



## Art-Related Mathematics: Applications of 4th Grade Students

Dilara YILMAZ\*(ORCID ID - /0000-0001-5539-8261)

Kocaeli Üniversitesi Eğitim Fakültesi, Kocaeli/Türkiye



### Article Info

DOI: 10.14812/cufej.847261

#### Article history:

Received 26.12.2020

Revised 17.08.2021

Accepted 22.09.2021

#### Keywords:

Mathematics, Art, Primary Education

#### Research Article

### Abstract

In this study, it is aimed to examine the subjects of pattern, symmetry, geometric shapes and objects, and concepts of these subjects through artworks of Escher and Kandinsky. The research was carried out with 15 fourth grade students for five weeks in accordance with the teaching experiment method. Various activities have been designed for each topic covered in the research. The documents based on the activities, observation form and the open-ended questionnaire form were used as a data collection tool. In addition, lessons based on concrete and virtual materials were taught to reinforce the concepts covered in the teaching experiment. A questionnaire form was used to measure the affective status of the students. It was determined that the motivation of the students increased as a result of the lessons carried out with the interaction of mathematics and arts, there was a positive development in their attitudes towards the mathematics lesson, they had meaning confusion about pattern and symmetry and they had difficulty in geometric objects. Finally it is recommended to conduct studies based on art interaction with students at different grade levels, with different subjects and concepts in elementary school mathematics lessons.

## Sanatla İlişkilendirilmiş Matematik: İlkokul 4. Sınıf Öğrencilerinin Uygulamaları

### Makale Bilgisi

DOI: 10.14812/cufej.847261

#### Makale Geçmişi:

Geliş 26.12.2020

Düzeltilme 17.08.2021

Kabul 22.09.2021

#### Anahtar Kelimeler:

Matematik eğitimi, Sanat, ilkököl

### Öz

Bu çalışmada matematik ve sanatın bir araya getirildiği bütüncül bir öğretimin bir denemesi olarak 4. sınıf öğrencilerinin örüntü, simetri, geometrik şekiller ve cisimler konuları ile bu konulara ait kavramları sanat eserleri aracılığıyla işlenmesi amaçlanmıştır. Araştırmada etkinlikler Escher ve Kandinsky'nin sanat eserleri aracılığıyla uygulanmış ve incelenmiştir. Araştırma öğretim deneyi modeline uygun olarak 15 dördüncü sınıf öğrencisi ile toplam beş haftada gerçekleştirilmiştir. Veri toplama aracı olarak, tasarlanan etkinliklere dayalı öğrenci yanıt formları, araştırmacı gözlem formu ve etkinliklere yönelik hazırlanan açık uçlu sorulardan oluşan anket formu kullanılmıştır. Araştırmada ele alınan her bir konuya ilişkin etkinlikler tasarlanarak öğretim deneylerine dayalı dersler yürütülmüştür. Buna ek olarak öğretim deneyinde ele alınan kavramları pekiştirmek için somut ve sanal materyallere dayalı dersler işlenmiştir. Öğrencilerin duyuşsal durumlarını ölçmek amacıyla ise anket formu kullanılmıştır. Araştırmada matematik ve sanat etkileşimi ile yürütülen dersler sonucunda öğrencilerin motivasyonlarının arttığı, matematik dersine ilişkin tutumlarında olumlu gelişme olduğu, örüntü ve simetri konularında anlam karmaşası yaşadıkları ve geometrik cisimler konusunda zorlandıkları belirlenmiştir. Bu sonuçlar ışığında ilkököl matematik derslerinde bu çalışmada ele alınandan farklı konu ve kavramları farklı sınıf düzeylerindeki öğrenciler ile çalışılması önerilmektedir.

## Introduction

Art is an expression of the humane feelings and thoughts by means of various instruments in order to make the life meaningful (Çakır İlhan, 1994). It is an area the purpose of which is not only to invent something or to ensure aesthetic satisfaction, but also which is integrated with human being and which ensures the interaction with human being. In addition to this, art is one of the forms of self-expression for the human being notwithstanding the age and development; in short it is a tool for communication. Art plays a significant role also during the childhood period with regard to meeting the need of self-expression (Ayaydın, 2011). Taking into consideration the fact that the personality starts to develop beginning from the childhood period and art is a component of the daily life just like mathematics, it is quite important for the children to be together with art. Because of this reason, in order to indicate that mathematics and art are integrated components of the real world, we have worked with the primary school students and the art-based mathematical applications of the students pertaining to the symmetry, patterns, geometrical forms and objects have been examined in this study.

Teaching mathematics by means of ensuring its integration with art is a subject which needs to be emphasized and developed beginning from the early childhood period. To the extent that, the children think about the phenomena which attract the interests of the mathematicians and artists throughout the history, beginning from their very minor ages, they ask questions such as; “Why the flowers do have only some number of leaves, why the snowflakes have symmetrical shapes, why the patterns on the skins of the leopards are so regular, why and how the shape of the honeycombs of bees are hexagon?”. These questions and experiences direct the students towards the mathematical concepts, lines, forms, patterns and designs (Brezovnik, 2015). One of the general purposes which the Mathematic Course Educational Program intends to attain in accordance with the General Purposes and Fundamental Principles is to ensure that the student is able to realize the relation of mathematics with arts and aesthetics. Discovering the formations of mathematics on earth and in nature and realizing the symbolism in mathematics and the aesthetic nature of language by the students in mathematical education could make mathematics much more pleasant and understandable. In addition to this, one of the 8 key competencies which are specified in Turkey Competencies Framework is to reveal the feeling of aesthetics with the student (Ministry of National Education (MoNE), 2018). The National Council of Teacher of Mathematics [NCTM, 2000] which is an educational organization which is situated in USA, while it declares its principles and standards, it has stated that art should take part in the process of teaching of mathematics and taking into consideration the relation of mathematics with the other areas such as social studies, sciences, arts and physics education and particularly the place of geometry in art should be carefully emphasized. In this manner, educating the individuals who are able to perceive the relation between art and mathematics and who can realize the relation of mathematics with daily life becomes the final target.

### Relation between Mathematics and Art

The reason of considering art and mathematics as the areas which are completely different from each other is that mathematics is an area which has clear rules and limits, not open to change and carried out with numerical calculations and, art, on the other hand, is the interpretation of the aesthetic values and feelings into the audiovisual world through imagination. However, whenever we look at the characteristics of mathematics and art, the situations of affecting each other and being affected by each other could be easily understood. Although art is the expression of the feelings or emotional things, the studies which are carried out in the cognition and neurocognition areas show that art reinforces the cognitive power as well (Rabkin & Redmond, 2006). The interpenetration of these two areas enhances the richness and productivity of both of them (Hart, 2006). In addition to this, both of the areas are shown as the isolation, interpretation and representation of nature (İpek et al., 2010). While art serves getting together the abstract characteristics, mathematics can do the same through numbers. Because the mathematical information which requires mental thinking and targets at loading meanings could become much more understandable and permanent thanks to art (Konyalıoğlu, 2005).

The artistic activities are considered leisure activity and the educational benefits of art are disregarded in the developing and underdeveloped countries (Burnaford, 2013). However, the studies carried out put forward that art developed lots of positive skills and capabilities as a result of the integration of art with the fundamental courses like mathematics. The children at younger ages start mathematical thinking by means of giving meanings to the objects which they encounter in their daily lives. The children think about, observe and classify the images, equality, similarity or difference of the objects. Thus, they start to comprehend the mathematical concepts basically; they just focus on the images of the objects and then design a visual image in their minds. According to this image, they may label the units such as weight and length intuitively (Bristow et al., 2001; Root-Bernstein, 2013). Another advantage of integrating art into mathematical lessons is to discover the children with much more developed intelligences on different areas at the class and to involve them into the process in compliance with the multiple intelligence theory of Gardner (Baird, 2015). In addition, the courses which are integrated with art may pose an unprecedented opportunity for the students with lower social-economical levels or with physical handicaps that are considered at risk (Jeronimo, 2019). The school curriculums which accommodate artistic activities are important not only for increasing the motivations of the students but also for keeping them at school and ensuring them to do this voluntarily.

### **Teaching of Mathematics and Art**

A lot of subjects which take part in the mathematical teaching schedules constitute an effective environment for the contribution of art to the education. Symmetry which is divided into different types such as displacement, reflection and rotation is one of these subjects. The students at the primary school level learn the reflectional symmetry, that is to say the symmetrical objects which are made by means of a mirror or symmetrical line (Van De Walle, 2007). Because of the fact that proportion and symmetry which are considered among the determinant factors of aesthetics could show the perception of beauty, order and proportion, it is also widely used in the art of painting (Pesen, 2002). It is normal that human needs order and the patterns which are fed by the order in order to perceive the world in a better way. Symmetry is a universal principle which addresses to all of the livings and present in everywhere from the microscopic world of the substance to the mysterious behaviors of the galaxies in compliance with that order totally (Hall & Pais, 2018). The studies in which the subject of symmetry is taken as basis as used in the works of Escher indicate that the students can internalize the knowledge, can transfer it to the other subjects and positive development is ensured both socially and cognitively and they develop their creativity in this manner as well (Gullat, 2008; Hall & Pais, 2018; Heally, 2004). Another subject which is taken up in the research is that it is proven that comprehending the patterns properly provides easiness not only arithmetically but also in transition to the algebra subjects at the advanced levels (Van De Walle, 2007; Zazkis & Liljedahl, 2002). In addition to this, it also found out that the students with the developed skill of making and discovering patterns have also skills to make mathematical reasoning and to give meanings to the mathematical associations (Papic & Mulligan, 2005). Because of this reason, the subject of patterns is quite important in the mathematics lesson.

The visual arts naturally accommodate arithmetic, geometry and perspective (Alyeşil Kabakçı & Demirkapı, 2016). Geometry is one of the areas of mathematics which takes part in the visual arts. The area of learning geometry has an important place in the mathematics teaching programs because of the reasons such as reasoning, critical thinking, problem solving skill, aesthetics and development of the artistic feelings (Baykul, 2005). Making decorations with the geometric forms is an artistic way of seeing that the forms constitute other forms and designs as well as examining the patterns in the forms by the students beginning from the preschool period (Van De Walle, 2007). Similarly, the fractals which are frequently used in the today's architecture and in many branches of art are taken up in the coverage of patterns at the primary school and it plays an important role in changing the points of view of the students towards mathematics in a positive way (İnci et al., 2017). Looking for patterns, describing them, transferring them into other situations and extending them are considered most significant components of arithmetic and algebra (Van De Walle, 2007). In addition to this, it is considerably influential in interpreting the mathematical skills and relations, generalizing them and developing the reasoning skills (Papic & Mulligan, 2005). The geometrical objects and forms, spatial relations,

geometrical patterns and the fundamental concepts in symmetry and geometry which are taken up in this study take part in the educational schedule ranging from the first grade to the fourth grade. While teaching the subjects and concepts, it is necessary to give some examples from the objects which could be related with nature and art. Thus, the students can feel the concepts which are used in art and taken up in mathematics through concretization at first (MEB, 2018).

It is observed that the spatial capabilities of the students develop whenever the subjects such as the drawings of the forms which take part in the educational schedule in mathematics and which the students are having difficulties in their minds, their projections and the proportions in the three-dimension images are associated with the area of visual arts and taught together with the artistic applications (Alyeşil Kabakçı&Demirkapı, 2016). In addition to this, it is further determined in the studies carried out that the students become much more creative in problem solving activities, they can think more imaginarily and they can interpret the concepts in a much better way in case of teaching mathematics together with art (Hickman &Huckstep, 2003; Silverstein &Layne, 2010). In addition, teaching an artistic content by means of integrating it with mathematical subject increases the motivation of the students and helps them to adapt into the course process in much intensive manner (Gustlin, 2012; Posner et al., 2008; Priolo, 2009). The students have inclination to remember the theoretical concepts and knowledge in a better way by means of perceiving the art as a game (Gelineau, 2012). According to the results which are obtained by the researchers who argue for teaching mathematics by means of integrating it with art at the primary school level, the artistic activities which are carried out in primary schools develop the mathematical thinking skills with the students, there is a certain progress in the cognitive skills such as academic achievement, critical and fluent thinking capabilities and they develop much better on the subjects such as self-assessment, self-arrangement, imaginary power, collaboration and taking responsibilities as well (Brezovnik, 2015; Burton et al., 2000; Cornett & Smithrim, 2000; Mason et al., 2005; Rabkin & Redmond, 2004).

Whenever we examine the mathematics coursebooks and educational schedules, it can be claimed that relating the primary school mathematics with art mostly appear on the subjects of patterns, symmetry and geometry in particular. This study is considered important in terms of increasing the developments of the students on the subjects stated with the help of art of painting and emphasizing the relation of mathematics with art. In addition to this, we encountered some researches in the local literature which relate the mathematics at the primary school level with art. On account of this reason, it is believed that this study shall fill the gap in literature and shall also constitute examples for the other similar studies. The activities and applications which are being utilized in the study are considered prominent for the teachers, teacher candidates and the trainers working on the area of mathematics as well. The examples are used from the works of Escher in particular and from those of famous painter Wassily Kandinsky in the study. The reason of choosing the works of these both painters is that they make emphasis on the mathematical concepts in their works and their works are considered precious by both the mathematic teachers and researchers. It is aimed in this study to teach the subjects of patterns, symmetry, geometrical forms and objects and the concepts pertaining to these mentioned subjects by means of the art works with the 4<sup>th</sup> Grade students as a hypothesis of a holistic education in which mathematics and art are brought together. In this regard, the study is carried out in the coverage of the below-stated research questions:

1. How do the students interpret the subject of symmetry which is taught by means of using the artistic paintings?
2. How do the students interpret the subject of patterns which is taught by means of using the artistic paintings?
3. How do the students interpret the subject of geometrical forms and objects which is taught by means of using the artistic paintings?
4. What are the thoughts of the students about the activities which are carried out at the basis of artistic paintings?

## **Method**

### **Research Model**

The educational experiment model in which the mathematics teaching activities are being applied in this study based on the art in the coverage of the subjects of symmetry, patterns, geometrical forms and objects which are frequently used in the works of famous painters Escher and Kandinsky. The teaching experiment is a research design which is evaluated in the coverage of the qualitative research and which appears in teaching of mathematics. The researchers of mathematics teaching target at revealing the mathematical thoughts and processes which are formed in the minds of the students. Because of this reason, the researches which are shaped with the design of educational experiment which is a cyclical process are considered important with regard to the researches of mathematics (Cobb & Steffe, 1983).

### **Participants**

The study is performed with 15 students in total as 7 of whom are males and 7 of who are females at the 4<sup>th</sup> Grade of a public school in Istanbul, in the Spring semester of the Academic Year 2019-2020. The students have various academic achievements and interpreted in the findings according to the achievement situations which are stated by the teacher. No additional process is carried out in order to specify the academic achievements of the students in this research process. At this point, the current academic levels of the students have been evaluated based on their performances in the previous lessons based on the fact that the teacher already knows the students. The students have been encoded by means of assigning the students participant (K) and specific numbers according to the name list. The random sampling method is applied in determining and choosing the participants. This method is used for the purpose of increasing the persuasiveness of the study by means of reaching richer and more detailed data through specifying the randomly selected sample in accordance with the intended purpose of the study. First of all, a random region or school is chosen and then a smaller group which satisfies the certain criteria which comply with the intended purpose is chosen within this community (Marshall & Rossman, 2014). The reason of choosing the fourth-grade students is that it is much more possible to relate the subjects of symmetry, patterns and geometrical forms which are taught till this grade level with art. The preference of a teacher who is familiar with the process of educational experiment and having graduate degree has become influential in making this decision as well.

### **Collection and Analysis of the Data**

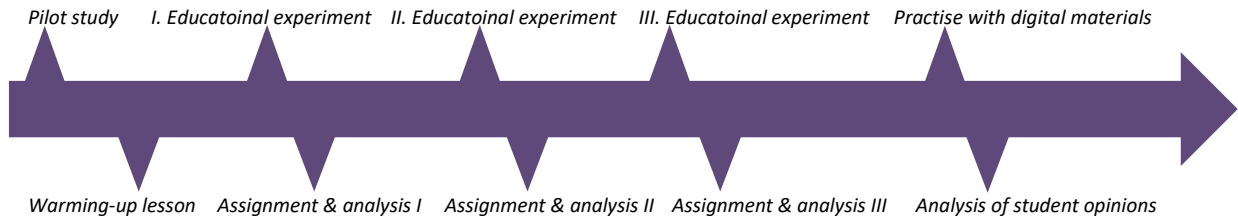
The study is taken up separately in the coverage of each subject as before and after the activities and then carried out in compliance with the educational experiment model. In the educational experiment researches, the researcher plays the role of an observer and thereupon the educational and experiment process could be carried out by the teacher of that class. At the same time, the researches can carry out the process on her own in the character of teacher (Cobb & Steffe, 1983). In this study, the researcher took part at the class as an observer during the educational experiment, observed how the students structure the mathematical knowledge concerning the specific subject or concepts and recorded his/her own observations concerning not only individual but also social dimensions of the educational process. The entire educational experiments and education process have been designed and planned by the researcher in a cyclical manner and then the opinion of the teacher is obtained. No major differences of opinions have occurred between the teacher and the researcher throughout the process and only the minor arrangements were made with regard to making the content richer and more understandable for the students involved.

It is expected to have a relationship of respect and confidence between the researcher and the participants due to the nature of the qualitative researches (Doiron & Asselin, 2015). On account of this reason, the introductory lesson which is classified as a warming-up lesson is performed before the educational experiences. First of all, the researcher introduced herself in the warming-up lesson which is performed at first instance and then announced to the group that she shall also attend the courses during the subsequent lessons. The entire process which includes the educational experiences is briefly

summarized to the students by the researcher. It is clearly stated that the participation in the study is fully on a volunteer basis and the activities which are carried out during the study and the study outputs shall not be assessed with grades in any manner and entertainment as well as learning is one of the fundamental targets of this study as well. At the same time, the students are informed that this study gives rise to mutual benefits for everybody, the meaning of participating in a scientific study is explained and the role of the students in this process is specified in the framework of the intended purpose of the study. Besides, the participant students stated that they are quite exciting and happy for making valuable contributions to this scientific research.

Following each lesson, the researcher made some comments based on the lecture of the teacher within the process and made opinion exchange with the teacher in order to do better in the next lesson. The applications are carried out and performed by the class teacher for 5 weeks and in 16 course hours in total through the lesson design and activities which are developed by the researcher. The educational experiments lasted for four course hours and the final reinforcement lesson lasted for two hours. The educational experiments have been carried out in two separate days and by means of putting 2-3 days of interval (usually on Tuesdays and Fridays). The researcher got prepared for approximately 4 weeks for the educational experiment and activities before the process. In the study, the class teacher undertook the role of applier and saw the pictures and activities which are used in the study and discussed with the researcher about the lesson designs in details and became well-familiar with the entire process in this manner.

The application process of the study is summarized in the following model and then explained in full details afterwards.



#### **Model 1. Data Collection and Analysis Process of The Study**

The entire process of the study has been carried out online. The students took part in the online education for several times before the lessons which are carried out in this study and thus acquired familiarity with the mentioned process in question. Each educational experiment and the discussions which are fulfilled with the participant students have been carried out and recorded in online environment. In this manner, the researcher had the opportunity to watch the video records pertaining to the online courses again while gathering and analyzing the data concerning the process. The research process is performed with the participation of all of the students and in a discussion environment and the students are requested to make comments about the comments of each other in each lesson as well. In this manner, the students who give incomplete or incorrect answers talked to each other to learn the correct answers and the lessons progressed by means of the discussion method. It is targeted to carry out a dynamic and interactive research process focused on discussions in which the active participation of the entire class is possible instead of performing one-to-one discussions with the students. As a positive influence of the online course process, the students can easily fulfill the commands such as drawing, painting and emphasizing the forms and objects which they see in the paintings. In this manner, the instant interventions are made to the comments and responses of the students and the participation of the entire class in the process is ensured. However, performing the process online brought with some drawbacks as well. The problems which are experienced in the internet connections caused two students not to take part in the entire process and consequently caused their responses not to be reported and caused the students to experience some connection

problems from time to time. Such inconveniences and problems encountered constitute the limitation of this study.

The basic data of the study have been obtained by means of the activities which were carried out by the student during the educational process and the worksheets, the surveys which are composed of the open-end questions which are responded by the students following the education and the in-class observations. A pilot study is carried out on two volunteer students for the purpose of testing and developing the understandability before performing the activities and the necessary arrangements have been made on the questions. The arrangements were made on the subject of duration in particular following the pilot study. The researcher and the teacher specified the duration before the session while designing each educational experiment. However, following the pilot study carried out, they agreed that the period is insufficient in some lessons, longer periods of time should be given than the predetermined periods for the assignments given after the activities.

The purpose of the warming-up lesson is to reveal the concepts which are existing in the minds of the students on the subjects of symmetry, patterns and geometrical forms and to form a beginning point for the educational content which is prepared for combining mathematics and art. Thus, the work examples are shown in the subjects which are taken up in the study. The students acquired some opinions about the changes in the patterns before and after seeing the paintings on which Escher used patterns. The educational experiments started to be implemented at the end of this lesson. The research process is summarized in the Table-1.

**Table 1.**  
*Information Concerning The Educational Process*

Educational Sections	Skills Focused	Activity Performed
Pattern	Determining and forming patterns	Forming patterns before and after examining the paintings of Escher
Symmetry	Determining and forming symmetry	Forming symmetry before and after examining the paintings of Escher
Geometric forms and objects	Forming geometric forms-objects by means of using concrete materials	Forming geometric forms and objects from cardboard in the coverage of "let's make our own pizza" activity
Reinforcement	Forming designs in digital environment with the concepts learned	Forming the individual concepts by means of using the concepts learned from the Interactive Tessellation website

The first one of the focus subjects of the study is patterns. Some activities have been carried out from the related coursebook relating to the subject of patterns in the first lesson after the warming-up lesson. Attention is shown to the matter that the concept of pattern is well-understood by all of the students before starting the activities. The design of teaching concerning this subject began with the indication and interpretation of various artistic paintings. Because of the fact that the focal point is the patterns in this teaching process, it is targeted to attain the concept of pattern which is formed in the minds of the students. Because of this reason, the students are requested to draw exemplary patterns before starting the applications. Following such application, some works of Escher containing patterns are shown and the educational experiment lessons are taught in 4 hours in total in two separate days in this manner. Afterwards, the students are requested to draw patterns again as an assignment. The activity papers of the students have been interpreted both before and after the teaching process as well.

As a result of showing and interpreting the artistic paintings in teaching symmetry, it is targeted to form the concept of symmetry or to develop already existing opinionsthrough the artistic paintings in

the minds of the students. Before beginning the symmetry teaching experiment, after understanding that there are already some schemes in the minds of the students concerning the concept of symmetry, the paintings of Escher are shown and then interpreted by the entire class. Abundant number of paintings have been utilized for the purpose of obtaining the responses of all of the students. The lesson of symmetry is taught in 4 hours in total in two separate days just like in the lesson of patterns. The teacher gave assignments both before and after the process just like on the subject of patterns and requested the students to draw symmetric forms. In this manner, the knowledge which the students have about the subject of symmetry and the situations of changing such knowledge after the artistic paintings have been assessed.

The “Interactive Tessellation” internet program which is used for forming different structures and patterns with a single geometric form (square, rectangular, triangular) has been utilized in the study in addition to all of the teaching courses. In addition to performing the teaching process by means of the concrete models in the primary school mathematics teaching program, there is also an effort to make the teaching process more productive and effective thanks to the recent developments in technology (MEB, 2018). It is already known that the digital technology usage in teaching of mathematics makes a positive contribution to the academic achievements of the primary school students (Toptaş & Öztıp, 2019). Because of this reason, a virtual material which brings digital technology and mathematics together at the final stage of this study. The intended purpose of this activity is to enable the students to make exercises at the basis of a digital activity on the subjects of symmetry, patterns and geometric forms which are taken up in the coverage of this study through the mentioned internet program. In this manner, the students have formed their own original designs covering the subjects taught until this lesson by means of freer activity theme. At this stage, as different from what is done in the other teaching processes, a digital-based planning is carried out. Taking into consideration that the students more time with the digital tools in the period in which this study is carried out in particular due to the pandemic, this activity is added to the final stage of the educational experiment. Thus, it is targeted to evaluate the outputs as an expression of the concepts which are formed in the minds of the students.

It is considered that the assessment of the formation and change of the hypotheses which are stated and targeted at the beginning in the process while the activities are formed by means of involving the affective characteristics of the students reinforces the basis of the study. The researcher conveyed a short survey form to all of the students who participated in the study in order to evaluate the educational experiment process not only cognitively but also affectively. The survey form includes the following questions: “What did you feel while teaching the mathematics lesson in which we have used the artistic paintings and different activities? According to you, did these activities make any contribution to you? Or was it easier or more difficult for you? What other subjects you want to learn with the artistic paintings and activities in the mathematics lesson? The researcher collected the responses of these questions in five days period of time through e-mails. On the condition of writing the responses by the students on their own, their guardians were requested to share the photographs of the response papers or to respond them directly in the computer environment.

The data have been analyzed by means of using the content analysis in the study. In the content analysis, it is possible not only to obtain the theme and patterns from the data but also to benefit from the available themes which are used in different models. This analysis is a useful analysis method which enables the researcher to make a flexible analysis and rich description and includes some detailed and sophisticated explanations (Braun & Clarke, 2019). The student works have been acquired by means of e-mail in order to analyze the data obtained. The teacher and the researcher watched each course video recorded in the analysis process, examined the home assignments which are given to the students and took some decisions towards the educational process and reviewed the educational course schedule and activities by means of taking into consideration the concepts structured as well as the difficulties encountered by the students both during and after the course process. In the analysis process, first of all, the data which are obtained from the survey responses, observations of the researcher, study sheets and activity examples are depicted. The data have been read again and again by the researcher in order to increase the reliability of the study and the models which are put forward at the basis of the activity



have been examined and tried to be interpreted properly. While analyzing the data, the student behaviors are depicted in details and it is tried to find the similarities which characterize the student perceptions in the paintings in the arguments of the students. In the end of the educational experiments, finally, in the responses to the survey form which is sent to them in order to examine the affective situations of the students, the student expressions such as “I found the mathematical subjects which are shown in the artistic paintings entertaining”, “I would like to use these paintings in the other mathematics lessons as well” show that this process which is carried out with the mathematics and art interaction is considered quite affirmative for the students. What is observed in the educational experiment with the theme of geometrical forms and objects is that the students use the forms such as triangle and square rather than the objects, using the forms which are considered complicated in comparison with the other forms such as hexagon less in the activity of forming designs by means of using the digital materials showed that there are some difficulties in perceiving and using the geometric forms and objects. Consequently, the characteristics stated regarding the concepts which are evaluated in the coverage of the study have been assessed and related.

### Findings

#### 1. Findings concerning the Starting Lesson

First of all, the beginning lesson which is called the “Warming-up Lesson” is performed in the study. The teachers showed to the students the paintings of Sky and Water II (1938) (Appendix 1), Fish and Scales (1959) (Appendix 2) of Escher and Blue Abstract Kandinsky (Appendix 3) in order to make them to intuit the concepts before making an introduction into the main subjects and then requested the students to interpret them accordingly. The students are asked some questions like “According to you, what does the painter describe in the painting?” at this stage. The responses which are given concerning the questions are as follows;

K2: Teacher, the fishes made pattern with the birds in the painting.

K4: According to me, the painting is like geometry. There are some angles between the birds. The grey areas are identical to squares too.

K11: According to me, the fishes are like circles. There are circles in their eyes. And its surrounding is like square but not so much vertical.

K9: According to me, the painter intended to show us some geometrical forms. They brought the robot to the moon and dismantled it there and formed the geometrical forms.

K1: According to me, this painting is a night painting. The forms are like planets. And the small circles are like stars.

As it is seen in the exemplary dialogue, it is observed that the students made quite different expressions and each of them has different point of view while interpreting the paintings. At the same time, it is realized that all of the students referred to the mathematical concepts however they did not provide any detailed information. Another dialogue between a student (K7) and the teacher (Ö):

K7: I see lots of forms in the painting. There are beams too.

Ö: Which forms do you see? Can you explain?

K7: I see lots of triangles. There are right triangles and non-equilateral triangles.

Ö: What else do you see?

K7: There are beams, my teacher. They passed through the circle.

Ö: According to you, is that beam or line?

K7:.....(silence)

According to the responses of the students as stated in the examples, it is observed that the subjects of patterns and geometric forms which are present in the works shown are remembered. Whenever the paintings are shown for the first time, it is seen that the students are shocked a little bit and they are confused, however as the lesson gets progress and as the comments are received, the students warmed up for the process in question. It is observed that particularly the low-performing students got adapted into the lesson with difficulty. Because of this reason, the researcher and the teacher allowed these students to talk more frequently and thus enabled them to be involved in the process actively; and they tried to acquire some information regarding the thinking processes of the students. The results also include that the male students made metaphors like robot and space. The most outstanding one among the researcher observations concerning the warm-up lesson is that the students liked the paintings very much and insisted the teacher not to finish the lesson. This result could be accepted as an indicator of the increased motivation of the students.

## 2. Findings concerning the Subject of Patterns

In addition to the works which are shown in the warm-up lesson, the works titled Plane- filling Motif with Human Figures-1920 (Appendix 4) and Birds-1926 (Appendix 5) in which Escher used patterns were also shown. The questions are asked to the students as "According to you, is there any pattern in these paintings? How did you realize that there is a pattern? What are the examples which form patterns either in your surround or in nature?" Whenever the responses are examined to the question that "According to you, is there any pattern in these paintings?", it is seen that a vast majority of the students realized the pattern. The students emphasized the concept of order in their own descriptions. They stated that the forms become different whenever it is looked at the paintings from a different point of view and the patterns are made with different forms in each painting. For example, they made interpretations like resembling the cube painting to the sky or to a cake and relating the first painting to baklava. It is found interesting that the female students gave examples from the house stuff in general.

It is seen that the students used the concept "complicated" concerning the question "How did you realize that there is a pattern?". The purpose in these activities is to force the students to think, to enable them to have knowledge about the forms and order and to help them to realize the order and mathematical concept within the chaos. In this regard, a dialogue between the teacher (Ö) and a student (K2) is as follows:

Ö: How did you realize that there is a pattern?

K2: Teacher, the squares are written in order.

Ö: Are these squares?

K2: Excuse me, these are cubes my teacher. These are all drawn in order. And the pattern is made with stars next to them my teacher. There are stars from bigger ones to smaller ones.

Ö: Well, does being in order mean that it is a pattern?

K2: Yes. The pattern occurs whenever there are same forms in order.

As it is also seen in the above-stated exemplary dialogue, most of the students made emphasis on the situation of being in order. In this regard, the paintings shown emphasize not only on the subject of patterns but also on the subject of geometric forms and objects. It is considered important for the students to perceive these concepts and to feel the difference between them.

The responses of all of the students are listened concerning the question "What are the examples which form patterns either in your surrounding or in nature?". It is seen that they give examples from the objects which are in their houses in general. It is observed that they frequently pronounce the concepts such as central heating radiators, table cover, carpet, chessboard, designs of the dressings, mathematics notebooks, leaves on the trees, pavement stones, pedestrian crossing and lighting of the traffic lights in order. These responses indicate that the students realized the patterns in their surrounding areas.

Following the completion of the painting interpretations and question-answer chapter, the teacher descriptively expressed the concept of patterns and then took their attention to the rules of patterns. The students are requested to draw patterns again till the next lesson as a homework about patterns. The students drew example patterns before starting the applications. The pattern painting which is drawn by a student before and after showing the paintings of Escher (Figure 1 and Figure 2) and the examples from the pattern paintings which are drawn by two students after seeing the paintings of Escher (Figure 3 and Figure 4) are shown below.

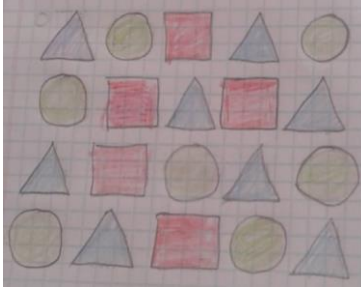


Figure 1



Figure 2

It is observed that actually there is no pattern in the pattern painting which is drawn in the first homework of the student who drew the Figure 2 following the Figure 1 before the lesson of patterns taught with the works of Escher and he/she drew some irregular and random forms which do not comply the pattern rules. However, as a result of the lessons which are taught based on the paintings of Escher, it is seen that the pattern forms drawn have a certain rule and order, that is to say they drew correct and clear patterns. These findings explain the situations of assumption as stipulated in the educational design of this study. After examining the first paintings which are drawn by the students, it was assumed that there would be positive changes as a result of the planned pattern activity in compliance with the educational experiment and drawing the accurate patterns by the students. Whenever the Figure 3 and Figure 4 are examined, it is seen that this teaching process concluded successfully and there is a positive change concerning the concept of patterns in the minds of the students.



Figure 3



Figure 4

It is also seen that the pattern rule is stated in addition to the forms which form the patterns in the paintings which are drawn by some of the students (Figure 3). It is considered that its reason is that the reason of being a pattern is constantly discussed during the lesson and the rule of pattern is taught to the students on frequent basis. It is seen that the student who drew the Figure 4 and three more

students drew fractal patterns. It is observed that the fractal paintings which are frequently used in the paintings of Escher developed and changed the understanding of pattern with the students.

### 3. Findings concerning the Subject of Symmetry

On the subject of symmetry, the works Day and Night-1938 (Appendix 6), Regular Division of The Plane I, Design Drawing of Tiles (Appendix 7) and Appendix Woodcuts (Appendix 8; Appendix 9; Appendix 10) of Escher are used in this study. The teacher requested the students to draw symmetrical forms by means of assigning the same homework both before and after the lesson on the subject of symmetry just like on the subject of patterns. In this manner, the knowledge which the students have on the subject of symmetry and if such knowledge changed, then how did they change have been assessed properly.

Whenever we look at the comments concerning the paintings of Escher, it is seen that the students understood the concept of symmetry but they confused it with patterns. The students usually drew patterns and pattern-like designs in the symmetry designs which they drew (Figure 5). It is observed that the students confused the concepts of pattern and symmetry. As a result of this, the teacher explained with some examples that the forms of colors and objects may change however they should go in an ordered and coherent manner. As a result, the students related the forms which are used in symmetry with the subject of patterns which they studied in the previous lessons at the same time.



Figure 5

It is seen that the birds form pattern in the first work of Escher as shown, however it does not constitute symmetry completely because different colors are used. But the students disregarded the color changes and stated that these are symmetrical again. An example dialogue from the class concerning this subject is as follows:

K5: A world is divided into two, there is symmetry of birds. My teacher, there is not only symmetry of birds but also symmetry of the other forms in the painting. The birds became opposite of each other and their colors became black and white.

Ö: Is not it necessary to be fully identical to be symmetrical?

K5: But teacher, he drew the same form, only the color is different.

As it could be seen in this short dialogue, the students are having a conceptual fallacy on the subject of symmetry and they confuse pattern with symmetry. In the interpretation of another Escher painting, it is seen that there are differences of opinion between the students on the subject whether the fishes which are seen in the painting are completely same or different in the interpretation of another painting of Escher.

K5: Teacher, these fishes are not completely same. Whenever we divide them into two, they are not same, their beaks are different.

K8: No my teacher, it seems so because you look at it from the same place all the time.

As a result of this dialogue, the teacher showed the painting to the students at different angles and the students were asked about their questions one by one regarding the situation of forming symmetry by the fishes and regarding whether they are fully same or not. In the continuance of the lesson, it is accepted by the class that the fishes are completely same. Escher reflected the mathematical concepts which he used in his paintings in an unusual way and in the manner of making us to think. Consequently, it is seen that the students reach the result by means of thinking on it and falsifying each other. The students emphasized that the vertical and horizontal lines form symmetry through the painting of Escher, how the line is drawn and that the mirror sees the function of line in the mirror symmetry. In the first comments, the students tried to reach the symmetry by means of drawing the vertical symmetry on continual basis. However, around the end of the lesson, as indicated also by the teacher, it is mentioned that the objects like circles have more than one symmetry lines and they form symmetry by means of dividing some of them both horizontally and vertically. These findings show that show that the assumption situations which are specified in the educational experiment design are taught. The teacher requested the students the definition of symmetry on their own as a result of the educational process and in this manner the teacher tried to reach the minds of the students. The responses of some students are given below.

K1: Symmetry occurs if it is same whenever the painting is folded.

K14: It is the reverse image of something or any object.

K6: It is the reverse reflection of something on the mirror.

K8: Its being same whenever we draw and compare the line.

K15: It is equal of objects.

K9: It is opposite of each other.

The other opinions of the students relating to the subject of symmetry worth to be shared as well. The situation of forming symmetry by the twins at the class and the necessity of having completely same appearances for being symmetry were discussed by the class. Another observation which is recorded by the researcher is that the students admired the paintings, they envied to draw beautiful paintings and they insisted the teacher not to put an end to the lesson. The students were requested to draw a design which is composed of symmetry in the beginning and in the end of the symmetry teaching process. The paintings which are drawn by the same student in the beginning and in the end of the subject of symmetry, namely before and after the lessons which are taught with the paintings of Escher are shown in the following examples.



Figure 6

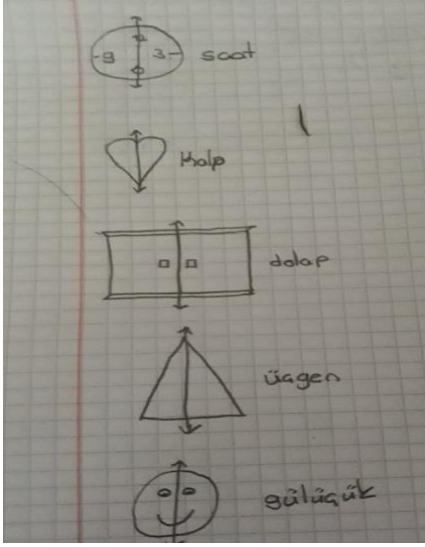


Figure 7

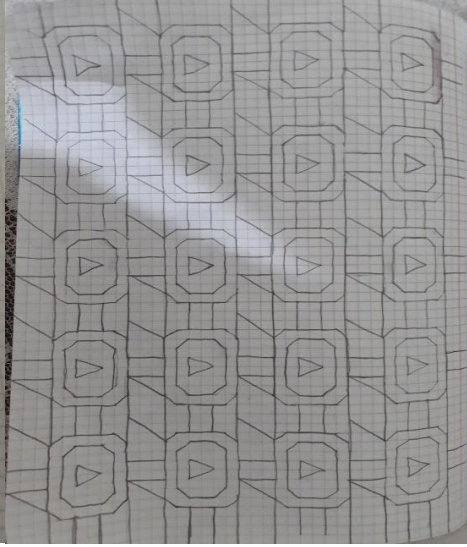


Figure 8



Figure 9



Whenever the symmetry pictures which are drawn by the students are examined, it is seen that the firstly drawn designs of most of them (Figure 6 and Figure 8) are at more basic level and similar to the exercises in the course books and the symmetry designs which are drawn after examining the paintings of Escher (Figure 7 and Figure 9) are much more detailed and sophisticated.

#### 4. Findings concerning the Subject of Geometrical Forms and Objects

The subject of geometrical forms and objects started with a reminder just like on the other subjects. First of all, the question is asked “in which part of our life we see the geometrical forms and objects?”. The students are requested to give some examples from their daily lives and in this manner to specify the geometrical forms and objects which are formed in their minds. In this teaching process, it is aimed to remind the concept of geometrical forms as a whole rather than focusing on separate names and characteristics of the forms. As examples of the geometrical forms, the students gave examples for the geometrical forms as roofs of houses, table, form of our earth, traffic signs, clover leaves, telephone, window, our eyes, apple, plum and brain. The students gave examples from their near surrounding and their own bodies. It is remarkable that particularly the female students gave examples from the stuff in their houses and the male students gave examples from the concepts of world and environment.

The pictures and activities which are shown as a reminder by the teacher in the lesson are taken from the course books. In this lesson, the geometric forms and objects are taught by means of focusing on their names and characteristics respectively. It is observed that the students frequently use the concepts of square, rectangular and tetragons and could express them easily, however they are having some difficulties in realizing the multilateral forms and three-dimension objects. The teacher asked the question “How did you understand?” to the students on a frequent basis while asking for the geometrical forms. In this manner, the students are enabled to talk about the forms and characteristics for each of the geometrical forms. The reaching the schemes which are formed in their minds is considered an important finding for the researcher because the opinions of the students following this teaching process are related with the other subjects and activities.

Ö: Which form do you see in the painting?

K1: There are squares.

Ö: How did you realize that it is a square?



K1: Because their sides are vertical my teacher.

Ö: According to you, are all of the forms with vertical sides squares?

K1: No my teacher, there is rectangular as well.

Ö: What is the difference between square and rectangular then?

K1: All four sides of square are equal.

Another dialogue example;

Ö: What is the form which you see in this example?

K20: I see hexagon my teacher.

Ö: How did you understand?

K15: Because it has six sides.

Ö: What could you say about its sides?

K15: All of them are equal to each other (this response is given after a long period of thinking).

As it is seen in the dialogues, the students could realize the geometrical forms in the paintings, they could differentiate square and rectangular and also showed that they have some knowledge relating to multilateral forms as well. First of all, the works titled Black and Violet (Appendix 11), Composition-VIII-1923 (Appendix 12) and another work of Kandinsky who used the two-dimensional forms in his works are shown. After that, the works titled Study for Stars (Appendix13) and Verbum-1942 (Appendix14) of Escher who used the three-dimensional objects in his work are shown. The attention is shown to the point that, as a result of the courses which are taught by means of artistic paintings, the students stated the concepts as two-dimensional in general rather than three-dimensional. Escher used in his painting the objects such as square, triangular prism, cube and circle as three-dimensional ones in his painting, however the students said only square instead of square prism and triangular instead of triangular prism. The geometrical forms which are frequently used in the two-dimensional objects of Kandinsky were realized much more easily by the students. It is realized that the triangular types are distinguished and examined in the paintings. Kandinsky used different types instead of uniform forms and objects in his works. In addition to circles, the semicircles were also usually realized by the students. As a result of these findings, it is seen that the students could perceive the two-dimensional objects much more easily in comparison with the three-dimensional ones.

The responses which are given by the students for the homework titled “Let’s form our own geometrical pizza” which is performed in the end of all of the lessons are shown in the Table 2. A pizza is prepared on the condition of using at least five of the below-stated materials on a white paper or plastic plate. Each material represents a geometrical form or object. For instance, those who want to add sausage to their pizzas shall represent it with a square prism.

**Table 2.**

*Representative Materials with the Geometric Forms and Objects*

Cheese	Tomato	Mushroom	Corn	Sausage	Spice	Weiner	Pepper
	sauce						
Circle	Cube	Pentagon	Right triangle	Square Prism	IsoscelesTriangle	Rectangular	TrianglePrism

As a result of the examination of the homework assignments collected, it is seen that the students mostly used the materials which represent the two-dimensional forms, that is to say they draw two-dimensional forms and they usually refrain from drawing the three-dimensional objects. Six of the students formed the three-dimensional objects and wrote the characteristics of the objects on their

notebooks correctly as well. However, the remaining nine students used the two-dimensional forms only in their homework assignments. Figure 10 and Figure 11 are shown as examples for both of the above-stated examples.



**Figure 10**



**Figure 11**

It is also necessary to mention the difference between the academic achievements of the students relating to this activity. The student who formed the Figure 1 is more successful academically in comparison with the student who formed the Figure 2. Consequently, it makes sense to associate the activities on the subject of geometrical forms and objects with the academic achievements of the students.

#### **Discussion & Conclusion**

In this study, the educational/teaching experiment is carried out for the purpose of assessing the applications of the fourth-grade students on the subjects of patterns, symmetry, geometrical forms and objects through the artistic works. As a result of the teaching experiments performed, it is observed that the students who exhibit lower performances in the mathematics lessons are having difficulties in adapting to the lessons and activities and, on the other hand, the students with academic achievements have higher motivations and they progress with pleasure throughout the process. In addition to this, the students acquire positive social and cognitive developments and they are in an opinion that the lesson is attractive and interesting for them. In the study, it is determined that they have some sort of difficulties in adapting to the introductory lessons in particular because of carrying out the entire process in online environment. Likewise, the research findings put forward the fact that many students are experiencing motivation losses in lots of lessons in the remote education process in the pandemic period and they are having difficulties in adapting to this process as well as the lessons to a certain extent.

It is also seen and observed that the students who saw the paintings of Escher (2005) expressed their opinions concerning the patterns with the words like complicated, mixed-up etc. The situations such as intermingling with each other, composing of different dimensions are frequently used in the works of Escher. Because of this reason, it is a normal result for the students to use these concepts. It is further observed that the students had difficulty at the first stage but then they felt pleasure and requested to look at the paintings again. Whenever we examine the results of the study concerning the concept of symmetry, it is seen that the students understood the subject of symmetry but confused it with patterns. The students drew patterns or pattern-like designs in the symmetry designs which they drew at first. This could be an expected result because there could be more than one mathematical concept in the paintings of Escher. In addition to this, showing the paintings of Escher including patterns and symmetry together could explain this result as well. Although the subjects of patterns and symmetry are taught as if these are independent subjects from each other, as a matter of fact, they constitute the foundation of the transformation geometry in nature of completing each other. In the study, the students related the forms which are used in symmetry with the subject of pattern which they learned



in the previous lesson at the same time. This result indicates that the students could transfer the information obtained.

Whenever we look at the results of the geometrical forms and objects, it is remarkable that the students stated the mentioned concepts not as three-dimensional but usually as two-dimensional. Escher used the objects such as square, triangle, prism, cube and circle as three-dimensional ones, however the students stated square only instead of square prism and triangle only instead of triangular prism. The geometrical forms could be more easily realized by the students because of the fact that the two-dimensional objects are quite intensive in the works of Kandinsky. It is considered remarkable that the triangular types are realized and examined more easily in comparison with the other forms.

Whenever the findings of the study are examined carefully, it is seen and observed that the students have positive opinions on the subject of teaching mathematics with art either directly or indirectly and they showed developments in the coverage of the subject and concepts taken up. The students are not aware of the correlation between mathematics and art in formal meaning. Because of this reason, the students should be made realized that mathematics has reflections in art and there is also aesthetics in mathematics and art and aesthetics should be mixed with mathematics and presented in this manner in the primary school mathematics activities (Alyeşil Kabakçı & Demirkapı, 2016). The results which are obtained in this study indicate that the students have higher motivations concerning the lesson of mathematics as mixed with the artistic works. It is shown in many researches that the motivations of the students increase in the mathematics lessons which are taught with the artistic works as well (Atasay & Erdoğan, 2017; Gustlin, 2012; Heally, 2004; Posner et al., 2008; Priolo, 2009). Mathematics is an area which is important on every area of the life and which is not composed of the numbers and transactions only as it is already explained in the introductory chapter of this study. It is very important for the students to be motivated toward mathematics as well as learning the mathematical knowledge. Art is only one of its ways.

In this study, the educational experiment which is based on the artistic works on the subjects of patterns, symmetry and geometrical forms and geometrical objects for the primary school 4th grade students. As a consequence of the educational experiment carried out, the structures which are formed in the minds of the students by the activities which combine mathematics with art appeared. This design which is quite appropriate to be used in the mathematical researches could be used by means of adding different points of view, on many areas of and on the subject of mathematics rather than in the coverage of art only. No study is encountered in the local literature concerning the primary school in the studies which combine the subjects of mathematics and art and it is also seen that there are limited number of studies performed in the international literature as well. It is recommended for the researchers who are interested in this subject to perform their studies with the students at various class levels by means of taking as basis the different subjects and concepts. In addition to this, it is considered that the studies which are composed of the teacher samples shall make a significant contribution to the area by means of considering that the attitudes and perspectives of the teachers who are the executors of the lesson on this subject are deemed important as well.

In this study, all rules in the "Higher Education Institutions Scientific Research and Publication Ethics Directive" were followed and none of the "Actions Against Scientific Research and Publication Ethics" in the second part of the directive were not realized.

**Acknowledgments:** I am very grateful to my teacher friend Sevtap Yavuz for very helpful and constructive comments and collaboration with me on the design of the instructional process. Many thanks also to the anonymous reviewers who provided helpful feedback and suggestions on previous versions of this article.

## Türkçe Sürümü

### Giriş

Sanat, yaşamı anlamlı kılmak için insana özgü duyguların ve düşüncelerin çeşitli araçlarla dışavurumudur (Çakır İlhan, 1994). Yalnızca bir iş icra etmek ya da estetik tatmin sağlamak amaçlı değil, insanla bütünleşen ve insanı bütünleştirmeyi sağlayan bir alandır. Ayrıca sanat, yaş ve gelişime bakmaksızın insanın kendini ifade ediş biçimlerinden biri; kısacası bir iletişim aracıdır. Çocukluk döneminde de kendini ifade edebilme ihtiyacının karşılanması bakımından sanatın yeri büyüktür (Ayaydın, 2011). Kişiliğin çocukluk çağından itibaren gelişmeye başladığı ve sanatın da tıpkı matematik gibi günlük yaşantının bir parçası olduğu göz önünde bulundurulduğunda erken yaşlardan itibaren çocukların sanatla iç içe olması önemlidir. Bu sebeple matematik ve sanatın birlikte gerçek dünyanın bir parçası olduğunu gösterebilmek adına bu çalışmada ilkökul öğrencileri ile çalışılmış; öğrencilerin simetri, örüntüler, geometrik şekiller ve cisimler kavramlarına ait sanat temelli matematik uygulamaları incelenmiştir.

Matematiğin sanatla entegrasyonunun sağlanarak öğretilmesi erken çocukluktan itibaren üzerinde durulması ve geliştirilmesi gereken bir konudur. Öyle ki tarih boyunca matematikçilerin ve sanatçıların merak duyduğu fenomenleri, çocuklar küçük yaşlardan itibaren düşünürler: “Çiçeklerin neden belirli sayıda yaprakları vardır, kar taneleri neden simetrik bir yapıya sahiptir, leoparların derilerindeki desenler nasıl bu kadar düzenlidir, arıların peteklerinin şekli nasıl ve neden altıgendir?” gibi sorular sorarlar. Bu sorular ve deneyimler ise öğrencileri ilk matematiksel kavramlara, çizgilere, şekillere, örüntülere ve desenlere yönlendirir (Brezovnik, 2015). Genel Amaçlar ve Temel İlkeler doğrultusunda Matematik Dersi Öğretim Programının ulaşmaya çalıştığı genel amaçlardan biri matematiğin sanat ve estetikle ilişkisini öğrencinin fark edebilmesini sağlamaktır. Matematik öğretiminde öğrencilerin matematiğin yeryüzündeki ve doğadaki oluşumlarını keşfetmesi, matematiğin içindeki sembolizm ve dilin estetik yönünü fark etmesi matematiği daha keyifli ve anlaşılır hale getirebilmektedir. Bununla birlikte, Türkiye Yeterlilikler Çerçevesinde belirlenen 8 anahtar yetkinlikten biri de öğrencide estetik duygusunu öne çıkarmaktır (Milli Eğitim Bakanlığı [MEB], 2018). Amerika’da bulunana eğitim organizasyonu Ulusal Matematik Öğretmenleri Konseyi (NCTM,2000, prensip ve standartlarını açıklarken matematik öğretimi sürecinde sanatın yer alması gerektiğini, matematiğin sosyal çalışmalar, fen, sanat ve fizik eğitimi gibi diğer alanlarla ilişkisi göz önünde bulundurulmasını özellikle geometrinin sanattaki yerinin önemli olduğunu vurgulamıştır. Bu sayede sanat ve matematik arasındaki ilişkiyi kavrayabilen, matematiğin günlük yaşamla ilişkisini fark edebilen bireylerin yetişmesi nihai hedef olmaktadır.

### Matematik ve Sanatlışkisi

Sanat ve matematiğin birbirinden tamamen farklı alanlar olarak görülmesinin sebebi matematiğin net kural ve sınırları olan, değişime açık olmayan, sayısal hesaplarla yürütülen bir alan olması; sanatın ise estetik değerlerin ve duyguların hayal gücüyle görsel, işitsel dünyaya aktarımı şeklinde yorumlanmasıdır. Ancak matematik ve sanatın özelliklerine bakıldığında birbirlerini etkileme ve birbirlerinden etkilenme durumları daha net anlaşılmaktadır. Her ne kadar sanat duygusal ya da duyguların dışavurumu olsa da biliş ve nörobiliş alanında yapılan çalışmalarda sanatın bilişsel gücü de güçlendirdiği görülmektedir (Rabkin & Redmond, 2006). Bu iki alanın birbirlerinin içine geçmesi her ikisinin de zenginliğini ve verimliliğini artırmaktadır (Hart, 2006). Ayrıca iki alan da doğanın soyutlanması, yorumu ve yeniden sunumu olarak gösterilmektedir (İpek vd. , 2010). Sanat, somut niteliklerin bir araya gelmesine hizmet ederken matematik bunu sayılar aracılığıyla yapabilmektedir. Çünkü zihinsel düşünme gerektiren ve anlam yüklemeyi hedefleyen matematiksel bilgiler sanat ile daha anlaşılır ve kalıcı olmaktadır (Konyalıoğlu, 2005).

Gelişmekte ve geri kalmış ülkelerdeki okullarda sanatsal faaliyetler boş zaman etkinliği olarak algılanarak sanatın eğitimsel faydaları göz ardı edilmektedir (Burnaford, 2013). Ancak yapılan çalışmalar

sanatın, matematik gibi temel derslerle bütünleşmesi sonucunda birçok olumlu beceri ve yetenekleri geliştirdiğini ortaya koymuştur. Küçük yaşta çocuklar matematiksel düşünmeye, günlük yaşantılarında karşılaştıkları nesnelere anlamlandırarak başlamaktadır. Çocuklar nesnelere görüntüsü, eşitliği, benzerliği ya da farklılığını düşünür, gözlemler ve sınıflandırır. Böylece matematiksel kavramları temel olarak anlamaya başlar; objelerin görüntüsüne odaklanarak zihinlerinde görsel bir imaj tasarlarlar. Bu imaja göre zaman, ağırlık, uzunluk vb birimleri sezgisel olarak etiketleyebilirler (Bristow vd.,2001, Akt: Brezovnik, 2015; Root-Bernstein, 2013). Sanatın matematik derslerine entegre edilmesinin bir avantajı da Gardner'ın geliştirdiği çoklu zekaya kuramına uygun olarak, sınıfta farklı alanlarda daha gelişmiş zekaları olan çocukların varlığını keşfetmek ve sürece katmaktır (Baird, 2015). Bununla birlikte, risk altında sayılan sosyo-ekonomik düzeyi düşük veya engelli öğrenciler için de sanatla bütünleştirilmiş ders bir fırsat olabilir (Jeronimo, 2019). Sanatsal etkinlikleri barındıran okul müfredatları öğrencilerin motivasyonunu artırmasının yanı sıra onları okulda tutmak ve bunu isteyerek yapmalarını sağlamak için önemli olabilir.

Tarihte birçok filozof, sanatçı ve matematikçi güzellik algısından ve bunun matematikteki izdüşümünden bahsetmiştir. Altın oranı formüle eden Pisagor, Rönesans ressamlarının tablolarına yansıyan sanatın aynı zamanda matematiksel izdüşümü de yansıttığına örnek Leonardo Da Vinci'nin ünlü Mona Lisa eseri, Fibonacci'nin kendi adıyla anılan 1,1,2,3,5,8,13,21,34,... Fibonacci sayılarındaki gizemi matematik ve sanatın güçlü ilişkisini belirtmektedir. Fibonacci sayı dizisinde ardışık iki sayının oranını belirten yaklaşık değeri  $Q=1,61804$  olan altın oran ifade edilmektedir. Doğada zaten varolan bir estetik ölçüsü altın oran düşünürler tarafından matematik ile açıklanmıştır (Akdeniz, 2007; King, 1992). Evrenin gerçekliğini insanlıkla buluşturma noktasında matematik, bunu sanatın diliyle ifade etmeyi içermektedir. İngiliz matematikçi Hardy'nin (1940) sanatın matematik için ne derece önemli olduğunu şu sözleriyle belirtmiştir: "Bir matematikçinin yaptığı şey bir ressam veya şairin yaptığı şey kadar güzel olmalıdır. Düşünceler, renkler ve sözcükler gibi uyumlu bir şekilde birbirini tamamlamalıdır. Dünyada çirkin bir matematik için kalıcı bir yer yoktur." Galileo ise matematik ve sanatı şu sözleriyle birleştirmiştir: "Evren gözlemlerimize her an açıktır ama onun dilini ve bu dilin yazıldığı harfleri öğrenmeden ve kavramadan anlaşılması mümkün değildir. Evren matematik diliyle yazılmıştır, harfleri üçgenler, daireler ve diğer geometrik biçimlerdir" (Orhan, 1995). Kandinsky (1926) bütün sanatların son soyut gösteriminin sayı olduğunu belirtmiş ve matematiksel öğeleri resim sanatına yansıtmıştır. Sanatçı, matematik eğitiminin temelini yaratıcı düşünce ürettiren bir ortam yaratmak olduğunu belirterek özellikle nokta, doğru, düzlem gibi matematiksel kavramları ve bunlardan oluşan geometrik şekilleri resimlerinde net bir biçimde ortaya koyarak "Point and Line to Plane" isimli eserinde eğitimsel anlamda matematik ve sanatı birleştirmiştir. Matematik ve sanatın birlikteliği söz konusu olduğunda Hollandalı ressam Maurits Cornelius Escher ve eserleri öne çıkmaktadır. Escher matematiği, sanatçıya varlığı tanımının, anlamının ve anlatmanın yolunu gösteren ışık olarak nitelendirmektedir. İslam sanatının örneklerinden çok etkilenen Escher, El Hambra Sarayının soyut geometrik şekillerle sınırlandırıldığını ancak gerçekte bundan daha fazlası olduğunu ileri sürmüştür (Ernst, 2007). Escher kendisini ne bir matematikçi ne de sanatçı olarak tanımlamasına rağmen bütün eserlerinde en az bir matematiksel içerik olduğu görülmektedir. Dahası, Escher bunları öyle bir biçimde sunmuştur ki anlaması zor olan soyut kavramları bile eserlerinde somutlaştırabilmiştir (Erkan Yazıcı, 2011). Sanatçı, eserlerinde çeşitli simetri türlerini, geometrik şekilleri, örüntüleri, mozaikleri, yansımaları ve ileri düzey matematiksel kavram ve şekilleri sıkça kullanmıştır (Koptisick, 2005). Bu sebeple bu çalışmada ilkökul matematik derslerinde yeri bulunan ve Escher ile Kandinsky'nin eserlerinden yararlanarak simetri, örüntü, geometrik şekiller ve cisimler konularına yer verilmiştir.

### **Matematik Öğretimi ve Sanat**

Matematik öğretim programlarındaki birçok konu sanatın eğitime katkısı için etkili bir ortam sağlar. Öteleme, yansıma ve dönme olarak türlere ayrılan simetri bu konulardan biridir. İlkokul düzeyindeki öğrenciler yansıma simetrisi yani ayna ya da simetri doğrusu ile yapılan simetrik cisimleri öğrenirler (Van De Walle, 2007). Estetiğin belirleyici faktörlerinden sayılan oran ve simetri güzellik algısını, düzeni, oranı gösterebildiğinden resim sanatında çok sık kullanılmaktadır (Pesen, 2002). İnsanlığın dünyayı daha iyi anlamak için düzene ve düzenden beslenmiş kalıplara ihtiyaç duyması normaldir. Simetri, tam da bu

düzene uygun olarak maddenin mikroskobik dünyasından galaksilerin gizemli davranışlarına kadar doğada her yerde bulunan, tüm canlılara hitap eden evrensel bir prensiptir (Hall & Pais, 2018). Escher'in eserlerinde kullandığı simetri konusunun temel alındığı çalışmalar öğrencilerin bilgiyi içselleştirdiğini, başka konulara aktarabildiğini, sosyal ve bilişsel olarak olumlu gelişme sağladığını ve yaratıcılıklarının geliştiğini göstermektedir (Gullat, 2008; Hall & Pais, 2018; Heally, 2004). Araştırmada ele alınan diğer bir konu olan örüntüleri iyi kavramak yalnızca aritmetik değil ileriki düzeylerde cebir konularına geçişte de kolaylık sağladığı kanıtlanmıştır (Van De Walle, 2007; Zazkis & Liljedahl, 2002). Ayrıca örüntü yapabilmek ve keşfedebilme becerisi gelişmiş öğrencilerin matematiksel muhakeme yapabilmek, matematiksel ilişkileri anlamlandırabilme becerilerinin de geliştiği tespit edilmiştir (Papic & Mulligan, 2005). Bu sebeple örüntüler konusu matematik dersinde oldukça önemlidir.

Göze hitap eden sanatlar aritmetiği, geometriyi ve perspektifi doğal bir biçimde içinde barındırır (Alyeşil Kabakçı&Demirkapı, 2016). Matematiğin görsel sanatlarda yer alan yapılarından biri de geometridir. Geometri öğrenme alanı akıl yürütme, eleştirel düşünme, problem çözme becerisi, estetik ve sanatsal duyguların gelişimi gibi nedenlerle matematik öğretim programlarında önemli bir yere sahiptir (Baykul, 2005). Geometrik şekiller ile süslemeler yapmak okul öncesinden itibaren öğrencilerin şekillerdeki örüntüleri incelemeleri ve şekillerin bir araya gelerek başka şekilleri, desenleri oluşturduğunu görmenin sanatsal bir yoldur (Van De Walle, 2007). Benzer olarak günümüz mimarisinde ve birçok sanat dalında sıklıkla kullanılan fraktallar ilkökulda örüntü konusu kapsamında ele alınmakta olup öğrencilerin matematiğe karşı bakış açılarının olumlu anlamda değişmesinde rol oynamaktadır (İnci Kuzu vd., 2017). Örüntü arama, tasvir etme, başka durumlara aktarma ve genişletme aritmetiğin ve cebirin en önemli bileşenlerindedir (Van De Walle, 2007). Belli bir örüntüden daha fazlasını oluşturmak için bir araya getirilen şekiller, problem çözme becerisi ve yaratıcı düşüncenin gelişmesinde önemli rol oynar (Van De Walle, 2007). Ayrıca matematiksel becerilerin ve ilişkilerin anlamlandırılmasında, genellenmesinde ve muhakeme becerilerinin gelişmesinde son derece etkilidir (Papic & Mulligan, 2005). Bu araştırmada ele alınan geometrik cisimler ve şekiller, uzamsal ilişkiler, geometrik örüntüler, simetri ve geometride temel kavramlar birinci sınıftan dördüncü sınıfa kadar konu kapsamı değişmekle birlikte öğretim programında yer almaktadır. Konular ve kavramlar işlenirken doğadan ve sanatla ilişkilendirilebilen cisimlerden örnekler verilmesi gerekmektedir. Böylece öğrenciler, sanatta kullanılan ve matematikte ele alınan kavramları öncelikle somutlaştırma yoluyla hissedebilecektir (MEB, 2018). Matematik öğretim programında yer alan ve öğrencilerin zihinde canlandırmakta zorlandığı şekillerin farklı perspektiflerden çizimleri, iz düşümleri, üç boyutlu görünümdeki orantılar gibi konular görsel sanatlar alanıyla ilişkilendirilip sanat uygulamalarıyla işlendiğinde öğrencilerin uzamsal yeteneklerinin geliştiği görülmüştür (Alyeşil Kabakçı&Demirkapı, 2016). Buna ek olarak, matematiğin sanat ile birlikte öğretilmesiyle öğrencilerin problem çözmede daha yaratıcı oldukları, daha imgesel düşündükleri ve kavramları daha iyi anlamlandırdıkları da yapılan çalışmalarda tespit edilmiştir (Hickman & Huckstep, 2003; Silverstein & Layne, 2010). Ayrıca sanatsal bir içeriği matematik konusu ile bütünleştirerek öğretmek öğrencilerin motivasyonunu artırarak ders sürecine daha yoğun biçimde adapte olmalarına yardımcı olmaktadır (Gustlin, 2012; Posner vd., 2008; Priolo, 2009). Öğrenciler sanatı oyun olarak algılayarak teorik kavram ve bilgileri daha iyi hatırlama eğiliminde olmaktadır (Gelineau, 2012). İlkokulda matematiği sanatla bütünleştirerek öğretmeyi savunan araştırmacıların elde ettiği diğer sonuçlara göre ilkökulda sanat etkinliklerinin öğrencilerde matematiksel düşünme becerilerini geliştirdiği, akademik başarı, eleştirel ve akıcı düşünme gibi bilişsel becerilerinde ilerleme olduğu, öz değerlendirme, öz düzenleme, hayal gücü, iş birliği, sorumluluk alma konularında daha da geliştikleri tespit edilmiştir (Brezovnik, 2015; Burton vd., 2000; Cornett & Smithrim, 2000; Mason vd., 2005; Rabkin & Redmond, 2004).

Matematik ders kitapları ve öğretim programı incelendiğinde ilkökul matematiğinin sanatla ilişkilendirmesinin ağırlıklı olarak örüntü, simetri ve geometri konularında ortaya çıkabildiği söylenebilir. Bu çalışma öğrencilerin belirtilen konulardaki gelişmelerinin resim sanatı yardımıyla artırılması ve matematiğin sanatla ilişkisini vurgulaması açısından önemli görülmektedir. Ayrıca yerel literatürde ilkökul düzeyinde matematiği sanat ile ilişkilendiren araştırmaya rastlanmamıştır. Bu sebeple bu araştırmanın alanyazındaki açığı kapatacağına ve benzer araştırmalar için örnek teşkil edileceğine

inanılmaktadır. Araştırmada kullanılan etkinlikler ve uygulamalar öğretmenlere, öğretmen adaylarına ve matematik alanında çalışan eğitimcilere örnek olması açısından da önemli görülmektedir. Çalışmada çoğunlukla Escher olmakla birlikte ünlü ressam Wassily Kandinsky'nin de eserlerinden örnekler kullanılmıştır. Bu iki ressamın eserlerinin seçilmesinin sebebi, matematiksel kavramlara eserlerinde yoğunluklu olarak vurgu yapılması ve eserlerin matematik eğitimcileri ile araştırmacılar tarafından değerli görülmesidir. Bu araştırmada matematik ve sanatın bir araya getirildiği bütüncül bir öğretimin bir denencesi olarak 4. Sınıf öğrencilerinin örüntü, simetri, geometrik şekiller ve cisimler konuları ile bu konulara ait kavramları sanat eserleri aracılığıyla işlenmesi amaçlanmıştır. Bu bağlamda aşağıda belirtilen araştırma soruları kapsamında çalışma yürütülmüştür:

1. Öğrenciler sanatsal resimler kullanılarak işlenen simetri konusunu nasıl anlamlandırmaktadır?
2. Öğrenciler sanatsal resimler kullanılarak işlenen örüntüler konusunu nasıl anlamlandırmaktadır?
3. Öğrenciler sanatsal resimler kullanılarak işlenen geometrik şekiller ve cisimler konusunu nasıl anlamlandırmaktadır?
4. Öğrencilerin sanatsal resimler temelinde yapılan etkinlikler hakkındaki düşünceleri nelerdir?

## Yöntem

### Araştırma Modeli

Araştırmada ünlü ressamlar Escher'in ve Kandinsky'nin eserlerinde sıkça kullandıkları simetri, örüntü, geometrik şekiller ve cisimler konuları kapsamında sanat temelli matematik öğretimi etkinliklerinin uygulandığı öğretim deneyi modeli benimsenmiştir. Öğretim deneyi, nitel araştırma kapsamında değerlendirilen ve matematik eğitiminde ortaya çıkan bir araştırma desenidir. Matematik eğitimi araştırmacıları öğrencilerin zihinlerinde oluşan matematiksel düşünceleri ve süreçleri açığa çıkarmayı hedeflemektedir. Bu sebeple döngüsel bir süreç olan öğretim deneyi tasarımıyla şekillenen araştırmalar matematik araştırmaları için önemli görülmektedir (Cobb & Steffe, 1983).

Tüm araştırmalar ve araştırmacılar için belirlenmiş bir öğretim deneyi tasarımı mevcut değildir. Her bir öğretim deneyi tasarımı konunun özelliklerine ve araştırmanın hipotezlerine göre şekillenebilmektedir. Öğretim deneyi tasarımında katılımcıların matematik bilgisinin düzeyine yönelik çeşitli varsayımlar oluşturur ve bu varsayımlara yönelik etkinlikler geliştirilerek denenir (Steffe & Thompson, 2000). Öğrencinin matematiği veya matematiksel konuları nasıl anlamlandırdığına ve betimlediğine odaklanılır. Öncül ve ileriye dönük hipotezler ve sonuçlar değerlendirilerek öğretim deneyi temelinde öğrencinin zihinde oluşturduğu yapı ve modeller ortaya çıkarılır (Uygan, 2019). Bu bakımdan öğretim deneyi öğrencilerin hem teorik hem pratikte zihinlerinde oluşan matematiksel sonuçlar konusunda eğitimcilerin ve araştırmacıların bilgi elde etmesini sağlayan, önemli ipucu ve bakış açısı kazandıran etkili bir modeldir. Öğretim deneyi tasarımında öğretim boyutu, öğrenme ortamının hazırlanmasını içerirken deneyim boyutu öğrenci zihninde gelişen matematiksel süreci işaret etmektedir. Araştırmada oluşturulan öncül varsayımlar simetri, örüntü ve geometrik şekiller konularında kullanılan sanat eserlerinin ve sanat etkinliklerinin bu üç konu çerçevesinde öğrencilerin zihinlerinde oluşmasını sağlamaktır.

### Katılımcılar

Araştırma 2019-2020 eğitim öğretim yılının bahar yarıyılında, İstanbul'da bir devlet okulunun 4. Sınıfındaki 7 erkek 8 kız olmak üzere toplam 15 öğrenci ile gerçekleştirilmiştir. Öğrenciler farklı akademik başarılarla sahip olup öğretmen tarafından belirtilen başarı durumlarına göre bulgularda yorumlanmıştır. Bu araştırma sürecinde öğrencilerin akademik başarılarını belirlemek için ayrıca bir süreç yürütülmemiştir. Bu noktada öğretmenin öğrencileri tanıyıp olmasına dayandırılarak öğrencilerin akademik olarak ne seviyede olduklarını önceki derslerdeki performanslarına dayanarak öğrenciler

değerlendirilmiştir. İsim listesine göre öğrenciler katılımcı (K) ve numara verilerek kodlanmıştır. Katılımcıların belirlenmesinde amaçlı rastgele örnekleme yöntemi kullanılmıştır. Bu yöntem, rastgele seçilen örneklemin araştırma amacı doğrultusunda belirlenerek daha zengin ve detaylı verilere ulaşılmasına çalışmanın inandırıcılığını artırmak amacıyla kullanılır. İlk olarak rastgele bir bölge ya da okul seçilerek, bu topluluk içinden amaca uygun belli ölçütleri sağlayan küçük bir grup seçilmiştir (Marshall & Rossman, 2014). Araştırmada dördüncü sınıf öğrencilerinin seçilmesinin nedeni bu sınıf düzeyine kadar işlenen simetri, örüntü ve geometrik cisimler konularının sanat ile ilişkilendirilmesinin daha mümkün olmasıdır. Öğretim deneyi sürecine hakim, lisansüstü eğitim almış deneyimli bir öğretmenin seçilmesi de bu kararda etkili olmuştur.

### **Araştırma Etiği**

Araştırmanın gerçekleştirilebilmesi için araştırmacıların bulunduğu il göz önüne alınarak gerekli üniversitenin etik kurulundan araştırma izni alınmıştır. Tüm süreç etik kurallar göz önünde bulundurularak yürütülmüştür. Buna ek olarak öğrenciler, veliler ve öğretmen çalışmanın amacı ve süreci hakkında bilgilendirilmiştir. Çalışma gönüllü öğrencilerle gerçekleştirilmiştir. Veri toplama sürecinde sınıfın doğal eğitim öğretim sürecinin bozulmamasına özen gösterilmiştir. Elde edilen veriler araştırmacı ve sınıf öğretmeni dışında başka kişiler ile paylaşılmamış ve katılımcılara ilişkin kişisel bilgiler korunmuştur.

### **Verilerin Toplanması ve Analizi**

Çalışma, etkinlikler öncesi ve sonrası olmak üzere her bir konu kapsamında ayrı ayrı ele alınıp öğretim deneyi modeline uygun olarak yürütülmüştür. Öğretim deneyi araştırmalarında araştırmacı gözlemci rolüne girip, öğretim ve deney süreci sınıfın öğretmeni tarafından yürütülebilmektedir. Aynı zamanda araştırmacı öğretmen rolüne girip süreci kendisi de yürütebilmektedir (Cobb & Steffe, 1983). Bu araştırmada araştırmacı, öğretim deneyi süresinde sınıfta gözlemci olarak yer almış, öğrencilerin konuya ya da kavramlara ilişkin matematiksel bilgiyi nasıl yapılandırıldığını gözlemlemiş ve öğrenme sürecinin hem bireysel hem de sosyal boyutlarına ilişkin gözlemlerini kaydetmiştir. Araştırmacı dersler boyunca direkt olarak müdahalede bulunmamış; yalnızca dijital etkinlik dersinde ve anket formunun gönderilmesi ile toplanması aşamasında aktif olmuştur. Dijital etkinlik dersinde website üzerinden çeşitli araştırmalar yapıldığından ve öğretmenin bu süreçte herhangi bir bilgisi ve tecrübesi olmadığından bu süreci araştırmacı yürütmüştür. Anket formlarının velilere gönderilmesi noktasında da öğretmen aracı olmuş, araştırmacı ise onam formu ve gerekli izinleri imzalı bir şekilde velilere e-mail yoluyla göndermiştir. Tüm öğretim deneyleri ve öğretim süreci döngüsel bir şekilde araştırmacı tarafından tasarlanıp planlanmış; sonrasında öğretmenin görüşü alınmıştır. Süreç boyunca öğretmen ve araştırmacı arasında büyük fikir ayrılıkları oluşmamış, yalnızca içeriği daha zengin hale getirebilme ve öğrenciler açısından daha anlaşılır kılabilme noktalarında minör düzenlemelerde bulunulmuştur.

Nitel araştırmalarda doğası gereği araştırmacı ve katılımcılar arasında karşılıklı saygı ve güven ilişkisi olması beklenmektedir (Doiron & Asselin, 2015). Bu sebeple öğretim deneylerinden önce ısınma dersi olarak nitelendirilen tanışma dersi yapılmıştır. Araştırmada ilk olarak işlenen ısınma dersinde araştırmacı kendisini sınıfa tanıtmış, ileriki dersler boyunca derse katılacağını gruba açıklamıştır. Öğretim deneylerini içeren tüm süreç araştırmacı tarafından kısaca öğrencilere özetlenmiştir. Çalışmaya katılmanın tamamen gönüllülük esaslı olduğunu, çalışma süresince yapılan etkinliklerin ve çalışma çıktılarının herhangi bir not ile değerlendirilmeyeceği, öğrenmek kadar eğlenmenin de bu sürecin bir amaçlarından biri olduğu belirtilmiştir. Aynı zamanda öğrencilere bu çalışmanın herkes için karşılıklı fayda oluşturduğu; bilimsel bir araştırmaya katılmak ve bunun ne anlama geldiği aktarılarak öğrencilerin de süreçteki rolü araştırmanın amacı çerçevesinde belirtilmiştir. Katılımcı öğrenciler de bilimsel bir araştırmaya katkı sunacakları için heyecanlı ve mutlu olduklarını söylemişlerdir. Araştırmacı öğrencileri tüm süreç boyunca bir arkadaş gibi göreceğini, kavramlarla ilgili sorularda doğru ya da yanlış bilgi vermelerinin kendisi için önemli olmadığını, birlikte keyif alarak ekip ruhuyla dersler işlemenin esas amaç olduğunu belirterek onların endişelerini ve meraklarını gidermeye çalışmıştır.

Her bir dersten sonra araştırmacı, öğretmenin süreç içerisindeki aktarımlarına dayalı yorumlarda bulunmuş, bir sonraki derste daha iyisi yapılması için öğretmen ile fikir alışverişinde bulunmuştur. Uygulamalar sınıf öğretmeni tarafından, araştırmacının geliştirdiği etkinlikler ve ders tasarısı aracılığıyla 5 hafta ve toplamda 16 ders saatinde gerçekleştirilmiştir. Öğretim deneyleri dörder ders saati, son pekiştirme dersi ise iki saat sürmüştür. Öğretim deneyleri iki ayrı günde ve araya 2-3 gün koyularak (genellikle salı ve cuma günleri) yürütülmüştür. Araştırmacı ise süreç öncesinde öğretim deneyi ve etkinlikler için yaklaşık 4 hafta hazırlanmıştır. Araştırmada sınıf öğretmeni uygulayıcı rolünü üstlenmiş olup araştırmada kullanılan resimleri ve etkinlikleri önceden görmüş, araştırmacı ile ders tasarımları hakkında detaylıca görüşmüş ve sürece hakim olmuştur.

Araştırmanın uygulama süreci aşağıdaki modelde özetlenerek devamında detaylı olarak açıklanmıştır.



**Model 1. Araştırmanın Veri Toplama ve Analiz Süreci**

Araştırma sürecinin tamamı online olarak yürütülmüştür. Öğrenciler bu araştırmada gerçekleştirilen dersler öncesinde birçok defa online eğitimde yer almış, sürece aşinalık kazanmıştır. Her bir öğretim deneyi ve öğrencilerle yürütülen tartışmalar online ortamda gerçekleştirilmiş ve kayıt altına alınmıştır. Bu sayede araştırmacı sürece ilişkin verileri toplarken ve analiz ederken online derslere ait video kayıtlarını tekrar izleme şansı elde etmiştir. Araştırma süreci tüm öğrencilerin katılımıyla ve tartışma ortamında gerçekleştirilmiş, her bir derste öğrencilerden birbirlerinin cevapları hakkında yorum yapmaları istenmiştir. Bu sayede, eksik ya da yanlış cevap veren öğrenciler birbirleriyle konuşarak doğrusunu öğrenebilmiş ve dersler tartışma yöntemiyle ilerlemiştir. Öğrencilerle birebir görüşmeler yapmak yerine tüm sınıfın aktif katılım sağladığı dinamik, interaktif ve tartışma odaklı bir araştırma süreci yürütmek hedeflenmiştir. Online ders sürecinin pozitif etkisi olarak öğrenciler, resimlerde gördükleri şekil ve cisimleri ekranı çizme, boyama, vurgulama gibi komutları kolaylıkla yapabilmektedir. Bu sayede öğrencilerin yorumlarına ve yanıtlarına anında müdahale edilerek tüm sınıfın da sürece katılması sağlanmıştır. Bununla birlikte, sürecin online yapılması da bazı aksaklıkları beraberinde getirmiştir. İnternet bağlantılarında yaşanan sorunlar iki öğrencinin sürecin tamamında yer alamamasına ve dolayısıyla yanıtlarının da raporlanamamasına, öğrencilerin zaman zaman bağlantı sorunları yaşamasına sebep olmuştur. Yaşanan bu eksiklik ve aksaklıklar da bu araştırmanın sınırlılığını oluşturmaktadır.

Araştırmanın temel verileri öğretim boyunca öğrencilerin yapmış olduğu etkinlikler ile çalışma yaprakları, öğretim sonrası öğrencilerin yanıtladığı açık uçlu sorulardan oluşan anket ve sınıf içi gözlemler ile elde edilmiştir. Araştırmacı tarafından hazırlanan etkinlikler ve anket soruları matematik alanında uzman iki eğitimcinin görüşüne sunulmuş ve düzenlenmiştir. Böylece araştırmanın güvenilirliği artırılmak istenmiştir. İçeriklerin oluşturulması kadar öğrencilere yöneltilen soruların da önceden belirlenmesi ve olası yanıtların gözden geçirilmesi noktasında da uzman görüşlerinden yararlanılmıştır. Örneğin öğrencilerin geometrik şekilleri cisimlere göre daha kolay ayırt ettiği gözlemlendikten sonra üç boyutlu cisimlere ilişkin öğrencilere yönlendirici sorular sorulmuş, somut materyal ile oluşturdukları etkinlikte üç boyutlu cisim oluşturmaları gerektiği ifade edilmiştir. Bunlar çalışma öncesinde araştırmacı ve iki uzman arasında görüşülmüş ve böylece hazırlık süreci tamamlanmıştır. Her bir etkinliğin amaca hizmet etmesi ve güvenilir sonuçlar elde etmeyi sağlaması önemli görülmektedir. Bu sebeple etkinlikleri gerçekleştirilmeden önce anlaşılabilirliğini test etmek ve geliştirebilmek amacıyla gönüllü iki öğrenci üzerinde pilot çalışma gerçekleştirilmiş ve sorular üzerinde gerekli düzenlemeler yapılmıştır. Pilot çalışmadan sonra özellikle süre konusunda düzenlemeler yapılmıştır. Araştırmacı ve öğretmen her bir öğretim

deneyini tasarlarlarken süresini de oturum öncesinden belirlemişlerdir. Ancak pilot çalışmadan sonra bazı derslerde sürenin yetersiz olduğu, etkinliklerden sonra verilen ödevler için belirlenenden daha fazla sürenin verilmesi gerektiği konusunda ortak görüşlerde bulunmuşlardır.

Isınma dersinin amacı simetri, örüntü ve geometrik şekiller konularında öğrencilerin zihinlerinde var olan kavramları ortaya çıkarmak ve matematik ile sanatı birleştirmeye yönelik hazırlanan öğretim içeriği için başlangıç oluşturmaktır. Böylece araştırmada ele alınan konularda eser örnekleri gösterilmiştir. Escher'in örüntü kullandığı resimlerini görmeden önce ve gördükten sonra öğrenciler örüntülerdeki değişimler hakkında fikir edinmiştir. Bu ders sonucunda öğretim deneyleri uygulamaya başlamıştır. Araştırma süreci Tablo 1'de özetlenmiştir.

**Tablo 1.**  
*Öğretim Sürecine İlişkin Bilgiler*

Öğretim Bölümleri	Odaklanılan Beceriler	Gerçekleştirilen Etkinlik
Örüntü öğretimi	Örüntü belirleme ve oluşturma	Escher'in resimleri incelemeyen önce ve inceledikten sonra örüntü oluşturma
Simetri öğretimi	Simetri belirleme ve oluşturma	Escher'in resimleri incelemeyen önce ve inceledikten sonra simetri oluşturma
Geometrik şekiller ve cisimler öğretimi	Somut materyal kullanarak geometrik şekil-cisim oluşturma	Kendi pizzamızı oluşturalım etkinliği kapsamında kartondan geometrik şekiller ve cisimler oluşturma
Pekiştirme etkinlikleri	Öğrenilen kavramlar ile dijital ortamda desen oluşturma	Öğrenilen kavramları Interactive Tesselation websitesinde kullanarak bireysel içerik oluşturma

Araştırmanın odağı olan konulardan ilki örüntülerdir. Isınma dersinden sonraki ilk derste örüntüler konusu ile ilgili ders kitabından bazı etkinlikler yapılmıştır. Etkinliklerden önce örüntü kavramının tüm öğrenciler tarafından anlaşılması dikkat edilmiştir. Bu konuya ilişkin öğretim tasarımı çeşitli sanatsal resimlerin gösterilmesi ve yorumlanması ile başlamıştır. Bu öğretimde ise odak konu örüntüler olduğundan öğrencilerin zihinlerinde oluşan örüntü kavramına ulaşmak hedeflenmiştir. Bu sebeple öğrencilerden uygulamalara başlamadan önce örnek örüntüler çizmeleri istenmiştir. Bu uygulamadan sonra Escher'in örüntü içeren eserleri gösterilerek iki ayrı günde toplam 4 saatte öğretim deneyi dersleri işlenmiştir. Sonrasında ödev olarak öğrencilerden tekrar örüntü çizmeleri istenmiştir. Öğretim öncesi ve sonrası öğrenci etkinlik kağıtları yorumlanmıştır.

Simetri öğretiminde sanatsal resimlerin gösterilmesi ve yorumlanması sonucunda öğrencilerin zihinlerinde sanatsal resimler aracılığıyla simetri kavramının oluşması ya da varolan düşüncenin geliştirilmesi amaçlanmıştır. Simetri öğretim deneyine geçmeden önce öğrencilerin simetri kavramına ilişkin zihinlerinde bazı şemalar oluştuğu anlaşıldıktan sonra Escher'in resimleri gösterilerek sınıfça yorumlanmıştır. Öğrencilerin hepsinin yanıtlarını alabilmek adına fazlaca resim kullanılmıştır. Simetri dersi, örüntü dersinde olduğu gibi iki ayrı günde toplam 4 saatte işlenmiştir. Öğretmen, örüntüler konusunda olduğu gibi simetride de önce ve sonra ödev vererek öğrencilerden simetrik şekiller çizmelerini istemiştir. Bu sayede öğrencilerin simetri konusunda hangi bilgilere sahip olduğu, bu bilgilerin sanat resimlerinden sonraki değişme durumları değerlendirilmiştir.

Araştırmada kazandırılması hedeflenen son içerik olan geometrik şekiller ve cisimler diğer konularda olduğu gibi hatırlatma ile başlamıştır. İlk olarak "Geometrik şekilleri/cisimleri hayatımızda nerelerde görürüz?" Sorusu sorulmuştur. Bu öğretimde şekillerin ayrı ayrı isimlerine ve özelliklerine odaklanmaktan ziyade bir bütün olarak geometrik şekiller kavramını hatırlatmak amaçlanmıştır. Geometrik şekiller ve cisimler konusunda Escher'in eserlerine ek olarak çizimlerinde geometrik şekillere sıklıkla yer veren Kandinsky'nin eserleri de kullanılmıştır. Derslerin bitiminde öğrencilerden bir sonraki derse kadar yapmaları için ödev verilmiştir. "Kendi geometrik pizzamızı oluşturalım" ödevi için yönerge hazırlanmış ve öğrencilere gönderilmiştir. Beyaz bir kağıt ya da plastik tabak üzerine Tablo 2'de belirtilen malzemelerden en az beş tanesini kullanmak şartıyla bir pizza hazırlanmıştır. Her bir malzeme bir geometrik şekil ya da cismi temsil etmektedir. Örneğin pizzasına sucuk koymak isteyenler bunu kare



prizma ile temsillendirecektir. Son olarak ise öğrenciler pizzalarında kullandıkları geometrik şekillerin özelliklerini defterlerine birkaç cümle ile açıklamıştır. Özellikle ilköğretim matematik öğretiminde somut materyal kullanımının öğrencilerin matematiği daha iyi anlamlandırması ve problem çözme becerilerini geliştirmesi noktasında oldukça önemlidir (Kelly, 2006). Bu sebeple çeşitli ödevler vasıtasıyla öğrencilerin somut materyal kullanmaları, çeşitli çizimler yapmalarının öğrenme sürecine katkı sağlayacağı düşünülmüştür.

Araştırmada tüm öğretim derslerine ek olarak tek bir geometrik şekil ile (kare, altıgen, üçgen) farklı yapı ve örüntüler oluşturmaya yarayan Interactive Tessellation internet programı kullanılmıştır. İlköğretim matematik öğretim programında somut modellerle öğretimin yapılmasının yanısıra teknolojinin de gelişmesi ile eğitimi daha verimli ve etkin kılma çabası bulunmaktadır (Milli Eğitim Bakanlığı [MEB], 2018). Matematik öğretiminde dijital teknoloji kullanımının ilköğretim öğrencilerinin akademik başarılarına olumlu etki ettiği bilinmektedir (Toptaş & Öztop, 2019). Bu sebeple bu araştırmanın son aşamasında dijital teknoloji ile matematiği bir araya getiren sanal bir materyal kullanılmıştır. Bu etkinliğin amacı, internet programı aracılığıyla öğrencilerin bu araştırma kapsamında ele alınan simetri, örüntü ve geometrik şekiller konusunu dijital bir etkinlik temelinde alıştırmalar yapmalarını sağlamaktır. Bu sayede öğrenciler, daha özgür bir etkinlik teması ile bu derse kadar işledikleri konuları da kapsayan kendi özgün desenlerini oluşturmuşlardır. Bu aşamada diğer öğretimlerde yapılandırılmış farklı olarak dijital temelli bir planlama yapılmıştır. Öğrencilerin pandemi sebebiyle özellikle bu araştırmanın gerçekleştiği dönemde dijital araçlarla fazlaca vakit geçirdiği düşünüldüğünden, öğretim deneyinin son aşamasına bu etkinlik eklenmiştir. Böylece öğrencilerin zihinlerinde oluşan kavramların bir dışavurumu olarak özgün çıktılarının değerlendirilmesi hedeflenmiştir. Bazı öğrencilerin çoğunlukla dijital temelli etkinlik ve oyunlarda keyif aldığı düşünülerek son olarak internet programının kullanıldığı bir etkinlik oluşturulmuştur. Program basit komutlarla çalışabildiğinden öğrenciler için kavranması zor olmamıştır. Araştırmacı, programı tanıtırken kendi gösterdiği şekiller üzerinden örüntü, örüntünün kuralı, simetri, simetri doğrusu, kullanılan geometrik şekilleri öğrencilere sorarak önceki haftalarda işlenen dersleri hatırlatmıştır. Bu sayede öğrenciler ortaya çıkan desende hangi şekillerin kullanıldığını, örüntü kuralının ne olduğunu, simetri doğrusunun nereden çizildiğini sınıfça tartışmışlardır.

Öğretim deneyi araştırmalarında etkinlikler tasarlanırken öğrencilerin duyuşsal özellikleri de sürece katılarak oluşturulduğunda başta belirtilen ve hedeflenen hipotezlerin süreç içerisindeki oluşumu ve değişimini değerlendirmenin araştırmanın temelini sağlamlaştırdığı düşünülmüştür. Araştırmacı, öğretim deneyi sürecini hem bilişsel hem de duyuşsal açıdan değerlendirebilmek adına araştırmaya katılan tüm öğrencilere kısa bir anket formu iletmıştır. Anket formunda: “Sanat resimleri ve farklı etkinlikleri kullandığımız matematik dersini işlerken nasıl hissettin? Sence bu etkinliklerin sana katkısı oldu mu? Ya da daha mı kolay ya da daha mı zordu senin için? Matematik dersinde başka hangi konuları sanat resimleri ve etkinlikleriyle öğrenmek istersin?” soruları yer almaktadır. Araştırmacı, soruların yanıtlarını email yoluyla beş gün içinde toplamıştır. Öğrencilerin yanıtları kendilerinin yazması şartıyla velilerden yanıt kağıtlarının fotoğraflarını paylaşmaları veya direkt olarak bilgisayar ortamında yanıtlamaları istenmiştir.

Araştırmada verilerin içerik analizi kullanarak analiz edilmiştir. İçerik analizinde temalar ve örüntüler veri içinden çıkarılabileceği gibi farklı modellerde kullanılan mevcut temalardan da yararlanılabilir. Bu analiz, araştırmacıya esnek bir analiz ve zengin betimleme fırsatı tanıyan, ayrıntılı ve karmaşık açıklamalar içeren kullanışlı bir analiz yöntemidir (Braun & Clarke, 2019). Elde edilen verilerin analiz edilmesi için öğrenci çalışmaları e-mail yolu ile edinilmiştir. Analiz sürecinde öğretmen ve araştırmacı kaydedilen her bir ders videosunu izleyerek ve öğrencilere verilen ev ödevlerini inceleyerek ders esnasında ve dersten sonra öğrencilerin yaşadıkları güçlükleri, yapılandırdıkları kavramları dikkate alarak öğretim sürecine yönelik kararlar almış ve öğretim ders planı ve etkinliklerini gözden geçirmiştir. Örneğin simetri dersinden sonra öğrencilerin örüntü ile simetri kavramlarını ayırmada zorluklar yaşadığı gözlemlenmiş olup sonrasında öğrencilere bu iki kavramı birbirinden ayırmak için örnek resimler gösterilmiş ve sınıfça tartışılmıştır. Bu şekilde geriye ve ileriye yönelik analizler yapılmıştır. Analiz sürecinde ilk olarak anket yanıtlarından, araştırmacının gözlemlerinden, çalışma yapılarından ve

etkinlik örneklerinden elde edilen verilerin dökümleri yapılmıştır. Veriler araştırmanın güvenilirliğini arttırmak için araştırmacı tarafından tekrar tekrar okunarak ve etkinlik temelinde ortaya koyulan modeller tek tek incelenerek anlamlandırılmaya çalışılmıştır. Veriler analiz edilirken öğrenci davranışları detaylı bir biçimde betimlenmiş, öğrencilerin söylemlerinde, resimlerinde öğrenci kavrayışlarını karakterize eden benzerlikler bulunmaya çalışılmıştır. Öğretim deneyleri bitiminde en son olarak öğrencilerin duyuşsal durumlarını incelemek için gönderilen anket formu yanıtlarında; “sanatsal resimlerde gösterilen matematik konularını eğlenceli buldum.” “Diğer matematik derslerinde de bu resimleri kullanmayı isterim.” Gibi öğrenci ifadeleri matematik sanat etkileşimli yürütülen bu sürecin öğrenciler için olumlu olduğunu göstermektedir. Geometrik şekiller ve cisimler temalı öğretim deneyinde gözlemlenen; öğrencilerin cisimlerden ziyade üçgen ve kare gibi şekilleri daha sık kullanması, dijital materyal kullanılarak desen oluşturma etkinliğinde altıgen gibi diğer şekillere göre daha karmaşık sayılan şekilleri daha az kullanması geometrik şekil ve cisimlerin kavranmasında ve kullanılmasında birtakım zorluklar olduğunu göstermiştir. Dolayısıyla araştırma kapsamında değerlendirilen kavramlara dair belirtilen karakteristikler değerlendirilmiş ve ilişkilendirilmiştir.

## Bulgular

### 1. Başlangıç Dersine İlişkin Bulgular

Araştırmada ilk olarak “Isınma Dersi” olarak adlandırılan başlangıç dersi işlenmiştir. Öğretmen, konulara giriş yapmadan önce kavramları sezdirmek amacıyla Escher’in Sky and Water II-1938(Ek 1), Fish and Scales-1959 (Ek 2) ile Kandinsky’nin Blue Abstract (Ek 3) resimlerini öğrencilere göstererek yorumlamalarını istemiştir. Öğrencilere bu aşamada “Sence bunu yapan ressam resimde ne anlatmış? Bu resim sana bir şey hatırlattı mı?” Sorularını sordu. Sorulara ilişkin öğrencilerin verdiği yanıtlar şunlardır;

K2: Öğretmenim resimde balıklar kuşlarla örüntü yapmış.

K4: Bence resim geometriye benziyor, kuşların arasında açılar olmuş. Gri alanlar da kareye benziyor.

K11: Bence balıklar daireye benziyor. Gözlerinde daire var. Etrafı da kareye benziyor ama tam dik değil gibi.

K9: Ressam bize geometrik şekilleri göstermek istemiş bence. Robotu aya götürmüşler ve orda parçalara ayrılıp geometrik şekiller oluşturmuş.

K1: Bence bu resim gece resmi. Şekiller gezegen gibi. Küçük daireler de yıldız benziyor.

Örnek diyalogda görüldüğü üzere öğrencilerin çok farklı ifadelerde bulunduğu, resimleri yorumlarken her birinin oldukça farklı bakış açısının olduğu görülmektedir. Aynı zamanda öğrencilerin hepsinin matematiksel kavramlara değindiği ancak detaylı olarak bilgi vermedikleri fark edilmiştir. Bir öğrenci (K7) ile öğretmen (Ö) arasında geçen diğer bir diyalog:

K7: Resimde bir sürü şekil görüyorum. Işıklar da var.

Ö: Hangi şekilleri görüyorsun? Açıklar mısın?

K7: Üçgen görüyorum bir sürü. Dik üçgenler var farklı kenarlı üçgenler var.

Ö: Başka neler görüyorsun?

K7: Işın var öğretmenim. Dairenin içinden geçmiş.

Ö: Işın mı doğru mu o sence?

K7:..... (sessizlik)

Örneklerde belirtilen öğrencilerin yanıtlarına göre, gösterilen eserlerde bulunan örüntü ve geometrik şekiller konularının hatırlandığı gözlemlenmiştir. Resimler ilk gösterildiğinde öğrencilerin biraz şaşırıldığı ve kafalarının karıştığı; ancak ders ilerledikçe ve yorumlar yapıldıkça öğrencilerin sürece ısındığı görülmüştür. Özellikle daha düşük performanslı öğrencilerin derse daha zor adapte olduğu gözlemlenmiştir. Bu sebeple araştırmacı ve öğretmen bu öğrencilere sıkça söz hakkı vererek sürece dahil

olmalarını sağlamış; öğrencilerin düşünme süreçlerine dair bilgi edinmeye çalışmışlardır. Robot, uzay gibi benzetmeler yapan öğrencilerin erkek olduğu da sonuçlar arasındadır. Isınma dersine ilişkin araştırmacı gözlemlerinden en dikkat çeken ise öğrencilerin resimleri çok beğendikleri ve dersin bitmemesi için öğretmene ısrar ettikleridir. Bu sonuç, öğrencilerin motivasyonunun arttığına bir göstergesi olarak kabul edilebilir.

## 2.Örüntü Konusuna İlişkin Bulgular

Isınma dersinde gösterilen eserlere ek olarak Escher'in örüntü kullandığı eserlerinden Plane- filling Motif with Human Figures-1920 (Ek 4) ve Birds-1926 (Ek 5) isimli eserleri gösterilmiştir. Öğrencilere "Bu resimlerde sence örüntü var mı? Örüntü olduğunu nasıl anladın? Etrafında ya da doğada örüntüler oluşturan örnekler nelerdir?" soruları sorulmuştur.

"Bu resimlerde sence örüntü var mı?" Sorusuna ilişkin yanıtlar incelendiğinde öğrencilerin büyük çoğunluğunun örüntüyü fark ettikleri görülmüştür. Öğrenciler, ifade ettikleri betimlemelerle düzen kavramını vurgulamışlardır. Resimlere farklı açıdan bakıldığında şekillerin farklılaştığını, her bir resimde farklı şekillerle örüntü yapıldığını belirtmişlerdir. Örneğin küp resminin gökyüzüne, pastaya benzetilmesi, ilk resmin baklava ile ilişkilendirilmesi gibi yorumlamalar yapmışlardır. Verilen örüntü örneklerinde kız öğrencilerin daha çok ev eşyalarından örnek vermesi dikkat çekici olmuştur.

"Örüntü olduğunu nasıl anladın?" sorusuna ilişkin öğrencilerin karışık kavramını kullandığı görülmüştür. Bu etkinliklerde amaç öğrencileri düşünmeye zorlamak, şekiller ve düzen hakkında bilgi sahibi olmalarını sağlamak ve karmaşanın içindeki düzeni ve matematiksel kavramı fark etmelerine yardımcı olmaktır. Bu anlamda öğretmen (Ö) ve bir öğrenci (K2) arasında geçen diyalog:

Ö: Örüntü olduğunu nasıl anladın?

K2: Öğretmenim kareler sırasıyla yazılmış.

Ö: Onlar kare mi?

K2:Pardon küp öğretmenim. Hepsi sırayla çizilmiş. Yan tarafında da yıldızlarla örüntü yapmış öğretmenim. Büyükten küçüğe yıldızlar var.

Ö: Sırasıyla dizilmiş olması örüntü anlamına mı gelir peki?

K2: Evet. Sıra sıra aynı şekiller olunca örüntü oluyor.

Örnek diyalogda da görüldüğü üzere öğrencilerin çoğu sıralanmış olma durumuna vurgu yapmıştır. Bu anlamda gösterilen resimler, yalnızca örüntü konusunu değil geometrik şekiller ve cisimler konusuna da vurgu yapmaktadır. Öğrencilerin bu kavramları algılamaları, aralarındaki farkı hissetmeleri önemli görülmektedir.

"Etrafında ya da doğada örüntüler oluşturan örnekler nelerdir?" sorusuna ilişkin öğrencilerin hepsinin yanıtları dinlenmiştir. Genellikle evlerinde bulunan nesnelere örnek verdikleri görülmüştür. Kalorifer petekleri, perde, masa örtüsü, halı, satranç tahtası, kıyafetlerin desenleri, matematik defterleri, ağaçlardaki yapraklar, kaldırım taşları, yaya geçidi, trafik ışıklarının sırayla yanması gibi kavramları sıkça söyledikleri dikkat çekmiştir. Bu yanıtlar, öğrencilerin çevrelerinde olan örüntüleri fark ettiklerini göstermektedir.

Resim yorumlamaları ve soru-cevap kısmı bittikten sonra öğretmen örüntü kavramını betimsel olarak ifade edip örüntü kurallarına dikkat çekmiştir. Ödev olarak örüntü derslerinden sonra öğrencilerden bir sonraki derse kadar tekrar örüntü çizmeleri istenmiştir. Öğrenciler, uygulamalara başlamadan önce örnek örüntüler çizmişlerdi. Bir öğrencinin Escher'in resimleri gösterilmeden önce ve sonra çizdiği örüntü resmi (Resim 1 ve Resim 2) ile iki öğrencinin Escher resimlerini gördükten sonra çizdiği örüntü resimlerinden örnekler (Resim 3 ve Resim 4) aşağıda gösterilmiştir.



Resim 1

Resim 2

Escher'in eserleriyle işlenen örüntü dersinden önce Resim 1'i sonrasında ise Resim 2'yi çizen öğrencinin ilk ödevde çizdiği örüntü resminde aslında örüntü olmadığı, örüntü kurallarına uymayan, düzensiz, rastgele şekillerin çizdiği görülmüştür. Ancak Escher resimlerine dayalı işlenen dersler sonucunda çizilen örüntü şekillerinin belli bir kuralı ve düzeni olduğu yani doğru ve net örüntüler çizildiği görülmektedir. Bu bulgular, bu araştırmanın öğretim tasarısında öngörülen varsayım durumlarını açıklar niteliktedir. Öğrencilerin ilk çizdiği resimleri incelendikten sonra öğretim deneyine uygun olarak planlanan örüntü etkinliği sonucunda pozitif anlamda değişiklik olması, öğrencilerin doğru örüntü çizebilmeleri varsayılmaktaydı. Resim 3 ve Resim 4 incelendiğinde bu öğretimin başarıyla sonuçlandığı, öğrencilerin zihinlerinde örüntü kavramına ilişkin olumlu anlamda değişiklik olduğu görülmektedir.



Resim 3

Resim 4

Bazı öğrencilerin çizdiği resimlerde örüntü oluşturan şekillere ek olarak örüntü kuralının da belirtildiği görülmüştür (Resim 3). Bunun sebebinin ise ders işlenirken devamlı olarak neden örüntü olduğunun tartışılması, öğrencilere sık sık örüntü kuralının ne olduğunun kavratılmasından dolayı olduğu düşünülmüştür. Resim 4'ü çizen öğrenci ve ayrıca üç öğrencinin ise fraktal örüntü çizdiği görülmektedir. Escher'in resimlerinde sıkça kullandığı fraktal resimleri öğrencilerin örüntü anlayışını geliştirdiği ve değiştirdiği görülmektedir.

### 3.Simetri Konusuna İlişkin Bulgular

Simetri konusunda Escher'in Day and Night-1938 (Ek 6), Regular Division of The Plane I, Design Drawing of Tiles (Ek 7) ve birkaç Woodcut (Ek 8; Ek 9; Ek 10) eserleri kullanılmıştır. Öğretmen, örüntüler konusunda olduğu gibi simetride de önce ve sonra aynı ödevi vererek öğrencilerden simetrik şekiller çizmelerini istemiştir. Bu sayede öğrencilerin simetri konusunda hangi bilgilere sahip olduğu, bu bilgilerin değiştiyse nasıl değiştiği değerlendirilmiştir.

Escher'in resimlerine ilişkin yorumlara bakıldığında öğrencilerin simetri kavramını anladıkları ancak örüntü ile karıştırdıkları görülmüştür. Öğrenciler ilk çizdikleri simetri desenlerinde genellikle örüntüler ve örüntüye benzer desenler çizmişlerdir (Resim 5). Öğrencilerin örüntü ve simetri kavramlarını karıştırdığı

gözlemlenmiştir. Bunun sonucunda öğretmen örüntülerde renklerin ve cisimlerin şeklinin değişebileceğini ancak uyumlu ve sıralı bir şekilde gitmesi gerektiğini örneklerle açıklamıştır. Sonuçta ise öğrenciler simetride kullanılan şekilleri aynı zamanda önceki derslerde işledikleri örüntü konusuyla ilişkilendirmişlerdir.



**Resim 5**

Escher'in gösterilen ilk eserinde kuşların örüntü oluşturduğu ancak farklı renkler kullandığından tam olarak simetri olmadığı görülmektedir. Öğrenciler ise renk değişkenini göz ardı ederek yine de simetrik olduğunu belirtmişlerdir. Buna ilişkin sınıftan bir diyalog örneği:

K5: Bir dünya ikiye ayrılmış, kuşların simetrisi var. Sadece kuşların simetrisi yok öğretmenin resimdeki diğer şekillerin de simetrisi var! Kuşlar birbirinin zıttı olmuş renkleri de siyah beyaz olmuş.

Ö: Simetri olması için tıpatıp aynısı olması gerekmez mi?

K5: Ama şeklin aynısını çizmiş öğretmenim sadece rengi farklı.

Bu kısa diyalogda da görüldüğü gibi öğrenciler simetri konusunda kavram yanılgısı yaşamakta ve örüntü ile simetriyi karıştırmaktadır. Diğer bir Escher resminin yorumlanmasında öğrenciler arasında resimdeki balıkların tamamen aynı mı ya da farklı mı olduğu konusunda görüş ayrılıklarının olduğu görülmüştür.

K5: Öğretmenim bu balıklar birbirinin aynısı değil ki. İkiyi böldüğümüzde aynısı olmuyor gagaları farklı.

K8: Hayır öğretmenim hep aynı yerden baktığı için öyle görüyor.

Bu diyalog sonucunda öğretmen resmi farklı açılarda öğrencilere göstermiş ve balıkların simetri oluşturabilme durumu ve tamamen aynı olup olmama durumuna dair öğrencilere tek tek görüşleri sorulmuştur. Dersin devamında balıkların tamamen aynı olduğu görüşü sınıfta kabul edilmiştir. Escher resimlerinde kullandığı matematiksel kavramları alışılmışın dışında, düşündürerek yansıtmıştır. Dolayısıyla öğrencilerin üzerinde düşünerek ve birbirlerini yanlışlayarak sonuca ulaştığı görülmüştür. Öğrenciler Escher'in resmi aracılığıyla dikey ve yatay doğruların simetri oluşturduğunu, simetri doğrusunun nasıl çizildiğini, ayna simetrisinde aynanın doğru işlevini gördüğünü vurgulamışlardır. İlk yorumlarda öğrenciler devamlı olarak dikey simetri doğrusu çizerek simetriye ulaşmaya çalışmışlardır. Ancak dersin sonuna doğru öğretmenin de gösterimleriyle daire gibi cisimlerin birden fazla simetri doğrusu olduğunu, bazılarını hem yatay hem dikey bölerek simetri oluşturduğuna değinilmiştir. Bu bulgular öğretim deneyi tasarımında belirlenen varsayım durumlarının işlendiğini göstermektedir. Öğretmen, öğretim sonucunda öğrencilerden simetri tanımını kendilerinin yapmasını, bu sayede öğrencilerin zihinlerine inmek istemiştir. Bazı öğrencilerin yanıtları aşağıda verilmiştir.

K1: Resim katlandığında aynısı olursa simetri oluyor.

K14: Bir şeyin ya da nesnenin tersten görüntüsüdür.

K6: Bir şeyin aynada tersinin görünmesidir.

K8: Doğru çizdiğimizde karşılaştığımızda aynı olmasıdır.

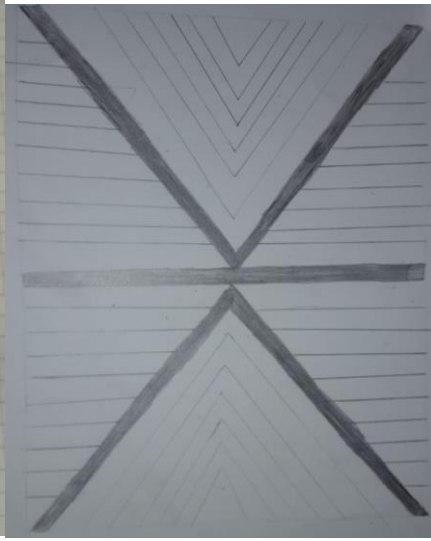
K15: Nesnelerin eşidir.

K9: Birbirinin zıttıdır.

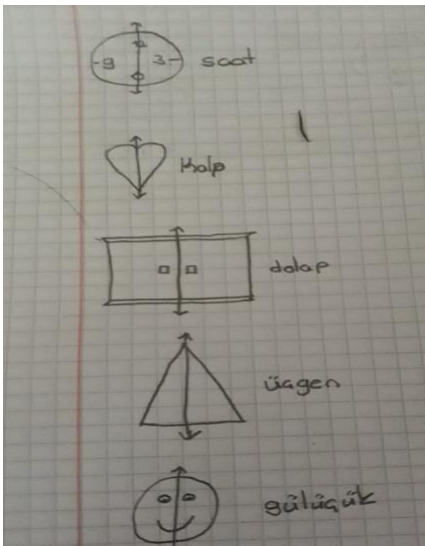
Öğrencilerin simetri konusuyla ilgili diğer görüşleri de paylaşılmaya değer görülmüştür. Sınıfta bulunan ikiz kardeşlerin simetri oluşturabilme durumu; simetri olabilmesi için görünüşlerinin tamamen aynı olması gerektiği sınıfça tartışılmıştır. Araştırmacı tarafından kaydedilen diğer bir gözlem ise öğrencilerin resimlere hayranlık duyduğu, güzel resimler çizmeye imrendikleri ve dersin sonlanmaması için öğretmenlerine ısrarcı davrandıklarıdır. Simetri öğretimi sürecinin başında ve sonunda öğrencilerden simetriden oluşan bir desen çizmeleri istenmişti. Aşağıdaki örneklerde aynı öğrencinin simetri konusunun başında ve bitiminde yani Escher resimleriyle işlenen derslerden önce ve sonra çizdiği resimler gösterilmiştir.



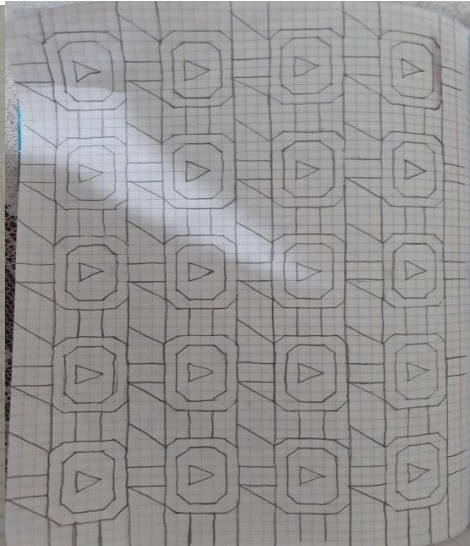
Resim 6



Resim 7



Resim 8



Resim 9

Öğrencilerin çizdiği simetri resimleri incelendiğinde, büyük çoğunluğunun ilk çizdikleri simetri desenlerinin (Resim 6 ve Resim 8) daha temel düzeyde ve ders kitaplarındaki alıştırmalara benzer

nitelikte olduğu; Escher'in resimlerini inceledikten sonra çizilen simetri desenlerinin (Resim 7 ve Resim 9) ise çok daha ayrıntılı ve karmaşık olduğu görülmektedir.

#### 4.Geometrik Şekiller ve Cisimler konusuna İlişkin Bulgular

Geometrik şekiller ve cisimler konusu diğer konularda olduğu gibi hatırlatma ile başlamıştır. İlk olarak “Geometrik şekilleri ve cisimleri hayatımızda nerelerde görürüz?” Sorusu sorulmuştur. Öğrencilerden günlük hayatlarından örnekler vermeleri, bu sayede zihinlerinde oluşan geometrik şekil ve cisimlerin belirlenmek istenmiştir. Bu öğretimde şekillerin ayrı ayrı isimlerine ve özelliklerine odaklanmaktan ziyade bir bütün olarak geometrik şekiller kavramını hatırlatmak amaçlanmıştır. Öğrenciler geometrik şekillere örnek olarak; evlerin çatısı, masa, dünyanın şekli, trafik levhaları, yonca yaprakları, telefon, pencere, gözlerimiz, elma, erik, beyin örneklerini vermişlerdir. Öğrenciler yaşadığı yakın çevreden ve kendi vücutlarından örnekler vermişlerdir. Özellikle kız öğrencilerin evlerinde bulunan eşyalardan; erkek öğrencilerin ise dünya ve çevre kavramlarından örnekler vermesi dikkat çekici olmuştur.

Derste öğretmenin hatırlatma amaçlı gösterdiği resim ve etkinlikler ders kitaplarından alınmıştır. Bu derste geometrik şekiller ve cisimler sırasıyla isimlerine ve özelliklerine odaklanılarak işlenmiştir. Öğrencilerin kare, dikdörtgen ve dörtgen kavramlarını sıklıkla kullandıkları ve kolayca ifade edebildikleri ancak çok kenarlı şekilleri ve üç boyutlu cisimleri fark etmede zorluk yaşadıkları gözlemlenmiştir. Öğretmen, geometrik şekilleri sorarken öğrencilere sıklıkla “Nasıl anladın?” sorusunu sormuştur. Bu sayede geometrik şekillerin her biri için öğrencilerin şekli ve özellikleri hakkında konuşması sağlanmıştır. Öğrencilerin bu öğretim sonucundaki düşünceleri diğer konu ve etkinliklerle ilişkili olduğundan zihinlerinde oluşan şemalara ulaşmak araştırmacı için önemli bir bulgudur.

Ö: Resimde hangi şekli görüyorsun?

K1: Kareler var.

Ö: Kare olduğunu nasıl anladın?

K1: Kenarları dik olduğu için öğretmenim.

Ö: Kenarları dik olan tüm şekiller kare mi sence?

K1: Hayır öğretmenim dikdörtgen de var.

Ö: Kare ile dikdörtgen arasında ne fark var öyleyse?

K1: Karenin dört kenarı da eşittir.

Bir başka diyalog örneği;

Ö:Bu örnekte gördüğün şekil nedir?

K20:Altıgen görüyorum öğretmenim.

Ö:Nasıl anladın?

K15:Çünkü altı tane kenarı var

Ö:Kenarları hakkında ne söyleyebilirsiniz?

K15:Hepsi birbirine eşit (uzun süre düşündükten sonra bu yanıtı verir).

Diyaloglarda görüldüğü üzere öğrenciler resimlerdeki geometrik şekilleri fark edebilmişler, kare ve dikdörtgeni ayırt edebilmişler ve çokgenler ile ilgili bilgi sahibi olduklarını da göstermişlerdir. İlk olarak daha çok iki boyutlu şekilleri eserlerinde kullanan Kandinsky'nin Black and Violet (Ek 11), Composition-VIII-1923 (Ek 12) ve diğer bir çalışması gösterilmiştir. Sonrasında ise çalışmalarında üç boyutlu cisimleri sıklıkla kullanan Escher'in Study for Stars (Ek 13) ile Verbum-1942 (Ek 14) eserleri gösterilmiştir. Sanat resimleriyle işlenen dersler sonucunda öğrencilerin kavramları üç boyutlu olarak değil genellikle iki boyutlu olarak belirttikleri dikkat çekmiştir. Escher resminde üç boyutlu olarak kare, üçgen prizma, küp ve daire gibi cisimleri kullanmıştır ancak öğrenciler kare prizma yerine yalnızca kare, üçgen prizmaya



üçgen demekle yetinmişlerdir. Kandinsky'nin iki boyutlu cisimlerin yoğunluklu olarak eserlerinde çokça kullanılan geometrik şekiller öğrenciler tarafından daha kolay fark edilmiştir. Resimlerde üçgen türlerinin fark edildiği, incelendiği dikkat çekmiştir. Kandinsky eserlerinde tek tip şekil ve cisim yerine farklı türlerine yer vermiştir. Dairelere ek olarak yarım daireler de öğrenciler tarafından sıklıkla fark edilmiştir. Bu bulgular sonucunda öğrencilerin iki boyutlu cisimleri üç boyutlulara göre daha kolay algılayabildiği görülmüştür.

Tüm derslerin bitiminde gerçekleştirilen “Kendi geometrik pizzamızı oluşturalım” ödevi için öğrencilerin yanıtları Tablo 2’de gösterilmiştir. Beyaz bir kağıt ya da plastik tabak üzerine aşağıdaki tabloda belirtilen malzemelerden en az beş tanesini kullanmak şartıyla bir pizza hazırlanmıştır. Her bir malzeme bir geometrik şekil ya da cisim temsil etmektedir. Örneğin pizzasına sucuk koymak isteyenler bunu kare prizma ile temsilendirecektir.

**Tablo 2.**

*Geometrik Şekiller ve Cisimler İle Temsili Malzemeler*

Peynir	Domates sosu	Mantar	Mısır	Sucuk	Baharat	Sosis	Biber
Daire	Küp	Beşgen	Dik üçgen	Kare Prizma	İkizkenar Üçgen	Dikdörtgen	Üçgen Prizma

Ödevlerin incelenmesi sonucunda öğrencilerin çoğunlukla iki boyutlu şekilleri temsil eden malzemeleri kullandıkları yani genellikle iki boyutlu şekilleri çizdikleri; üç boyutlu cisimleri yapmaktan ise genellikle uzak durdukları görülmüştür. Öğrencilerin altısı üç boyutlu cisimleri oluşturmuş, cisimlerin özelliklerini de defterlerine düzgün bir şekilde yazmıştır. Ancak geri kalan dokuz öğrenci, ödevinde yalnızca iki boyutlu şekilleri kullanmıştır. Her iki duruma örnek olarak Şekil 1 ve Şekil 2 gösterilmiştir.



**Şekil 1**



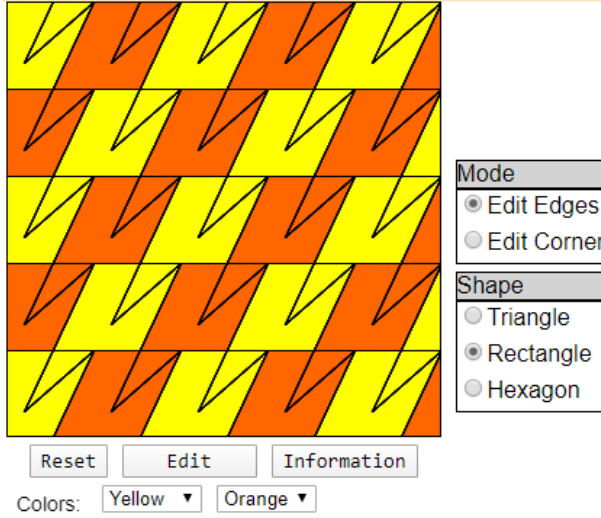
**Şekil 2**

Bu etkinlik ile ilgili olarak öğrencilerin akademik başarıları arasındaki farka da değinmek gerekmektedir. Şekil 1’i oluşturan öğrenci Şekil 2’yi oluşturan öğrenciye göre akademik olarak daha başarılıdır. Dolayısıyla geometrik şekiller ve cisimler konusundaki etkinliklerin akademik başarıyla ilişkilendirilmesi haklı görülmektedir.

### 5. Dijital Etkinlik Uygulamalarına İlişkin Bulgular

Araştırmada son olarak öğrencilerden geometrik şekil ile farklı yapı ve örüntüler oluşturmaya yarayan Interactive Tessellation internet programını kullanarak kendi desenlerini oluşturmaları ve isim vermeleri istenmiştir. Oluşturulan bir mozaik (Şekil 3) sonucunda öğretmen ile bir öğrenci arasında geçen bir diyalog:





Şekil 3

açısız döndürmeye olanak tanıdığı için üç farklı rengin kullanılması gerektiğidir.

Ö: Bu örüntünün kuralı nedir?

K3: Bir turuncu kare bir sarı kare öğretmenim

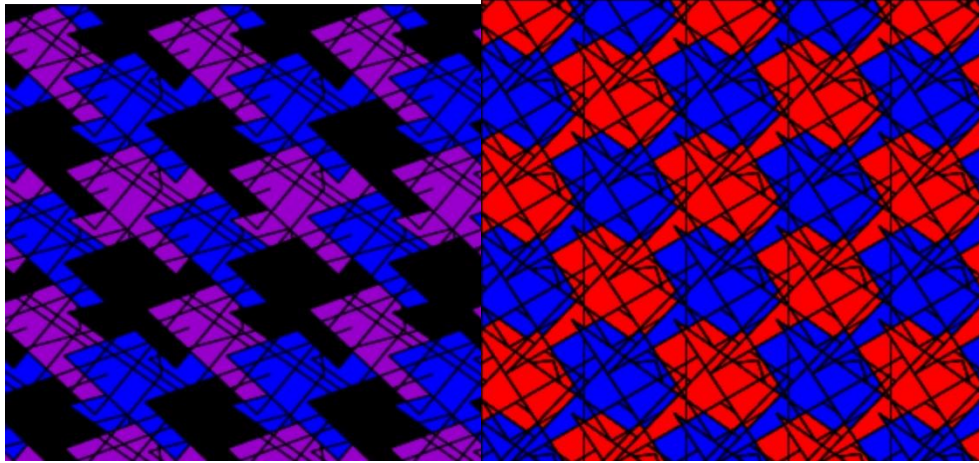
Ö: Peki hangi şekilleri görüyorsun?

K3: Ben kareyi seçip yapmıştım.

Ö: Ama başka şekiller de var gibi duruyor, ne dersin?

K3: Şimdi gördüm evet aralarda üçgen de oluştu ! (şaşıracak)

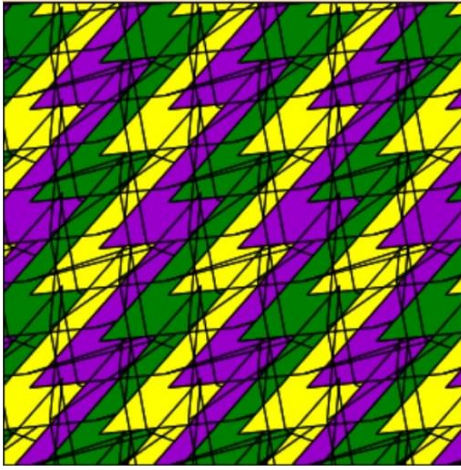
Programda kare ve üçgende iki renkli örüntü oluşken altıgen seçildiğinde üç renkli örüntü oluştuğu öğrenciler tarafından fark edilmiştir. Sebebi, kare bir düzlemde altıgenin örüntü oluşturması içindaha açık bir ifade ile düzlemde 120 derecelik açılar oluşturduğu ve



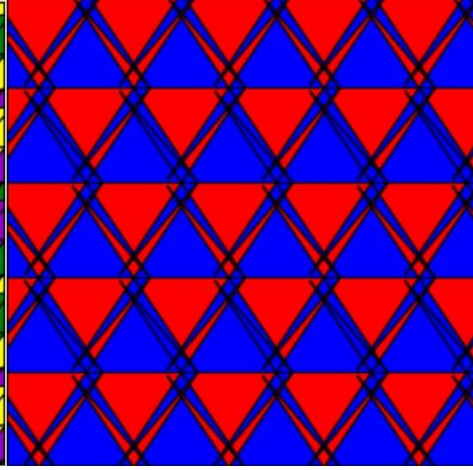
Şekil 4. Puzzle parçaları

Şekil 5. Deprem hareketi

Şekilleri tanımlarken öğrencilerin oluşturdukları şekillere verdikleri isimler yazılmıştır. Bu araştırma kapsamına alınan geometrik şekilleri isim olarak kullandıkları ancak simetri kavramını kullanmadıkları görülmüştür. Şekiller incelendiğinde öğrencilerin uygulamayı etkin bir biçimde kullanabildiği, kompleks yapılar oluşturabildiği görülmüştür. Öğrencilerin birçoğu, uygulamada şekil oluşturma etkinliğini yalnızca ödev olarak bir kez yapmakla kalmamışlar ve defalarca yeni şekiller oluşturarak öğretmenlerine iletmışlerdir. Buradan, öğrencilerin dijital yapı temelli etkinlikleri öğrenme ve geliştirme konularına daha yatkın oldukları sonucu çıkarılabilir.



Şekil 6. Şimşek Örüntüsü

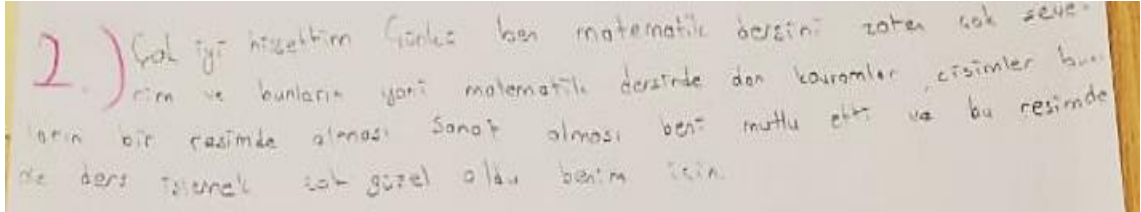


Şekil 7. Üçgen Dünyası

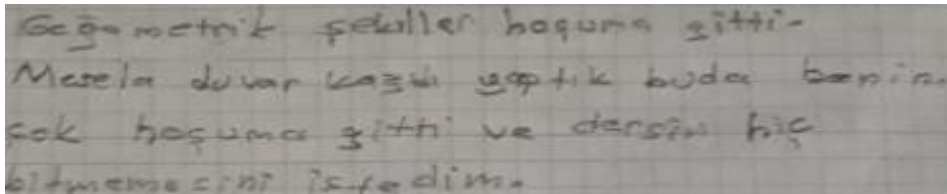
Dijital uygulamada yer alan üçgen, kare ve altıgen şekillerinin her birinin öğrenciler tarafından kullanıldığı görülmüştür. Ancak altıgen kullanarak desen oluşturan öğrencilerin sayısı üçgen ve kare kullananlara göre daha azdır. Öğrenciler genellikle üçgen ya da kare şeklini kullanarak desen yapmayı tercih etmişlerdir.

#### 6.Öğretim Deneyi Sonucundaki Öğrenci Deneyimlerine İlişkin Sonuçlar

Araştırmada son olarak öğrencilere dağıtılan anket formundan elde edilen bulguların sonuçları aşağıda açıklanmıştır. Ankette bulunan ilk soru “Sanat resimleri ve farklı etkinlikleri kullandığımız matematik dersini işlerken nasıl hissettin?” sorusudur. Öğrencilerin genel olarak sanatla işlenen matematik derslerinde eğlendiği ve derslerin bitmemesi için tepkilerde bulunduğu araştırmacı tarafından gözlemlenmişti. Bu konu ile ilgili öğrencilerin verdiği yanıtlara Şekil 8 ve Şekil 12 örnek olarak gösterilmiştir.



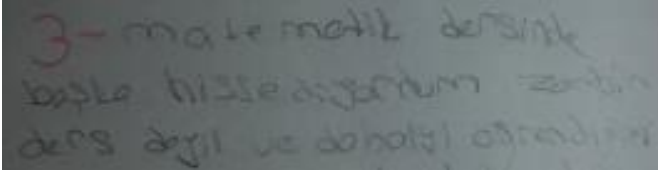
Şekil 8. K8'in yanıtı



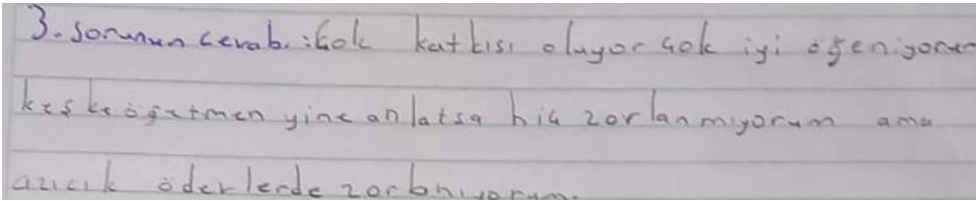
Şekil 9. K12'nin yanıtı

Örnek yanıtlarda da görüldüğü üzere öğrencilerin hemen hemen hepsi sanatla işlenen matematik derslerinde çok eğlendiğini, heyecanlandığını ve keyif aldığını belirtmiştir. Araştırmacı gözlemleri de bu sonuçları doğrular niteliktedir. Çalışmanın olumlu bir sonucu da hem matematiği seven ve başarılı öğrencilerin hem de akademik anlamda daha az başarılı olan veya matematiğe çok ilgi duymayan öğrencilerin süreç sonunda memnun bir şekilde kendilerini ifade edebilmesidir. Bunun dışında bir öğrenci şaşırıldığını çünkü gösterilen sanat resimlerinde ilk başta örüntü ve simetri konularını

düşünmediğini; bir öğrenci ders değil de oyun oynuyormuş gibi hissettiğini belirtmiştir. Ankette bulunan ikinci soru "Sence bu etkinliklerin sana katkısı oldu mu? Ya da daha mı kolay ya da daha mı zordu senin için?" sorusudur.



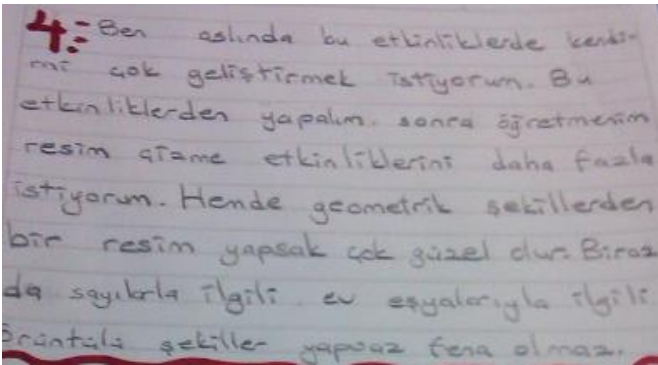
Şekil 10. K2'nin yanıtı



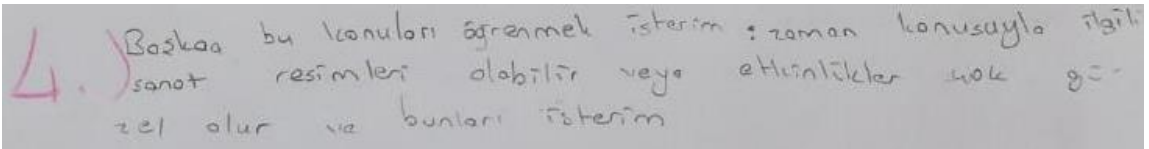
Şekil 11. K5'in yanıtı

Öğrencilerin hepsi sanatla işlenen matematik derslerinde zorlanmadığını, daha iyi öğrendiğini ve katkısı olduğunu belirtmişlerdir. Buna örnek olarak K2'nin yanıtı yukarıda gösterilmiştir. Yalnızca bir öğrenci biraz zorlandığını ifade etmiştir (Şekil 11).

Ankette bulunan son soru "Matematik dersinde başka hangi konuları sanat resimleri ve etkinlikleriyle öğrenmek istersin?" sorusudur. Öğrenciler zaman, düzlem, cetvel, dört işlem ve diğer tüm matematik konularını sanat aracılığıyla işlemek istediklerini belirtmiştir.



Şekil 12. K13'ün yanıtı



Şekil 13. K6'nın yanıtı

Şekil 12 ve Şekil 13'te görüldüğü üzere öğrenciler genel olarak matematik konularının sanat eserleri kullanarak işlenmesini istemektedir. K13'ün yanıtına bakıldığında öğrencinin matematik ve sanat birleşimini içeren etkinlikler noktasında kendini geliştirmeye oldukça hevesli olduğu görülmektedir. Bu sonuç da bu araştırma sürecinin öğrencileri duyuşsal olarak da tatmin ettiğini açıklar niteliktedir.

### Tartışma ve Sonuç

Bu araştırmada dördüncü sınıf öğrencilerin sanat eserleri aracılığıyla örüntü, simetri, geometrik şekiller ve cisimler konularındaki uygulamalarının değerlendirilmesi amacıyla öğretim deneyi gerçekleştirilmiştir. Araştırmada ilk olarak ısınma dersi olarak adlandırılan örüntü, simetri ve geometrik şekilleri hatırlatmayı hedefleyen Escher'in ve Kandinsky'nin eserlerine dayalı başlangıç dersi işlenmiştir. Dersin sonucunda öğrencilerin özellikle örüntü ve geometrik şekiller konularını hatırladıkları ancak simetri konusuna ilişkin kavramlara değinmedikleri gözlemlenmiştir. Escher eserlerinde üst düzey matematiksel kavramların yanında örüntülere ve geometrik şekillere yer vermektedir (Escher, 2005). Öğrencilerin de bu kavramları hatırlaması ileriki haftalarda işlenecek dersler için etkin bir temel oluşturmaktadır. Yürütülen öğretim deneyleri sonucunda matematik derslerinde düşük performans sergileyen öğrencilerin derslere ve etkinliklere daha zor adapte olduğu; akademik olarak başarılı öğrencilerin ise motivasyonlarının yüksek olduğu ve süreçte keyif alarak ilerlediği gözlemlenmiştir. Galiç (2020) tarafından yapılan araştırmada oyun öğeleriyle zenginleştirilmiş matematik etkinliklerinin öğrencilerin matematik dersi akademik başarısı, matematiğe yönelik tutum ve motivasyonlarına etkisi incelenmiştir. Sonuçta da bu araştırmada elde edilen sonuçlara benzer bulgulara ulaşılmıştır. Araştırmada tüm sürecin online yürütülmesi sebebiyle bazı öğrencilerin özellikle başlangıç derslerinde uyum sağlamakta zorlandığı tespit edilmiştir. Nitekim araştırma bulguları birçok öğrencinin pandemi döneminde uzaktan eğitim sürecinde birçok derste motivasyon kaybı yaşadığını, derslere ve sürece adapte olmakta zorlandığını ortaya koymuştur (Arslan & Şumuer, 2020; Bakioğlu & Çevik, 2020; İnci Kuzu, 2020; Özdoğan & Berkant, 2020).

Araştırmanın birinci öğretim deneyi sürecini oluşturan örüntü derslerine ilişkin birkaç sonuç elde edilmiştir. Örüntü konusundaki öncül hipotezler öğrencilerin resimlerdeki örüntüleri fark etmeleri ve örüntü oluşturabilmeleridir. Escher'in resimlerini gören öğrencilerin örüntülere ilişkin karışık, karmaşık gibi sözcükleri sıkça ifade ettikleri görülmüştür. Escher'in eserlerinde nesnelerin iç içe geçmesi, farklı boyutlarından oluşması gibi durumlar sıklıkla kullanılmıştır (Escher, 2005). Bu sebeple öğrencilerin bu kavramları kullanmaları normal bir sonuçtur. Öğrencilerin ilk etapta zorlandıkları ancak sonrasında keyif aldıkları ve tekrar tekrar resimlere bakma talebinde buldukları gözlemlenmiştir. Öğrenciler etrafındaki örüntülere örnek olarak genellikle evlerinde bulunan nesnelere belirtmişlerdir. Aynı bulgulara simetri ve geometrik şekiller konularında da ulaşılmıştır. Dersleri evde online olarak işlediklerinden, en yakın çevre olgusu ev olduğundan bu yanıtlar şaşırtıcı değildir. Özellikle kız öğrencilerin ev eşyalarından; erkeklerin ise uzay, gezegen ve dış dünyadan nesnelere örnekler vermesi dikkat çekici olmuştur. Escher resimlerine dayalı işlenen dersler sonucunda öğrenciler tarafından çizilen örüntü şekillerinin önceki derslerden farklı olarak belli bir kuralı ve düzeni olduğu, doğru, net ve daha estetik örüntüler çizildiği gözlemlenmiştir. Buna göre öğrencilerin ilk etapta örüntü kavramına ilişkin yanılığın yaşadıkları görülmüştür. Araştırmada örüntü dersleri işlenirken, sanat resimleri tartışılarak, örüntülerin ve kuralların ne olduğuna ilişkin açıklamalar getirilerek ders işlenmiştir. Bu dersten sonraki örüntü resimlerinde fraktalların sıkça kullanıldığı göze çarpmaktadır. Özellikle akademik başarısı yüksek öğrencilerin çizimlerinde daha karmaşık ve detaylı örüntülerin yer aldığı ve fraktal kullanımının daha fazla olduğu belirlenmiştir. Karakuş (2013) tarafından ortaokul ve lise öğrencileri ile yürütülen araştırmada öğrencilerin fraktal tanımlamada ve belirlemede zorluk yaşadıkları ortaya konulmuştur. Örüntü türlerinden fraktallar ilkökul ikinci kademedeki öğretilmekte olup matematik ve geometriye olan bakış açısını değiştirebilmektedir (İnci Kuzu vd., 2017). Fraktallar öğrencilerin matematik bilgisini derinleştirir, diğer birçok matematik konularıyla birleştirmeye olanak tanır ve eğlenerek matematik yapmalarını sağlar. Bu sebeple örüntü konusu işlenirken fraktallara değinilmesi, buna dair etkinlikler yapılması önemlidir.

Araştırmanın simetri kavramına ilişkin sonuçlarına bakıldığında öğrencilerin simetri konusunu anladıkları ancak örüntü ile karıştırdıkları görülmüştür. Öğrenciler ilk çizdikleri simetri desenlerinde genellikle örüntü veya örüntüye benzer desenler çizmişlerdir. Bu beklenen bir sonuç sayılabilir çünkü Escher'in resimlerinde birden fazla matematik kavramını yer alabilmektedir. Ayrıca araştırmada Escher'in örüntü ve simetriyi birlikte içeren eserlerinin gösterilmesi de bu sonucu açıklayabilir. Örüntü ve simetri konuları her ne kadar birbirinden bağımsız konularmış gibi işlense de aslında birbirlerini tamamlar

nitelikte olan dönüşüm geometrisinin temelini oluşturmaktadır. Örüntüyü oluşturan desenler öteleme, dönme, yansıma simetri çeşitlerini kullanarak desen oluşturur (Bassarear, 1995). Orton'a (1999, akt. Kabael & Tanışlı, 2010) göre örüntüler konusu simetri ya da tekrarlama ile açık bir şekilde anlatılabilir. Bu sayede öğrenciler örüntü ve simetri arasındaki ilişkiyi de açıklayabilir. Araştırmada öğrenciler simetride kullanılan şekilleri aynı zamanda önceki derslerde işledikleri örüntü konusuyla ilişkilendirmişlerdir. Bu sonuç, öğrencilerin elde ettiği bilgileri transfer edebildiğini göstermektedir. Öğrencilerin ilk çizdikleri simetri desenlerinin daha temel düzeyde ve ders kitaplarındaki alıştırmalara benzer nitelikte olduğu; Escher'in resimlerini inceledikten sonra çizilen simetri desenlerinin ise çok daha ayrıntılı, yaratıcı ve karmaşık olduğu, daha ileri düzey sayılabilecek çizimler olduğu söylenebilir. Atasay ve Erdoğan (2017) tarafından yürütülen araştırma sonucunda öğrencilerin simetri kavramını daha iyi algıladığı, akıl yürütme, iletişim ve psikomotor becerilerinin gelişimini desteklediği sonucuna ulaşılmıştır. Escher in eserlerinin kullanıldığı simetri konusunun temel alındığı deneysel çalışma sonucunda öğrencilerin bilgiyi derinleştirme ve transfer etme, yaratıcılık, matematiksel bilgiyi gerçek hayata uyarılma ve pratik öğrenebilme konularında gelişme gösterdikleri tespit edilmiştir (Hall & Pais, 2018). Benzer şekilde Heally (2004), ilkokuldaki öğrencilerin matematiğe karşı tutumlarında sanatın etkisini Escher'in simetri konusundaki çeşitli resimlerinden yararlanılarak deneysel bir çalışma yürütmüştür. Çalışma sonucunda öğrencilerin sosyal ve bilişsel yönden olumlu gelişimler olduğu, dersin ilgi çekici ve ilginç olduğunu düşündükleri tespit edilmiştir. Gullat (2008) tarafından yapılan araştırmada öğrencilerden sanat aracılığıyla simetri kavramını keşfetmeleri istenmiş ve sonuçta sanat bağlamını kullanarak simetriye ulaştıkları ve uzamsal düşüncelerinin geliştiği tespit edilmiştir. Buna göre belirtilen araştırma sonuçları bu araştırmada elde edilen sonuçlarla paralellik göstermektedir.

Geometrik şekiller ve cisimler sonuçlarına bakıldığında öğrencilerin kavramları üç boyutlu olarak değil genellikle iki boyutlu olarak belirttikleri dikkat çekmiştir. Escher, eserlerinde üç boyutlu olarak kare, üçgen prizma, küp ve daire gibi cisimleri kullanmıştır ancak öğrenciler kare prizma yerine yalnızca kare, üçgen prizmaya üçgen demişlerdir. Kandinsky'nin eserlerinde ise iki boyutlu cisimlerin yoğunlukta olması sebebiyle geometrik şekiller öğrenciler tarafından daha kolay fark edilmiştir. Resimlerde üçgen türlerinin diğer şekillere göre daha kolay fark edildiği ve incelendiği dikkat çekmiştir. Kandinsky eserlerinde tek tip şekil ve cisim yerine farklı türlerine yer vermiştir (Kandinsky, 1947). Dairelere ek olarak yarım daireler de öğrenciler tarafından sıklıkla fark edilmiştir. Bu bulgular sonucunda öğrencilerin iki boyutlu cisimleri üç boyutlulara göre daha kolay algılayabildiği görülmüştür. Öğrenciler genellikle üç boyutlu şekilleri iki boyutlulara göre daha zor algırlar. "Kendi geometrik pizzamızı oluşturalım" etkinliği sonucunda öğrencilerin üç boyutlu cisimlerden ziyade çoğunlukla iki boyutlu şekilleri temsil eden malzemeleri kullandıkları görülmüştür. Literatürde ilkokul düzeyinde benzer bir araştırma bulgusuna rastlanmamıştır ancak özellikle geometrik cisimler konusu başta olmak üzere geometri konularının öğretilmesinde bazı sorunlar yaşandığı bilinmektedir (Evirgen, 2014; Gökkurt vd., 2015; Yılmaz vd., 2000). Diğer sonuçlarla benzer olarak geometri derslerinde ve etkinliklerinde de akademik başarısı yüksek öğrencilerin daha belirgin çizimler ortaya çıkardığı, geometrik cisimleri şekillere göre daha kolay ayırt edebildiği ve kullandığı gözlemlenmiştir. Bostancı, Kuzu ve Sivacı (2020) tarafından sekizinci sınıflar ile yürütülen araştırmada ve Kılıç (2003) tarafından yapılan ve ilkokul öğrencileri ile gerçekleştirilen araştırmada akademik başarı ile geometrik akıl yürütme arasında pozitif ilişki tespit edilmiştir.

Interactive Tessellation isimli internet programı temelli etkinliğin amacı, öğrencilerin bu araştırma kapsamında ele alınan simetri, örüntü ve geometrik şekiller konusunu dijital bir etkinlik temelinde alıştırmalar yapmalarını sağlamaktır. Bu sayede öğrenciler, daha özgür bir etkinlik teması ile bu derse kadar işledikleri konuları da kapsayan kendi özgün desenlerini oluşturmuşlardır. Matematik öğretimine teknolojinin eklenmesi ilk etapta hesap makineleriyle kendini göstermiş olup devamında matematik konu ve kavramlara uygun birçok yazılım geliştirilmiştir. Yapılan araştırma sonuçlarında matematik konularının teknoloji destekli öğretilmesiyle öğrencilerin motivasyon ve başarılarının arttığı elde edilmiştir (Aktümen & Kaçar, 2003; Machin & Rivero, 2002; Yüksel vd., 2016). Tüm bu sonuçlar incelendiğinde matematiği dijital anlamda da sanatla bütünleştirmenin öneminin üzerinde durmak gerektiğini öngörmektedir. Araştırmada kullanılan program, dijital olması sebebiyle başlangıçtan itibaren tüm öğrencilerin ilgisini çekmiştir. Dijital yerliler (Prensky, 2002) olarak isimlendirilen dijital çağda

büyüyen çocuklar, öncekilerden farklı bilişsel yapı, ilgi odakları ve alışkanlıklara sahiptir (Kula & Erdem, 2004). Yapılan araştırmalarda çocukların dijital etkinlik ve oyunlara daha istekli olduğu ve problem çözüme, karar verme, teknolojik yatkınlığı artırma, motive etme konularında artış olduğu (Akçay & Özcebe, 2012; Şahin & Tuğrul, 2012; Tüzün, 2002), geometri konularının bilgisayarla desteklenmesinin öğrencilerin öğrenmelerine destek sağladığı (Gökkurt vd., 2012) tespit edilmiştir. Öğrenciler, programda tasarladıkları desende hangi şekillerin kullanıldığını, örüntü kuralının ne olduğunu, simetri doğrusunun nereden çizildiğini belirtmişlerdir. Özellikle erkek öğrencilerin bu derste daha etkin olduğu da gözlem sonuçları arasındadır. Bu durum, erkek öğrencilerin online ortamda daha fazla vakit geçirmesi ve dolayısıyla biraz daha fazla yatkınlık kazanmasıyla yorumlanabilir (Dinicola, 2004; Morahan-Martin & Schumacher, 2000). Öğrencilerin, programda çizdikleri desenlere verdikleri isimler incelediğinde, yaratıcı ve farklı isimler kullandıkları, genellikle geometrik şekillere dayalı isimlendirmeler yaptıkları görülmüştür. Bu olası bir sonuçtur ancak örüntü, üçgen, kare, dörtgen gibi kavramları sık kullanmalarına rağmen simetri, altıgen, beşgen kavramlarını neredeyse hiç kullanmamışlardır. Bunun sebebinin ise günlük hayatta karşımıza çıkan geometrik şekillerin genellikle dörtgen ya da üçgen oldukları dolayısıyla bu şekillere daha aşina olunması sebebiyle öğrencilerin bu şekilleri daha sık kullanma eğiliminde oldukları düşünülmektedir.

Anket formunda yer alan iki soru sanat resimleri kullanılan matematik dersini işlerken öğrencilerin nasıl hissettiğini, zorlanıp zorlanmadığını ve onlara katkısı olup olmadığını belirleyen sorulardır. Bunlar sonucunda öğrencilerin hemen hemen hepsi sanatla işlenen matematik derslerinde keyif aldığını, zorlanmadığını, daha iyi öğrendiğini, matematiğe bakış açısının değiştiğini ve oyun oynuyormuş gibi hissettiğini belirtmiştir. Öğrencilerin çoğu özellikle pizza etkinliğinde ve dijital materyal kullanılan son etkinlikten çokça keyif aldığını belirtmiştir. Öğrencilerin sanat temelli işlenen derslerde keyif alması aynı zamanda motivasyonlarında yüksek olduğunu işaret etmekte olup bu bulgular diğer araştırma sonuçlarıyla örtüşmektedir (Gelineau, 2012; Heally, 2004). Diğer bir sonuca göre öğrenciler zaman, düzlem, cetvel, dört işlem ve diğer tüm matematik konularını sanat aracılığıyla işlemek istediklerini belirtmiştir. Öğrencilerin, etkinlikler boyunca üç boyutlu cisimler konusunda zorluk yaşadığı fark edilmiştir. Buna rağmen bu etkinliklerde eğlendiklerini belirtmeleri şaşırtıcı olmakla birlikte olumlu bir sonuçtur. Bu sonuçlar gösteriyor ki öğrenciler bir konuda her ne kadar zorlansa da öğretmenler o konu ile ilgili etkinlik ve çeşitli uygulamalar aracılığıyla öğrencide olumlu tutum geliştirebilir ve konuyu daha anlaşılır hale getirebilir (Sürücü & Ünal, 2018). Öğrencilerin zorluk yaşadığı konulardaki bilgileri, o konu ile ilgili yapılan etkinlikler çerçevesinde oluşur ve şekillenir. Bu sebeple öğretmenlerin hangi konuda hangi etkinliği hangi tasarımı bilmeleri ve yol göstermeleri önemlidir.

Araştırma sonuçları incelendiğinde öğrencilerin doğrudan ya da dolaylı olarak matematiğin sanatla işlenmesi konusunda olumlu düşünceleri ve ele alınan konu ve kavramlar kapsamında gelişmelerinin olduğu görülmüştür. Öğrenciler formel anlamda matematik ile sanat arasındaki ilişkiyi haberdar değildirler. Bu sebeple öğrencilere matematiğin sanattaki yansımaları ve matematikte de estetiğin olduğu fark ettirmeli, ilkökul matematik etkinliklerinde sanat ve estetiğin matematikle harmanlanıp sunulmalıdır (Alyeşil Kabakçı & Demirkapı, 2016). Bu araştırmada elde edilen sonuçlar, öğrencilerin sanat eserleriyle harmanlanmış matematik dersine ilişkin motivasyonlarının yüksek olduğunu göstermektedir. Sanat eserleriyle işlenen matematik derslerinde öğrencilerin motivasyonlarını artırdığı birçok araştırmada da ortaya konmuştur (Atasay & Erdoğan, 2017; Gustlin, 2012; Heally, 2004; Posner vd., 2008; Priolo, 2009). Matematik, giriş bölümünde de açıklandığı üzere yalnızca sayılardan ve işlemlerden oluşmayan; hayatın her alanında kendisine yer edinmiş bir alandır. Öğrencilerin, matematiksel bilgileri öğrenmeleri kadar matematiğe karşı motive edilmeleri de oldukça önemlidir. Sanat ise bunun yollarından sadece bir tanesidir. Bu araştırmada ilkökul 4.sınıf öğrencilerine örüntü, simetri ve geometrik şekiller ile geometrik cisimler konularında sanat eserlerine dayalı öğretim deneyi tasarlanmıştır. Öğretim deneyi sonucunda matematiği sanatla buluşturan etkinliklerin öğrencilerin zihninde oluşturduğu yapılar ortaya çıkarılmıştır. Matematik araştırmalarında kullanılması oldukça uygun olan bu desen, yalnızca sanat kapsamında değil matematiğin birçok alanında ve konusunda; farklı bakış açıları da eklenerek kullanılabilir. Matematik ve sanat konusunu birleştiren araştırmalarda ilkökul düzeyine ilişkin yerli literatürde herhangi bir çalışmaya rastlanmamış olup uluslararası literatürde de oldukça az sayıda çalışmanın yürütüldüğü görülmüştür. Bu konu ile ilgilenen araştırmacıların farklı konu ve kavramları

temel olarak, farklı sınıf düzeyindeki öğrenciler ile çalışma gerçekleştirmeleri önerilir. Ayrıca dersin yürütücüsü öğretmenlerin de bu konuda tavır ve tutumlarının önemli olduğu düşünülerek öğretmen örnekleminde oluşan çalışmaların da alana katkı sağlayacağı düşünülmektedir.

Bu araştırmanın planlanması, verilerin toplanması, analizi ve raporlanması sırasında “Yükseköğretim Kurumları Bilimsel Araştırma ve Yayın Etiği Yönergesi”nde yer alan etik ilke ve kurallara uyulmuştur. Bilimsel Araştırma ve Yayın Etiği'ne aykırı herhangi bir uygulama yapılmamış ve araştırmaya katılan tüm bireysel katılımcılardan bilgilendirilmiş onam alınmıştır.

**NOT:** Bu araştırmayı gerçekleştirmemde önemli katkıları bulunan ve süreç boyunca öğretim içerikleri konusunda benimle iş birliği yapan değerli öğretmen arkadaşım Sevtap Yavuz'a teşekkür ederim. Buna ek olarak, çalışmamın yol kat etmesine fırsat veren ve değerli önerilerini benimle paylaşan hakemlere sonsuz teşekkür ve saygılarımı sunarım.



## References

- Akdeniz, F.(2007). *Doğada, sanatta, mimaride altın oran*. Nobel Akademik Yayıncılık.
- Akçay, D., & Özcebe, H. (2012). Okul öncesi eğitim alan çocukların ve ailelerinin bilgisayar oyunu oynama alışkanlıklarının değerlendirilmesi. *Çocuk Dergisi*, 12(2), 66-71. Doi: [10.5222/j.child.2012.066](https://doi.org/10.5222/j.child.2012.066)
- Aktümen, M., & Kaçar, A. (2003). İlköğretim 8. sınıflarda harfli ifadelerle işlemlerin öğretiminde bilgisayar destekli öğretimin rolü ve bilgisayar destekli öğretim üzerine öğrenci görüşlerinin değerlendirilmesi. *Kastamonu Eğitim Dergisi*, 11(2), 339-358. Doi: [10.19128/turje.181051](https://doi.org/10.19128/turje.181051)
- Alyeşil Kabakçı, D., & Demirkapı, A. (2016). İzmit Bilim ve Sanat Merkezinde uygulanan matematik ve sanat dersi etkinlik uygulamalarının öğrencilerin uzamsal yetenekleri üzerine etkisi. *Hasan Ali Yücel Eğitim Fakültesi Dergisi*, 13(1), 11-22.
- Arslan, Y., & Şumuer, E. (2020). COVID-19 döneminde sanal sınıflarda öğretmenlerin karşılaştıkları sınıf yönetimi sorunları. *Milli Eğitim Dergisi*, 1(49), 201-230. Doi: [10.37669/milliegitim.791453](https://doi.org/10.37669/milliegitim.791453)
- Atasay, M., & Erdoğan, A. (2017). Matematik ile sanatın ilişkilendirilmesi: Mandala desenlerinin simetri öğretiminde kullanımı. *Journal of Instructional Technologies & Teacher Education*, 6(2),
- Ayaydın, A. (2011). Çocuk gelişiminde bir oyun olarak sanat ve resim. *Elektronik Sosyal Bilimler Dergisi*, 10(37), 303-316.
- Baird, D. (2015). *Integrating the arts in mathematics teaching* (Unpublished master's thesis). University of Toronto.
- Bakioğlu, B., & Çevik, M. (2020). COVID-19 pandemisi sürecinde fen bilimleri öğretmenlerinin uzaktan eğitime ilişkin görüşleri. *Turkish Studies*, 15(4), 109-129. Doi: [10.7827/TurkishStudies.43502](https://doi.org/10.7827/TurkishStudies.43502)
- Baykul, Y. (2016). *İlköğretimde matematik öğretimi*. Pegem Yayıncılık.
- Bassarear, T. (1995). *Mathematics for elementary school teachers*. Houhton Mifflin Company.
- Bostancı, Ü. Y., Kuzu, O., & Sivacı, S. Y. (2020). Sekizinci sınıf öğrencilerinin geometriye yönelik öz-yeterlik algıları ile geometrik akıl yürütme becerileri arasındaki ilişkinin incelenmesi. *Mehmet Akif Ersoy Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 54, 282-310. Doi: [10.21764/maeuefd.632387](https://doi.org/10.21764/maeuefd.632387)
- Braun, V. ve Clarke, V. (2019). Psikolojide tematik analizin kullanımı. S. N. Şad, N. Özer ve A. Atli (Çevirenler). *Eğitimde Nitel Araştırmalar Dergisi*, 7(2), 873-898. Doi: [10.14689/issn.2148-2624.1.7c.2s.17m](https://doi.org/10.14689/issn.2148-2624.1.7c.2s.17m)
- Brezovnik, A. (2015). The benefits of fine art integration into mathematics in primary school. *Center For Educational Policy Studies Journal*, 5(3), 11-32. Doi: [10.26529/cepsj.125](https://doi.org/10.26529/cepsj.125).
- Burnaford, G. E. (2013). *Renaissance in the classroom: Arts integration and meaningful learning*. Mahwah.
- Bristow, J., Cowley, P., & Daines, B. (2001). *Spomin In Učenje*. Educy.
- Burton J. M., Horowitz, R. & Hal, A. Learning in and Through the Arts: The Question of Transfer Author(s): *Studies in Art Education*, 41, 3, 228-257. Doi: [10.2307/1320379](https://doi.org/10.2307/1320379)
- Cobb, P., & Steffe, L. P. (1983). The constructivist Researcher as teacher and model builder. *Journal for Research in Mathematics Education*, 14(2), 83-94.
- Cornett, C.E., & Smithrim, K.L. (2000). *Theartsasmeaningmakers: Integrating literature and the arts throughout the curriculum*. Pearson Education.
- Çakır İlhan, A. (1994). Üniversitelerde sanat eğitiminin gerekliliği. *Ankara Üniversitesi Eğitim Bilimleri Fakültesi Dergisi*, 27(1), 173-183. Doi: [10.1501/Egifak\\_0000000443](https://doi.org/10.1501/Egifak_0000000443)
- Dinicola, M. D. (2004). *Pathological internet use among college students: The prevalence of pathological internet use and its correlates* [Unpublished doctoral dissertation]. Ohio University.
- Doiron, R., & Asselin, M. (2015). Ethical dilemmas for researchers working in international contexts. *School Libraries Worldwide*, 21(2), 1-10.
- Erkan Yazıcı, Y. (2011). Matematikten sanata yansımalar: M. C. Escher. *Sanat & Tasarım Dergisi*, 1(8), 59-75. Doi: [10.18603/std.80868](https://doi.org/10.18603/std.80868)
- Ernst, B. (2007). *The magic mirror of M.C. Escher*. Taschen.
- Escher, M. C. (2005). *M. C. Escher: Grafik yapıtları*. Remzi Kitabevi.
- Evirgen, O. (2014). *İlköğretim 7. sınıf matematik öğretim programında zor olarak algılanan konular ve öğretmen, öğrenci görüşleri* [Yayınlanmamış yüksek lisans tezi]. Balıkesir Üniversitesi.



- Galiç, S. (2020). *Oyun öğeleri ile zenginleştirilmiş matematik etkinliklerinin, öğrencilerin başarı, tutum ve motivasyonları üzerine etkisinin incelenmesi* [Yayınlanmamış yüksek lisans tezi]. Hacettepe Üniversitesi.
- Gelineau, R. P. (2012). *Integrating the arts across the elementary school curriculum*. Wadsworth.
- Gökkurt, B., Deniz, D., Soylu, Y., & Akgün, L. (2012). Dinamik geometri yazılımı ile hazırlanan çalışma yapıları hakkında öğrenci görüşleri: Prizmalarda alan örneği. *Eğitim ve Öğretim Araştırmaları Dergisi*, 1, 351-356.
- Gökkurt, B., Şahin, Ö., Soylu, Y., & Doğan, Y. (2015). Öğretmen adaylarının geometrik cisimler konusuna ilişkin öğrenci hatalarına yönelik pedagojik alan bilgileri. *Elementary Education Online*, 14(1), 55-71. <https://doi.org/10.17051/ieo.2015.55159>
- Gullatt, D. (2008). Enhancing student learning through arts integration: Implications for the profession. *TheHighSchoolJournal*, 91(4), 12-25. Doi: 10.1353/hsj.0.0001
- Gustlin, D. Z. (2012). *Why can't we paint in math class? Integrating art into the core curriculum: Masterclass work*.
- Hall, A., & Pais, S. (2018). *Learning and teaching symmetry by creating ceramic panels with Escher type tessellations*. *Indagatio Didactica*, 10(2), 85-107.
- Hardy, H.G. (2019). *Bir matematikçinin savunması*. (Nermin Arık, Çev.). TÜbitak Yayınları. (Orijinal çalışma basım tarihi 1940)
- Hart, G. W. (2006). Mathematical connections in art. *Math Horizons*, 13(3), 5. Doi:10.1080/10724117.2006.11974623
- Heally, K. T. (2004). *The effects of integrating visual art on middle school students' attitude toward mathematics* [Unpublished master's thesis]. University of Alaska.
- Hickman, R., & Huckstep, P. (2003). Art and mathematics in education. *Journal of Aesthetic Education* 37(1), 1-12. <https://doi.org/10.1353/Jae.2003.0001>
- İnci Kuzu, Ç. (2020). COVID-19 pandemisi sürecinde uygulanan ilköğretim uzaktan eğitim programı (EBA Tv) ile ilgili veli görüşleri. *Milli Eğitim Dergisi*, 1(49), 505-527. Doi: 10.37669/milliegitim.720556
- İnci Kuzu, Ç., Dağtekin, E., & Bozan, S. (2017). Geometrinin resim sanatına yansımaları. *Uluslararası Sosyal Araştırmalar Dergisi*, 10(49), 212-217.
- İpek, J., Özmüş, P., Girizoğlu, G. ve Kıyak, F. (2010). Matematik öğretmen adaylarının dinamik geometri yazılımı ile matematik ve sanata bakışları: Piet Mondrian Örneği [Sözlü bildiri]. International Conference On New Trends In Education And Their Implications, Antalya, Turkey.
- Jensen, E. (2001). *Artswiththebraininmind*. ASCD.
- Jeronimo, J. (2019). *Integrating art into a math curriculum*. [Unpublishedmaster's thesis]. California State University,
- Kabael, T., & Tanışlı, D. (2010). Cebirsel düşünme sürecinde örüntüden fonksiyona öğretim. *İlköğretim Online*, 9(1), 213-228.
- Kandinsky, W. (1947). *Point and line to Plane*. Guggenheim Foundation.
- Karakuş, F. (2013). A cross-age study of students' understanding of fractals. *Bolema: Boletim de Educação Matemática*, 27(47), 829-846. <https://doi.org/10.1590/S0103-636X2013000400007>
- Kelly, C. A. (2006). Using manipulatives in mathematical problem solving: A performance-based analysis. *The Mathematics Enthusiast*, 3(2), 184-193. Doi: 10.54870/1551-3440.1049
- Kılıç, Ç. (2003). *İlköğretim 5. sınıf matematik dersinde van hiele düzeylerine göre yapılan geometri öğretiminin öğrencilerin akademik başarıları, tutumları ve hatırd tutma düzeyleri üzerindeki etkisi* [Yayınlanmamış yüksek lisans tezi]. Anadolu Üniversitesi.
- King, J. P. (2006). Matematik sanatı. (Çev. Nermin Arık.) TÜBİTAK Yayınları. (Orijinal çalışma basım tarihi 1992).
- Konyaloğlu, A., & Işık, A. (2005). Matematik eğitiminde görselleştirme yaklaşımı. *Kazım Karabekir Eğitim Fakültesi Dergisi*, 11, 462-466. Doi: 10.18039/ajesi.756498
- Kula, A., & Erdem, M. (2005). Öğretimsel bilgisayar oyunlarının temel aritmetik işlem becerilerinin gelişimine etkisi. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 29, 127-136.
- Machin, M. C., & Rivero, R. D. (2002). Students' attitudes towards mathematics and computers when using DERIVE in the learning of calculus concepts. *The International Journal for Technology in*

- Mathematics Education*, 9(4), 259. Retrieved February 23, 2022 from <https://www.learntechlib.org/p/94827/>.
- Marshall, C., & Rossman, G. B. (2014). *Designing qualitative research*. Sage Publications.
- Mason, C., Steedly K., & Thormann, M. (2005). *Arts integration: How do the arts impact social, cognitive, and academic skills?* VSA Arts.
- Milli Eğitim Bakanlığı. (2018). *Matematik dersi öğretim programı (İlkokul 1- 8. sınıflar)*. Talim ve Terbiye Kurulu Başkanlığı..
- Morahan-Martin, J., & Schumacher, P. (2000). Incidence and correlates of pathological internet use among college students. *Computers in Human Behavior*, 16(1), 13-29. [https://doi.org/10.1016/S0747-5632\(99\)00049-7](https://doi.org/10.1016/S0747-5632(99)00049-7)
- National Council of Teachers of Mathematics . (2000). *Principles and standarts for school mathematics*. NCTM.
- Orhan, C. (1995). Matematik ve sanat. *Matematik Dünyası*,11. 1-4.
- Özdoğan, A. Ç., & Berkant, H. G. (2020). COVID-19 pandemi dönemindeki uzaktan eğitime ilişkin paydaş görüşlerinin incelenmesi. *Milli Eğitim Dergisi*, 1(49), 13-43. <https://doi.org/10.37669/milliegitim.788118>
- Papic, M., & Mulligan, J. (2005). Preschoolers' mathematical patterning.[Paper presentation].Proceedings of the 28th annual conference of the Mathematics Education Research Group of Australasia, Melbourne.
- Pesen, C. (2002). Matematiğin estetiği üzerine. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*,22(22), 130-134.
- Posner, M., Rothbart, M. K., Sheese B. E., & Kieras, J. (2008). *How arts training influences cognition. learning, arts and the brain. the dana consortium report on arts and cognition*. Dana Press.
- Prensky, M. (2002). The motivation of gameplay or, the real 21st century learning revolution. *On The Horizon*, 10(1), 1-14. DOI: [10.1108/10748120210431349](https://doi.org/10.1108/10748120210431349)
- Priolo, J. (2009). *Using art and mathematics together to help improve students' progress* [Unpublished master's thesis]. Caldwell College.
- Raiteri, A. C. (2005). An action research on line to introduce fractals in the teaching and learning of mathematics from primary to secondary school. Retrieved from: [http://math.unipa.it/~grim/cieaem/cieaem57\\_codetta.pdf](http://math.unipa.it/~grim/cieaem/cieaem57_codetta.pdf)
- Rabkin, N., & Redmond, R. (2004). Putting the arts in the picture. In N. Rabkin, & R. Redmond (Eds.), *Putting the arts in the picture: Reframing education in the 21st century* (pp 60-64). Columbia College Chicago.
- Rabkin, N., & Redmond, R. (2006). The arts make a difference. *The Journal of Arts Management, Law, and Society*, 36(1), 25-32. <https://doi.org/10.3200/JAML.36.1.25-3>
- Root-Bernstein, M. M., & Root-Bernstein, R. S. (2013). *Sparks of genius: The thirteen thinking tools of the world's most creative people*. Houghton Mifflin Harcourt.
- Silverstein L. B., & Layne S. (2010). *Defining arts integration*. Retrieved from [Http://www. Kennedy-Center.Org/Education/Partners/Defimimg\\_Arts\\_Integration.Pdf](http://www.Kennedy-Center.Org/Education/Partners/Defimimg_Arts_Integration.Pdf)
- Steffe, L. P., & Thompson, P. W. (2000). Teaching experiment methodology: Underlying principles and essential elements. In R. Lesh, & A. E. Kelly (Eds.), *Handbook of research design in mathematics and science education* (pp. 267–307). Erlbaum.
- Sürücü, A., & Ünal, A. (2018). Öğrenci motivasyonunu artıran ve azaltan öğretmen davranışlarının incelenmesi. *Uluslararası Toplum Araştırmaları Dergisi*, 8(14), 255-295. <https://doi.org/10.26466/opus.404122>
- Şahin, C., & Tuğrul, M. (2012). İlköğretim öğrencilerinin bilgisayar oyunu bağımlılık düzeylerinin incelenmesi. *Journal of World of Turks*, 4(3), 15-30.
- Tüzün, Ü. (2002). Gelişen iletişim araçlarının çocuk ve gençlerin etkileşimi üzerine etkisi. *Düşünen Adam*, 15(1), 46-50.
- Uygan, C. (2019). Öğrenci matematiğini araştırmada öğretim deneyi yöntemi: Kuramsal temeller ve örnek bir uygulamadan yansımalar. *Journal of Qualitative Research in Education*, 7(2), 792-825. <https://doi.org/10.14689/issn.2148-2624.1.7c.2s.14m>

- Van de Walle, J. A. (2007). *Elementary and middle school mathematics: Teaching developmentally* (6th ed.). Pearson Education, Inc.
- Yıldırım, A., & Şimşek, H. (2011). *Sosyal bilimlerde nitel araştırma yöntemleri* (8. bs.). Seçkin Yayıncılık.
- Yılmaz, S. Keşan, C. & Nizamoğlu, Ş. (2000, 10-14 Eylül). *İlköğretimde ve ortaöğretimde geometri öğretimi öğreniminde öğretmenler öğrencilerin karşılaştıkları sorunlar ve çözüm önerileri.*[Sözlü bildiri]. IV. Fen Bilimleri Eğitimi Kongresi (569-573). Ankara, Türkiye
- Yüksel, Urhan, Özer ve Kocadere (2016). *Matematiği Öğrenme ve Öğretme Sürecinde Teknoloji Entegrasyonu: Araçlar.* 10th International Computer and Instructional Technologies Symposium (ICITS). 16-18 Mayıs, 2016.
- Zazkis,R., & Liljedahl. P. (2002). Generalization of patterns: The tension between algebraic thinking and algebraic notation. *Educational Studies in Mathematics*, 49, 379-402. DOI:10.1023/A:1020291317178

## EKLER

Çalışmada kullanılan eserler, metinde belirtildiği gibi 1'den 15'e kadar sıralanmıştır.





