunmuştur (Cavus vd., 2018). Tek amaçlı optimizasyon problemlerinde, arama uzayı tek boyutlu olduğundan ortaya çıkan çözümlerin sayısal değerlerini karşılaştırarak en iyi çözüm sunulabilir. Fakat çok amaçlı problemlerde bir tane en iyi çözüm bulunmamaktadır. Bir çözümün pareto çözüm olabilmesi için amaçların herhangi biri için en kötü olmayan ve en azından bir amaç için diğerlerinden daha iyi olması gerekmektedir. Diğer bir ifadeyle baskılanamayan çözümler iyi olarak nitelendirilirler. Baskınlık kavramı açıklamak gerekir ise arama uzayında  $x(1)$  çözüm adayı olsun, aynı arama uzayında ikinci çözüm adayı  $x(2)$  olsun. Aşağıdaki koşullar sağlanırsa  $x(1)$  çözümü  $x(2)$  çözümünü baskılıyor denilmektedir (Liang vd., 2019; Zhou ve Zhang, 2009; Zitzler vd., 2003; Zhou vd., 2009; Yue vd., 2019; Yue vd., 2018; Cavus vd., 2015; Luo vd., 2017; Köse, 2017).

- $x(1)$  çözüm adayındaki tüm amaç değerleri  $x(2)$ 'den daha kötü değerlere sahip olmayacak.
- $x(1)$  çözüm adayını en az tek bir amaç fonksiyonunda  $x(2)$  çözüm adayından daha iyi değere sahip olacak.



**Şekil 1.** Baskın ve baskılanmış çözüm gösterimi alınmıştır (Liang vd., 2019; Zhou ve Zhang, 2009; Zitzler vd., 2003; Zhou vd., 2009; Yue vd., 2019)

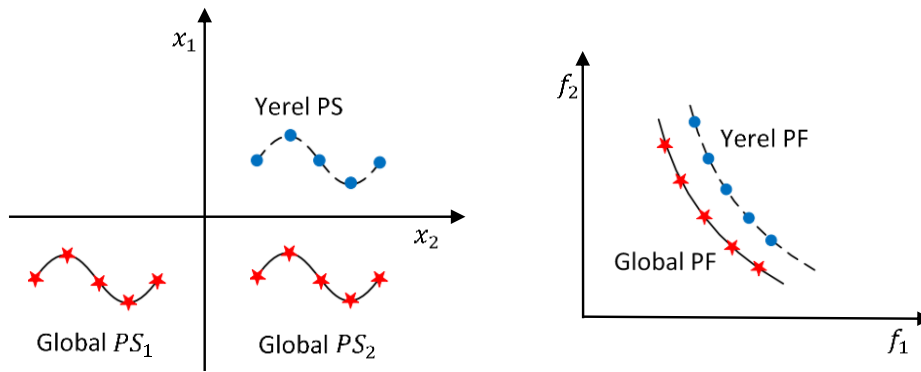
Bu baskın çözümlerden oluşan kümeye **pareto set (Pareto Set, PS)** denilmektedir. Pareto set'e karşılık gelen problem uzayındaki vektörlere **pareto cephesi (Pareto Front, PF)** denir.

**Yerel Pareto set :** Pareto setinde bulunan herhangi bir çözüm için, baskılanan bir çözüm bulunuyor ise Yerel Pareto Set olarak adlandırılır.

**Global Pareto set :** Pareto setinde bulunan herhangi bir çözüm için, baskılanan çözüm yok ise Global Pareto Set olarak adlandırılır.

**Yerel Pareto Cephesi :** Yerel PS'ye karşılık gelen objektif uzaydaki tüm vektörlerin kümesi Yerel Pareto Cephesi olarak tanımlanır.

**Global Pareto Cephesi :** Global PS'ye karşılık gelen objektif uzaydaki tüm vektörlerin kümesi Global Pareto Cephesi olarak tanımlanır.



**Şekil 2.** PS ve PF Gösterimleri alınmıştır (Liang vd., 2019; Zhou ve Zhang, 2009; Zitzler vd., 2003; Zhou vd., 2009; Yue vd., 2019)

Çok amaçlı meta-sezgisel optimizasyon algoritmalarını pareto-tabanlı yaklaşıma göre tasarlamak mümkündür. Bunun için en yaygın kullanılan yöntemlerden biri baskılanamayan çözümlerden oluşan ve meta-sezgisel algoritmanın popülasyonuna benzer ikinci bir popülasyonun oluşturulmasıdır. Bu popülasyon "arşiv" olarak adlandırılır. Arşiv, baskılanamayan çözümlerden oluşturulur. Algoritma 1'de çok amaçlı optimizasyon algoritmalarında arşiv güncelleme süreci adım-adım açıklanmaktadır.

**Algoritma 1.** Pareto tabanlı arşiv oluşturma sürecinin sözde kodu

```

ArsivGuncelle (Arsiv_X, Arsiv_F, Populasyon, Fitness, ArsivBoyutSayisi)
Arsiv_X_temp=[ Arsiv_X ; Populasyon]; → Arşiv X ile popülasyon tek bir vektör haline getirilir.
Arsiv_F_temp=[ Arsiv_F ; Fitness]; → Arşiv F ile fitness vektörü tek bir vektör haline getirilir.
for i=1 to Arsiv_F_temp uzunluğu
    o(i)=0;
    for j=1 to i-1
        if baskınlık(i,j) → İki çözüm adayının birbirine olan baskınlık durumuna bakılır.
            o(j)=1 → i. çözüm j. çözümü baskıladı.
        elseif baskınlık(j,i)
            o(i)=1 → j. çözüm i. çözümü baskıladı.
        end if
    end for
end for
ArsivBoyutSayisi =0;
for i=1 to Arsiv_X_temp uzunluğu
    if (o(i) == 0) → Çözüm adayının baskınlık durumuna bakılarak Arşiv çözüm kümesine aktarılır.
        ArsivBoyutSayisi= ArsivBoyutSayisi +1;
        Arsiv_X_guncel (ArsivBoyutSayisi,:)= Arsiv_X_temp(i,:);
        Arsiv_F_guncel(ArsivBoyutSayisi,:)= Arsiv_F_temp(i,:);
    end if
end for

```

### 3. Deneysel Çalışmalar (Experimental Studies)

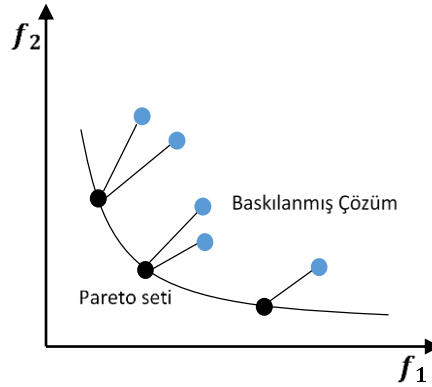
#### 3.1. Performans Metrikleri (Performance Metrics)

Algoritmaların performanslarını ölçmek amacıyla dört performans metriği kullanıldı. Bunlar pareto set yakınsaması (Pareto Sets Proximity), Ters Nesilsel Mesafe (Inverted Generational Distance), karar alanı kısmında (IGDX), objektif uzay alanında (IGDF) ve hiper-hacim (Hypervolume) metrikleridir. Bu metrikler arasında, pareto set alanındaki performansları karşılaştırmak için PSP ve IGDX kullanılırken, HV ve IGDF pareto cephesindeki performansı ölçmek için kullanılmıştır (Liang vd., 2019; Zhou ve Zhang, 2009; Zitzler vd., 2003; Zhou vd., 2009; Yue vd., 2019; Yue vd., 2018; Cavus vd., 2015; Luo vd., 2017; Köse, 2017).

##### 3.1.1. Ters nesilsel mesafe (Inverted generational distance, IGD)

GD metriğinde oluşan sorunları gidermek amacıyla önerilmiş bir metriktir. IGD metriği yakınsama ve çeşitliliği ölçmektedir.  $PF_t$  (veya  $PS_t$ )'deki her bir çözüm için kendisine en yakın olan  $PF_e$  (veya  $PS_e$ )'deki çözümü ile arasındaki öklid mesafesi hesaplanır ve bu mesafelerin ortalaması IGD metriğinin değerini vermektedir. Mesafe ölçümü olduğundan dolayı daha küçük değerler elde edilmesi istenilmektedir. Küçük IGD değerleri için elde edilen PF (veya PS), gerçek PF (veya PS)'e yakın olmalıdır. IGD metriği denklem 3.1 ile tanımlanmaktadır.

$PF_e$  = Pareto front estimated (Elde edilen pareto front),  $PF_t$  = Pareto front true (Gerçek pareto front)



Şekil 3. IGD metriği (Liang vd., 2019; Zhou ve Zhang, 2009; Zitzler vd., 2003; Zhou vd., 2009; Yue vd., 2019; Yue vd., 2018; Cavus vd., 2015; Luo vd., 2017; Köse, 2017)

ÇAO optimizasyon algoritmasının keşfettiği baskılanamayan çözümler ( $PF_e$ ) ile küresel en iyi pareto cephesinde yer alan gerçek çözümler ( $PF_t$ ) arasındaki öklid mesafesi temsili olarak Şekil 3'deki gibi gösterilebilir. Buna göre IGD metriği Eşitlik (3)'de verildiği gibi hesaplanır.

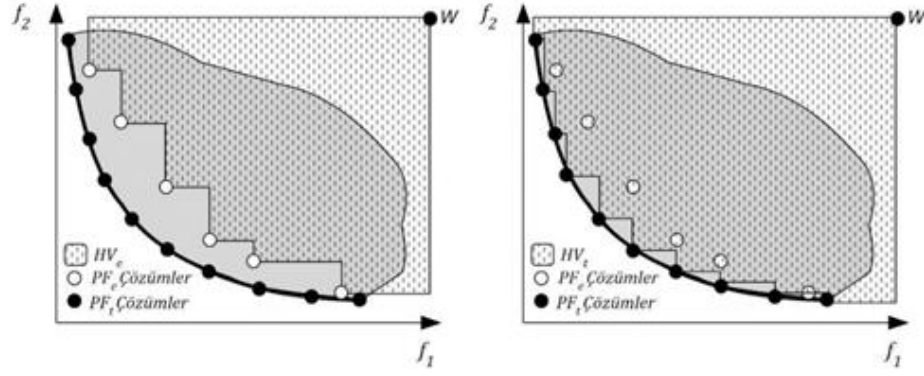
$$IGD(PF_e, PF_t) = \frac{\sum_{X \in PF_t} d(X, PF_e)}{|PF_t|} \quad (3)$$

##### 3.1.2. Hiper-Hacim (Hypervolume, HV)

HV metriği Zitzler ve Thiele tarafından önerilmiş popüler bir performans metriğidir. HV metriği yakınsama ve çeşitliliği ölçmektedir. Metrik değeri pareto set kümesinin oluşturduğu alanın (hacim) ölçülmesi ile elde edilir. HV metriğini ölçme kısmında referans nokta önemli bir etkidir. Değer ne kadar büyük olursa bastırılmış alanın boyutu o kadar büyük olacağından iyi bir sonuç elde edildiği anlaşılır. HV hesabı Eşitlik (4) ile tanımlanmaktadır.

W = Referans Noktası

$$HV = volume(\cup_{i=1}^n vol_i) \quad (4)$$



a) Elde edilen pareto cephesinde bulunan çözümlerin hiper-hacimi

b) Gerçek pareto cephesinde bulunan çözümlerin hiper-hacimi

Şekil 4. HV metriğinin görselleştirilmesi (Köse, 2017)

Elde edilen pareto cephesinin HV başarısı, gerçek pareto cephesinin HV değeri ile kıyaslanarak elde edilir. Elde edilen pareto cephesinin HV değeri, gerçek pareto cephesinin HV değerine yaklaştığı oranda başarılıdır (Liang vd., 2019; Zhou ve Zhang, 2009; Zitzler vd., 2003; Zhou vd., 2009; Yue vd., 2019; Yue vd., 2018; Cavus vd., 2015; Luo vd., 2017; Köse, 2017).

### 3.1.3. Pareto Set Yakınsaması (Pareto Sets Proximity, PSP)

PSP, elde edilen PS ve gerçek PS ile arasındaki benzerliği gösteren performans metriğidir. PSP hesabı Eşitlik (5) de verilmektedir (Liang vd., 2019; Zhou ve Zhang, 2009; Zitzler vd., 2003; Zhou vd., 2009; Yue vd., 2019; Yue vd., 2018; Cavus vd., 2015; Luo vd., 2017; Köse, 2017).

$$PSP = \frac{CR}{IGDX} \quad (5)$$

CR, kaplama oranı ve IGDX, karar alanındaki ters nesil mesafedir. Kaplama oranı (Cover Rate, CR), maksimum yayılmanın (maximum spread, MS) bir modifikasyonudur. MS metriği sahip olduğu dezavantajlardan dolayı performans değerini doğru yansıtamayabilir. Bu nedenle CR metriği kullanılmıştır. CR elde edilen PS ve gerçek PS arasındaki örtüşme oranını göstermektedir. CR metriği çeşitliliği ve yakınsamayı göstermemektedir. Bundan dolayı IGDX metriği ile birlikte kullanılmıştır. CR ve IGDX, PSP olarak elde edilen PS'nin sadece yakınsamasını yansıtmaz ayrıca gerçek PS ile elde edilen PS arasındaki çakışma oranını da temsil eder. Bu sebepten dolayı büyük PSP değerleri istenmektedir (Liang vd., 2019; Zhou ve Zhang, 2009; Zitzler vd., 2003; Zhou vd., 2009; Yue vd., 2019; Yue vd., 2018; Cavus vd., 2015; Luo vd., 2017; Köse, 2017).

## 3.2. Ayarlar (Settings)

Deneyel çalışmalarda, algoritmalar arası karşılaştırmaları eşit şartlar altında (adil) ve standartlara uygun bir şekilde gerçekleştirmek için CEC 2020 dokümanında tanımlı şartlar esas alınmıştır. Buna göre her bir karşılaştırma problemi için tekrar sayısı 21 dir. Popülasyon büyüklüğü  $200 \cdot N_{ops}$  dir.  $N_{ops}$  ise problem için elde edilmesi gereken PS sayısıdır. Arama süreci sonlandırma şartı amaç fonksiyonu azami değerlendirme sayısı (MaxFEs) dir. MaxFEs,  $10.000 \cdot N_{ops}$  olarak tanımlanmıştır.

## 3.3. CEC 2020 Çok Amaçlı Optimizasyon Problemleri (CEC 2020 Multi-Objective Optimization Problems)

CEC 2020'de tanımlı ÇAO test problemlerinin özellikleri Tablo 1'de verilmektedir (Liang vd., 2019). Tablo 1'in son sütununda,  $N_{ops}$  elde edilecek pareto set sayısını temsil etmektedir.  $N_{ops} = N_{global} + N_{local}$ , ifadesinde burada  $N_{global}$  elde edilmesi gereken global pareto set sayısını,  $N_{local}$  ise elde edilmesi gereken yerel pareto set sayısını temsil etmektedir. Yalnızca gölgeleme sorunlarının yerel pareto setinin alınması gerekir. MMF10 ve MMF10\_l denklemleri aynıdır, ancak referans verileri farklıdır. MMF10'un referans verileri sadece global pareto set ve pareto cepheyi içerirken, MMF10\_l verileri hem yerel hem de global pareto set ve pareto cepheyi içerir. MMF11\_l, MMF12\_l, MMF13\_l, MMF15\_l ve MMF15\_a\_l problemleri içinde aynı durum geçerlidir.

**Tablo 1.** CEC 2020’de tanımlı ÇAO problemlerinin özellikleri (Liang vd., 2019)

	Problem ismi	ölçeklenebilir değişken sayısı	ölçeklenebilir hedef sayısı	Pareto en iyi bilinen	Pareto cephe geometrisi	Pareto set geometrisi	Ölçeklenebilir Pareto seti sayısı	N_Ops ( N_global + N_local)
1	MMF1	X	X	✓	Dışbükey	Doğrusal Olm.	X	2 + 0
2	MMF2	X	X	✓	Dışbükey	Doğrusal Olm.	X	2 + 0
3	MMF4	X	X	✓	İçbükey	Doğrusal Olm.	X	2 + 0
4	MMF5	X	X	✓	Dışbükey	Doğrusal Olm.	X	2 + 0
5	MMF7	X	X	✓	Dışbükey	Doğrusal Olm.	X	2 + 0
6	MMF8	X	X	✓	İçbükey	Doğrusal Olm.	X	2 + 0
7	MMF10	X	X	✓	Dışbükey	Doğrusal	X	1 + 0
8	MMF11	X	X	✓	Dışbükey	Doğrusal	✓	1 + 0
9	MMF12	X	X	✓	Dışbükey	Doğrusal	✓	1 + 0
10	MMF13	X	X	✓	Dışbükey	Doğrusal Olm.	✓	1 + 0
11	MMF14	✓	✓	✓	İçbükey	Doğrusal	✓	2 + 0
12	MMF15	✓	✓	✓	İçbükey	Doğrusal	✓	1 + 0
13	MMF1_e	X	X	✓	Dışbükey	Doğrusal Olm.	X	2 + 0
14	MMF14_a	✓	✓	✓	İçbükey	Doğrusal Olm.	✓	2 + 0
15	MMF15_a	✓	✓	✓	İçbükey	Doğrusal Olm.	✓	1 + 0
16	MMF10_l	X	X	✓	Dışbükey	Doğrusal	X	1 + 1
17	MMF11_l	X	X	✓	Dışbükey	Doğrusal	✓	1 + 1
18	MMF12_l	X	X	✓	Dışbükey	Doğrusal	✓	1 + 1
19	MMF13_l	X	X	✓	Dışbükey	Doğrusal Olm.	✓	1 + 1
20	MMF15_l	✓	✓	✓	İçbükey	Doğrusal	✓	1 + 1
21	MMF15_a_l	✓	✓	✓	İçbükey	Doğrusal Olm.	✓	1 + 1
22	MMF16_l1	✓	✓	✓	İçbükey	Doğrusal	✓	2 + 1
23	MMF16_l2	✓	✓	✓	İçbükey	Doğrusal	✓	1 + 2
24	MMF16_l3	✓	✓	✓	İçbükey	Doğrusal	✓	2+2

### 3.4. Çok Amaçlı Optimizasyon Algoritmaları (Multi-objective Optimization Algorithms)

Bu makale çalışmasında meta-sezgisel arama tabanlı çok amaçlı optimizasyon algoritmaları arasından sekiz algoritma seçilmiştir. Algoritmaların seçilmesinde dikkate alınan hususlar güncellik ve yaygın kullanımdır. Buna göre literatürdeki en popüler ÇAO optimizasyon algoritması olan NSGA-II (Deb vd., 2000; Deb vd., 2002), bu algoritmanın güncel bir versiyonu olan DN-NSGA-II (Osawa vd., 2019; Liu vd., 2018; ), sık kullanılan bir başka algoritma olan OMNI (Deb ve Tiwari, 2008), güncel diğer algoritmalar olan MSSA (Mirjalili vd., 2017), MOMVO (Mirjalili vd., 2017), MOALO (Mirjalili vd., 2017), MODA (Mirjalili, 2016) ve MO Ring PSO SCD (Yue vd., 2018) kullanılmıştır.

#### 4. Deneysel Sonuçlar (Experimental Results)

CEC 2020 çok amaçlı problem setindeki her bir problem için tüm algoritmalar 21 kez çalıştırılmış ve her bir çalıştırma sonucunda hesaplanan HV, PSP, IGDX ve IGDF metrikleri hesaplanmıştır. Metrik değerleri Tablo 2’de verilmiştir. Çizelgelere en iyi ve ikinci en iyi değerleri koyu gri ve açık gri olarak belirtilmiştir.

**Tablo 2.** CAO algoritmaların CEC 2020 problemleri üzerinde metriklerin elde ettiği ortalama ve standart sapma değerleri

		NSGA-II	MSSA	OMNI	MOALO	DN-NSGAI	MODA	MO Ring PSO SCD	MOMVO
MMF1	HV <sup>-</sup>	1.1438 ± 0.0006	1.1654 ± 0.0034	1.1441 ± 0.0005	1.1554 ± 0.0029	1.1447 ± 0.0007	1.1545 ± 0.0034	1.1449 ± 0.0002	1.1673 ± 0.0055
	PSP	0.0728 ± 0.0110	0.1508 ± 0.0197	0.0540 ± 0.0101	0.0912 ± 0.0182	0.0603 ± 0.0131	0.0771 ± 0.0052	0.0301 ± 0.0013	0.1256 ± 0.0174
	IGDX	0.0718 ± 0.0105	0.0131 ± 0.0018	0.0533 ± 0.0096	0.0902 ± 0.0174	0.0599 ± 0.0130	0.0767 ± 0.0050	0.0297 ± 0.0013	0.1223 ± 0.0161
	IGDF	0.0015 ± 0.0002	0.1481 ± 0.0189	0.0017 ± 0.0001	0.0073 ± 0.0015	0.0021 ± 0.0002	0.0060 ± 0.0007	0.0020 ± 0.0001	0.0124 ± 0.0026
MMF2	HV <sup>-</sup>	1.1500 ± 0.0061	1.2014 ± 0.0401	1.1493 ± 0.0038	1.2163 ± 0.0215	1.1607 ± 0.0205	1.2688 ± 0.0598	1.1705 ± 0.0049	1.3241 ± 0.0663
	PSP	0.0661 ± 0.0344	0.0960 ± 0.0324	0.0576 ± 0.0387	0.1673 ± 0.1127	0.0653 ± 0.0301	0.1103 ± 0.0394	0.0279 ± 0.0095	0.2660 ± 0.1935
	IGDX	0.0628 ± 0.0307	0.0877 ± 0.0302	0.0551 ± 0.0359	0.1433 ± 0.0801	0.0604 ± 0.0242	0.1005 ± 0.0322	0.0276 ± 0.0086	0.1860 ± 0.1009
	IGDF	0.0045 ± 0.0030	0.0221 ± 0.0048	0.0043 ± 0.0019	0.0283 ± 0.0073	0.0117 ± 0.0156	0.0506 ± 0.0181	0.0138 ± 0.0025	0.0896 ± 0.0576
MMF4	HV <sup>-</sup>	1.8467 ± 0.0003	1.8999 ± 0.0138	1.8476 ± 0.0002	1.8726 ± 0.0059	1.8490 ± 0.0005	1.8679 ± 0.0093	1.8516 ± 0.0009	1.8814 ± 0.0142
	PSP	0.0790 ± 0.0192	0.1306 ± 0.0308	0.0468 ± 0.0181	0.0690 ± 0.0232	0.0459 ± 0.0154	0.0432 ± 0.0047	0.0160 ± 0.0007	0.0789 ± 0.0142
	IGDX	0.0782 ± 0.0186	0.1273 ± 0.0285	0.0466 ± 0.0181	0.0682 ± 0.0230	0.0458 ± 0.0154	0.0431 ± 0.0046	0.0160 ± 0.0007	0.0767 ± 0.0134
	IGDF	0.0012 ± 0.0001	0.0109 ± 0.0025	0.0014 ± 0.0001	0.0048 ± 0.0008	0.0016 ± 0.0001	0.0044 ± 0.0005	0.0018 ± 0.0002	0.0072 ± 0.0017
MMF5	HV <sup>-</sup>	1.1433 ± 0.0003	1.1604 ± 0.0031	1.1437 ± 0.0005	1.1533 ± 0.0029	1.1443 ± 0.0006	1.1547 ± 0.0048	1.1449 ± 0.0003	1.1643 ± 0.0055
	PSP	0.1362 ± 0.0144	0.2470 ± 0.0407	0.1167 ± 0.0104	0.1523 ± 0.0226	0.1117 ± 0.0086	0.1275 ± 0.0089	0.0553 ± 0.0022	0.2027 ± 0.0186
	IGDX	0.1353 ± 0.0144	0.2395 ± 0.0375	0.1156 ± 0.0100	0.1505 ± 0.0218	0.1104 ± 0.0077	0.1267 ± 0.0088	0.0547 ± 0.0022	0.1951 ± 0.0156
	IGDF	0.0014 ± 0.0001	0.0101 ± 0.0017	0.0015 ± 0.0001	0.0059 ± 0.0008	0.0017 ± 0.0001	0.0055 ± 0.0005	0.0020 ± 0.0001	0.0116 ± 0.0029
MMF7	HV <sup>-</sup>	1.1433 ± 0.0003	1.1616 ± 0.0024	1.1437 ± 0.0001	1.1540 ± 0.0034	1.1451 ± 0.0010	1.1512 ± 0.0013	1.1445 ± 0.0002	1.1536 ± 0.0030
	PSP	0.0455 ± 0.0094	0.1459 ± 0.0437	0.0240 ± 0.0062	0.0768 ± 0.0176	0.0285 ± 0.0066	0.0449 ± 0.0101	0.0157 ± 0.0008	0.0618 ± 0.0101
	IGDX	0.0444 ± 0.0082	0.1079 ± 0.0206	0.0237 ± 0.0059	0.0730 ± 0.0160	0.0281 ± 0.0061	0.0442 ± 0.0097	0.0157 ± 0.0008	0.0579 ± 0.0092
	IGDF	0.0013 ± 0.0001	0.0123 ± 0.0015	0.0015 ± 0.0001	0.0071 ± 0.0017	0.0019 ± 0.0001	0.0054 ± 0.0006	0.0018 ± 0.0001	0.0066 ± 0.0014
MMF8	HV <sup>-</sup>	2.3634 ± 0.0002	2.4432 ± 0.0865	2.3647 ± 0.0003	2.4085 ± 0.0228	2.3687 ± 0.0016	2.4404 ± 0.0220	2.3819 ± 0.0076	2.4737 ± 0.0602
	PSP	0.6670 ± 0.2383	0.5897 ± 0.2202	0.1564 ± 0.0695	0.4698 ± 0.2736	0.1452 ± 0.0396	0.2022 ± 0.0521	0.0408 ± 0.0031	0.5163 ± 0.1601
	IGDX	0.5583 ± 0.1778	0.4883 ± 0.1548	0.1538 ± 0.0680	0.4109 ± 0.2136	0.1428 ± 0.0381	0.1920 ± 0.0458	0.0412 ± 0.0028	0.4596 ± 0.1421
	IGDF	0.0013 ± 0.0000	0.0065 ± 0.0008	0.0015 ± 0.0001	0.0081 ± 0.0029	0.0020 ± 0.0002	0.0123 ± 0.0032	0.0029 ± 0.0002	0.0144 ± 0.0058
MMF10	HV <sup>-</sup>	0.0824 ± 0.0030	0.0838 ± 0.0019	0.0813 ± 0.0032	0.0834 ± 0.0019	0.0818 ± 0.0024	0.0810 ± 0.0021	0.0794 ± 0.0004	0.0856 ± 0.0010
	PSP	0.1721 ± 0.1370	0.1565 ± 0.0756	0.1549 ± 0.1406	0.1457 ± 0.0859	0.1419 ± 0.1154	0.0526 ± 0.0274	0.0223 ± 0.0061	0.2265 ± 0.0764
	IGDX	0.1689 ± 0.1379	0.1496 ± 0.0759	0.1522 ± 0.1403	0.1409 ± 0.0870	0.1403 ± 0.1162	0.0510 ± 0.0257	0.0225 ± 0.0053	0.2196 ± 0.0777
	IGDF	0.1644 ± 0.1087	0.2342 ± 0.0632	0.1592 ± 0.1229	0.2319 ± 0.0831	0.1724 ± 0.0963	0.1515 ± 0.0595	0.0930 ± 0.0162	0.2870 ± 0.0471



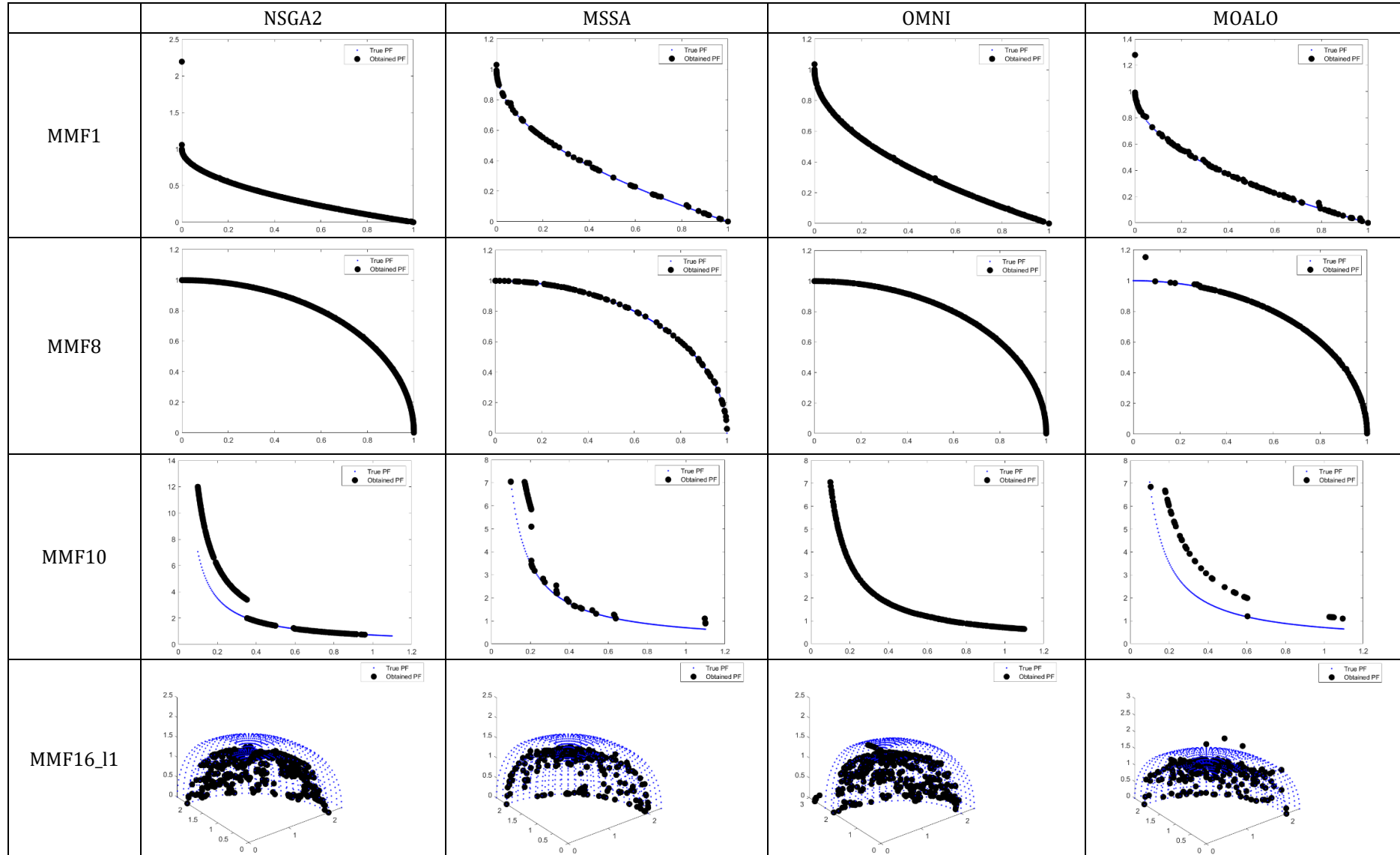
Tablo 2 (Devamı)

		NSGA2	MSSA	OMNI	MOALO	DN-NSGAI	MODA	MO Ring PSO SCD	MOMVO
MMF11	HV-	0.0689 ± 0.0000	0.0696 ± 0.0006	0.0689 ± 0.0000	0.0697 ± 0.0004	0.0689 ± 0.0000	0.0697 ± 0.0005	0.0690 ± 0.0000	0.0699 ± 0.0004
	PSP	0.0034 ± 0.0005	0.0136 ± 0.0045	0.0044 ± 0.0002	0.0176 ± 0.0069	0.0045 ± 0.0003	0.0155 ± 0.0035	0.0055 ± 0.0003	0.0212 ± 0.0058
	IGDX	0.0034 ± 0.0005	0.0134 ± 0.0045	0.0044 ± 0.0002	0.0167 ± 0.0058	0.0045 ± 0.0003	0.0155 ± 0.0035	0.0055 ± 0.0003	0.0206 ± 0.0054
	IGDF	0.0109 ± 0.0007	0.0500 ± 0.0137	0.0121 ± 0.0010	0.0698 ± 0.0204	0.0149 ± 0.0024	0.0659 ± 0.0277	0.0174 ± 0.0012	0.0763 ± 0.0261
MMF12	HV-	0.6525 ± 0.0495	0.6456 ± 0.0078	0.6512 ± 0.0495	0.6849 ± 0.0752	0.6518 ± 0.0494	0.6870 ± 0.0437	0.6398 ± 0.0019	0.7160 ± 0.0875
	PSP	0.0076 ± 0.0152	0.0070 ± 0.0025	0.0052 ± 0.0097	0.0093 ± 0.0082	0.0054 ± 0.0097	0.0155 ± 0.0051	0.0039 ± 0.0005	0.0213 ± 0.0164
	IGDX	0.0076 ± 0.0152	0.0070 ± 0.0025	0.0052 ± 0.0097	0.0092 ± 0.0037	0.0054 ± 0.0097	0.0154 ± 0.0051	0.0040 ± 0.0005	0.0213 ± 0.0163
	IGDF	0.0077 ± 0.0140	0.0160 ± 0.0063	0.0055 ± 0.0099	0.0239 ± 0.0168	0.0059 ± 0.0098	0.0388 ± 0.0109	0.0072 ± 0.0010	0.0497 ± 0.0264
MMF13	HV-	0.0542 ± 0.0000	0.0546 ± 0.0001	0.0543 ± 0.0000	0.0549 ± 0.0004	0.0543 ± 0.0000	0.0546 ± 0.0001	0.0545 ± 0.0000	0.0551 ± 0.0005
	PSP	0.0993 ± 0.0246	0.0827 ± 0.0142	0.0711 ± 0.0154	0.0913 ± 0.0888	0.0767 ± 0.0119	0.0746 ± 0.0175	0.0372 ± 0.0017	0.0956 ± 0.0413
	IGDX	0.0873 ± 0.0169	0.0814 ± 0.0125	0.0694 ± 0.0117	0.0843 ± 0.0129	0.0740 ± 0.0091	0.0732 ± 0.0154	0.0368 ± 0.0016	0.0834 ± 0.0221
	IGDF	0.0138 ± 0.0008	0.0555 ± 0.0119	0.0154 ± 0.0009	0.0787 ± 0.0236	0.0230 ± 0.0040	0.0560 ± 0.0152	0.0307 ± 0.0040	0.0836 ± 0.0282
MMF14	HV-	0.3529 ± 0.0059	0.3449 ± 0.0151	0.3332 ± 0.0077	0.3434 ± 0.0263	0.3252 ± 0.0111	0.3298 ± 0.0154	0.3340 ± 0.0347	0.3447 ± 0.0410
	PSP	0.0932 ± 0.0073	0.0714 ± 0.0041	0.0805 ± 0.0076	0.0763 ± 0.0740	0.0861 ± 0.0077	0.0595 ± 0.0032	0.0461 ± 0.0010	0.0656 ± 0.0066
	IGDX	0.0932 ± 0.0073	0.0714 ± 0.0041	0.0805 ± 0.0076	0.0763 ± 0.0065	0.0861 ± 0.0077	0.0595 ± 0.0032	0.0462 ± 0.0010	0.0655 ± 0.0066
	IGDF	0.0989 ± 0.0060	0.0898 ± 0.0035	0.0857 ± 0.0028	0.0981 ± 0.0067	0.0976 ± 0.0056	0.0875 ± 0.0040	0.0687 ± 0.0018	0.0947 ± 0.0114
MMF15	HV-	0.2392 ± 0.0077	0.2419 ± 0.0155	0.2377 ± 0.0085	0.2486 ± 0.0228	0.2375 ± 0.0225	0.2410 ± 0.0140	0.2471 ± 0.0145	0.2408 ± 0.0298
	PSP	0.0798 ± 0.0090	0.0758 ± 0.0070	0.0685 ± 0.0039	0.0809 ± 0.0786	0.0790 ± 0.0077	0.0682 ± 0.0046	0.0521 ± 0.0027	0.0714 ± 0.0131
	IGDX	0.0798 ± 0.0090	0.0757 ± 0.0070	0.0685 ± 0.0039	0.0804 ± 0.0128	0.0790 ± 0.0077	0.0682 ± 0.0046	0.0522 ± 0.0027	0.0712 ± 0.0132
	IGDF	0.1491 ± 0.0164	0.1523 ± 0.0135	0.1387 ± 0.0071	0.1675 ± 0.0250	0.1621 ± 0.0133	0.1396 ± 0.0091	0.1077 ± 0.0047	0.1604 ± 0.0301
MMF1_e	HV-	1.1553 ± 0.0081	1.1648 ± 0.0050	1.1524 ± 0.0098	1.3751 ± 0.4284	1.1974 ± 0.0730	66.27 ± 207.56	1.1705 ± 0.0203	1.2970 ± 0.8070
	PSP	2.0256 ± 1.6025	3.1222 ± 2.0794	1.6424 ± 1.1769	3.7484 ± 2.4949	1.2221 ± 0.5535	0.6279 ± 0.1264	0.3679 ± 0.1165	7.0308 ± 6.7897
	IGDX	1.2116 ± 0.5293	1.6347 ± 0.6330	1.0741 ± 0.5298	1.7560 ± 0.8132	0.8570 ± 0.3219	0.5630 ± 0.0959	0.3616 ± 0.0843	2.2101 ± 0.9142
	IGDF	0.0087 ± 0.0063	0.0132 ± 0.0035	0.0055 ± 0.0064	0.0226 ± 0.0100	0.0161 ± 0.0206	0.0231 ± 0.0064	0.0078 ± 0.0009	0.0444 ± 0.0156
MMF14_a	HV-	0.3486 ± 0.0067	0.3419 ± 0.0201	0.3257 ± 0.0094	0.3493 ± 0.0384	0.3102 ± 0.0089	0.3098 ± 0.0154	0.3479 ± 0.0307	0.3571 ± 0.0520
	PSP	0.1200 ± 0.0133	0.1170 ± 0.0092	0.0981 ± 0.0079	0.0975 ± 0.0960	0.1084 ± 0.0073	0.0995 ± 0.0072	0.0529 ± 0.0015	0.0858 ± 0.0064
	IGDX	0.1200 ± 0.0133	0.1165 ± 0.0091	0.0981 ± 0.0079	0.0975 ± 0.0089	0.1084 ± 0.0073	0.0995 ± 0.0072	0.0529 ± 0.0015	0.0855 ± 0.0064
	IGDF	0.1045 ± 0.0078	0.1036 ± 0.0061	0.0907 ± 0.0040	0.0904 ± 0.0051	0.1067 ± 0.0040	0.0909 ± 0.0056	0.0678 ± 0.0020	0.1029 ± 0.0094
MMF15_a	HV-	0.2334 ± 0.0061	0.2299 ± 0.0151	0.2341 ± 0.0070	0.2429 ± 0.0152	0.2318 ± 0.0109	0.2200 ± 0.0118	0.2409 ± 0.0083	0.2378 ± 0.0255
	PSP	0.1005 ± 0.0087	0.1006 ± 0.0089	0.0908 ± 0.0057	0.0904 ± 0.0076	0.1017 ± 0.0111	0.0891 ± 0.0099	0.0554 ± 0.0026	0.0845 ± 0.0077
	IGDX	0.1005 ± 0.0087	0.1001 ± 0.0084	0.0908 ± 0.0057	0.0903 ± 0.0076	0.1017 ± 0.0111	0.0891 ± 0.0099	0.0560 ± 0.0026	0.0837 ± 0.0077
	IGDF	0.1568 ± 0.0121	0.1623 ± 0.0134	0.1482 ± 0.0118	0.1541 ± 0.0103	0.1663 ± 0.0180	0.1353 ± 0.0106	0.1051 ± 0.0035	0.1626 ± 0.0142
MMF10_l	HV-	0.0795 ± 0.0020	0.0820 ± 0.0013	0.0795 ± 0.0024	0.0824 ± 0.0020	0.0803 ± 0.0021	0.0845 ± 0.0058	0.0788 ± 0.0002	0.0856 ± 0.0007
	PSP	4.5676 ± 4.2287	0.1216 ± 0.0355	4.6126 ± 4.0495	0.5144 ± 1.2357	2.4829 ± 3.2777	2.0880 ± 2.9215	0.1720 ± 0.0088	0.1646 ± 0.1103
	IGDX	0.1801 ± 0.0265	0.1164 ± 0.0309	0.1835 ± 0.0333	0.1243 ± 0.0369	0.1622 ± 0.0412	0.1662 ± 0.0674	0.1680 ± 0.0030	0.1174 ± 0.0386
	IGDF	0.1957 ± 0.0257	0.2495 ± 0.0338	0.1853 ± 0.0372	0.2643 ± 0.0462	0.1900 ± 0.0290	0.3547 ± 0.1662	0.1826 ± 0.0116	0.1648 ± 0.0281

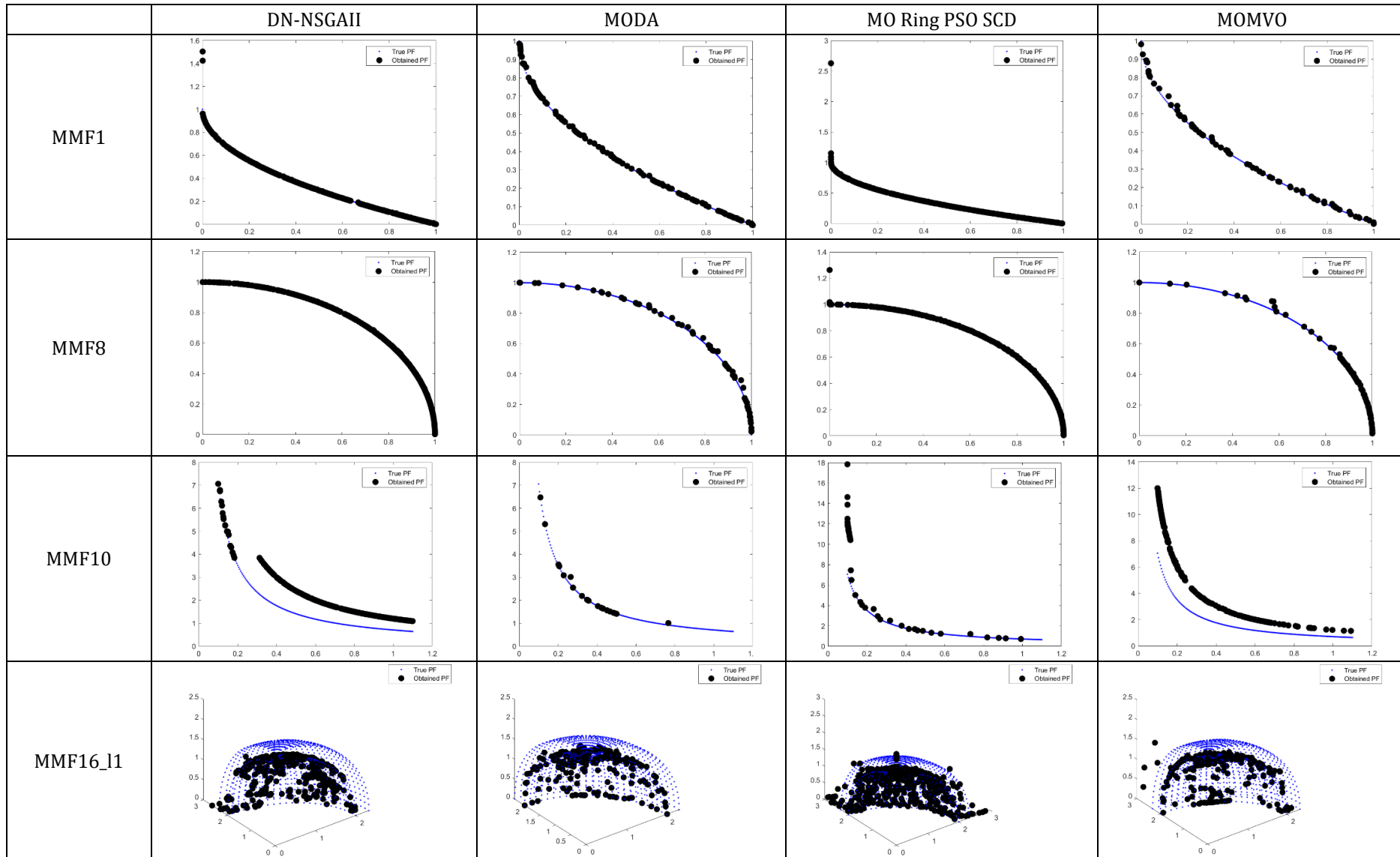
Tablo 2 (Devamı)

		NSGA2	MSSA	OMNI	MOALO	DN-NSGAI	MODA	MO Ring PSO SCD	MOMVO
MMF11_1	HV <sup>-</sup>	0.0688 ± 0.0000	0.0691 ± 0.0001	0.0688 ± 0.0000	0.0693 ± 0.0002	0.0688 ± 0.0000	0.0696 ± 0.0002	0.0689 ± 0.0000	0.0693 ± 0.0002
	PSP	3.3032 ± 0.5685	1.3471 ± 0.1402	2.1433 ± 0.1020	1.3930 ± 0.4630	2.0156 ± 0.1892	0.9081 ± 0.3690	0.2084 ± 0.4840	1.0695 ± 0.1587
	IGDX	0.2510 ± 0.0003	0.2512 ± 0.0016	0.2501 ± 0.0003	0.2511 ± 0.0023	0.2502 ± 0.0002	0.2382 ± 0.0254	0.2132 ± 0.0273	0.2489 ± 0.0017
	IGDF	0.0914 ± 0.0002	0.1111 ± 0.0056	0.0918 ± 0.0004	0.1210 ± 0.0129	0.0926 ± 0.0006	0.1351 ± 0.0217	0.0818 ± 0.0067	0.1142 ± 0.0082
MMF12_1	HV <sup>-</sup>	0.6352 ± 0.0000	0.6428 ± 0.0075	0.6353 ± 0.0000	0.6507 ± 0.0213	0.6354 ± 0.0001	0.6830 ± 0.0331	0.6375 ± 0.0009	0.6761 ± 0.0442
	PSP	4.8645 ± 1.4937	1.7174 ± 0.3463	2.6591 ± 0.1184	1.5003 ± 0.5231	2.6297 ± 0.1715	1.1055 ± 0.7552	0.1718 ± 0.5783	1.1855 ± 0.3924
	IGDX	0.2470 ± 0.0003	0.2460 ± 0.0013	0.2463 ± 0.0002	0.2405 ± 0.0184	0.2465 ± 0.0003	0.2337 ± 0.0406	0.1877 ± 0.0444	0.2415 ± 0.0186
	IGDF	0.0822 ± 0.0000	0.0910 ± 0.0060	0.0822 ± 0.0001	0.0904 ± 0.0081	0.0824 ± 0.0001	0.1121 ± 0.0154	0.0637 ± 0.0121	0.1070 ± 0.0145
MMF13_1	HV <sup>-</sup>	0.0542 ± 0.0000	0.0544 ± 0.0000	0.0542 ± 0.0000	0.0546 ± 0.0002	0.0542 ± 0.0000	0.0547 ± 0.0002	0.0543 ± 0.0000	0.0546 ± 0.0001
	PSP	0.7024 ± 0.1188	0.5760 ± 0.0371	0.5865 ± 0.0168	0.5676 ± 0.0710	0.6035 ± 0.0375	0.4676 ± 0.1266	0.3131 ± 0.0820	0.5859 ± 0.0874
	IGDX	0.2940 ± 0.0154	0.2777 ± 0.0093	0.2781 ± 0.0075	0.2804 ± 0.0132	0.2834 ± 0.0122	0.2568 ± 0.0248	0.2309 ± 0.0169	0.2768 ± 0.0177
	IGDF	0.1448 ± 0.0007	0.1607 ± 0.0057	0.1454 ± 0.0010	0.1832 ± 0.0196	0.1476 ± 0.0027	0.1889 ± 0.0205	0.0882 ± 0.0135	0.1779 ± 0.0226
MMF15_1	HV <sup>-</sup>	0.2369 ± 0.0031	0.2360 ± 0.0118	0.2335 ± 0.0061	0.2412 ± 0.0120	0.2309 ± 0.0119	0.2358 ± 0.0095	0.2330 ± 0.0080	0.2408 ± 0.0185
	PSP	0.4828 ± 0.1766	0.5371 ± 0.0964	0.3534 ± 0.1420	0.2208 ± 0.0480	0.2992 ± 0.1206	0.4506 ± 0.1281	0.1476 ± 0.0183	0.2879 ± 0.1255
	IGDX	0.2638 ± 0.0141	0.2647 ± 0.0089	0.2450 ± 0.0196	0.2099 ± 0.0298	0.2376 ± 0.0225	0.2564 ± 0.0136	0.1480 ± 0.0183	0.2269 ± 0.0318
	IGDF	0.2058 ± 0.0083	0.2018 ± 0.0037	0.1908 ± 0.0062	0.2005 ± 0.0101	0.2009 ± 0.0064	0.2004 ± 0.0072	0.1653 ± 0.0029	0.1964 ± 0.0080
MMF15_a_1	HV <sup>-</sup>	0.2357 ± 0.0043	0.2293 ± 0.0088	0.2293 ± 0.0078	0.2399 ± 0.0161	0.2296 ± 0.0105	0.2095 ± 0.0058	0.2365 ± 0.0074	0.2394 ± 0.0168
	PSP	0.2707 ± 0.0286	0.2822 ± 0.0137	0.2429 ± 0.0340	0.2092 ± 0.0278	0.2139 ± 0.0267	0.2524 ± 0.0274	0.1584 ± 0.0124	0.2026 ± 0.0255
	IGDX	0.2285 ± 0.0087	0.2329 ± 0.0049	0.2103 ± 0.0146	0.1965 ± 0.0167	0.2046 ± 0.0160	0.2250 ± 0.0063	0.1571 ± 0.0119	0.1917 ± 0.0176
	IGDF	0.2041 ± 0.0085	0.2112 ± 0.0053	0.1934 ± 0.0058	0.1891 ± 0.0056	0.2124 ± 0.0091	0.2031 ± 0.0063	0.1661 ± 0.0028	0.1986 ± 0.0093
MMF16_11	HV <sup>-</sup>	0.2348 ± 0.0025	0.2301 ± 0.0088	0.2305 ± 0.0055	0.2356 ± 0.0187	0.2272 ± 0.0109	0.2262 ± 0.0089	0.2312 ± 0.0107	0.2373 ± 0.0134
	PSP	0.2020 ± 0.0334	0.2108 ± 0.0168	0.1972 ± 0.0310	0.1581 ± 0.0241	0.1962 ± 0.0312	0.2094 ± 0.0161	0.1096 ± 0.0082	0.1623 ± 0.0385
	IGDX	0.1763 ± 0.0075	0.1639 ± 0.0032	0.1662 ± 0.0076	0.1530 ± 0.0127	0.1691 ± 0.0058	0.1633 ± 0.0031	0.1086 ± 0.0082	0.1478 ± 0.0186
	IGDF	0.1619 ± 0.0065	0.1589 ± 0.0039	0.1505 ± 0.0041	0.1612 ± 0.0073	0.1574 ± 0.0045	0.1680 ± 0.0050	0.1293 ± 0.0021	0.1662 ± 0.0083
MMF16_12	HV <sup>-</sup>	0.2354 ± 0.0024	0.2332 ± 0.0079	0.2297 ± 0.0048	0.2364 ± 0.0103	0.2243 ± 0.0067	0.2280 ± 0.0089	0.2334 ± 0.0131	0.2326 ± 0.0176
	PSP	0.6264 ± 0.2357	0.6630 ± 0.1583	0.5064 ± 0.2021	0.3454 ± 0.1332	0.4416 ± 0.1775	0.5268 ± 0.1781	0.1902 ± 0.0181	0.3477 ± 0.1355
	IGDX	0.3255 ± 0.0205	0.3262 ± 0.0130	0.3106 ± 0.0234	0.2791 ± 0.0345	0.3031 ± 0.0284	0.3088 ± 0.0232	0.1955 ± 0.0179	0.2767 ± 0.0337
	IGDF	0.2445 ± 0.0080	0.2395 ± 0.0044	0.2300 ± 0.0073	0.2356 ± 0.0080	0.2323 ± 0.0074	0.2386 ± 0.0057	0.2005 ± 0.0033	0.2328 ± 0.0110
MMF16_13	HV <sup>-</sup>	0.2351 ± 0.0020	0.2309 ± 0.0094	0.2275 ± 0.0050	0.2280 ± 0.0118	0.2238 ± 0.0068	0.2260 ± 0.0072	0.2290 ± 0.0076	0.2326 ± 0.0150
	PSP	0.2750 ± 0.0378	0.2831 ± 0.0268	0.2814 ± 0.0351	0.2341 ± 0.0440	0.2627 ± 0.0360	0.2910 ± 0.0175	0.1445 ± 0.0092	0.2092 ± 0.0397
	IGDX	0.2201 ± 0.0070	0.2109 ± 0.0053	0.2139 ± 0.0064	0.1997 ± 0.0144	0.2142 ± 0.0067	0.2128 ± 0.0029	0.1451 ± 0.0092	0.1904 ± 0.0158
	IGDF	0.1955 ± 0.0059	0.1933 ± 0.0040	0.1876 ± 0.0039	0.1896 ± 0.0051	0.1892 ± 0.0035	0.2023 ± 0.0039	0.1628 ± 0.0035	0.1966 ± 0.0080

**Tablo 3.** CEC 2020 ÇAO optimizasyon problemleri için üretilen Pareto-optimal yüzeyler



Tablo 3 (Devamı)



Tablo 2’de  $HV^-$  metriği incelendiğinde OMNI algoritması 24 problemin 15 (5+10) tanesinde en iyi ve ikinci en iyi sonucu elde ederek en başarılı algoritma olduğu belirlenmiştir. NSGAI 12 (10+2), MSSA 2 (0+2), MOALO 0 (0+0), DN-NSGAI 11 (8+3), MODA 8 (4+4), MO Ring PSO SCD 7 (3+4) ve MOMVO 0 (0+0) problemde en iyi ve ikinci iyi sonucu elde etmiştir.

Tablo 2’de IGDX metriği incelendiğinde MO Ring PSO SCD algoritması 24 problemin 22 (21+1) tanesinde en iyi ve ikinci en iyi sonucu elde ederek en başarılı algoritma olduğu belirlenmiştir. NSGAI 1 (1+0), MSSA 2 (2+0), OMNI 5 (0+5), MOALO 1 (0+1), DN-NSGAI 2 (0+2), MODA 8 (0+8) ve MOMVO 7 (0+7) problemde en iyi ve ikinci iyi sonucu elde etmiştir.

Tablo 3’de rakip algoritmaların dört farklı problem üzerindeki pareto cepheleri verilmektedir. Elde edilen pareto cepheleri ile küresel en iyi cepheler arasındaki örtüşme miktarlarının görselleştirilmesi açısından bu şekiller sunulmuştur. Bu bilgilerin istatistiksel olarak değerlendirilmesi ise Tablo 4’de sunulmaktadır.

**Tablo 4.** ÇAO algoritmaların CEC 2020 problemleri üzerinde  $HV^-$  ve IGDX metriklerine göre elde ettikleri Friedman test sıralamaları

Algoritma	$HV^-$	IGDX
NSGA2	3.1488	5.7698
MSSA	5.4425	5.9067
OMNI	<b>2.8492</b>	4.0675
MOALO	5.7540	4.9464
DN-NSGAI	3.1567	4.4643
MODA	5.1329	4.4266
MO Ring PSO SCD	4.1667	<b>1.5020</b>
MOMVO	6.3492	4.9167

Tablo 4’de  $HV^-$  ve IGDX metrik değerine göre Friedman analiz sonuçları verilmiştir. Friedman testi, algoritmaların problem seti üzerinde elde ettiği ortalama başarı sırasını hesaplamaktadır.  $HV^-$  ve IGDX metriğinin küçük olması istenilmektedir. Her metrik için en iyi ve ikinci en iyi ortalama başarı sırasına sahip algoritma koyu gri ve açık gri olarak gösterilmiştir. Omni algoritmasının  $HV^-$  metriğinde en iyi IGDX metriğinde ise ikinci en iyi algoritma olmuştur. Bunun yanında “MO Ring PSO SCD” algoritması IGDX metriğine göre açık ara öndedir.

## 5. Sonuç ve Tartışma (Result and Discussion)

Bu makale çalışmasında literatürde yer alan güncel, güçlü ve iyi bilinen ÇAO optimizasyon algoritmaları üzerine yürütülen kapsamlı bir deneysel çalışmadan önemli bilgiler elde edilmiştir. Elde edilen bilgiler rakip algoritmaların CEC 2020 çok amaçlı optimizasyon problemleri üzerindeki performanslarını karşılaştırmalı olarak ortaya koymaktadır. Üstelik elde edilen veriler parametrik olmayan test yöntemleri kullanılarak analiz edilmiştir. Analiz sonuçlarına göre Pareto cephesi en güçlü algoritma (IGDX metriğine göre) “MO\_Ring\_PSO\_SCD” yöntemidir. Bunun yanında, MO\_Ring\_PSO\_SCD algoritmasının  $HV^-$  metriğine göre performansı değerlendirildiğinde sekiz algoritma arasında dördüncü sırada yer aldığı görülmektedir. Bunun yanında, NSGA-II ve DN-NSGA-II algoritmalarının ikinci ve üçüncü sıradadır. IGDX metriğinde bu iki algoritmanın elde ettiği sıralama ise üçüncülük ve dördüncülüktür. Üstelik  $HV^-$  metriğine göre birinci sırada yer alan OMNI algoritması IGDX metriğine göre ikinci sırada yer alırken, IGDX metriğine göre birinci sırada yer alan MO Ring PSO SCD algoritması da  $HV^-$  metriğine göre dördüncü olmuştur. Bu durum performans metrikleri arasındaki çelişkiyi de ortaya koymaktadır. Bunun yanında IGDX metriği çok amaçlı optimizasyonda keşif ve yakınsama performanslarının ölçülmesinde  $HV^-$  metriğine göre daha güncel ve etkili bir yöntemdir. Dolayısıyla IGDX metriği referans alındığında MO\_Ring\_PSO\_SCD algoritmasının rakiplerine karşı açık bir üstünlüğe sahip olduğu anlaşılmaktadır. Diğer algoritmalar en yakın performansa sahip olan OMNI olduğu görülmektedir. Gelecek çalışmada MO Ring PSO SCD yöntemi üzerinde iyileşmeler yapılarak bu algoritmanın gerçek mühendislik problemlerine tatbik edilmesi amaçlanmaktadır.

## Teşekkür (Acknowledgement)

Bu çalışmada yürütülen faaliyetler, 2020 yılında TÜBİTAK 2209-A Üniversite Öğrencileri Yurt İçi Araştırma Projeleri Destek Programı kapsamında 1919B011904092 numaralı proje olarak TÜBİTAK tarafından desteklenmiştir.

## Kaynaklar (References)

- Cavus, M., Sezer, A., & Yazici, B. (2015). A simulation study on generalized pareto mixture model. In *Computational Problems in Science and Engineering* (pp. 249-259). Springer, Cham.
- Deb, K., & Tiwari, S. (2008). Omni-optimizer: A generic evolutionary algorithm for single and multi-objective optimization. *European Journal of Operational Research*, 185(3), 1062-1087.
- Deb, K., Pratap, A., Agarwal, S., & Meyarivan, T. A. M. T. (2002). A fast and elitist multiobjective genetic algorithm: NSGA-II. *IEEE transactions on evolutionary computation*, 6(2), 182-197.
- Deb, Kalyanmoy, et al. "A fast elitist non-dominated sorting genetic algorithm for multi-objective optimization: NSGA-II." *International conference on parallel problem solving from nature*. Springer, Berlin, Heidelberg, 2000.
- E. Zitzler, L. Thiele, M. Laumanns, C.M. Fonseca, V.G.D. Fonseca, Performance assessment of multiobjective optimizers: an analysis and review, *IEEE Trans. Evol. Comput.* 7 (2) (2003) 117–132.
- Ibrahim, A. M., Tawhid, M. A., & Ward, R. K. (2020). A binary water wave optimization for feature selection. *International Journal of Approximate Reasoning*, 120, 74-91.
- Ishibuchi, H., & Murata, T. (1996, May). Multi-objective genetic local search algorithm. In *Proceedings of IEEE international conference on evolutionary computation* (pp. 119-124). IEEE.
- Kahraman, H. T., Aras, S., & Gedikli, E. (2020). Fitness-distance balance (FDB): A new selection method for meta-heuristic search algorithms. *Knowledge-Based Systems*, 190, 105169.
- Ke, L., Zhang, Q., & Battiti, R. (2014). Hybridization of decomposition and local search for multiobjective optimization. *IEEE transactions on cybernetics*, 44(10), 1808-1820.
- Köse, U. (2017). Yapay zeka tabanlı optimizasyon algoritmaları geliştirilmesi, Doktora Tezi, Selçuk Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü.
- KS, S. R., & Murugan, S. (2017). Memory based hybrid dragonfly algorithm for numerical optimization problems. *Expert Systems with Applications*, 83, 63-78.
- Liang, J., Suganthan, P. N., Qu, B. Y., Gong, D. W., Yue, C. T., (2019), Problem Definitions and Evaluation Criteria for the CEC 2020 Special Session on Multimodal Multiobjective Optimization, 201912, Zhengzhou University, doi: 10.13140/RG.2.2.31746.02247.
- Liu, Y., Ishibuchi, H., Nojima, Y., Masuyama, N., & Shang, K. (2018, September). A double-niched evolutionary algorithm and its behavior on polygon-based problems. In *International Conference on Parallel Problem Solving from Nature* (pp. 262-273). Springer, Cham.
- Luo, J., Liu, Q., Yang, Y., Li, X., Chen, M. R., & Cao, W. (2017). An artificial bee colony algorithm for multi-objective optimisation. *Applied Soft Computing*, 50, 235-251.
- Mirjalili, S. (2016). Dragonfly algorithm: a new meta-heuristic optimization technique for solving single-objective, discrete, and multi-objective problems. *Neural Computing and Applications*, 27(4), 1053-1073.
- Mirjalili, S., Gandomi, A. H., Mirjalili, S. Z., Saremi, S., Faris, H., & Mirjalili, S. M. (2017). Salp Swarm Algorithm: A bio-inspired optimizer for engineering design problems. *Advances in Engineering Software*, 114, 163-191.
- Mirjalili, S., Jangir, P., & Saremi, S. (2017). Multi-objective ant lion optimizer: a multi-objective optimization algorithm for solving engineering problems. *Applied Intelligence*, 46(1), 79-95.
- Osawa, R., Watanabe, S., Hiroyasu, T., & Hiwa, S. (2019, December). Performance Study of Double-Niched Evolutionary Algorithm on Multi-objective Knapsack Problems. In *2019 IEEE Symposium Series on Computational Intelligence (SSCI)* (pp. 1793-1801). IEEE.
- S. Mirjalili, P. Jangir, S. Z. Mirjalili, S. Saremi, and I. N. Trivedi, Optimization of problems with multiple objectives using the multi-verse optimization algorithm, *Knowledge-based Systems*, 2017, DOI: <http://dx.doi.org/10.1016/j.knosys.2017.07.018>
- Santos, R., Borges, G., Santos, A., Silva, M., Sales, C., & Costa, J. C. (2019). Empirical study on rotation and information exchange in particle swarm optimization. *Swarm and Evolutionary Computation*, 48, 312-328.
- Serafini, P. (1994). Simulated annealing for multi objective optimization problems. In *Multiple criteria decision making* (pp. 283-292). Springer, New York, NY.
- Yue, C., Qu, B., Yu, K., Liang, J., & Li, X. (2019). A novel scalable test problem suite for multimodal multiobjective optimization. *Swarm and Evolutionary Computation*, 48, 62-71.
- Yue, C.T., Liang, J.J., Qu, B.Y., (2018), A multi-objective particle swarm optimizer using ring topology for solving multimodal multi-objective problems. *IEEE Trans. Evol. Comput.* 22,5, 805-817, <https://doi.org/10.1109/tevc.2017.2754271>.

- Zhang, X., Tian, Y., Cheng, R., & Jin, Y. (2014). An efficient approach to nondominated sorting for evolutionary multiobjective optimization. *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, 19(2), 201-213.
- Zhou, A., Zhang, Q., & Jin, Y. (2009). Approximating the set of Pareto-optimal solutions in both the decision and objective spaces by an estimation of distribution algorithm. *IEEE transactions on evolutionary computation*, 13(5), 1167-1189.
- Zhou, Q. Zhang, Y. Jin, Approximating the set of pareto-optimal solutions in both the decision and objective spaces by an estimation of distribution algorithm, *IEEE Trans. Evol. Comput.* 13 (5) (2009) 1167–1189.