

Ortaöğretim Öğrencilerinin Tümevarımsal Muhakeme Becerilerinin İncelenmesi

Handan DEMİRCİOĞLU¹
Gülten EROL²

Özet

Tümevarımsal muhakeme özel durumlardan yola çıkarak genellemeye kadar devam her bir aşamada ileri sürdüğü fikirleri doğrulama buna göre de çıkarımda bulunmayı içeren bir süreçtir. Bu çalışmanın amacı ortaöğretim öğrencilerinin karşılaştıkları problemlerin çözümünde kullandıkları tümevarımsal muhakeme sürecini incelemektir. Çalışmanın katılımcılarını 9, 10, 11 ve 12. sınıfa devam eden gönüllü 188 öğrenci oluşturmaktadır. Veriler kibrit çöpü, ardışık sayı sorusu ve kağıt katlama sorusu ile üç farklı günde yazılı olarak toplanmıştır. Toplanan verilerin analizinde içerik analizi yapılmıştır. Veri analizi sürecinde her bir soru için aynı işlem adımları gerçekleştirilmiştir. Toplanan veriler tümevarımsal muhakeme aşamalarına (gözleme, gözlemlerin organizesi, yordama, yordamanın testi, genelleme, genellenmenin testi) göre incelenmiştir. Bu aşamalara göre sınıf düzeyi temele alınarak frekans ve yüzde tabloları oluşturulmuştur. Bu sayede hem aşamalar arasında hem de sınıflar arasında karşılaştırmalar yapılmıştır. Elde edilen bulgular yordamanın testi ve genellenmenin testi aşamalarını öğrencilerin daha az sergilediğini göstermiştir. Ayrıca şekil verilmeyen sorularda başarının daha düşük olduğunu göstermiştir. Bunun yanı sıra tümevarımsal muhakeme süreci aşamaları arasında güçlü bir ilişkinin varlığını ve öğrencilerin herhangi bir aşamadaki başarısının bir sonraki aşamadaki başarısını etkilediği tespit edilmiştir.

Anahtar Kelimeler

Muhakeme
Tümevarımsal Muhakeme
Matematiksel Muhakeme
Problem çözüme
Ortaokul öğrencileri

Makale Hakkında

Gönderim Tarihi: 27.12.2020
Kabul Tarihi: 03.12.2021
Elektronik Yayım Tarihi: 26.12.2021

DOI: 11..11111/ted.xx

¹ Dr. Öğr. Üyesi, Cumhuriyet Üniversitesi, handandemircioglu@gmail.com, 0000-0001-7037-6140

² Öğr., Sives Milli Eğitim Müd., gultnrol@gmail.com, 0000-0001-5751-6460

Investigation of Secondary Students' Inductive Reasoning Skills

Handan DEMİRCİOĞLU¹

Gülten EROL²

Abstract

Inductive reasoning is a process that includes validating the ideas put forward at each stage from the special cases to the generalization and making inferences accordingly. The aim of this study is to investigate the inductive reasoning process used by secondary school students in solving the problems. Participants of the study consisted of 188 volunteer secondary school students attending 9th, 10th, 11th and 12th grades. The data were collected in written form on three different days using matchsticks, consecutive number questions and paper folding questions. Content analysis was made in the analysis of the collected data. During the data analysis process, the same steps were taken for each question. The collected data were analyzed according to the stages of inductive reasoning (observation, organization of observations, prediction, test of prediction, generalization, test of generalization). According to these stages, frequency and percentage tables were created based on the class level. In this way, comparisons were made both between stages and between classes. The findings obtained showed that students exhibited less of the test of the prediction and the test of generalization. It also showed that success was lower in unformed questions. In addition, it was determined that the existence of a strong relationship between the stages of the inductive reasoning process and the success of the students at any stage affect their success in the next stage.

Keywords

Reasoning
Inductive Reasoning
Mathematical reasoning
Problem solving
Secondary Students

About Article

Sending Date: 27.12.2020

Acceptance Date: 03.12.2021

Electronic Issue Date: 26.12.2021

DOI: 11..11111/ted.xx

GİRİŞ

Muhakeme varsayımlar üretme ve bu varsayımları test etme, tahminde bulunma, sonuç çıkarma, akla mantığa yakın olup olmadığını inceleme, karar verme, genelleme yapma gibi farklı anlamalarda kullanılmaktadır. Muhakeme matematik öğretim programında (MEB, 2013) matematiksel süreç becerileri olarak ifade edilmiştir ve “eldeki bilgilerden yola çıkarak matematiğin kendine özgü araç (sembol, tanım, ilişki, vb.) ve düşünme tekniklerini (tümevarım, tümdengelim, karşılaştırma, genelleme, vb.) kullanarak yeni bilgiler elde etme süreci” (MEB, 2013) olarak tanımlanmıştır. Bu tanımda muhakemenin bir süreç olduğuna vurgu yapılmaktadır. Fakat Umay (2003) muhakemeyi, düşünmenin ancak ileri basamaklarında ortaya çıkan bir yetenek ve beceri olarak ifade etmekte ve varolan delillerden, gerçeklerden yola çıkarak doğru, mantıklı ve kendi içinde çelişmeyen, usul ve

¹ Dr. Öğr. Üyesi, Cumhuriyet Üniversitesi, handandemircioglu@gmail.com, 0000-0001-7037-6140

² Öğr., Sives Milli Eğitim Müd., gultnrol@gmail.com, 0000-0001-5751-6460

kurallara uygun gerekçeli bir karar verme şeklinde tanımlanmaktadır. Burada süreçten ziyade karar verme olarak ifade edilmektedir. Toulmin, Rieke ve Janik (1984) ise bir iddiayı veya hükmü doğrulamak veya reddetmek için kullanılan bir yol olarak ele almıştır. Üst düzey bir düşünme eylemi olan muhakeme yapma karmaşık bir süreçtir. Eleştirel, yaratıcı soyut düşünme, strateji oluşturma ve var olanları etkili kullanma, varsayımda bulunma gibi matematiksel düşünme ile de ilintili önemli becerileri içermektedir. Ortaokul Matematik Dersi (5, 6, 7, 8. sınıflar) Öğretim Programında matematiksel kavramların kazandırılmasının yanı sıra, matematiği anlamlı öğrenmek ve etkili kullanmak için muhakeme becerisinin geliştirilmesi ifade edilmektedir. Bu öğretim programında öğrencilerde muhakeme becerilerinin kazandırılması için dikkate alınması gereken göstergeler çıkarımların doğruluğunu ve geçerliliğini savunma, mantıklı genellemelerde ve çıkarımlarda bulunma, bir matematiksel durumu analiz ederken matematiksel örüntü ve ilişkileri açıklama ve kullanma, yuvarlama, uygun sayıları gruplandırma, ilk veya son basamakları kullanma gibi stratejileri veya kendi geliştirdikleri stratejileri kullanarak işlem ve ölçümlerin sonucuna dair tahminlerde bulunma, belirli bir referans noktasını dikkate alarak ölçmeye ilişkin tahminde bulunma olarak verilmiştir.

Matematiksel muhakeme

Matematiksel muhakeme, tahminlere göre bir teoriyi test etme, kanıtlamaya çalışma, modern bilim dünyasının yaptığı ve kanıtlamaya çalıştığı durumlar olarak ifade edilmektedir (Arsac, 2007). Herhangi bir konuda yapılan muhakemelerden çok farklı değildir ancak daha üst düzeydeki argümanlara ihtiyaç duyulmaktadır (Selden & Selden, 2003). Beckmann (2002) matematiksel kavramlar açıklandığında matematiksel muhakeme yapan kişinin kendi anlamlandırmasını geliştirdiğini hatta sağlamlaştırdığını ifade etmektedir. Öğrencilerin varsayımlarda bulunabilmesi, çıkarım yapabilmesi hatta bunların doğruluğunu ispatlayabilmesi öğrencinin matematiksel muhakeme yeteneğine bağlıdır. Erdem (2015) matematiksel muhakemeden, matematik penceresinden bakarak çevrede olup biteni “Neden” ve “Nasıl” diye sorgulayarak anlamlandırmaya yardımcı olan ve bu anlamlandırma sonucunda da doğru kararlar vermeyi sağlayan bireysel bir kültür olarak bahsetmiştir. Muhakeme, tümevarımsal ve tümdengelimsel muhakeme olmak üzere ikiye ayrılmaktadır.

Tümevarımsal Muhakeme

Tümevarımsal muhakeme genelleme süreci ile ilgilidir. Edwards (1997) tümevarımsal muhakeme sürecini bir dizi davranış ile detaylıca açıklamıştır. Edwards’a (1997) göre öğrenciler problem çözerken ilk önce bir kural, ilişki ya da örüntü bulurlar. Buldukları kural, ilişki ya da örüntülerin farklı durumlarda da geçerli olup olmadığını incelemek için farklı özel durumlar incelerler. Bu düşünem şekli ile tümevarımsal düşünme başlar. Varsayımlarının doğruluğunu belli durumlarda doğruluğunu göstermek kanıtlama düşüncelerinin temelindedir. Örneğin “çift iki sayının toplamı daima çift bir sayıdır” ifadesi ispatlanırken çeşitli sayıları deneyerek doğrulama yapabilirler. Bu son düşünme eylemi ispattan önceki adımdır (Edwards 1997). Bu çalışmada da tümevarımsal muhakeme ilişkileri gözlemlene, bu gözlemleri diğer durumlarla ilişkilendirebilme, tahminde bulunma, öne sürülen tahminin doğruluğunu kontrol etme, ifade edilen ilişkiyi genelleme ve son olarak da genellemenin kontrolünü yapma işlemlerinin bulunduğu bir süreç olarak alınmıştır. Elbette bir süreç olduğu için birçok çalışmada aşamalarından bahsedilmektedir.

Tümevarımsal Muhakeme Aşamaları

Tümevarımsal muhakeme aşamaları farklı çalışmalarda farklı tanımlanmıştır. Pólya (1967), tümevarımsal muhakeme sürecini belirli durumların gözlemlenmesi, önceki özel durumlara dayalı varsayım formülasyonu, yeni özel durumlarla genelleme ve varsayım doğrulama olmak üzere dört aşama olarak ifade etmiştir. Reid (2002) ise bir örüntü gözlemi, bu örüntünün genel olarak geçerli olduğu varsayımı (şüpheyile), varsayımın test edilmesi ve varsayımın geliştirilmesi olarak belirtmiştir. Cañadas ve Castro (2007) yedi 7 aşama tanımlamışlardır. Bu aşamalar aşağıda açıklanmıştır.

Bu çalışmada kullanılan tümevarımsal muhakemenin birinci aşaması gözlem yapma yani gözlemlenme aşamasıdır. **Gözlemlenme aşaması**, problemdeki özel durumlarla ilk deneyimlerin yaşandığı bir başlangıç noktasıdır (Cañadas ve Castro, 2007; Cañadas, Deulofeu, Figueiras, Reidand & Yevdokimov, 2008). İkinci aşama **gözlemlerin organizesi aşaması**, gözlemlenen özel durumların düzenlenmesi ve sistematik bir hale getirilmesi için seçilen stratejileri içermektedir (Allen, 2001; Cañadas ve Castro, 2007; Cañadas v.d., 2008). Üçüncü aşama olan **yordama aşaması**, Cañadas ve Castro'nun (2007) ve Cañadas v.d.'nin (2008) yorumladığı "araştırma" ve "örüntüyü tahmin etme" aşamalarını birleştirilerek, Navruz'un (2012) çalışmasında yordama olarak tek aşamada toplanmıştır. Çünkü araştırma ve örüntüyü tahmin etme, örüntünün bir sonraki veya yakın bir terimini tahmin etmek anlamına gelirken (Cañadas v.d., 2008) yordama, örüntünün uzaktaki herhangi bir terimi için çıkarımda bulunmak veya örüntünün bütün terimlerine uygulanabilen basit bir formül üretmek anlamına gelmektedir.

Dördüncü aşama **yordamanın testidir**. Bu aşamada genel durumlar hariç sadece yeni özel durumlar için kontroller gerçekleştirilir (Cañadas ve Castro, 2007; Cañadas v.d., 2008). Bu çalışmada da genel durumlar için gerçekleştirilmemektedir. Yeni özel durumlar için gerçekleştirilebildiği gibi var olan özel durumlar için de gerçekleştirilebilmektedir. Bunun sebebi de verilen özel durumlar birden çok olabilmektedir ve hepsi, her zaman yordama için kullanılmayabilir. Dolayısıyla yordamanın testinde de kullanılmasında sakınca olmamaktadır. Yeni özel durumlar için test ederken çizmek ya da tek tek saymak gibi yöntemlerle sonucun kontrol edilmesi gerekmektedir. Var olan özel durumlar için test etmek daha kolaydır. Beşinci aşama **genellemedir**. Bu aşama, uygun bir yordamadan özel durumlara bağlı olmayan, genel bir kurala ulaşmak anlamına gelmektedir (Duval, 1990; Akt. Cañadas v.d. 2008; Cañadas ve Castro, 2007; Cañadas v.d., 2008).Navruz'un (2012) çalışmasında da cebirsel veya sözel formüller yazma, örüntünün n. adımı hakkında fikir üretme ve örüntünün genel terimine ulaşmaya çalışma şeklinde ele alınmıştır.Bu çalışmada da aynı şekilde alınmıştır. Yine Tablo2, Tablo3 ve Tablo4'de sorulan sorular için genelleme aşamasının nasıl olduğu açıklanmaktadır. Altıncı ve son aşama ise **genellenmenin testidir**. Bu aşama, matematiksel ispatlarla genellenmenin doğru olduğuna karşındaki kişiyi inandırmaktır (Cañadas ve Castro, 2007; Cañadas v.d., 2008).Bu çalışmada genellenmenin testi aşaması, bulunan formülün soruda verilen değerler için denenerak test edilmesi veya formülden elde edilen herhangi bir sonucun çizme gibi başka bir yöntem kullanarak test edilmesi şeklinde ele alınmıştır.

Elbette matematik kavramları öğrenmek kadar öğrencileri birçok beceri ile donatmak öğretim hedeflerimiz arasında yer almaktadır. Tümevarımsal muhakeme, özelleştirme, genelleme doğrulama, gerekçelendirme, problem çözme, çıkarımda bulunma gibi birçok

beceriyide barındıran bir süreçtir. Matematik eğitiminde özellikle yurt içinde tümevarımsal muhakeme ile ilgili pek fazla çalışma bulunmamaktadır. Bu bakımdan bu çalışmada tümevarımsal düşünce muhakeme süreci incelenmekte, tümevarımsal düşüncenin doğası ve işleyişi derinlemesine analiz edilerek öğrenci boyutunda nasıl gerçekleştiği konusuna açıklık getirilmesi amaçlanmaktadır. Birçok çalışma da muhakeme becerisini geliştirmede ve değerlendirmede farklı soru tiplerinin kullanılması gerektiği ifade edilmektedir (Frederiksen, 1984; Alkove & McCarty, 1992; Henningsen & Stein, 1997; Kosonen,1992; Suzuki,1997; Lannin, 2004). Bu nedenle bu çalışmanın ilk alt problemi tümevarımsal muhakeme becerilerinin problem tipine göre nasıl değiştiğini incelemektir. Diğer bir alt problem ise her bir problem durumunda sınıfa bağlı olarak (9, 10, 11 ve 12. sınıf) tümevarımsal muhakeme becerilerini incelemektir.

YÖNTEM

3.1. Araştırma Modeli

Tümevarımsal muhakeme süreçlerinin incelendiği bu çalışmada nitel araştırma yöntemlerinden durum çalışması ile yapılmıştır. Nitel yöntemler metin ve imgesel verilere dayanmaktadır ve veri analizinde özgün adımlara sahiptir (Cresweel, 2013:183). Yıldırım ve Şimşek'in (2013) ifade ettiği gibi insan davranışını araştırırken esnek ama bütüncül bir yaklaşım kullanmak gerekmektedir. Durum çalışması tercih edilmesinin nedeni durum çalışmasının tüm durumlar için geçerli olmaması yalnızca belirlenen durum için genellemeler yapılmasına uygun olmasıdır. Bu çalışmada her problem ve her bir sınıf düzeyi bir durum olarak ele alınmıştır. Dolayısıyla üç durum üzerinde sınıflar arası inceleme yapılmıştır. Problemlerin yani durumların birbirinden hangi açılardan farklılık gösterdiğinin anlaşılması, süreç içindeki sergilenen davranışlarının incelenmesi ve analiz edilmesi bakımından durum çalışması yöntemi bu araştırmanın doğası ile uyumaktadır. Gerçekten hem problemden probleme hem de çalışmaya katılan öğrenciden öğrenciye tümevarımsal muhakeme süreci farklılık göstermekte ve durum araştırması ile gözlemlenebilen bu çeşitlilik, araştırma problemlerinin yanıtlanabilmesine olanak sağlamaktadır.

3.2. Katılımcılar

Çalışmanın katılımcıları bir Anadolu Lisesinin 9, 10, 11 ve 12. sınıf öğrencilerinden oluşmaktadır. Araştırmacının çalıştığı okul olması sebebiyle katılımcılar kolay ulaşılabilir örneklem yöntemi ile seçilmiştir. Çalışmaya katılan her bir öğrenciye bir numara verilmiştir. Veri toplama aracıda yer alan 3 soru detaylı veri elde etmek amacı ile farklı günlerde uygulandığı için her bir soru için katılım sayısı farklılık göstermektedir. Bu nedenle her bir soru bir durum olarak ele alınmıştır ve ona göre veri analizi yapılmıştır. Bunun bir sonucu olarak da her bir sorudaki öğrenci numarası farklı bir öğrenciyi ifade etmektedir. Diğer taraftan Tablo 1 incelendiğinde katılımcılara 1. soruda farklı 2 ve 3 de farklı numaralandırma yapıldığı görülmektedir. 1. soru için yapılan 1. sütundaki kodlama şekli, uygulaması ve anlaşılması zor olduğundan diğer sorularda kullanılmamıştır. 2. ve 3. soruda daha basit, sadece numaralandırılarak kodlama kullanılmıştır. Ayrıca sehven A42 ve A57 kodları herhangi bir öğrenci ile eşleştirilememiş ve boş kalmıştır. 1. soru için kodlamanın değiştirilmeden bu şekilde verilmesinin nedeni veri analizinde bu kodlarla verilmesidir.

Tablo1. Sorulara ve sınıflara göre katılımcı numaraları

Sınıf	Sorulara göre katılımcı numaraları		
	1.soru	2.soru	3.soru
9. sınıf	C1-C37	1-39	1-34
10. sınıf	A45-A71 B25-B51	40-93	35-86
11. sınıf	A1-A22 B1-B24 D1-D16	94-152	87-146
12. sınıf	A23-A44 B52-B66	153-178	147-164
Toplam	188	178	164

Tablo1'den görüldüğü gibi 1. soru için C1-C37 arasındaki öğrenciler 9. sınıftan; A45-A71 ve B25-B51 arasındaki öğrenciler 10. sınıftan; A1-A22, B1-B24 ve D1-D16 arasındaki öğrenciler 11. sınıftan ve A23-A44, B52-B66 arasındaki öğrenciler 12. sınıftan olmak üzere toplam 188 öğrenci katılmıştır (A42 ve A57 kodları sehven herhangi bir öğrenci ile eşleştirememiş ve boş kalmıştır). 2. soru için 1-39 arasındaki öğrenciler 9. sınıftan; 40 ile 93 arasındaki öğrenciler 10. sınıftan; 94 ile 152 arasındaki öğrenciler 11. sınıftan ve 153 ile 178 arasındaki öğrenciler 12. sınıftan olmak üzere toplam 178 öğrenci katılmıştır. 3. soru için 1-34 arasındaki öğrenciler 9. sınıftan; 35 ile 86 arasındaki öğrenciler 10. sınıftan; 87 ile 146 arasındaki öğrenciler 11. sınıftan ve 147 ile 164 arasındaki öğrenciler 12. sınıftan olmak üzere toplam 164 öğrenci katılmıştır.

3.3. Veri Toplama Aracı ve Verilerin Toplanması

Veri toplama aracı geliştirilirken öncelikle ilgili literatür taranmıştır. Tümevarımsal düşünce, özel durumlardan yola çıkarak genel durumlara doğru bir akıl yürütme işidir (Neubert & Binko, 1992). Bu çalışmada yakın adıma ilerleme tipindeki sorular özel durumları, uzak adıma ilerlemede kullanılacak olan formülü elde etme soruları da genellemeyi temsil etmektedir. Yöneltilen problemlerde gözlemlenme aşamasından genellenmesine kadar olan süreç (gözlemlenme, gözlemlerin organizesi, yordama, yordamanın testi, genelleme, genellenmenin testi) inceleneceği için uzman görüşleri ile tümevarımsal düşünme süreçlerini ortaya çıkarabileceği düşünülen üç soru seçilmiştir. Daha sonra bir pilot çalışması yapılmıştır. Yapılan pilot çalışmada hem sorular test edilmiş hem de araştırmacının aşamaları yoklamada deneyim kazanması sağlanmıştır. Pilot çalışma sonrasında sorularda anlaşılmayan yerler daha açık yazılmıştır. Özellikle kağıt katlama sorusunda görselleştirme yapıma ihtiyacı olmuştur. Veri toplama aracında aşağıda yer verilmiş olan kibrit çöpü, ardışık sayı ve kağıt katlama sorularına yer verilmiştir.

Kibrit çöpü sorusu

Aşağıdaki şekil her bir kenarı bir kibrit çöpü uzunluğundaki bitişik karelerden oluşmaktadır. Şekilde görüldüğü gibi 1 kare için 4 kibrit çöpü, 2 kare için 7 kibrit çöpü, 3 kare için 10 kibrit çöpü gerekmektedir.



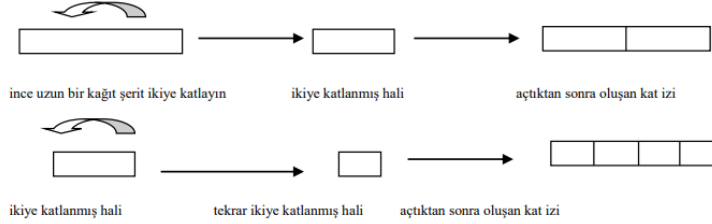
- a) Yan yana 14 kare yapmak için kaç kibrit çöpü gereklidir?
 b) Yukarıdaki çözümü genelleyerek bir formüle ulaşabilir misiniz? Yani yan yana n tane kare yapmak için kaç kibrit çöpü gereklidir?

Ardışık sayı sorusu

Bazı sayılar bir dizi ardışık pozitif sayının toplamı olarak ifade edilebilir. Örneğin;
 $9=2+3+4$, $11=5+6$, $18=3+4+5+6$

- a) Verilen örnekler dışında siz de bir örnek veriniz.
 b) Tam olarak hangi sayılar bu özelliğe sahiptir formüle genelleştiriniz?

Kağıt katlama sorusu



Yukarıda modellendiği gibi ince uzun bir kağıt şerit olduğunu düşünün. Uçlarından tutun ve ikiye katlayın. Kağıdı bastırın ki kat izi belirginleşsin. bu işlem sonucunda bir tane kat yeri oluşur. Kağıt üzerinde bir kez daha aynı işlemi tekrarlayın, bu sefer de 3 kat yeri oluşur.

- a) Bu işlemi toplamda 10 kez yaparsanız kaç kat yeri oluşur?
 b) Yukarıdaki çözümü genelleyerek bir formüle ulaşabilir misiniz?

Soruların her biri bir yönü ile diğerinden farklı olacak şekilde seçilmiştir. Kibrit çöpü ve kağıt katlama sorusu görsel ile birlikte verilirken ardışık sayı sorusunda bir görsel bulunmamaktadır. Diğer taraftan kağıt katlama sorusunda öğrenci bir kağıt ile deneme imkanına sahiptir. Kibrit çöpü sorusunda verilen görsel üzerinde adımları çizmek daha rahat iken kağıt katlama sorusunda bu daha zordur. Bunun yanı sıra ardışık sayı sorusunda herhangi bir çizime ihtiyacı yokken farklı sayı adedi ve başlangıç sayısı olarak genellemeye gitmesi gerekmektedir. Öğrencilere problemleri çözerken nasıl çözdüklerine ve çözüm sürecine dair veri elde edileceğine dair açıklama yapılmıştır. Bu sayede düşündükleri çözüm yöntemini detaylı açıklamaları beklenmiştir. Veriler toplanırken zaman kısıtlaması yapılmamıştır. Soruların uzunluğu ve veri toplama sürecini etkilememesi için toplamda her bir soru farklı bir günde ve sadece gönüllü olan öğrencilere uygulanmıştır. Öğrenciler çözmeleri için zorlanmamıştır. Bu nedenle sorulara katılım sayıları farklılık gösterebilmektedir. Veriler yazılı olarak toplanmıştır.

3.4. Araştırmanın Geçerlilik ve Güvenirliği

Veri toplama aracının geliştirilmesi ve geçerliliğini sağlamak için literatür taramasına, pilot uygulamaya ve uzman görüşlerinin değerlendirilmesine yer verilmiştir. Ayrıca çalışmanın geçerlilik ve güvenirliliğini sağlamak için elde edilen verilerden alıntılar yapılmıştır. Örnek kodlama örneklerine yer verilmiştir. Çalışmaya katılan her bir öğrencinin kağıdındaki tümevarımsal muhakeme aşamalarının nasıl kodlandığı detaylı olarak açıklanmıştır. Güvenirlik için ise; takip edilen süreçler açık bir biçimde

tanımlamıştır. Ayrıca araştırmanın veri kaynağı olan katılımcı öğrenciler açık bir biçimde tanımlanmıştır. Araştırmanın yöntemi, aşamaları, veri toplama ve analiz yöntemleri ile bulguları yorumlama ve sonuçlara ulaşma konusunda neler yapıldığı detaylı bir şekilde açıklanmıştır.

3.5. Verilerin Analizi

Yazılı olarak toplanan verilerin analizinde içerik analizi yapılmıştır. Veri analizi sürecinde her soru ayrı ayrı incelenmiş ve her bir soru için aynı işlem adımları gerçekleştirilmiştir. Öncelikle öğrencilerin verdikleri cevaplar toplandıktan sonra 9, 10, 11 ve 12. sınıflara göre gruplandırılmıştır. Sonra her bir kağıda bir numara verilmiştir. Toplanan veriler tümevarımsal muhakeme aşamalarına (gözleme, gözlemlerin organizesi, yordama, yordamanın testi, genelleme, genellenmenin testi) göre incelenmiştir. 1. aşamada ilk sütun öğrenci numarasını diğer sütunlar ise tümevarımsal düşünme aşamalarını gösteren bir tablo oluşturulmuştur. Daha sonra bu tablo yardımı ile çalışmaya katılan her öğrenci için ilgili tümevarımsal muhakeme aşamasında sergilemiş olduğu davranış kodlanarak kaydedilmiştir. 2. aşama'da ise 1. aşamada elde edilen tablolardan hareketle tümevarımsal düşünme aşamalarının her birinde sergilenen ve kodlanan işlem adımlarına göre frekans tablosu oluşturulmuştur. Kategoriler belirlenmiştir. Bu sayede ele alınan soruda, hem bir öğrencinin tümevarımsal muhakeme aşamalarında hangi işlemsel aracı sergilediği kayıt edilerek tüm öğrencilerin süreci tek tek özetle ortaya çıkarılmış hem de her bir sorudaki tümevarımsal muhakeme aşamalarında çalışmaya katılan tüm öğrencilerin sergilenen düşünceler ve işlemsel araçlar yüzde ve frekans ile tablo yapılarak açıklanmıştır. Yani elde edilen son tablolar hem yatay olarak öğrenciye göre hem de dikey olarak tüm sınıfa göre yorumlanmıştır. Elde edilen bu tablolarda kategoriler oluşturulurken tümevarımsal düşünmenin her bir aşamasında "başarılı" ve "başarısız" olmak üzere iki kategori oluşturulmuştur.

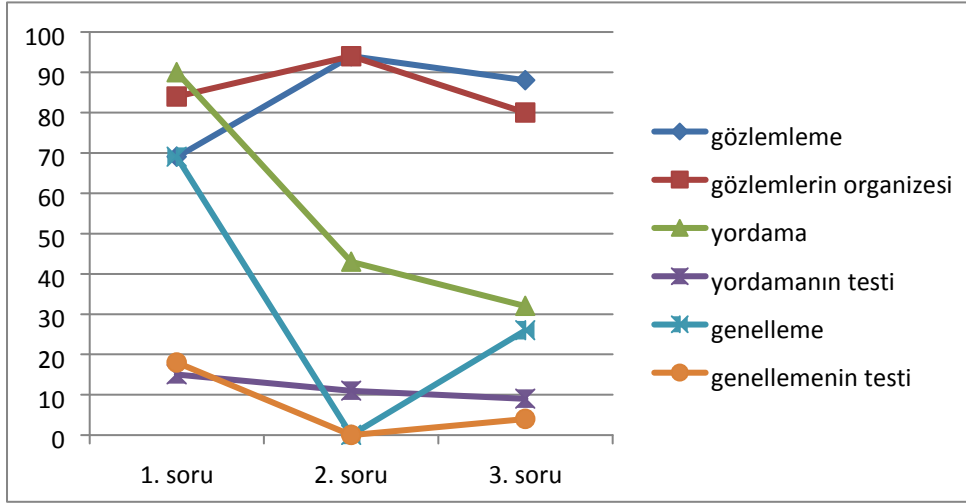
Gözleme aşamasında, bir sonraki adıma ilerleyebilme "başarılı" olarak kodlanmıştır. Bunun nedeni öğrencilerin her zaman düşündüklerini yazıya dökmemeleridir. Eğer bir sonraki adıma ilerleyebildilerse ifade etmemiş olsalar da gözlemleyebildikleri düşünülmüştür. Gözlemlerin organizesi aşamasında verilenleri şekil çizerek yeniden ifade etme ya da verilen sayılar arasındaki artışı belirtme, bu artışı sistematikleştirme "başarılı" olarak kodlanmıştır. Yordama aşamasında bir önceki aşama olan gözlemlerin organizesinde bulunan anlamlı ilişki bu aşamada daha pratik ve kısa bir şekilde ifade edilebilmişse yani sistematikleştirilmişse "başarılı" olarak kodlanmıştır. yordamanın testi aşamasında bir önceki aşamada yapılan yordamalar yeni özel durumlar için kontrol edilmişse "başarılı" olarak kodlanmıştır. Genelleme aşamasında genel bir kurala ulaşırsa, cebirsel veya sözel formüller yazdıysa, "başarılı" olarak kodlanmıştır. Genellenmenin testi aşamasında ise bulunan formülün soruda verilen değerler için denenerek test edilmesi veya formülden elde edilen herhangi bir sonucun başka bir yöntem kullanarak test edilmesi "başarılı" olarak kodlanmıştır.

BULGULAR

Ortaöğretim öğrencilerinin problemlerinin çözümünde tümevarımsal muhakeme becerilerinin incelendiği bu çalışmada tümevarımsal muhakeme aşamaları sırasıyla gözleme, gözlemlerin organizesi, yordama, yordamanın testi, genelleme ve genellenmenin testi olarak ele alınmıştır. Ayrıca öğrencilerin bu aşamaları uygulayıp uygulamadıkları,

kullanılmayan aşama varsa bunların tespit edilmeye çalışılmıştır. Ek olarak da kullanılan aşamaların soruya ve sınıfa göre değişip değişmediği araştırılmıştır.

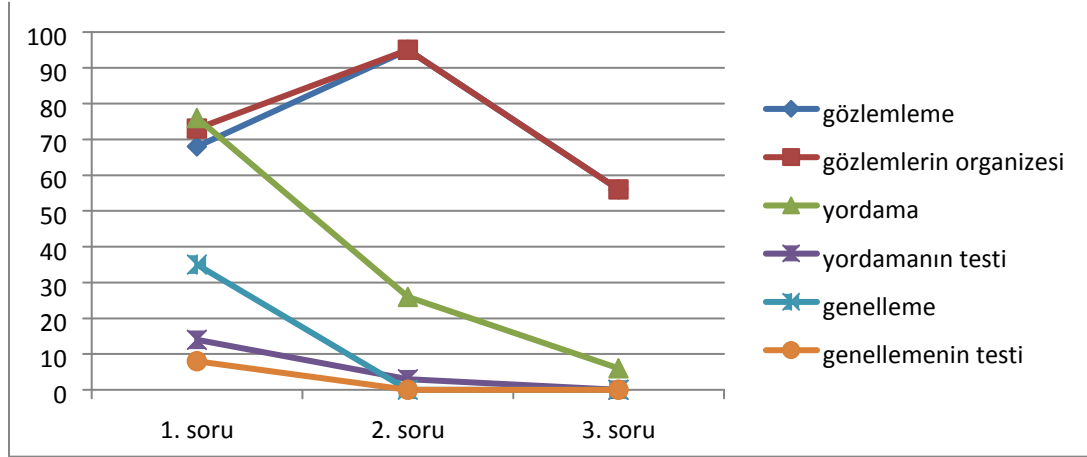
Aşağıda gözleme, gözlemlerin organizesi, yordama, yordamanın testi, genelleme ve genellemenin testi aşamaları için başarı durumu çizgi grafiği ile gösterilmiş ve yorumlanmıştır. İlk önce genel toplamın grafiği verilmiştir. Sonra da sırasıyla 9. sınıf, 10. sınıf, 11. sınıf ve 12. sınıflar için aynı grafik oluşturulmuştur. Grafik 1'de her üç soruda da tüm başarılı kodlamaların bulunduğu tümevarımsal muhakeme aşamaları verilmiştir.



Grafik 1. Tümevarımsal muhakeme aşamalarına göre başarılı olarak kodlanan cevaplar

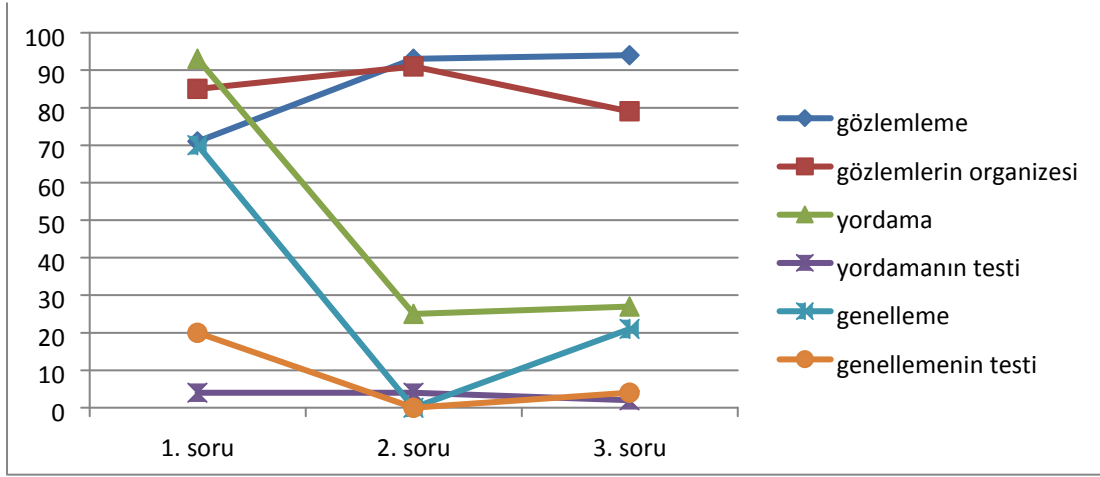
Grafik 1'e göre kibrit çöpü sorusu için aşamalar sırasıyla uygulanmış diye söylenememektedir. Sırasıyla uygulanmış olsaydı gözleme, gözlemlerin organizesi, yordama, yordamanın testi, genelleme ve genellemenin testi şeklinde artmayan bir şekil elde edilmiş olmalıydı. Burada ise en yüksek başarı yordama aşamasında ve en düşük başarı yordamanın testi aşamasındadır. Başarı sırası; yordama, gözlemlerin organizesi, gözleme, genelleme, genellemenin testi ve yordamanın testi şeklindedir. Gözleme ve genelleme eşit düzeydedir. 1. soru için kullanılmayan aşama bulunmamaktadır. Yine bu soruda yordamanın testi ve genellemenin testi dışındaki aşamalarda başarı oldukça yüksektir. Sorunun çözümü sistematik ilerlemektedir. Grafik 1'e göre 2. soru için aşamalar sırasıyla uygulanmıştır. Sırasıyla uygulanmış denebilmesi için gözleme, gözlemlerin organizesi, yordama, yordamanın testi, genelleme ve genellemenin testi şeklinde artmayan bir şekil elde edilmiş olmalıdır. Elde edilen grafik de bu şekildedir. Gözleme ve gözlemlerin organizesi eşit düzeydedir. Yordama biraz daha az, yordamanın testi biraz daha az ve genelleme ile genellemenin testi de eşit düzeydedir. Eşit düzeyde olan genelleme ve genellemenin testi 1. soruda hiç kullanılmamıştır. Bunun ise genellemenin iki değişkene bağlı bir formül olmasından kaynaklandığı düşünülmektedir. Grafik 1'e göre 3. soru için ilk üç aşama sırasıyla uygulanmıştır. Sırasıyla uygulanmış denebilmesi için gözleme, gözlemlerin organizesi, yordama, yordamanın testi, genelleme ve genellemenin testi şeklinde artmayan bir grafik elde edilmiş olmalıdır. Elde edilen grafikte ise ilk üç aşamadan sonra 5. aşama olan genelleme gelmiştir. Sonra ise yordamanın testi ve genellemenin testi şekilde devam etmektedir. Gözleme ve gözlemlerin organizesi; yordama ve genelleme;

yordamanın testi ve genellemenin testi yakın düzeydedir. 9. sınıfların başarılı çözümlerinin bulunduğu tümevarımsal muhakeme aşamaları Grafik 2’de verilmiştir.



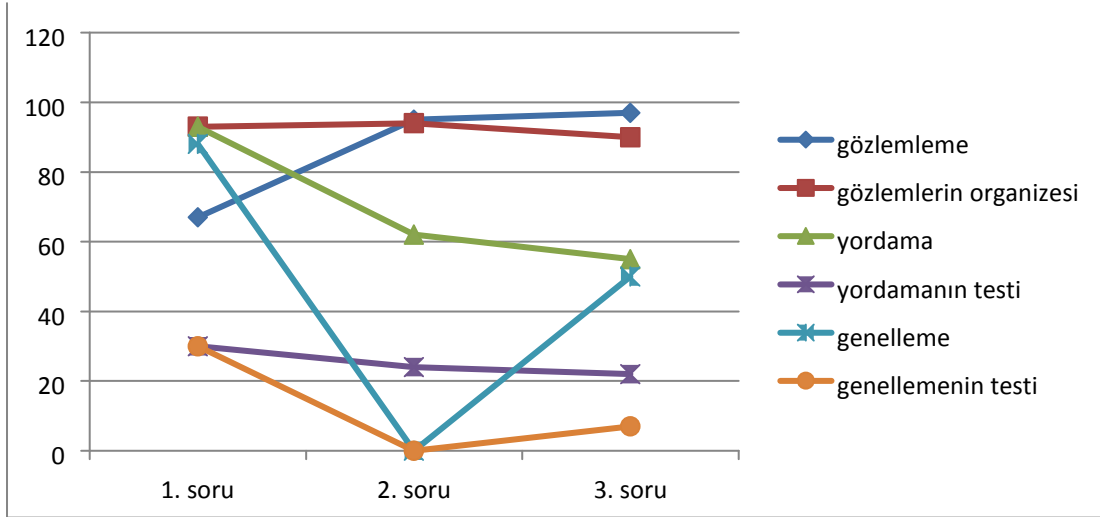
Grafik 2. 9. sınıfların başarılı çözümlerinin bulunduğu tümevarımsal muhakeme aşamaları grafiği

Grafik 2'ye göre 1. soru için aşamalar sırasıyla uygulanmış denememektedir. Sırasıyla uygulanmış denebilmesi için gözlemlene, gözlemlerin organizesi, yordama, yordamanın testi, genelleme ve genellemenin testi şeklinde artmayan bir şekil elde edilmiş olmalıdır. Burada ise en yüksek başarı gözlemlene, gözlemlerin organizesi ve yordama aşamasında; en düşük başarı ise yordamanın testi ve genellemenin testi aşamasındadır. 1. soru için kullanılmayan aşama bulunmamaktadır. Grafik 2'ye göre 2. soru için aşamalar sırasıyla uygulanmıştır. Sırasıyla uygulanmış denebilmesi için gözlemlene, gözlemlerin organizesi, yordama, yordamanın testi, genelleme ve genellemenin testi şeklinde artmayan bir şekil elde edilmiş olmalıdır. Elde edilen grafik de bu şekildedir. Gözlemlene ve gözlemlerin organizesi eşit düzeydedir. Yordama biraz daha az, yordamanın testi biraz daha az ve genelleme ile genellemenin testi de eşit düzeydedir. Eşit düzeyde olan genelleme ve genellemenin testi 2. soruda hiç kullanılmamıştır. Bunun ise genellemenin iki değişkene bağlı bir formül olmasından kaynaklandığı düşünülmektedir. 9. sınıflar 2. soruda genel ile aynı sıralamadaki grafiğe sahiptir. Grafik 2'ye göre 3. soru için aşamalar sırasıyla uygulanmıştır. Sırasıyla uygulanmış denebilmesi için gözlemlene, gözlemlerin organizesi, yordama, yordamanın testi, genelleme ve genellemenin testi şeklinde artmayan bir şekil elde edilmiş olmalıdır. Elde edilen grafik de bu şekildedir. Gözlemlene ve gözlemlerin organizesi eşit düzeydedir. yordama biraz daha az, yordamanın testi, genelleme ve genellemenin testi de eşit düzeydedir. Eşit düzeyde olan yordamanın testi, genelleme ve genellemenin testi 3. soruda hiç kullanılmamıştır. Bunun ise 3. sorunun uygulamaya müsait olmasından ve uygulama ile elde edilen verilerin teoriğe aktarılamamasından kaynaklandığı düşünülmektedir. 10. sınıfların başarılı çözümlerinin bulunduğu tümevarımsal muhakeme aşamaları Grafik 3'de verilmiştir.



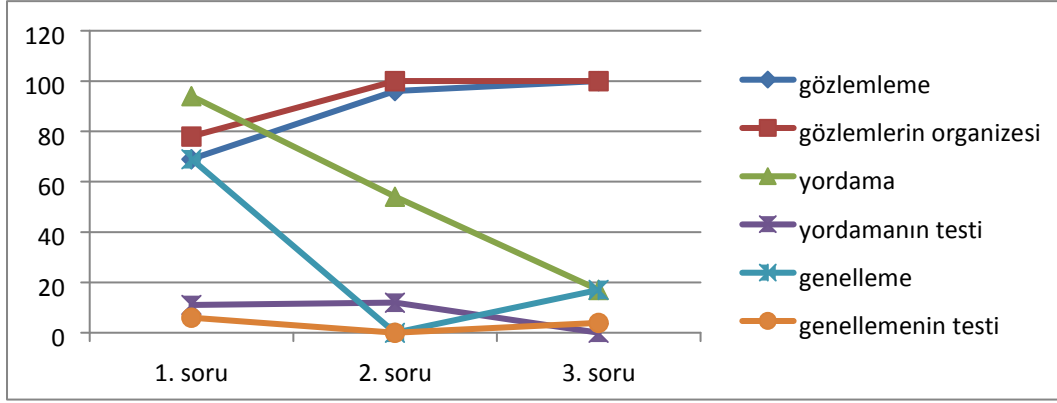
Grafik 3. 10. sınıfların başarılı çözümlerinin bulunduğu tümevarımsal muhakeme aşamaları grafiği

Grafik 3'e göre 1. soru için aşamalar sırasıyla uygulanmış denememektedir. Sırasıyla uygulanmış denebilmesi için gözlemlene, gözlemlerin organizesi, yordama, yordamanın testi, genelleme ve genellemenin testi şeklinde artmayan bir şekil elde edilmiş olmalıdır. Burada ise en yüksek başarı yordama aşamasında ve en düşük başarı yordamanın testi aşamasındadır. Bu 1. soru için Grafik 1'de de böyledir. Başarı sırası; yordama, gözlemlerin organizesi, gözlemlene, genelleme, genellemenin testi ve yordamanın testi şeklindedir. Gözlemlene ve genelleme eşit düzeydedir. 1. soru için kullanılmayan aşama bulunmamaktadır. Grafik 3'e göre 2. soru için aşamalar sırasıyla uygulanmıştır. Sırasıyla uygulanmış denebilmesi için gözlemlene, gözlemlerin organizesi, yordama, yordamanın testi, genelleme ve genellemenin testi şeklinde artmayan bir şekil elde edilmiş olmalıdır. Elde edilen grafik de bu şekildedir. Gözlemlene ve gözlemlerin organizesi yakın düzeydedir. Yordama biraz daha azdır. Yordamanın testi, genelleme ve genellemenin testi de yakın düzeydedir. Genelleme ve genellemenin testi 2. soruda 10. sınıflar tarafından hiç kullanılmamıştır. Bunun ise genellemenin iki değişkene bağlı bir formül olmasından kaynaklandığı düşünülmektedir. Bu 2. soru için Grafik 1'de de böyledir. Grafik 3'e göre 3. soru için ilk üç aşama sırasıyla uygulanmıştır. Sırasıyla uygulanmış denebilmesi için gözlemlene, gözlemlerin organizesi, yordama, yordamanın testi, genelleme ve genellemenin testi şeklinde artmayan bir grafik elde edilmiş olmalıdır. Elde edilen grafikte ise ilk üç aşamadan sonra 5. aşama olan genelleme gelmiştir. Sonra ise genellemenin testi şekilde devam etmiştir. Yordamanın testi ise son sırada kalmıştır. 11. sınıfların başarılı çözümlerinin bulunduğu tümevarımsal muhakeme aşamaları Grafik 4'de verilmiştir.



Grafik 4. 11. sınıfların başarılı çözümlerinin bulunduğu tümevarımsal muhakeme aşamaları grafiği

Grafik 4'e göre 1. soru için aşamalar sırasıyla uygulanmış denememektedir. Sırasıyla uygulanmış denebilmesi için gözlemlene, gözlemlerin organizesi, yordama, yordamanın testi, genelleme ve genellemenin testi şeklinde artmayan bir şekil elde edilmiş olmalıdır. Burada ise en yüksek başarı gözlemlerin organizesi ve yordama aşamasında; en düşük başarı ise yordamanın testi ve genellemenin testi aşamasındadır. Başarı sırası; gözlemlerin organizesi, yordama, genelleme, gözlemlene, yordamanın testi genellemenin testi ve yordamanın testi şeklindedir. Gözlemlene ve genelleme eşit düzeydedir. 1. soru için kullanılmayan aşama bulunmamaktadır. Gözlemlerin organizesi, yordama, genelleme aşamaları yakın düzeyde ve genellemenin testi ve yordamanın testi de yakın düzeydedir. Grafik 4'e göre 2. soru için aşamalar sırasıyla uygulanmıştır. Sırasıyla uygulanmış denebilmesi için gözlemlene, gözlemlerin organizesi, yordama, yordamanın testi, genelleme ve genellemenin testi şeklinde artmayan bir şekil elde edilmiş olmalıdır. Elde edilen grafik de bu şekildedir. Gözlemlene ve gözlemlerin organizesi eşit düzeydedir. Yordama biraz daha az, yordamanın testi biraz daha az ve genelleme ile genellemenin testi de eşit düzeydedir. Eşit düzeyde olan genelleme ve genellemenin testi 2. soruda hiç kullanılmamıştır. Bunun ise genellemenin iki değişkene bağlı bir formül olmasından kaynaklandığı düşünülmektedir. Grafik 4'e göre 3. soru için ilk üç aşama sırasıyla uygulanmıştır. Sırasıyla uygulanmış denebilmesi için gözlemlene, gözlemlerin organizesi, yordama, yordamanın testi, genelleme ve genellemenin testi şeklinde artmayan bir grafik elde edilmiş olmalıdır. Elde edilen grafikte ise ilk üç aşamadan sonra 5. aşama olan genelleme gelmiştir. Sonra ise yordamanın testi ve genellemenin testi şekilde devam etmektedir. Yordamanın testi dahil edilmezse sıralama bozuk olamamaktadır. Gözlemlene ve gözlemlerin organizesi; yordama ve genelleme yakın düzeydedir. 12. sınıfların başarılı çözümlerinin bulunduğu tümevarımsal muhakeme aşamaları" Grafik 5'de verilmiştir.



Grafik 5. 12. sınıfların başarılı çözümlerinin bulunduğu tümevarımsal muhakeme aşamaları grafiği

Grafik 5'e göre 1. soru için aşamalar sırasıyla uygulanmış denememektedir. Sırasıyla uygulanmış denebilmesi için gözlemlene, gözlemlerin organizesi, yordama, yordamanın testi, genelleme ve genellemenin testi şeklinde artmayan bir şekil elde edilmiş olmalıdır. Burada ise en yüksek başarı yordama aşamasında ve en düşük başarı genellemenin testi aşamasındadır. Başarı sırası; yordama, gözlemlerin organizesi, gözlemlene, genelleme, yordamanın testi ve genellemenin testi şeklindedir. Gözlemlene ve genelleme eşit düzeydedir. Yordamanın testi ve genellemenin testi yakın düzeydedir. 1. soru için kullanılmayan aşama bulunmamaktadır. Grafik 5'e göre 2. soru için aşamalar sırasıyla uygulanmıştır. Sırasıyla uygulanmış denebilmesi için gözlemlene, gözlemlerin organizesi, yordama, yordamanın testi, genelleme ve genellemenin testi şeklinde artmayan bir şekil elde edilmiş olmalıdır. Elde edilen grafik de bu şekildedir. Gözlemlene ve gözlemlerin organizesi yakın düzeydedir. Yordama biraz daha az, yordamanın testi biraz daha az ve genelleme ile genellemenin testi de eşit düzeydedir. Eşit düzeyde olan genelleme ve genellemenin testi 2. soruda hiç kullanılmamıştır. Bunun ise genellemenin iki değişkene bağlı bir formül olmasından kaynaklandığı düşünülmektedir. Grafik 5'e göre 3. soru için ilk üç aşama sırasıyla uygulanmıştır. Sırasıyla uygulanmış denebilmesi için gözlemlene, gözlemlerin organizesi, yordama, yordamanın testi, genelleme ve genellemenin testi şeklinde artmayan bir grafik elde edilmiş olmalıdır. Elde edilen grafikte ise ilk üç aşamadan sonra 5. aşama olan genelleme gelmiştir. Sonra ise yordamanın testi ve genellemenin testi şekilde devam etmektedir. Gözlemlene ve gözlemlerin organizesi eşit düzeydedir. Yordama ve genelleme aşamaları da eşit düzeydedir. Yordamanın testi ve genellemenin testi de yakın düzeydedir. Kullanılan aşamalar soruya göre değişkenlik göstermektedir.

SONUÇ, TARTIŞMA ve ÖNERİLER

Kibrit çöpü sorusunda öğrencilerin sistematik bir yol izlediği ve verilen sayılar arasındaki ilişkiyi belirleyip verilmeyen sayıları doğru buldukları görülmektedir. Bu durum Arslan ve Yıldız'ın (2010) bulgusu ile örtüşmektedir. Navruz'un (2012) çalışmasında geometrik sorular ve aritmetik sorular olmak üzere bulgular iki parçada ele alınmıştır. Bu çalışmada da 1. soru olan kibrit çöpü sorusu ve 3. soru olan kağıt katlama sorusu geometrik, 2. soru olan ardışık sayıların toplamı sorusu aritmetik sorudur. Navruz'un (2012) çalışmasında sorulan dört geometrik sorudan sadece birinde yordama ilk sırayı alırken diğer üç soruda genelleme ilk sıradadır. Bulgular 1. soruda yordamanın ilk sırada ve 3. soruda gözlemlenenin ilk sırada

olduğunu göstermektedir. Bu iki soruda da genelleme baştan dördüncü sondan üçüncü sıradadır. Elde edilen bulgular iki çalışmada da birebir aynı değildir. Ancak şu bulgu aynıdır ki iki çalışmada da geometrik sorularda yordamanın testi ve genellemenin testi aşamaları en düşük seviyelerdedir. Bu bulgu en önemli bulgulardandır. Öğrencilerin hem ilköğretimin ikinci kademesinde hem de ortaöğretimde ispat becerileri yeterli değildir. Bunun sebebi öğretmenlerin derslerde ispat yapamaya önem vermemeleri olabilir. Demir ve Akar-Vural (2017) yaptıkları çalışmada öğretmenlerin ispat etme ile ilgili düşünceleri alındığında “ispat yapamaya karşı önyargılarının olduğunu, ispat yapmayı gereksiz bulduklarını, ispat yaparken sıkıldıklarını, ispat aşamasında konuya karşı ilgilerinin azaldığını ve daha çok kısa ispatları tercih ettiklerini” sonucunu elde etmişlerdir. Öğretmenlerin bu davranışı öğrencilere de yansımış ve bu aşamalarda başarısız bir sonuç elde edilmiş olabilir. Ayrıca Özer ve Arıkan'ın (2000) çalışmalarında da istenilen düzeyde ya da materyal yardımıyla ispat yapamadıkları tespit edilmiştir. Bu aşamalarda da test etme işleminde ispat gerekmektedir. Bu da Özer ve Arıkan'ın (2000) elde ettiği sonuç ile örtüşmektedir. Diğer soru olan 2. soru aritmetik bir sorudur. Navruz'un (2012) çalışmasında aritmetik sorularda en başarılı aşama genelleme aşaması iken bu çalışmada gözleme ve gözlemlerin organizesi aşamalarıdır. Eldeki çalışmada genelleme ve genellemenin testi en başarısız aşamalardır, hatta başarının sıfır olduğu aşamalardır. Navruz'un (2012) çalışmasında da sorulan altı aritmetik sorudan ikisi hariç dördünde gözleme ve gözlemlerin organizasyonu aşamaları en başarısız aşamalardır, hatta başarının sıfır olduğu aşamalardır. Yani iki çalışmada en başarılı ve en başarısız aşamalar yer değiştirmiştir. Navruz'un (2012) çalışmasında geometrik ve aritmetik öğrenme alanlarında tümevarımsal düşünce aşamalarının tamamının sergilendiği tespit edilmiştir. Ancak bu çalışmada sorulan aritmetik olan 2. soruda genelleme ve genellemenin testi hiç sergilenmemiştir. Diğer çalışmada elde edilen bulgu ile bu bulgu çakışmaktadır. Navruz'un (2012) çalışmasında bu sürecin aritmetik öğrenme alanında geometri öğrenme alanına göre daha başarılı bir şekilde işletildiği görülmüştür. Eldeki çalışmada ise aksine geometrik sorularda aritmetik sorulara göre daha yüksek başarı elde edilmiştir.

Bulgularda elde edilen sonuçlara göre soru şekilli ve cebirsel sorulduğunda soruyu daha rahat algıladıkları gözlemlenmiştir. Şekilsiz sorulan sorularda başarının daha düşük olduğu gözlemlenmiştir. Kolay sorularda gerek duymadıkları için yordamanın ve genellemenin testi aşamalarında da başarının düşük olduğu gözlemlenmiştir. Zorlandıkları sorularda da test edecek bir yöntem bulamadıkları için zorlandıkları gözlemlenmiştir. 9. sınıfların genellikle en düşük başarıya sahip oldukları gözlemlenmiştir. Akademik olarak diğer sınıflardan daha az bilgiye sahip olduklarından kaynaklanabileceği düşünülmektedir. Ancak benzer sorular benzer çalışmalarda ilköğretimin ikinci kademesinde uygulandığı için burada 9. sınıflara da uygulanmasında bir mahsur görülmemiştir. 12. sınıfların daha başarılı olması beklenmiştir ama genellikle 12. Sınıf başarı seviyesindeki düzeni bozmuştur. Bunun sebebi yaklaşan sınavın kaygısı olabilir. Başarı sırasında 11. Sınıflar 12. Sınıflardan daha çok başarı göstermişlerdir. İleride yapılacak çalışmalarda öğretmen ve öğrencilerin tümevarımsal muhakeme süreçleri karşılaştırılıp arasında bir ilişki olup olmadığı yoklanabilir.

KAYNAKÇA

Alkove, L. D. & McCarty, B. J. (1992). Plain talk: Recognizing positivism and constructivism in practice. *Action in Teacher Education*, 14, 16-22.

- Allen, L. G. (2001). Teaching Mathematical Induction: An Alternative Approach. *Mathematics Teacher*, 94, 500-504.
- Arsac, G. (2007). Origin of mathematical proof. In P. Boero (Ed.), *Theorems in school: From history, epistemology and cognition to classroom practice* (27-42). Rotterdam, The Netherlands: Sense Publishers.
- Arslan, S. & Yıldız, C. (2010). 11. sınıf öğrencilerinin matematiksel düşünmenin aşamalarındaki yaşantılarından yansımalar. *Eğitim ve bilim*, 35(156).
- Beckmann, S. (2002) *Mathematics for elementary teachers: "Making sense by/explaining why"*. Department of Mathematics. University of Georgia, Georgia, USA
- Cañadas, M. C. (2007). *Descripción y caracterización del razonamiento inductivo utilizado por estudiantes de educación secundaria al resolver tareas relacionadas con sucesiones lineales y cuadráticas*. (Unpublished Doctoral Thesis). Granada: Departamento de Didáctica de la Matemática de la Universidad de Granada.
- Cañadas, M. C. & Castro, E. (2007). "A Proposal of Categorisation for Analysing Inductive Reasoning". *PNA*, 1 (2), 67-78.
- Cañadas, M. C., J. Deulofeu, L. Figueiras, D. Reidand A. Yevdokimov. (2008). The Conjecturing Process: Perspectives in Theory and Implications in Practice. *Journal of Teaching and Learning*, 5 (1), 55-72
- Demir, G.; Vural-Akar, R. (2017). Ortaöğretim Matematik Programının Hedeflediği Matematiksel Yeterlilik ve Becerilerinin Kazandırılma Sürecinin Öğretmen Görüşleri Temelinde İncelenmesi. *Adnan Menderes Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü Dergisi*, 4.1: 118-139.
- Edwards, L., (1997). Exploring the territory before proof: Students' generalizations in a computer micro world for transformation geometry, *International Journal of Computers for Mathematical Learning*, 2(1), 187-215.
- Erdem, E. (2015). *Zenginleştirilmiş Öğrenme Ortamının Matematiksel Muhakeme ve Tutuma Etkisi*. (Yayınlanmamış Doktora Tezi), Atatürk Üniversitesi, Erzurum.
- Frederiksen, N. (1984). Implications of cognitive theory for instruction in problem solving. *Review of Educational Research*, 54, 363-407.
- Henningsen, M. & Stein, M. K. (1997). Mathematical tasks and student cognition: classroom based factors that support and inhibit high-level mathematical thinking and reasoning. *Journal for Research in Mathematics Education*, 28(5), 524-549.
- Kosonen, P. O. (1992). *Effects of teaching statistical laws on reasoning about problems*. Thesis submitted in partial fulfillment of the requirements for the degree of doctor of philosophy. Faculty of Education, Simon Fraser University.
- Lannin, J. K. (2004). Developing mathematical power by using explicit and recursive reasoning. *Mathematics Teacher*, 98(4), 216-253.
- Magiera, M. (2012). K-8 preservice teachers' inductive reasoning in the problem-solving contexts. Milwaukee: MSCS Faculty Research and Publications Marquette University, American Educational Research Association
- MEB (2013). *Ortaokul matematik dersi (5, 6, 7 ve 8. sınıflar) öğretim programı*. <https://ttkb.meb.gov.tr> adresinden 09.08.2016 tarihinde erişilmiştir.
- Navruz, V. (2012) *İlköğretim ikinci kademe öğrencilerinin matematiksel problemlerin çözümünde sergiledikleri tümevarımsal düşünce süreçlerinin incelenmesi*. Yüksek Lisans Tezi, Erciyes Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Kayseri.

- Neubert, G. A. & J. B. Binko. (1992). *Inductive Reasoning in the Secondary Classroom*. Washington DC: National Education Association.
- Pólya, G. (1967). *Le Découvertedes Mathématiques*. [The discovery of mathematics]. Paris: DUNOD.
- Reid, D. (2002). "Conjectures and Refutations in Grade 5 Mathematics". *Journal for Research in Mathematics Education*, 33(1), 5-29.
- Selden, A. & Selden, J. (2003). *Validations of proofs considered as texts: Can undergraduate tell whether an argument proves a theorem?* *Journal for Research in Mathematics Education*, 34(1), 4-36.
- Suzuki, K. (1997). *Cognitive constructs measured in word problems: A comparison of students' responses in performance-based tasks and multiple-choice tasks for reasoning*. Paper presented at the Annual Meeting of the American Educational Research Association, Chicago
- Toulmin, S., Rieke, R. & Janik, A. 1984. *An introduction to reasoning* (Second Edition). Macmillan Publishing Co., Inc. New York.
- Umay, A. (2003). Matematiksel muhakeme yeteneği. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi* 24 .234-243
- Yıldırım, A., ve Şimşek, H. (2003). *Sosyal bilimlerde nitel araştırma yöntemleri*. Ankara: Seçkin Yayıncılık