

Genel Göreliliğe Alternatif Gravitasyonel Kuramlar

Yavuz Kaan Başkaya^{1*}, Can Battal Kılıncı²

¹Ege Üniversitesi, Astronomi ve Uzay Bilimleri, İzmir

²Ege Üniversitesi, Astronomi ve Uzay Bilimleri, İzmir

Özet

Genel Görelilik Teorisi'nde (GR) geç zaman ivmelenmesini açıklamak adına ortaya konan karanlık enerjinin yaşadığı problemler, $f(R)$, $f(R, T)$, $f(T)$, $f(G)$, Sicim Teorisi gibi Genel Göreliliğe Alternatif Gravitasyonel Teoriler'in doğmasına neden olmuştur. Bu teoriler geç zaman ivmelenmesini karanlık enerjiye ihtiyaç duymadan açıklamasının yanında GR'in eksik kaldığı noktalarında tamamlar. Bu bağlamda alternatif teoriler Genel Göreliliğin Genelleştirildiği gravitasyonel teoriler denilebilir. Bu çalışma kapsamında $f(R)$, $f(R, T)$ ve GR teorilerinde Bianchi tip I evren modelleri incelenmiş ve bu üç teori arasındaki farklar ortaya konmuştur.

Anahtar Kelimeler: gravitation, Samanyolu, Galaksiler, Kozmoloji

1 Giriş

1990'lı yıllarda Süpernova Kozmoloji Projesi (SKP) ve Yüksek-z Araştırma Ekibi (HST), Hubble diagramını önceki çalışmalara göre daha yüksek z değerli SN la'lerden yararlanarak genişletmek istemişlerdir. Yaptıkları çalışmalar sonucunda her iki ekipte yüksek z değerine sahip SN la'ların yavaşlayarak genişleyen bir evrende olması gereken parlaklığından ~ 0.25 kadar daha sönük olduğunu bulmuşlardır [2]. Bu durumda 1998 'de yayınladıkları makalede ortaya koymuşlar ve günümüzde evrenin hızlanarak genişlemesi gerektiğini göstermişlerdir. Bu geç zaman ivmelenmesini açıklamak adına günümüzde üzerinde en çok durulan iki yöntem vardır. Bunlardan ilki Karanlık Enerji'dir. Karanlık enerji geç zaman ivmelenmesini açıklayan belkide en basit açıklamadır. Eğer friedmann denklemindeki yoğunluk parametrelerinden birisi $w < -1/3$ 'e sahipse, yani negatif basınca sahipse, diğer yoğunluk parametrelerine baskın gelir ve genişlemeyi hızlandırır [3]. Bu karanlık enerjinin belirleyici özelliğidir. Karanlık enerji bir vakum enerjisi olarak görülür ve alan denklemlerinin sağ tarafına (madde tarafına) λ kozmolojik sabit olarak eklenir. Karanlık enerji için en basit aday λ kozmolojik sabittir [3][4]. Vakum enerjisi yoğunluğu tüm uzayın kuantum sıfır noktası dalgalanmalarından katkı aldığı için denklemden kolayca yok edilemez. Böylece λ kozmolojik sabit, $w = -1$ halinde akışkan gibi davranır ki bu da ivmelenmenin açıklanması için gereklidir [3].

Fakat kozmolojik sabitin bazı problemleri vardır. En büyük problem parçacık fiziği tarafından öngörülen λ 'nın teorik değeri ile gözlemlenen değeri arasında 10^{120} katlık bir farkın ortaya çıkmasıdır. Bu durum kozmolojik sabit problemi olarak adlandırılır. Bir diğer problem ise günümüzdeki evrenin madde yoğunluğu ile enerji yoğunluğu karşılaştırılabilir seviyede olmasıdır. Neden karşılaştırılabilir seviyede olduğu da biliminsanlarının kafasını kurcalayan bir diğer sorundur. Bu soruna da tesadüf problemi olarak adlandırılır. Kozmolojik sabitin yaşadığı bu problemler bazı biliminsanlarını evrenin şu an yaşadığı ivmelenmeyi karanlık enerjiye ihtiyaç duymadan çözüm sağlayabilecek çalışmalara itti. Bu bağlamda da ikinci yöntem olan GR'in genelleştirildiği Alternatif Gravitasyonel Teoriler (AGT) ortaya çıktı. Bu teorilerde Einstein-Hilbert etki denkleminde bazı

düzenlemeler yapılarak serbestlik dereceleri elde edilir ve skaler alanlar kaynak gösterilerek kozmolojik sabit gibi artı bir terime ihtiyaç duymadan geç zaman ivmelenmesi açıklanabilir. Aynı zamanda AGT'ler GR'in yaşadığı maddenin kuantum doğasını kapsaması, yüksek enerji limitlerinde ve yüksek eğrilik durumlarında çalışmaması, Mach Prensipliğine uymaması, normalize edilememesi ve evrenin erken dönemi ile ilgili yaşanan problemler gibi sıkıntılı olduğu veya eksik kaldığı noktaları gidererek nihai bir gravitasyonel teorinin elde edilebilmesi adına önemli basamak oluşturmaktadırlar.

1.1 Genel Görelilik Teorisi

GR'da kullanılan etki denklemleri,

$$S_{EH} = \frac{1}{2\kappa^2} \int \sqrt{-g} R d^4x + \int S_m(g_{\mu\nu}, \Psi_M) d^4x \quad (1)$$

olarak ifade edilir. Bu denklemden $\kappa = \sqrt{8\pi G}$, gravitasyonel sabiti, R , ricci skalerini, g ise $g_{\mu\nu}$ metrik tensörünün determinantını ve S_m ise madde etkisini ifade etmektedir. Bu etki denkleminin varyasyonun sıfıra eşitlenmesi ile (1) denkleminde görülen Einstein Alan Denklemleri ortaya çıkar

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}g_{\mu\nu}R = \kappa^2 T_{\mu\nu}. \quad (2)$$

Burada $R_{\mu\nu}$, Ricci tensörü,

$$R_{\mu\nu} = \partial_\alpha \Gamma_{\mu\nu}^\alpha - \partial_\nu \Gamma_{\mu\alpha}^\alpha + \Gamma_{\alpha\gamma}^\alpha \Gamma_{\nu\mu}^\gamma - \Gamma_{\nu\gamma}^\alpha \Gamma_{\mu\alpha}^\gamma \quad (3)$$

$T_{\mu\nu}$, enerji-momentum tensörünü ifade etmektedir. Kozmolojik sabitinde eklenmesiyle birlikte (2) alan denklemleri,

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}g_{\mu\nu}R = \kappa^2 T_{\mu\nu} + \lambda g_{\mu\nu} \quad (4)$$

halini alır. Bu alan denkleminin sol tarafı uzay-zamanın geometri kısmını ifade ederken sağ tarafı ise madde ve enerji kısmını ifade eder. Denklemden görüleceği üzere madde yokluğunda geometride sıfırlanır. Yani GR'da yapılan vakum çözümlerinde uzay-zamanın geometrisi sıfır olur yani düz bir geometri ortaya çıkar.

2 Alternatif Gravitasyonel Teoriler

GR'in genelleştirildiği AGT'ler etki denklemlerine ekstra boyutlar eklenerek, minimal yada nonminimal skaler alan çiftleri eklene-

* Oyavuzkaanbaskaya@gmail.com

rek, yüksek dereceden eğrilik düzeltmeleri yapılarak elde edilir. Elde edilen bütün alternatif teoriler için zayıf enerji limitlerinde Genel görelilikteki Einstein alan denklemlerini vermesi koşuldur [5] [6].

2.1 $f(R)$ Teorisi

Metrik $f(R)$ teorisinde, GR'da kullanılan lagrenjiyedeki ricci skaleri yerine ricci skalerinin bir fonksiyonu olan bir terim eklenerek düzeltme uygulanır. Bu düzeltmeyle oluşturulan etki denklemi metriğe göre varyasyonu alınıp düzenlenerek hareket denklemlerine ulaşılır. $f(R)$ teorisinin etki denklemi,

$$S = \int \sqrt{-g} f(R) d^4x \quad (5)$$

şekindedir [7]. Bu etki denkleminde oluşturulan alan denklemi ise,

$$f'(R)R_{\mu\nu} - \frac{f(R)}{2}g_{\mu\nu} = \nabla_\mu \nabla_\nu f'(R) - g_{\mu\nu} \square f'(R) + \kappa T_{\mu\nu} \quad (6)$$

şekindedir. Burada

$$f'(R) = \frac{\partial f(R)}{\partial R} \quad (7)$$

$$\nabla_\mu \nabla_\nu = \frac{\partial A}{\partial x^\mu \partial x^\nu} - \Gamma_{\mu\nu}^\alpha \frac{\partial A}{\partial x^\alpha} \quad (8)$$

ve

$$\square = g^{\mu\nu} \nabla_\mu \nabla_\nu \quad (9)$$

ifade etmektedir. (6) denkleminin sağ tarafındaki birinci ve ikinci terimler metriğin dördüncü dereceden türevlerini içermektedir. Bu yüzden de bu alan denklemlerini veren teoriler *dördüncü dereceden gravitasyonel teoriler* olarak adlandırılır. $f'(R)$ teoriye skaler serbestlik derecesi verir. Bu da $f(R)$ teorisindeki alan denklemlerinin GR'dakine göre daha geniş çözüm yelpazesi sunmasını sağlar [7] [8].

2.2 $f(R, T)$ Teorisi

$f(R, T)$ teorisinde kullanılan lagranjiyen R ricci skaleri ve T enerji-momentum tensörünün izi olacak şekilde seçilen bir fonksiyonla ifade edilir. Bu teoride etki denklemi,

$$S = \int \sqrt{-g} f(R, T) d^4x + \int \sqrt{-g} L_m d^4x \quad (10)$$

şeklinde ifade edilir (Harko ve Ark., 2011). Burada L_m maddenin lagrenjiyenidir. Bu etki denkleminde oluşturulan alan denklemi ise

$$\begin{aligned} f_R(R, T)R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}f(R, T)g_{\mu\nu} + (g_{\mu\nu}\square - \nabla_\mu \nabla_\nu)f(R, T) \\ = 8\pi T_{\mu\nu} - f_T(R, T)T_{\mu\nu} - f_T(R, T)\Theta_{\mu\nu} \end{aligned} \quad (11)$$

şekindedir. Burada

$$f_R(R, T) = \frac{\partial f(R, T)}{\partial R}, f_T(R, T) = \frac{\partial f(R, T)}{\partial T} \quad (12)$$

ve

$$\Theta_{\mu\nu} \equiv g^{\alpha\beta} \frac{\delta T_{\alpha\beta}}{\delta g^{\mu\nu}} \quad (13)$$

şekindedir. Harko ve ark. yaptıkları çalışmada $f(R, T)$ fonksiyonu için seçilebilecek 3 durum ortaya koymuşlardır. Bunlar,

$$f(R, T) = R + 2f(T) \quad (14)$$

$$f(R, T) = f_1(R) + f_2(T) \quad (15)$$

$$f(R, T) = f_1(R) + f_2(R)f_3(T) \quad (16)$$

durumlarıdır (Harko ve Ark., 2011). $f(R, T)$ teorisinin alan denkleminde de görüleceği üzere fonksiyonun dördüncü dereceden türevleri bulunduğu için teori ekstradan serbestlik derecesine sahiptir. Bu serbestlikte GR' in yaşadığı problemlerin çözümü için kullanılır.

3 Karşılaştırma

Bu çalışma kapsamında GR , $f(R)$ ve $f(R, T)$ teorilerinde Bianchi tip I evren modellerinin ideal akışkan çözümleri incelenmiştir. Karşılaştırma için [5],[9] ve [10]'daki çalışmalar kullanılmıştır. Her üç çalışmada kullanılan metrik,

$$ds^2 = dt^2 - A^2(t)dx^2 - B^2(t)dy^2 - C^2(t)dz^2 \quad (17)$$

şeklinde homojen ve anizotrop Bianchi Tip I metriğidir. Enerji-momentum tensörü,

$$T_{\mu\nu} = (p + \rho)u_\mu u_\nu - pg_{\mu\nu} \quad (18)$$

şeklinde ideal akışkan olarak alınmıştır. p basınç, ρ ise yoğunluğu ifade etmektedir. Hal denklemi ise,

$$p = w\rho, 0 \leq w \leq 1 \quad (19)$$

şekindedir. Metriğin çözümü için GR'de hacim V ,

$$V = at^b \quad (20)$$

$$V = \alpha e^{\beta t} \quad (21)$$

varsayımları altında a , b , α ve β herhangi bir sabit olma koşulunda çözümler, $f(R)$ ve $f(R, T)$ teorilerinde yapılan çalışmalarda F fonksiyonu için

$$F = ka^m \quad (22)$$

alınarak F ve a arasında güç yasası ilişkisi kullanılarak

$$a = (nlt + k_1)^{\frac{1}{n}}, n \neq 0 \quad (23)$$

$$a = k_2 \exp(lt), n = 0 \quad (24)$$

varsayımları için çözümler elde edilmiştir. Burada k_1 ve k_2 integrasyon sabitleridir. $H = la^{-n}$ ilişkisi kullanıldığında $n > 0$ ve $l > 0$ 'dır.

$n \neq 0$ için: GR'de;

$$\theta = \frac{b}{t} \quad (25)$$

$$\sigma^2 = \frac{X^2}{2a^2} t^{-2b} \quad (26)$$

$$\rho = \rho_1 a^{-(1+w)} t^{-b(1+w)} + \rho_0 a^{-(1+\gamma)} t^{-b(1+\gamma)} \quad (27)$$

$f(R)$ teorisinde;

$$\theta = \frac{3l}{nlt + k_1} \quad (28)$$

$$\sigma^2 = \frac{q_1^2 + q_2^2 + q_3^2}{2k_2^2(nlt + k_1)^{\frac{2}{n}}} \quad (29)$$

$$2\kappa\rho = -\frac{6kl^2}{(nlt + k_1)^{\frac{2}{n}+2}} - \frac{q_1^2 + q_2^2 + q_3^2}{k(nlt + k_1)^{\frac{4}{n}}} \quad (30)$$

$$V = (nlt + k_1)^{\frac{3}{n}} \quad (31)$$

$f(R, T)$ teorisinde;

$$\theta = \frac{3l}{nlt + k_1} \quad (32)$$

$$\sigma^2 = \frac{q_1^2 + q_2^2 + q_3^2}{2(nlt + k_1)^{\frac{6}{n}}} \quad (33)$$

$$\rho = \frac{1}{12(\lambda + 2\pi)(\lambda + 4\pi)} \times \left[4(\lambda + 3\pi) \left[\frac{3l^2}{(nlt + k_1)^2} + \frac{q_1q_2 + q_2q_3 + q_3q_1}{(nlt + k_1)^{\frac{6}{n}}} \right] - \lambda \left[\frac{3l^2(1-n)}{(nlt + k_1)^2} + \frac{q_1^2 + q_2^2 + q_3^2}{(nlt + k_1)^{\frac{6}{n}}} \right] \right] \quad (34)$$

$$V = (nlt + k_1)^{\frac{3}{n}} \quad (35)$$

$n = 0$ için: GR'de;

$$\theta = \beta \quad (36)$$

$$\sigma^2 = \frac{X^2}{2a^2} e^{-2\beta t} \quad (37)$$

$$\rho = \rho_1 a^{-(1+w)} e^{-(1+w)\beta t} + \rho_0 a^{-(1+\gamma)} e^{-(1+\gamma)\beta t} \quad (38)$$

$f(R)$ teorisinde;

$$\theta = 3l \quad (39)$$

$$\sigma^2 = \frac{q_1^2 + q_2^2 + q_3^2}{2k_2^2 k_2^2} \exp(-2lt) \quad (40)$$

$$2\kappa\rho = -\frac{6kl^2 \exp(-2lt)}{k_2^2} - \frac{(q_1^2 + q_2^2 + q_3^2) \exp(-4lt)}{kk_2^4} \quad (41)$$

$$V = k_2^3 \exp(3lt) \quad (42)$$

$f(R, T)$ teorisinde;

$$\theta = 3l \quad (43)$$

$$\sigma^2 = \frac{q_1^2 + q_2^2 + q_3^2}{2k_2^6 \exp(6lt)} \quad (44)$$

$$\rho = \frac{1}{12(\lambda + 2\pi)(\lambda + 4\pi)} \times \left[4(\lambda + 3\pi) \left[3l^2 + \frac{q_1q_2 + q_2q_3 + q_3q_1}{k_2^6 \exp(6lt)} \right] - \lambda \left[3l^2 + \frac{q_1^2 + q_2^2 + q_3^2}{k_2^6 \exp(6lt)} \right] \right] \quad (45)$$

$$V = k_2^3 \exp(3lt) \quad (46)$$

denklemleri elde edilmiştir.

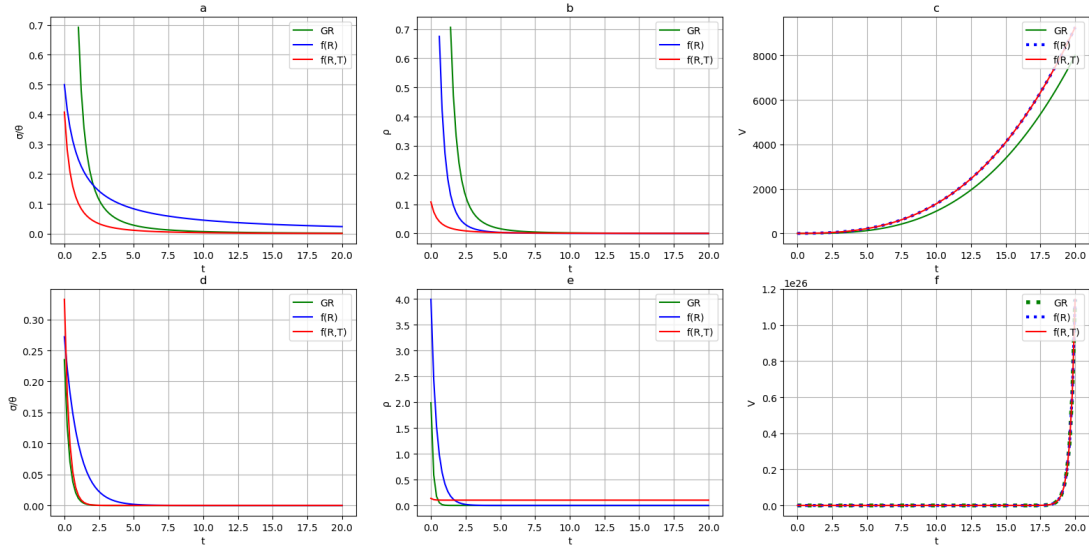
Çözümler sonucunda her üç teorinde karşılaştırılabilmesi için $n \neq 0$ ve $n = 0$ durumlarında evrenin hacim V , yoğunluk ρ ve $\frac{\sigma}{\theta}$ davranışları incelenmiştir. Elde edilen denklemlerde uygun katsayı değerleri kullanılarak (şekil-1)'de bu davranışların grafikleri görülmektedir. Kırmızı çizgiler GR'in davranışını, mavi çizgiler $f(R)$ teorisinin davranışını, yeşil çizgiler de $f(R, T)$ teorisinin davranışlarını göstermektedir. a, b ve c grafikleri $n \neq 0$ çözümlerinden elde edilen $\frac{\sigma}{\theta}$, ρ ve V 'yi ifade ederken d, e ve f grafikleri ise $n = 0$ için $\frac{\sigma}{\theta}$, ρ ve V 'yi ifade eder. Grafiklere bakıldığı zaman her üç teoride $\frac{\sigma}{\theta}$ ve V için neredeyse aynı davranışları gösterdikleri görülmektedir. ρ 'da ise $f(R, T)$ teorisinin başlangıç yoğunluğunun diğer iki teorideki yoğunluklarla kıyasla daha az bir değere sahip olduğu görülmektedir. GR'da yapılan çalışma bunu karanlık enerji ile artı bir kuvvetin etkisi altında sağlayabilirken, $f(R)$ ve $f(R, T)$ teorilerindeki çalışmalarda ise bu davranışı evrenin geometrisi ile çiftlenmiş skaler alanların sağladığı görülmektedir. Bu sonuçlarla geç imelenmenin karanlık enerjiye ihtiyaç duyulmadan da alternatif modeller çerçevesinde açıklanabileceği görülmektedir.

4 Sonuç

GR, $f(R)$ ve $f(R, T)$ teorilerine dayalı olarak Bianchi tip I evren modeli çözümleri incelenmiş ve fiziksel durumları karşılaştırılmıştır. Modellerin karanlık enerjiye ihtiyaç duymadan GR ile benzer sonuçlar sergilediği görülmüştür.

Kaynaklar

Harko et al., Phys.Rev.D84:024020,(2011).
 A.G. Riess et al., AJ 116, 1000-1038 (1998).
 E. J. Copeland, M. Sami and S. Tsujikawa, Dynamics of dark energy, Int. J. Mod. Phys. D 15, 1753 (2006)
 J. Frieman, M. Turner and D. Huterer, Dark Energy and the Accelerating Universe, Ann.Rev.Astron.Astrophys.46:385-432, (2008).
 S. D., Tade, M. M., Sambhe, Bianchi type-I cosmological models for binary mixture of perfect fluid and dark energy, Astrophysics and Space Science, Volume 338, Issue 1, pp.179-185, (2012)
 Valerio. Faraoni, Cosmology in Scalar-Tensor Gravity, Springer Science+Business Media Dordrecht, (2004)
 Salvatore. Capozziello, Valerio. Faraoni, Beyond Einstein Gravity, Springer Science+Business Media Dordrecht, (2011)
 Faraoni. Valerio, Nine Years of f(R) Gravity and Cosmology, Springer International Publishing Switzerland, (2014).
 M. Sharif, and M. F., Shamir, Non-Vacuum Bianchi Type I and V in f(R) Gravity, Gen. Rel. Grav.42:2643-2655, (2010).
 M. F., Shamir, A. Jhangeer and A. A., Bhatti, Exact Solutions of Bianchi Type I and V Models in f(R, T) Gravity, arXiv:1207.0708v1, (2012)



Şekil 1. $n \neq 0$ için a) σ/θ 'ların zamanla değişimi, b) yoğunlukların zamanla değişimi, c) hacimlerin zamanla değişimi, $n = 0$ için d) σ/θ 'ların zamanla değişimi, e) yoğunlukların zamanla değişimi, c) hacimlerin zamanla değişimi.

Erişim:

O43-1400: UAK-2018 Program — UAK Bildiri — Turkish J.A&A.