

BAYBURT ÜNİVERSİTESİ

**EĞİTİM
FAKÜLTESİ
DERGİSİ**



ORTAOKUL 4. SINIF ÖĞRENCİLERİNİN EŞİTSİZLİK KONUSUNDAKİ BİLGİ OLUŞTURMA SÜREÇLERİNİN İNCELENMESİ¹

Abdullah KAPLAN², Elif AÇIL³

Özet

Bu araştırma, ortaokul 4. sınıf öğrencilerinin 'Eşitsizlik' konusunda bilgi oluşturma/soyutlama süreçlerinin incelenmesi amacıyla yapılmıştır. Araştırmanın örneklemini, Erzurum il merkezinde bir devlet ortaokuluna devam etmekte olan 3 ortaokul 4. sınıf öğrencisi oluşturmaktadır. Bu öğrencilerin başarı durumları düşük, orta ve yüksek olarak farklılık göstermektedir. Araştırmaya veri sağlayan araçlar, öğrencileri düşündürmeye teşvik eden iki matematik probleminin yer aldığı çalışma kağıtları, görüşme kayıtları ve yapılandırılmamış gözlem notlarıdır. Araştırma nitel araştırma yöntemlerinden betimleyici durum çalışması özelliğindedir. Veriler betimsel analiz yöntemi ile incelenmiştir. Elde edilen veriler, matematik başarısı ne olursa olsun öğrencilerin tanıyabildikleri bilgileri kullanabildiğini ve yeni bilgileri, eski bilgileri kullanabildikleri ölçüde oluşturabildiğini göstermektedir. Araştırma sonuçları, yeni bir kavramın oluşturulmasının, ancak ön şart niteliğinde olan kavramların içselleştirilmesi ile mümkün olabileceğini ortaya koymaktadır. Ayrıca bu araştırma da, tanıma eyleminin matematiksel bilgi oluşturma sürecinin temel yapı taşı olduğunu kanıtlar nitelikte sonuçlar elde edilmiştir.

Anahtar sözcükler: Matematiksel Düşünme, Soyutlama, RBC Modeli, Eşitsizlikler.

THE INVESTIGATION OF THE 4th GRADE SECONDARY SCHOOL STUDENTS' CONSTRUCTION PROCESSES IN 'INEQUALITY'

Abstract

The purpose of the study was to investigate the nature of knowledge construction/ abstraction of 4th grade secondary school students in 'Inequalities'. 3 students in the 4th grades, continuing their education in secondary school in Erzurum province, participated in the study. The students who had different mathematical successes (low, medium, high). It used to study papers, which consisted of two mathematical questions encouraging to think, and also used to interview records and observation notes as data collection tools. The study was qualitative research and descriptive case study was the research method. The analyzing of the datas was used descriptive analyze method. The obtained data showed that the students (whatever their mathematics successes) could use the data which they can recognize and the students could be constructed to the new knowledge using the old knowledge. As results of the study, it showed that the constructing a new concept might be possible with internalization of the concept that the pre-qualification requirements. Also the results were obtained that recognizing was the basic structure of the nature of knowledge construction.

Keywords: *Mathematical Thinking, Abstraction, RBC Model, Inequalities.*

GİRİŞ

Matematik, düşünmeyi geliştiren en önemli araçlardan biridir ve bir düşünme biçimidir (Baki, Güven ve Karataş, 2002; Tural, 2005). Matematiksel düşünme ise, tahmin edebilme, tümevarım, tümdengelim, betimleme, genelleme, soyutlama, örnekleme, ispatlama gibi karmaşık süreçlerin birleşimi olarak tanımlanmaktadır (LiuPo-Hung, 2003; akt. Alkan & Bukova Güzel, 2005). Burada görüldüğü gibi matematiksel düşünme süreçlerinden biri de soyutlamadır. Soyutlama çok yönlü karmaşık bir kavramdır ve literatürde bu kavram ile ilgili farklı açılardan yapılan tanımlamalara rastlamak mümkündür. Bu farklılaşmanın, soyutlama kavramının bireye kendini değişik açılardan inceleme olanağı sunmasından kaynaklandığı ileri sürülebilir.

Soyutlama, önceden var olan matematiksel yapının yeni matematiksel yapı içerisinde dikey olarak tekrar organize edilmesi etkinliğini kapsayan bir süreçtir (Hershkowitz, Schwarz & Dreyfus, 2001). Bu tanımdan hareketle, yeni yapıların oluşumu için bireyde eski yapıların soyutlanmış olması gerektiği söylenebilir. Bu çoğu araştırmacının soyutlama süreci üzerinde hem fikir olduğu noktadır. Fakat bu araştırmacılar, soyutlama sürecindeki bağlamın farklılaştığını ileri sürerek fikir ayrılığına gitmektedirler. Bir grup araştırmacı sürece bilişsel olarak yaklaşırken, diğer araştırmacılar süreci sosyo-kültürel açıdan incelemektedirler (Yeşildere & Türnüklü, 2008). Bilişsel araştırmacılara göre bireyin dikkatini neye veya nereye verdiği önemliyken; sosyo-kültürel araştırmacılara göre, birey çevreden bağımsız olarak bir bilgiyi soyutlayamaz. Soyutlamanın gerçekleşmesi için ancak, eski yapıların yeniden organize edilmesi, eski ile yeni arasında ilişkilerin kurulması ve bunların tek bir süreç içerisinde bir araya getirilmesi gerekmektedir (Dreyfus, 2007).

Sosyo-kültürel araştırmacılarından Hershkowitz vd. (2001), bireylerin matematiksel bilgiyi oluşturma süreçleri hakkında bilgi edinmeyi amaçlayan bir model ortaya atmışlardır: RBC (Recognising-Building with-Constructing) modeli. Model yapısında yer alan üç eylemin (tanıma, kullanma ve oluşturma) baş harflerinin kullanılmasıyla RBC modeli olarak isimlendirilmektedir. Tanıma, bireyin daha önceden oluşturmuş olduğu bilindik yapıyı temsil eder (Ahsbahs, 2004; Schwarz, Dreyfus, Hadas & Herskowitz, 2004). Kullanma, soyutlama sürecinde var olan durumların yeni durumlar ile birleştirilmesi; Oluşturma bu yeni durumların inşa edilmesi sürecini kapsamaktadır (Ahsbahs, 2004; Schwarz vd. 2004). Bu eylemlerin temel ve ortak özelliği araştırmacıya gözlenebilir deliller sunmasıdır ve bu özellikleri ile soyutlama sürecinin daha iyi aydınlatıldığı düşünülmektedir.

RBC modeli ile ilgili literatürde yapılan araştırmalar bu modelin etkililiği hakkında yeterli dönütler vermektedirler. Akkaya (2010) yaptığı çalışmada, Gerçekçi Matematik Eğitimi ve Yapılandırmacılık yaklaşımlarına uygun öğretim ortamlarının, öğrencilerin bilgi oluşturma süreçlerini nasıl şekillendirdiğini bu model kapsamında araştırmıştır. Araştırmada gerçek

modellerden yola çıkarak öğretimsel etkinlikler hazırlanmış ve bu etkinlikler vasıtasıyla matematiksel bilginin daha nitelikli bir şekilde oluşturulabileceği kanısına varılmıştır. Diğer yandan Yeşildere & Türnüklü (2008) çalışmalarında farklı matematiksel güce sahip öğrencilerin bilgi oluşturma süreçlerini RBC modeli çerçevesinde incelemişlerdir. Araştırmanın sonunda, matematiksel güç farklılığının bilgi oluşturma süreçlerinde takip edilen yolları farklılaştırdığını kanıtlar nitelikte veriler elde edilmiştir. Altun & Yılmaz (2008), lise öğrencilerinin tam değer fonksiyon bilgisini oluşturma süreçlerini, tanıma, kullanma ve oluşturma eylemleri çatısı altında incelemişlerdir. Öğrencilerin bilgi oluşturma süreçleri hakkında fikir edinmek için hazırladıkları çevresel problemlerin bu sürece olumlu yönde katkı sağladığı sonucuna ulaşmışlardır. Ortaokul ve lise düzeyindeki öğrencilerin matematiksel bilgiyi nasıl soyutladıklarına/oluşturduklarına dair çalışmalar literatürde mevcuttur ve bunların bir çoğu RBC modelinin bu sürece olumlu katkılarının olduğunu ileri sürmektedirler (Biederman, 1987; Dreyfus & Tsamir, 2004; Hershkowitz vd., 2001; Özmantar & Monaghan, 2007; Sezgin Memnun, 2011; Yılmaz, 2011).

Matematik eğitiminde bir model ya da teori; tahmini destekleyebilir, güçlü açıklamaya sahip olabilir, bireyin karmaşık ve karşılıklı ilişkili fenomeni hakkındaki düşüncesini organize etmeye yardımcı olabilir, veri analizi olarak hizmet edebilir ve yüzeysel tanımların ötesine giden öğrenme hakkındaki fikirlerin iletişimi için bir dil sağlayabilir (Dubinsky & McDonald, 2001). Bu çalışmada RBC modeli bir veri analiz yöntemi olarak kullanılmış ve öğrencilerden elde edilen cevaplar bu modelin bileşenleri çerçevesinde değerlendirilmiştir.

Eşitsizlik konusu Geometrinin önemli konularından biridir ve bu alanın birçok konusu için temel teşkil etmektedir. Eşitsizlik konusu ile ilgili literatürde yapılan çalışmalar, öğrencilerin bu konunun uygulamalarında sıklıkla yanlışlığa düştüğünü göstermektedir (Şandır, Ubuz ve Argün, 2007). Bazı araştırmacılar bu yanlışların, öğrencilerin problemlere bakış açılarına göre farklılaştığını ve bu bakış açılarının ise eşitsizlik konusu için ön şart konumunda olan eşitlik konusunun tam olarak yapılandırılmamasından ileri geldiğini düşünmektedirler (Lee, 2002; Tsamir ve Bazzini, 2004). Diğer yandan Bayazıt (2011), öğretmen adaylarının, değişkenin farklılaşması ile grafiğin nasıl değişeceği, verilen grafiğin cebirsel/aritmetiksel işlemler yapmadan yorumlanması gibi hususlarda başarısız olduklarını gözlemlemiştir. Bu çalışmada öğrencilerin eşitsizlik konusunu yapılandırırken içinde bulunduğu bilişsel durum resmedilmeye çalışılmıştır. Yapılan literatür taraması sonucunda öğrencilerin eşitsizlik konusunu (eşitsizliklerin ve eşitsizlik grafiklerinin oluşturulması) oluştururken nasıl süreçlerden geçtiğini araştıran bir çalışmaya rastlanılmamıştır. Öğrencilerin bilişsel süreçlerinin gözler önüne serilmesi, bu konu ile ilgili yapılan hataların nedenlerinin fark edilmesini sağlayabilir. Ayrıca bu çalışma, bu konuda daha ileri çalışmalar yapmak isteyen araştırmacı ve öğretmenlere bir fikir sunabilir.

Araştırmanın Amacı

Bu araştırma ile ortaokul 4. sınıf öğrencilerinin ‘Eşitsizlik’ konusunda önceden yapılandırılmış matematiksel bilgiyi tekrar organize edebilme düzeylerinin yani kısaca bilgi oluşturma süreçlerinin incelenmesi amaçlanmıştır. Burada eşitsizlik konusu ile eşitsizlik kavramı, eşitsizliğin çözümü ve grafiğinin oluşturulması kastedilmektedir. Bu üç durum eşitsizlik konusunun ilgili düzeydeki kazanımlarını işaret etmektedir. Araştırmanın amacı doğrultusunda cevap aranacak araştırma sorusu şu şekildedir:

1. Ortaokul 4. sınıf öğrencilerinin eşitsizlik konusunda bilgi oluşturma süreçleri nasıldır?

YÖNTEM

Bu bölümde; araştırmanın modeli, çalışmaya katılan öğrenciler ve bu öğrencilerin belirlenme aşamaları, veri toplama araçları, verilerin toplanması ve toplanan verilerin analizi, ayrıca araştırmanın geçerliliği ve güvenilirliği ile ilgili bilgiler yer almaktadır.

Araştırma Modeli

Bu çalışmada nitel araştırma modellerinden durum çalışması modeli kullanılmıştır. Durum çalışması, durum olarak nitelendirilen şeyin (birey, olay, konu, olgu gibi) derinlemesine incelendiği çalışmalardır (McMillan & Schumacher, 2010: 344). Ayrıca durum çalışmaları araştırmanın amaçlarına göre alt modellere de ayrılabilir (Yin, 2003: 8). Bu alt modellerden betimleyici durum çalışmaları, durum olarak nitelendirilen şeyin ayrıntılı ve gerçekçi bir şekilde ortaya koyulmasını amaçlar. Bu çalışmada da temelde öğrencilerin eşitsizlik kavramını soyutlama süreçlerinde kullandıkları bilişsel eylemlerinin betimlenmesi ve incelenmesi amaçlanmaktadır. Bu amaç her bir öğrencinin ilgili konu çerçevesinde derinlemesine incelenmesini gerekli kılmaktadır. Dolayısıyla bu araştırma daha çok betimleyici durum çalışması niteliğinde değerlendirilebilir.

Katılımcılar

Bu araştırmanın çalışma grubunu, 2013-2014 öğretim yılında Erzurum il merkezinde bulunan bir devlet okuluna halen devam etmekte olan ortaokul 4. sınıf öğrencileri oluşturmaktadır. Bu öğrenciler, örnekleme yöntemlerinden amaçlı örnekleme yöntemine göre, araştırmacı tarafından belirlenmiştir. Yin (2011: 88) bu yöntemin, araştırılacak durum hakkında derinlemesine bilgi elde edilmesi gerektiği durumlarda kullanılan bir örnekleme yöntemi olduğunu ifade etmektedir. Amaçlı örnekleme yönteminde araştırmacı, araştırılan konunun amaçlarına uygun katılımcıları belirlemek durumundadır. Bu çalışmada araştırmacı, çalışmanın amaçlarını göz önünde bulundurarak başarı düzeyleri birbirinden farklı olan 3 öğrenciyi katılımcı olarak belirlemiştir. Bu belirleme de, temelde öğrencilerin okul başarı puanları ve matematik başarı puanları

etkili olmuştur. Ayrıca bu öğrencilerin seçiminde, onların ders içi performans düzeyleri ve araştırmaya katılma hususundaki isteklilikleri hakkında, matematik dersi öğretmenlerinin düşüncelerine başvurulmuştur. Katılımcılara da yapılan bu çalışmanın başarı notu ile herhangi bir ilgisi olmadığı açıklanmış ve böylece öğrencide oluşacak kaygıların önüne geçilmesi hedeflenmiştir.

Katılımcıların başarı puanlarına göre nasıl nitelendirileceği, araştırmacı ve katılımcıların matematik öğretmeni ile birlikte belirlenmiştir. Seçilen öğrencilerin bilgileri aşağıdaki tabloda sunulmuştur:

Tablo1: Katılımcı Ayrıntıları

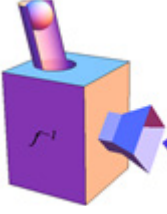

Katılımcı	Okul ve Matematik Başarı Puanı	Başarı Durumu
Gizem	100-90	Yüksek
Sinem	85-70	Orta
Eda	55 ve altı	Düşük

Ayrıca araştırmaya katılan öğrencilerin bir diğer özelliği de, araştırma konusu ile daha önceden karşılaşmamış olmalarıdır. ‘Eşitsizlik’ konusu MEB (2014) matematik dersi yıllık planına göre Mayıs ayının son haftası işlenmektedir. Bu çalışma Mayıs ayının ilk haftası gerçekleştirilmiştir.

Veri Toplama Araçları

İlgili literatür taraması yapıldıktan sonra veri toplama aracı olarak, açık uçlu iki problem durumunun yer aldığı bir görüşme formu geliştirilmiştir. Bu formun içeriği Geometri’nin ‘Eşitsizlikler’ alt öğrenme alanı ile ilişkilidir. Problemlerin oluşturulmasında, öğrencilere önceki bilgilerini olabildiğince kullanma olanağı sağlayan özellikte olmasına dikkat edilmiştir. Veri toplama aracının iç geçerliliğini sağlamanın en iyi iki yolu uzman görüşü ve meslektaş teyididir (Çepni, 2010). Bunun için öncelikle ilgili konunun kazanımlarını dikkate alarak bir belirtke tablosu hazırlanmış ve hazırlanan bu taslak formun ölçülmek istenen yapıyı ne dereceye kadar ölçtüğünü belirlemek için uzmanlara başvurulmuştur. Uzmanlar tarafından verilen dönütler ışığında bu taslak form revize edilmiştir. Böylelikle veri toplama aracının iç geçerliliği ve kapsam geçerliliği sağlanmaya çalışılmıştır. Veri toplama aracının güvenilirliği, araştırmanın benzer gruplar da tekrarlanması ile benzer sonuçların elde edilmesi ile ifade edilebilir (Yıldırım & Şimşek, 2011: 272). Veri toplama aracının güvenilirliği için, benzer özellik gösteren iki kişi ile görüşmeler yapılmıştır. Elde edilen veriler arasındaki tutarlılık, bir uzman yardımı ile incelenmiş ve böylelikle veri toplama aracının güvenilirliği sağlanmaya çalışılmıştır. Aşağıdaki tabloda görüşme sürecinde kullanılan ve problem durumu olarak ifade edilen maddeler ve ilgili kazanımları yer almaktadır:

Tablo 1. Görüşme Formu

Görüşme Formunda Yer Alan Maddeler	İlgili Kazanımları (MEB, 2014)
<p>Yandaki şekil bir işlem kutusudur ve üst kısmından atılan sayıyı, 3 ile çarpıp 4 eksilterek çıkarmaktadır. Ayça şekilde görülen topa yaşını yazıp atmaktadır. Kutudan çıkan sayının 32'den büyük olduğunu söylemektedir.</p>  <p>--Ayça'nın kaç yaşında olduğu hakkında ne söyleyebilirsin?</p>	<ul style="list-style-type: none">• Eşitlik ve eşitsizlik arasındaki ilişkiyi açıklar ve eşitsizlik içeren problemlere uygun matematik cümleleri yazar.• Birinci dereceden bir bilinmeyenli eşitsizliklerin çözüm kümesini belirler ve sayı doğrusunda gösterir.
 <p>1.kefe 2.kefe</p> <p>İki sayı düşün.</p> <p>İlkini 2 ile çarp 3 fazlasını al ve ilk kefeye bırak. İkincisini ise 3 ile çarp 3 eksilt ve ikinci kefeye bırak.</p> <p>Terazinin son hali yukarıdaki gibi olduğuna göre;</p> <p>--Düşündüğün sayılar hakkında ne söyleyebilirsin?</p>	<ul style="list-style-type: none">• İki bilinmeyenli doğrusal eşitsizliklerin grafiğini çizer.

Veri Toplama Süreci ve Veri Analizi

Bu araştırmada nitel veri toplama tekniklerinden görüşme, gözlem ve doküman incelemesi bir arada kullanılmıştır. Bu tekniklerin bir arada kullanılması ile oluşabilecek hataların en aza indirilmesi amaçlanmıştır. Araştırmacı belirlediği 3 öğrenci ile ayrı ayrı görüşmeler yapmış ve bu görüşmeleri bir kamera yardımı ile kayıt altına almıştır. Her bir öğrenci ile yapılan görüşme yaklaşık 20 dakikayı almıştır. Görüşmeler yapıldıktan sonra elde edilen kayıtlar transkript edilerek yazılı metinler haline getirilmiştir. Araştırmacı uygulama sırasında aynı zamanda gözlemci olarak ortamda bulunduğu için elde ettiği gözlemleri not alma fırsatı bulmuştur. Katılımlı gözlem, araştırmacının uygulama sahasına inmesini sağlayan ve davranışın ayrıntılı bir biçimde incelenmesine fırsat veren bir yapılandırılmamış gözlem tekniğidir (Yıldırım & Şimşek, 2011: 171). Burada amaç ise, katılımcıların

yaptıkları ile söyledikleri arasında farklılık olup olmadığının tespit edilmesidir. Bu çalışmada araştırmacı, öğrencilerin yazılı ve sözlü iletişimlerinin yanı sıra onların sözsüz iletişimlerini de gözlemlemiş ve elde ettiği gözlem notlarını, çalışmanın bulgular kısmında yer alan görüşme metinlerinden hemen sonra gerekli gördüğü noktalarda sunmuştur.

Dokuman incelemesi, katılımcılardan elde edilen ve genellikle yazılı ve çizili materyallerden oluşan bir nitel veri toplama yöntemidir (McMillan & Schumacher, 2010: 360). Bu materyaller görüşme esnasında kullanılan bir video kaydı, bir fotoğraf, bir mektup ya da katılımcılardan elde edilen açık uçlu anket cevapları olabilir. Dokumanlar gözlem ve görüşme teknikleri ile bir arada kullanıldığında araştırmanın geçerliliğine olumlu yönde etki edecektir. Bu çalışmada ise görüşme esnasında öğrencilerin düşüncelerini yazılı olarak yansıtabileceği çalışma kâğıtları kullanılmış ve bu yazılı dokumanlar araştırmaya veri sağlamak üzere incelemeye alınmıştır. Ayrıca öğrencilerin çalışma kâğıtlarına ilişkin durum görüntüleri bulgular kısmında görüşme metinleri ile birlikte sunulmuştur.

Yazılı metinlerin incelenmesi betimsel analiz yöntemi ile gerçekleştirilmiştir. Yıldırım & Şimşek (2011: 224)' e göre betimsel analiz, verilerin önceden belirlenen kategorilere göre sistematik bir şekilde düzenlenmesi ve açıklanmasıdır. Betimsel analizde amaç sadece verilerin organize edilmesi değil, aynı zamanda bu verilerin mantık çerçevesinde yorumlanmasıdır. Buna göre öğrencilerden elde edilen cevaplar ayrıntılı bir şekilde analiz edilmiş ve öğrencilerin kendi ifadeleri arasındaki ilişkiler, benzerlikler ve farklılıklar incelenmiştir. Yapılan bu incelemeler önceden oluşturulmuş kategoriler altında değerlendirilmiştir. Bu kategoriler RBC modelinin epistemik eylemleri olarak nitelendirilen tanıma, kullanma ve oluşturma kategorileridir.

Araştırmanın Geçerliliği ve Güvenirliliği

Geçerlilik ve güvenilirlik, bilimsel araştırmanın en önemli iki ölçütü olarak görülmekte ve bilimsel araştırmalarda yaygın olarak kullanılmaktadır (Johnson & Christensen, 2004: 132). Geçerlilik, bilimsel araştırmalarda genellikle sonuçların doğruluğuna işaret etmektedir ve birkaç yolla sağlanmaktadır: çeşitleme, uzman görüşü, benzer durumlara genelleme gibi (Merriam, 1998: 204; Miles & Huberman, 1994: 279). Bu çalışmada gözlem, görüşme kayıtları ve çalışma kâğıtları bir arada kullanıldığı için veri çeşitlemesi sağlanmıştır. Ayrıca araştırmacı tarafından elde edilen bulgular için yanlış yorumlamaların olabileceği ihtimaline karşı, farklı uzmanlar tarafından da incelenmiş ve uzmanlardan alınan tavsiyeler doğrultusunda bulgular tekrardan düzenlenmiştir. Üstelik araştırmanın farklı katılımcılarla ya da farklı konularda da uygulanabileceği ifade edilmiştir. Böylelikle geçerlilik çalışmasının tamamlandığı düşünülmektedir.

Bilimsel araştırmanın güvenilirliği genellikle tutarlılık, kararlılık ile ilişkilendirilmektedir. Dolayısıyla bu araştırmanın güvenilirliği için farklı

uzmanlardan yardım alınmıştır. Bunun için, araştırma verilerinin bir kısmı, araştırmadan bağımsız bir uzmana verilmiş ve daha sonra uzmandan bu verileri analiz etmesi istenmiştir. Araştırmacı uzmandan elde ettiği analizleri kendi analizleri ile kıyaslamış ve yine uzman ile bu analizler hususunda fikir birliği sağlamaya çalışmıştır. Ayrıca araştırmacı elde ettiği verileri belli bir süre sonra tekrar incelemiş ve kendi tutarlılığını da böylece teyit etmiştir. Bu çalışmalar araştırmacının güvenilirliğini sağlamak için yapılmıştır.

BULGULAR

Başarı düzeyleri birbirinden farklı üç öğrenci ile yapılan bu çalışmada öğrencilerin eşitsizlik konusundaki soyutlama süreçleri incelenmiştir. Öğrencilerle yapılan görüşmeler ve bu görüşmelerde kullanılan problem durumları yardımıyla, onların eşitsizlik konusunu oluşturma süreçleri tanıma, kullanma, oluşturma eylemleri dikkate alınarak değerlendirilmiştir (A: Araştırmacı, E: Eda, S: Sinem, G: Gizem).

Birinci Problem Durumuna İlişkin Soyutlama Süreci Bulguları

Bu araştırmada öğrencilerin eşitsizlik kavramını oluştururken nasıl bir süreçten geçtiklerini resmetmek amaçlanmaktadır. Dolayısıyla öğrenciler ilk etapta, sözel olarak ifade edilen bir eşitsizlik durumu ile karşı karşıya bırakılmış ve onlardan bu cümleye denk olan matematiksel ifadenin oluşturulması istenmiştir. Bu problem durumuna ait analizler, her bir katılımcı için ayrıntılı bir şekilde aşağıda sunulmuştur.

Eda, hem ders içi performans düzeyi hem de okul ve matematik başarı puanı açısından değerlendirildiğinde, başarı durumu düşük olarak nitelendirilebilecek bir öğrencidir. Eda bu araştırmada yer alan problem durumlarından ilkinde yaklaşık 8 dakikalık bir zaman ayırmıştır. Eda ile yapılan görüşme verileri aşağıdaki gibidir:

10A: Öncelikle soruyu sesli bir şekilde okuyalım.

11E: Ayça'nın yaşına x diyelim (Sessizce devam etmektedir).

12A: Burada ne yapmaya çalışıyorsun?

13E: x 'in kaç olduğunu buldum (sessizce gerekli matematiksel işlemleri yapmaktadır), yani Ayça 12 yaşındaymış.

14A: Bu cevabın doğru olduğundan nasıl emin olabiliriz?

15E: Soruda vermiş zaten bu bilgileri, işlem yapınca 12 bulunuyor.

16A: Soruyu tekrar okur musun Eda?

17E: (Eda soruyu içinden tekrardan okumakta ve sessiz kalmaktadır).

.....
18A: Eda burada eşit mi demiş?

19E: Hayır, büyük demiş.

20A: O zaman ne yaparız?

21E: Bilmiyorum hocam (daha fazla yorum yapmamaktadır).

Yukarıda Eda'nın görüşme kayıtlarına ait kısa bir diyalog verilmiştir.

Öğrencinin bu görüşmeye ait durum temsili aşağıdaki gibidir:

$$\begin{aligned} \text{Ayça} &= 3x - 4 = 32 \\ 3x &= 32 + 4 \\ 3x &= 36 \\ x &= 12 \end{aligned}$$

<
>

Şekil 1. Eda'nın Soyutlama Süreci Temsili

Araştırmacı Eda'ya araştırma ile ilgili kısa bir açıklama yapmakta ve sonrasında Eda'yı problem durumu ile karşı karşıya bırakmaktadır. Eda, problem ile ilgili sessiz düşünmeyi tercih etmiş ve belli bir süre problem durumu ile ilgili herhangi bir yorumda bulunmamıştır (11E, 13E). Bunun üzerine araştırmacı, Eda'dan problemi sesli bir şekilde okumasını istemiştir. Problemi okuduktan sonra kendince yorumlayan Eda, bir yandan da problemle ilgili olduğunu düşündüğü eşitliği yazmakta (Şekil 1) ve oluşturduğu bu ifadeye bilinmeyen olarak belirlediği 'i bulmak için gerekli işlemleri yapmaktadır (13E). Eda, Ayça'nın yaşının 12 olduğunu iddia edince, araştırmacı ondan problemi tekrardan değerlendirmesini istemiştir (15E, 16A). Katılımcının sessiz kalması üzerine araştırmacı, öğrenciye burada eşitlik olup olmadığını sormuş, bunun üzerine katılımcı, eşitlik durumunun olmadığını büyüklük durumunun olduğunu ifade etmiştir (18A, 19E). Bu esnada çalışma kâğıdına önce '<' sembolünü yazmış, daha sonra yanlış yazdığını ifade ederek '>' sembolünü yazmıştır (Şekil 1). Fakat bu durumu yukarıda ifade edilen problemle ilişkilendirememekte ve dolayısıyla daha fazla yorum yapamamaktadır.

Yukarıdaki görüşme metinlerinden ve Eda'nın birinci problem durumu ile ilgili durum temsiline, öğrencinin bir bilinmeyenli denklem kavramını, ayrıca eşitlik kavramını tanıyabildiği (Eda'nın Şekil.1'de bu denklemi yazması) ve tanıdığı bu bilgiyi kullanabildiği (oluşturduğu denklemin çözümünü yapması) görülmüştür. Eda, problem durumunda işaret edilen şeyin tam olarak eşitlik olmadığı bilgisine (problem durumunu < ya da > olarak düşünebilmesi) sahiptir. Ancak bu durumu kavram olarak ifade edememekle birlikte tek bir matematiksel ifade olarak () yazamamaktadır. Bu durumun önceden oluşturduğu büyüklük kavramı ile ilişkili olabileceğini düşünmekte fakat bu konuda daha özel ifadeler oluşturamamaktadır (21E). Böylelikle Eda'nın denklem, eşitlik gibi kavramları tanıyabildiği ve kullanabildiği görülmüştür (Şekil 1). Ancak, eşitsizlik kavramını oluşturmak için, gösterdiği bilişsel eylemler gerekli fakat yeterli değildir. Dolayısıyla bu yapılardan yola çıkarak yeni karşılaştığı durum ile ilişki kurabilmesi ve tanıyıp kullandığı bilgileri yeni yapılara yansıtabilmesi gerekmektedir. Araştırmacının dikkat

çekmesi üzerine ifadede aslında bir eşitlik durumu olmadığını fark etmekte (19E), hatta bunu sembol olarak ifade edebilmektedir, fakat problem durumu ile ilgili bu parçaları birleştiremediği için tam olarak başarılı olamamaktadır. Bu durum Eda'nın eşitsizlik kavramını oluşturamaması ile sonuçlanmaktadır.

Sinem, matematik ders başarısı açısından orta düzeyde nitelendirilebilecek bir öğrencidir. Sinem ile yapılan, ilk problem durumuna ait görüşme yaklaşık 7 dakika sürmüştür ve bu görüşmeye ait metinler aşağıda sunulmuştur:

10A: Sinem önce problemi seslice okuyabilir misin?

11S: (Sinem soruyu sesli bir şekilde okumaktadır)...

12A: Peki, ne yapmak istersin?

13S: Herhangi bir sayı belirlerim önce, onu 3 ile çarpıp çıkan sonucu da 4 ile çıkarırım.

14A: Hı, peki böyle ne yapmış oluyorsun?

15S: Sonuca gitmiş olurum (bu zamana kadar çalışma kâğıdına herhangi bir şey not etmemektedir).

16A: Söylediklerini yapar mısın?

17S: Mesela herhangi bir sayıya 10 diyelim, 10'u 3 ile çarpıyoruz 30, 30'dan da 4'ü çıkarıyoruz o da 26.

18A: ... Mesela Sinem herhangi bir sayıya 10 dedin bunu daha farklı nasıl ifade edebilirdik?

19S: 11 olur, 12 olur, o şekilde.

20A: ... Peki bulduğun 26 ne?

21S: 32'den büyük olacakmış, Ayça'nın yaşı o zaman 10 olmuyor. 11 de olmaz diye düşünüyorum, 12 yapalım, 12'nin 3 katı 36, 36'dan da 4'ü çıkarırsak 32, eşit oluyor yine olmaz, o zaman 13 ile yapıyoruz (gerekli işlemleri bu sefer sessizce yapmaktadır)... 35 olur, yani Ayça en az 35 yaşındadır.

22A: Evet, yaptığın işlemlerde sayılar neyi ifade ediyor, düşünebilir misin?

23S: 3 ile 13'ü çarptım, burada 3 var zaten 13 ise (biraz sessiz düşündükten sonra) evet hocam Ayça'nın yaşı 13, karıştırdım galiba. Hem de en az 13.

24A: Neler yaptığını özetleyebilir misin bana?

25S: Hocam burada bize bir formül vermiş, 3 katının 4 eksiği 32'den büyüktür diye, bende bu formülü uyguladım.

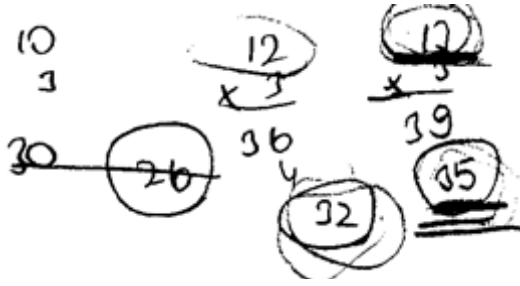
26A: Burada ifade ettiğin formülü başka bir şekilde ifade edebilir misin?

27S: Ben anlamadım hocam...

28A: Yani bu formülü yazabilir misin?

29S: Sanırım yazamam hocam (gülüyor)...

Ayrıca bu görüşme esnasında Sinem'in karalamış olduğu çalışma kâğıdına ilişkin durum görüntüleri de aşağıda verilmiştir:



Şekil 2: Sinem'in Soyutlama Süreci Temsilleri

Araştırmacı Sinem'den öncelikle soruyu sesli bir biçimde okumasını istemekte ve sonrasında ne yapması gerektiğini sormaktadır (10A, 11S, 12A). Sinem Ayça'nın yaşını bulmak için bazı değerleri kullanmayı tercih etmekte ve gerekli matematiksel işlemleri yaparak, deneme-yanılma yöntemi ile doğru cevaba ulaşmaya çalışmaktadır (Şekil 2). Sinem, 19S de kullanmış olduğu ifadesinde de görüldüğü gibi, Ayça'nın yaşına herhangi bir sayı olarak çeşitli değerler vermekte, fakat bunun bir bilinmeyen ile ifade edilebileceğini düşünememektedir. Tek tek deneme yaparak doğru sonuca ulaşmayı hedefleyen Sinem, kafa karışıklığı yaşamakta ve bulduğu 35 değerinin Ayça'nın yaşı olduğunu ileri sürmektedir (21S). Bunun üzerine araştırmacı Sinem'den kullandığı her bir sayının problem durumu çerçevesinde ne anlam ifade ettiğini düşünmesini istemiştir (22A). Sinem, yaptığı yanlısın kısa sürede farkına varmış ve hatasını düzeltmiştir (23S). Daha sonra araştırmacı, öğrenciden yaptığı bu işlemleri formül ile ifade edip edemeyeceğini sormuş, fakat öğrenci bunu yapamayacağını ifade etmiştir (26A, 29S).

Yukarıda Sinem ile yapılan görüşme verileri ve ondan elde edilen yazılı dokümanlar, onun eşitsizlik kavramını oluşturmak için gerekli olan ön bilgileri tanıyamadığını ve dolayısıyla bu bilgileri kullanamadığını göstermektedir. Sinem, Ayça'nın yaşı ile ilgili doğru yorumlar (Ayça'nın yaşının en az 13 olması gibi) yapabilmektedir, fakat burada sonucun bulunmasından ziyade sonuca ulaştıran sürecin öğrenci tarafından nasıl şekillendirildiğinin tespit edilmesi önemlidir. Sinem'in herhangi bir sayı olarak ifade ettiği şeye, farklı değerler vermesi onun değişken bilgisine sahip olduğunun bir göstergesi olabilir. Fakat Sinem, bu durumu bir bilinmeyenle ifade edilebileceğini hatırlayamamaktadır ve dolayısıyla bu şekli ile kullanamamaktadır. Sinem, burada rutin işlemler yaparak sonuca ulaşmış, fakat eşitsizlik kavramı ile ilgili herhangi bir ipucu vermemiştir. Bu durum onun eşitsizlik kavramını oluşturamadığının bir göstergesi olarak düşünülebilir. Sinem'in eşitsizlik kavramını oluşturamaması, onun eşitlik, denklem, değişken gibi kavramları içine alan cebirsel düşünceyi tam olarak içselleştiremediğinin bir sonucudur. İçselleştirilmeyen bir eylem yeni yapıların oluşumuna sağlıklı bir şekilde yansıtılamayabilir.

Yapılan incelemeler sonucunda Gizem'in, yüksek düzeyde bir matematik başarısına sahip olduğu görülmüştür. Gizem, karşılaştığı problem durumu için yaklaşık 6 dakikalık bir zaman harcamıştır. Bu görüşmeye ait metinlerin bir kısmı aşağıdaki gibidir:

10G: Soruda Ayça'nın yaşı istenmektedir. İıı burada Ayça'nın yaşı bilinmiyor, olsun. O zaman olur. Buradan işlem yaparız (gerekli matematiksel işlemleri yapmaktadır)...

11A: Evet, başka ne söyleyebiliriz?

12G: Burada (ifadesini işaret ederek) 12 bulduk ama en az dediği için de daha küçük olması lazım yani 11 olur.

13A: Peki cevabın böyle olduğundan nasıl emin olabilirsiniz, Gizem?

14G: Hocam, şu duruma bakıp (ifadesini işaret ederek) soruyu okumaya çalışırım.

15A: Nasıl peki?

16G: Yani Ayça'nın yaşının 3 katının 4 eksiği olacak bu ilk taraf, ikinci taraf da 32, ııı (sessiz düşünmektedir).

17A: Ne düşünüyorsun?

18G: Hocam büyük mü olacak burası, sanırım yanlış yaptım... Şuraya tekrar yazsam?

19A: Tabii ki.

20G: (Hızlıca ve sessizce işlemleri tekrardan yazmaktadır) 13 ve daha büyük bir sayı olacak hocam, şimdi oldu. Az önce en az 0 da olurdu ama yaş 0 olamaz... Yanlış olmuş.

21A: Peki Ayça en az kaç yaşındadır?

22G: En az 13. Ama daha fazla da olabilir.

23A: Peki, yazdığın bu ifadeyi biraz açıklayabilir misin?

24G: Hı hı. Bu bir denklem aslında, çünkü bilinmeyeni var... Ama eşit olmadığından denklem demiyoruz, farklı bir şey diyebiliriz, ıı eşit değil gibi, tam aklıma gelmedi...

Gizem'in görüşme metinlerinin yanı sıra bu görüşmeye ait çalışma kâğıdının görüntüsü de aşağıdaki gibidir:

Ayça'nın yaşı x olsun $3x - 4 > 32$ den

$$3x - 4 > 32$$
$$3x > 32 + 4$$
$$3x > 36$$
$$x > \frac{36}{3}$$
$$x > 12$$

x 'i 12 bulduk ama en az dediği için x 'den küçük sayıları alırsak
Yani Ayça 11 yaşında olur.

$3x - 4 > 32$	$x < 4$
$3x > 36$	$x > 12$
$x > 12$	
$x > 13$	
$x > 13$	

Şekil 3. Gizem'in Soyutlama Süreci Temsilleri

Yukarıdaki görüşme metinlerinden ve durum temsillerinden anlaşıldığı üzere, Gizem'in problemin çözümü için eşitlik durumunu kullanmayı tercih etmediği görülmektedir (Şekil 3). Fakat eşitlik durumunu her ne kadar kullanmasa da, oluşturduğu eşitsizliği bir denklem gibi çözmektedir (12G). Gizem 32 değerinin oluşturduğu ifadesinden büyük olduğunu anlamış, bu durum da onun yanlış sonuç bulmasına sebep olmuştur. Durumu fark eden araştırmacı bu sonuçtan nasıl emin olunabileceği sorusunu yöneltmiştir (13A). Bunun üzerine Gizem, bu sefer ters mantık yürüterek, matematiksel ifadenin sözel olarak karşılığını bulmak istemiştir (14G, 16G). Bu konuda çelişkiye düşünce, yanlış yaptığını fark etmiş ve söz konusu durumu tekrardan oluşturmak istemiştir (18G). Kısa sürede hatasının farkına varan Gizem, az önce yaptığı işlemin 'en az' ifadesini karşılamadığını da belirterek doğru sonucun ne olacağını söyleyerek, Şekil 3'ün sağ tarafında görüldüğü gibi not etmiştir (20G).

Gizem, konuşma metinlerinden de anlaşılacağı üzere, düşüncelerini çekinmeden ifade edebilen bir öğrencidir. Gizem'in oluşturduğu eşitsizlik durumunu bir denklem gibi çözmesi ve doğru yanıtı tek hamlede ulaşması onun sahip olduğu yapıları, yeni oluşturacağı yapılara doğru bir şekilde transfer edebildiğinin bir göstergesidir. Ayrıca 24G ifadesinden de anlaşıldığı üzere, eşitsizlik kavramını oluştururken denklem kavramını referans almıştır. Yani Gizem, karşı karşıya kaldığı durumu tanıyabildiği için, elindeki verileri doğru bir şekilde kullanabilmiştir. Ayrıca eşitlik kavramını 'eşit değil' olarak nitelendirse bile, oluşturduğu ifadenin belli bir kavramla adlandırılabilirliğini düşünmekte ve bu kavramı kısmen de olsa oluşturabilmektedir. Bu durum Gizem'in eşitsizlik kavramını soyutlayabildiğini göstermektedir.

İkinci Problem Durumuna İlişkin Soyutlama Süreci Bulguları

İlk problemde öğrencilerin eşitsizlik kavramını oluşturma sürecinde; eşitlik, değişken, denklem, büyüklük, küçüklük gibi kavramları tanıyıp tanımadıkları ve bu yapıları ne dereceye kadar kullanabildikleri incelenmişti. Görüşmenin bu kısmında ise, öğrencilerden eşitsizlik çözümünün yanısıra bu kavramı koordinat düzlemi ile ilişkilendirip ilişkilendiremedikleri ve eşitsizliğin grafiğini oluşturup oluşturamadıkları da araştırılmıştır. Bu problem durumuna ait analizler, her bir katılımcı için ayrıntılı bir şekilde aşağıda sunulmuştur.

Eda problem durumu ile karşılaştığında, genel tavrını hiç değiştirmemiş, yine aynı sessizlikte soru ile ilgilenmeye başlamıştır. Eda görüşmenin bu sorusu ile yaklaşık 8 dakika ilgilenmiştir. Bu görüşmenin bir kısmı şu şekildedir:

10E: Hocam 2 katının 3 fazlası olacak, olurken; bu da 3 katının 3 eksiği olacak, olur.

11A: Burada bize iki sayı diyor ama Eda?

12E: (sessiz kalmaktadır) İki farklı sayı oluyor zaten hocam.

13A: Tamam o zaman devam edelim.

14E: Bu (ifadesini işaret ederek) bundan (ifadesini işaret ederek) küçükmüş, o zaman böyle yazılır. (bir müddet sessiz düşündükten sonra) 5

olabilir mi acaba?

15A: Onu nasıl buldun?

16E: Aslında olmadı sanki saçma oldu... Ama nasıl yapacağımı bilemiyorum. İki farklı sayı o zaman ve olsun (ifadelerini yazmaktadır).

17A: Evet bundan sonra ne yaparız?

18E: (Koordinat düzlemi çizmektedir) Burası ekseni, burası ekseni olacak. Birde bölgeler vardı, birinci, ikinci, üçüncü ve dördüncü... Birinden 3 birim diğerinden 2 birim mi olacak acaba (o sıra düzlemde bir nokta belirlemektedir)?

19A: Neden bu noktayı belirledin?

20E: (sessiz düşünmektedir) Karıştırdım iyice, başa dönsem olur mu hocam?

21A: Tabi ki.

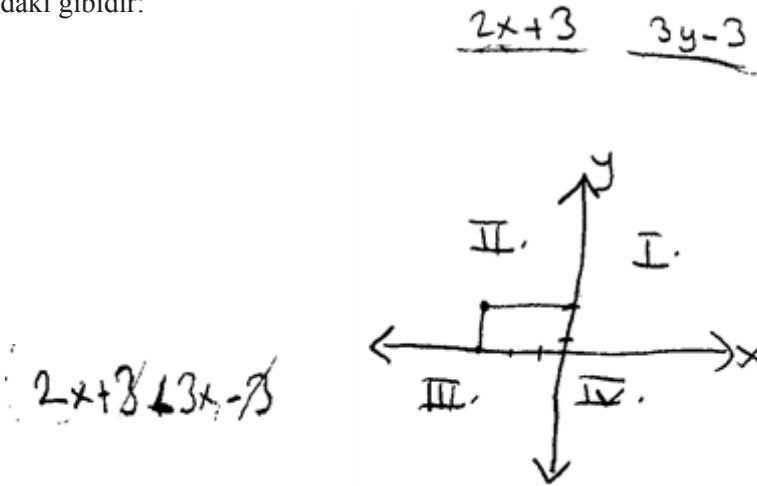
22A: Eda burada iki farklı terim var ve her terim üzerinde farklı işlemler tanımlanıyor. Ve bu 'küçüktür' ifadesine de dikkat et lütfen.

23E: Evet anladım da, sonrasında yapılacak işlem yok işte, orayı anlamıyorum.

24A: Peki bak bu yazdığın ifadeden yola çıkarak iki farklı sayı söyleyebilir misin bana?

25E: (sessiz kalmaktadır) İşlem olmadığı için söyleyemem.

Görüşme esnasında Eda'nın çalışma kâğıdına ilişkin durum görüntüsü aşağıdaki gibidir:



Şekil 4. Eda'nın Soyutlama Süreci Temsilleri

Eda, bu iki sayıyı ilk önce koordinat düzleminde birbirine eşit terimleri olan bir nokta (gibi) olarak düşünmektedir (10E). Dolayısıyla aynı değişkene bağlı iki farklı ifade oluşturmaktadır (Şekil 4). İlk ifadenin ikinciden küçük olduğunu yazsa da, bu iki ifadenin toplanabileceğini düşünmektedir (14E). Yani

Eda'nın pek anlamlı işlemler yaptığı söylenemez. Eda, tamamen karıştırdığını ifade ederek tekrar baştan değerlendirme yapmak istemektedir (20E). Soruyu tekrar inceleyen Eda, bir koordinat düzlemi oluşturmakta ve düzlemi çizerken kısaca tanıtmaktadır. Hemen sonrasında hem hem de 'ye bağlı iki ifade oluşturmakta ve ardından düzlem üzerinde bir nokta belirlemektedir (Şekil 4). Eda, yazdığı ifadeler ve düzlem üzerinde belirlediği nokta hakkında herhangi bir açıklama yapamamıştır. Yorum yapabilmesi için bu ifadeler arasında bir işlemin olması gerektiğini düşünmektedir (23E).

Eda, düşündüğü iki sayının birbirine eşit olmadu durumunu değerlendirmekte ve problem durumuna uygun matematiksel cümleyi oluşturabilmektedir (10E, Şekil 4). Eda, ilk soruda eşitsizliği bir eşitlik gibi düşünüp sonuca ulaşmaya çalışmıştı, fakat aynı durumu burada düşünememektedir. Eşitsizliğin her iki yanında da değişkenin olmasının, Eda'nın kafasını karıştırdığı düşünülebilir. Böylelikle Eda'nın, eşitsizliğin bir tarafında sadece sayının olduğu yapıları tanıdığı, fakat iki tarafında da değişkenin olduğu durumları tanıyamadığı yorumu yapılabilir.

Eda'nın sorunun çözümü için koordinat sistemini kullanmayı denemesi, onun bu kavramı tanıdığının bir göstergesidir. Fakat düzlem üzerinde belirlediği nokta ile ilgili herhangi bir yorumda bulunamaması onun bu kavramı etkili bir şekilde kullanmadığını ifade etmektedir. Dolayısıyla Eda'nın, eşitsizlik grafiğini oluşturamadığını söylemek yanlış olmayacaktır.

Sinem ise, bu etkinlik için yaklaşık 10 dakikasını ayırmıştır. Bu görüşmeye ait veriler aşağıdaki gibidir:

10S: Burada iki sayı belirleyeceğiz kafamızdan, mesela 12 ile 13 diyelim (sessiz kalmaktadır).

11A: Ne yapacaksın yani?

12S: Yine deneyerek yapmaya çalışıyorum... Bence böyle bulunur... (soruyu hızlıca tekrarladıktan sonra) mesela 5'in 2 katı, 10 yani 3 fazlası 13, diğerinin 3 katının 3 eksiği küçüktür diyor, ne, mesela 4, 4'ün 11 ya da nasıl desem, 4'ün 3 katının 3 eksiği diyor, (gerekli işlemleri yapmaktadır)... 9, küçüktür diyor ama burada olmadı, sağlamadı yani, çünkü bize verdiği ilk terim daha küçük olmalıydı, yani yine böyle yapabiliriz, bu sefer ilk sayı 4 olur, ikinci sayı 5 olabilir (gerekli işlemleri hızlıca yapmaktadır). Bu sefer oldu sanırım.

13A: Biraz toparlar mısın?

14S: Yani bir sayı 4 iken diğer sayı 5 imiş.

15A: Bu sayılar daha başka değerler olabilir mi?

16S: Evet olabilir, ilk terim ikinciden küçük olması durumunda çok sayıda değer olabilir.

17A: Bu düşüncüyü neye dayanarak söylüyorsun?

18S: Burada küçük demiş zaten deneyerek zaten bulduk küçük olduğunu. Daha fazla değer de bulabiliriz istersek...

19A: ... Peki hepsini bulabilir miyiz?

20S: Bulabilir miyiz (sessiz kalmaktadır). Çok olduğu için zaman alır.

21A: Peki fazla zaman almadan bu ikililer hakkında daha genel bir şeyler söyleyebilir miyiz?

22S: Daha genel (sessiz kalmaktadır). Genel kural olmalı gibi mi?

23A: Olabilir mi?

24S: Imm grafik çizsem, belki orada gösterebilirim... Ama bu 4 ve 5'in ya da ekseninin hangisinde olduğunu bilmiyorum, onu çözemedim.

25A: İlk kefeyi birinci terim olarak alabilirsin.

.....26S: (koordinat düzlemini çizmekte ve çizerken bölgeleri tanıtmaktadır).

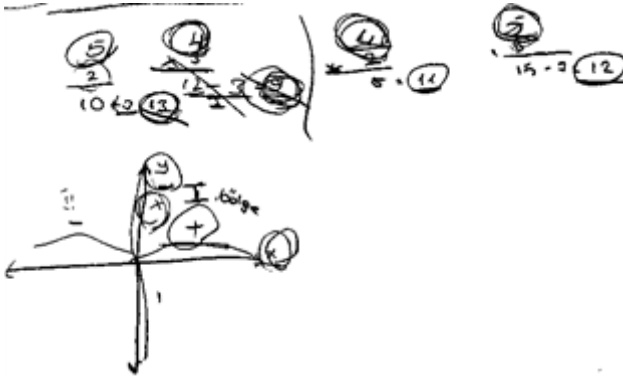
27A: Yukarıda bulduğun ikili burada hangi bölgeye aittir?

28S: Birinci bölgede ama tabii farklı bölgelerde olan değerler de bulabilirdik.

29A: Nasıl peki?

30S: Bilmiyorum ama burada sadece şunu emin olarak söyleyebilirim: oluşturulan ikililerden birincisinin 2 katının 3 fazlası her zaman ikinci terimin 3 katının 3 eksiğinden küçüktür.

Sinem'in görüşme kayıtlarına ait çalışma kâğıdı görüntüleri şöyledir:



Şekil 5. Sinem'in Soyutlama Süreci Temsili

Sinem, bilinmeyen değerlerin deneme-yanılma yöntemi ile bulunabileceği düşüncesine sahiptir (10S, 12S). Bu durum O'nun, araştırmanın ilk problemine yönelik yaptığı açıklamalarında da mevcuttur. Sinem, herhangi bir ifade oluşturmadan sadece deneme yaparak bir tane ikili bulmaktadır ve bulduğu bu ikiliden yola çıkarak bir genellemeye ulaşmaktadır (16S). Hatta böyle bir genellenenin yapılabilmesi için bulduğu bir durumun yeterli olacağını düşünmektedir (18S). Araştırmacının, bu ikililer hakkında daha kısa zamanda bir şeyler söylenebilmesi için ne yapılacağı sorusuna Sinem, grafik çizebileceği yönünde cevap vermektedir (23A, 24S). Bunun üzerine Sinem, bir koordinat düzlemi oluşturmakta ve bulduğu noktanın I. bölgeye ait olduğunu söylemektedir (28S). Sinem, koordinat düzlemi dahi olsa her

bir noktanın denenerak bulunabileceği hususunda ısrar etmekte ve bu soruyla ilgili daha fazla açıklama yapamayacağını ifade etmektedir. Bu konuşmalardan ve Sinem'in çalışma kâğıdından, eşitsizlik kavramını oluşturmak için gerekli olan ön kavramları tanıyamadığı ve dolayısıyla yeni yapının inşa edilme sürecinde kullanamadığı söylenebilir. Ayrıca iki problem durumuna da sadece sayıları kullanarak çözüm aramaya çalışması, Sinem'in değişken, denklem gibi kavramları içselleştiremediğinin bir göstergesidir.

Gizem ile araştırmanın ikinci kısmı için yaklaşık 9 dakikalık bir görüşme yapılmıştır. Bu görüşmenin bir kısmı şu şekildedir:

10G: Burada öncelikle iki sayıdan birine , diğere diyelim. Birini diğere de diye yazarım. Zaten ilki daha küçükmüş (eşitsizliği bir denklem gibi düşünüp bilinenleri bir tarafa bilinmeyenleri bir tarafa toplamaktadır)... Yani en son ifadesini elde ederim.

11A: Bu ifade bize neyi anlatmaktadır?

12G: Aslında ile arasında bir ilişki olduğunu göstermektedir. Yani bu iki değeri birbirine göre bulacağız.

13A: Evet.

14G: Değer vererek mi yapacam, çok değer bulunur ki.

$$\begin{array}{l} 2x+3 < 3y-3 \\ 2x-3y < -3-3 \\ 2x-3y < -6 \end{array}$$

Şekil 6. Gizem'in Soyutlama Süreci Temsili

Gizem öncelikle soruda ifade edileni matematiksel olarak yazmaktadır ve eşitsizliği bir denklem gibi düşünüp işlem yapmaktadır (10G). Oluşturduğu eşitsizliğin (, bilinmeyen olarak nitelendirdiği ve 'nin birbiri ile ilişkili olduğunu gösteren bir ifade olduğunu düşünmektedir (12G). Bu değerlerin denenerak bulunabileceği fakat bu durumun çok zaman alacağını savunmaktadır (14G). Gizem'in bir denkleymiş gibi eşitsizliği çözmesi ve deneme-yanılma yoluyla bu değişkenlerin değerlerinin bulunmasının fazla zaman alacağını düşünmesi, onun eski bilgilerini iyi bir şekilde organize edip, yeni durumlara yansıtabileğiğinin bir göstergesidir. Gizem'in bu bilgileri kullanıp kullanamayacağını anlamak için görüşme devam ettirilmiştir.

15A: ... O zaman nasıl yapabiliriz?

16G: Iı tablo olabilir ama fark etmez ki, grafik olabilir ama eşit olsaydı grafiğini çizirdim ama eşit değil, küçük.

17A: Bu şekilde grafiği çizilmez mi?

18G: Iıı, çizilebilir sanırım... Önce denklem gibi düşünüp grafiğini çizeyim... Hatırladığım kadarıyla 'e 0 değerini veriyorduk 'yi bulmak için, tam tersi de olur (Bu sırada söylediği işlemleri yapmaktadır).

$$\begin{aligned}2x - 3y &< -6 \\2x - 3y &\leq -6 \\x=0 \text{ için } \frac{-3y}{-3} &\leq \frac{-6}{-3} \\y &\leq 2 \\y &> 2 \\y=0 \text{ için } \frac{2x}{2} &\leq \frac{-6}{2} \\x &\leq -3\end{aligned}$$

Şekil 7. Gizem'in Soyutlama Süreci Temsili

Gizem, bu aşamada eşitsizliği bir denklem gibi düşünüp grafiğini oluşturmak için gerekli olan matematiksel işlemleri yapmaktadır (Şekil 7). Yaptığı işlemlerin her adımında '=' işaretini '<' işareti ile değiştirmektedir. Bu işlemleri yaptığı sırada kendi kendine mırıldanarak, iki değişken olduğu ve bu iki değişkenin birbiri ile ilişkili olduğu için sayı doğrusu değil de grafik çizileceğini söylemektedir. Bu durum Gizem'in sayı doğrusu, eşitlik, grafik gibi kavramları tanıyıp kullanabildiğini göstermektedir. Araştırmacı bu aşamaya kadar Gizem'in eşitsizlik kavramını oluşturup oluşturmayacağını bilememekte ve görüşmeyi devam ettirmektedir.

19A: Bulduğun değerler neyi ifade ediyor?

20G: pozitif, çünkü 2'den büyük; negatif, çünkü -3'ten küçük (O sırada koordinat düzlemi oluşturmakta ve grafiğin eksenleri kestiği noktaları belirlemektedir). Grafiği bu şekilde olacak ama, bu eşitlik olursa... Bunun grafiği nasıl çizilecek bilemiyorum hocam...

21A: Bu noktayı niye işaretledin?

22G: Aslında bu değerleri yerine koyduğumda sağlıyor, o yüzden burası olacak ama küçük olduğundan alt taraf olmaz mı ki?

23A: Bu kaniya nerden vardın?

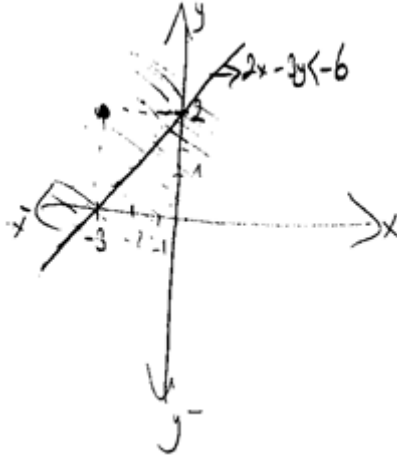
24G: Çünkü eğer eşit olsaydı grafik böyle olacaktı ve bu doğru üzerinde noktalar olurdu, şimdi noktalar doğru üzerinde değil, küçük olduğundan burası olacak (başlangıç noktasını içine alan kısmı işaret etmektedir)...

25A: Ama az önce bu noktanın ((-3,2) noktası) sağladığımı söyledin.

26G: Evet ama (sessiz kalmaktadır) sanırım emin değilim hocam, şimdi biz bir dakika hocam. Şöyle olur mu?

27A: Nasıl?

28G: Bir dakika, evet, hocam 2'den büyük ve 3'ten yok -3'ten küçük, o zaman yukarı kısım hem bu noktada ((-3,2) noktası) içinde.



Şekil 8. Gizem'in Soyutlama Süreci Temsili

Yukarıda metinde Gizem'in bir eşitsizliğin grafiğini kısmen de olsa oluşturabildiği görülmektedir. Bu bilgiyi oluştururken bir denklem grafiğinin nasıl çizilmesi gerektiğinden hareket etmektedir (20G). Önce bu ifadenin -6'dan küçük olduğunu dolayısıyla bu eşitsizliği sağlayan noktaların, grafiğin alt kısmında yer alacağını ifade etmektedir (24G). Bu durum Gizem'i yanılgıya götürmüştür. Fakat araştırmacı Gizem'e, daha önceden (-3,2) noktasının bu eşitsizliği sağladığına yönelik düşüncesini hatırlatınca (25A), bu fikrinden kısa sürede vazgeçmiş ve eşitsizliği sağlayan noktaların yer alacağı bölgeyi üst bölge olarak değiştirmiştir (26G, 28G).

Gizem eşitsizlik kavramını oluşturmaya adım adım yaklaşmıştır. Bu süreçte gerekli olan bilgileri tanıyıp kullandığı görülmüştür (Şekil 6-7-8). Bu sürecin gerçekleştirilmesi için araştırmacı, herhangi bir yanlı yönlendirmede bulunmamış, bazı durumlarda sadece küçük ipuçları verme gereği duymuştur. Bu ipuçları çoğunlukla katılımcının bağlamdan uzaklaşmasını önlemek ve dikkatini toparlamak amacıyla verilmiştir. Bu durum yukarıda yazılı olan görüşme metinlerinde mevcuttur.

TARTIŞMA VE SONUÇ

Bu çalışmada, öğrencilerin eşitsizlik konusunda bilgi oluşturma süreçleri incelenmesi amaçlanmıştır. Bu amaçla öğrencilerle görüşmeler yapılmış ve elde edilen veriler tanıma, kullanma ve oluşturma kategorileri çerçevesinde değerlendirilmiştir. Amaç var olan durumun betimlenmesi olduğundan, elde edilen sonuçlar herhangi bir gruba genellenmemiştir.

Bu çalışmada öğrencilerin eşitsizlik konusundaki bilgi oluşturma süreçleri, başarı durumlarına göre (düşük-orta-yüksek) ayrı ayrı incelenmiştir. Öğrencilerin başarı durumuna göre çeşitlendirilmesi bilgi oluşturma sürecinin aydınlatıcılarının daha net bir şekilde ortaya koyulması amacıyla yapılmıştır.

Yani temel amaç öğrencilerin birbiri ile kıyaslanması değildir. Burada önemli olan bilgi oluşturma sürecinin çok yönlü olabileceğinin gösterilmesidir. Nitekim bu çalışmada Ayça'nın yaşı hakkında tüm öğrenciler yorum yapabilmıştır, fakat Eda ve Gizem çözüme ulaşmak için değişken ve denklem bilgilerini kullanırken, Sinem buna gerek duymamıştır. Verilen problem durumlarının çözümüne ulaşılması, ilgili kavramın oluşturulması anlamına gelmemektedir. Dolayısıyla Gizem'in eşitsizlik kavramını oluşturabildiği, ancak Eda ve Sinem'in bu kavramı oluşturamadığı gözlenmiştir. Öğrencilerin bu süreçte çeşitlilik gösterebileceğine dair bulunan bu sonucun literatürde yapılan bazı araştırma sonuçları ile tutarlı olduğu fark edilmiştir (Akkaya, 2010; Sezgin Memnun, 2011; Yeşildere, 2006; Yeşildere & Türnüklü, 2008; Yılmaz, 2011).

Öğrencilerin problem durumlarını değerlendirme aşamasında aktif olup olmadıkların, bilgi oluşturma sürecini etkileyebileceği düşünülmektedir. Eda'nın görüşme sürecinde daha çok sessiz kalmayı tercih etmesi, O'nun kendi soyutlama süreci hakkında anlaşılmasına yol açmaktadır. Bu durum özellikle eşitsizlik grafiğini oluştururken, koordinat düzleminde (-3,2) noktasını neden işaretlediğini açıklayamamasında görülmektedir. Dolayısıyla Eda'nın doğru grafiği kavramını tanıyıp kullanmaya çalıştığı düşünülmüş, fakat görüşme verilerinde bu durum anlaşılmamıştır. Öğrencilerin psikolojik durumlarının kendi soyutlama süreçlerine etki edebileceğine yönelik bir sonuca ulaşılmıştır ki, bu sonuç literatürde Hershkowitz vd. (2001) tarafından yapılan çalışmanın sonuçları ile paralellik göstermektedir.

Öğrencilerin düşündükleri şeyi ifade edememeleri ve çarpıcı bir şekilde yorumlayamamaları onların ilgili konu çerçevesine motivasyonlarını düşürebilir. Sinem'in eşitsizlik kavramının ön şartı niteliğinde olan değişken ve denklem kavramlarını hiç kullanmadığı, bu durumun Sinem'i bazı hususlarda sınırladığı gözlenmiştir. Problem durumu için araştırmacı tarafından yöneltilen sorulara yeterli açıklamalar yapamamakta ve ayrıca iddia ettiği düşüncelerini etkili bir şekilde ilişkili kavramlarla ifade edememektedir. Araştırmacı, Sinem'in içinde bulunduğu durumu fark ettiğini ve bu durumdan rahatsızlık duyduğunu gözlemlemiştir. Öğrencinin yaşadığı bu zorluk kalıcı olabilmekte ve daha ileriki konularda aşılması daha zor bir güçlük haline gelebilmektedir. Bu durum bazı araştırmalarda da tespit edilen önemli bir noktadır (Dost, Sağlam ve Uğur, 2011; Lee, 2002).

Araştırmanın bulguları gösteriyor ki, bu üç eylem birbirinden bağımsız değildir. Başarı düzeyi ne olursa olsun, bir öğrenci hatırlamadığı bilgileri kullanamamakta ve bu durum öğrencinin çoğunlukla yeni bilgiler oluşturamaması ile sonuçlanmaktadır. Bu döngünün sürekliliği, başarısızlığı getirmekte ve aşılması zor güçlüklerle neden olabilmektedir. Bunlar arasında tanıma eylemi aslında basit gibi düşünülebilir. Fakat sürecin temel yapı taşı olarak düşünüldüğünde basit bir eylem olmadığı fark edilecektir. Bu eylem eski bilgiler ile yeni bilgiler arasındaki geçişi sağlayan ilk oktur. Yani bireye, yeni bilgiyi oluşturma sürecinde ilk yönü o gösterir. Bu araştırmanın bazı

sonuçları bu kaniya delil oluşturacak niteliktedir. Eda'nın eşitsizlik durumunu oluşturmak için yorumsuz kaldığı bir noktada başa dönmeyi istemesi, O'nun tanıma eylemini gerçekleştirmediğinden durumu anlamlandıramamasından kaynaklanmaktadır ve bu durum dolayısıyla herhangi bir yorum yapamaması ile sonuçlanmaktadır. Elde edilmek istenen yapıyı oluşturması ile bu eylemin ne kadar önemli olduğu sonucuna ulaşılmıştır. Soyutlama sürecindeki epistemik eylemlerin (tanıma, kullanma, oluşturma) birbiri için şart niteliğinde olduğuna dair sonuç, bazı çalışmaların sonuçları ile örtüşmektedir (Altun ve Yılmaz, 2008; Ozmantar & Roper, 2004; Tsamir & Dreyfus, 2002).

ÖNERİLER

Bu çalışmada RBC modeli veri analiz yöntemi olarak kullanılmıştır. Bu modelin sürece entegre edilmesinin öğrencilerin bilgi oluşturma sürecini nasıl şekillendirdiğine yönelik, uzun süreye yayılan kapsamlı araştırmalar yapılabilir. Ayrıca çalışmanın sonuçları, öğrencilerin grafik oluşturmada zorluk yaşadığını da göstermektedir. Var olan güçlüklerin giderilmesi ve yeni güçlüklerin oluşumunun önüne geçilmesi adına, öğretmenlerin, konu ile ilgili öğretimsel etkinliklerin tasarlanmasında daha dikkatli ve seçici davranmaları gerekebilir. Dost, Sağlam ve Uğur (2011) çalışmalarında, Bilgisayar Cebiri Sistemleri (BCS) ile ders alan öğrencilerin, farklı gösterimleri sıklıkla kullandıklarını, olaylara daha eleştirel bakabildiklerini, güçlü yorumlama ve genellemelere ulaşabildiklerini ifade etmektedirler. Dolayısıyla bu konuda araştırmacı tarafından öğretmenlere, grafik çizimlerinin yapılabildiği BCS gibi yazılımların kullanımı, öğrencilerin bilgi oluşum sürecinde olumlu etkileri olabileceği için, önerilmektedir.

Öğrencilerin psikolojik durumlarının kendi soyutlama süreçlerine etki edebileceği düşüncesi, bu araştırmanın sonuçlarından bir tanesidir. Burada amaç soyutlama süreçlerinin aydınlatılması olduğu için, çalışılacak katılımcıların kendini iyi bir şekilde ifade eder nitelikte olması gerekmektedir. Aksi durumda katılımcının ne düşündüğünün tam olarak anlaşılması gibi olumsuzluklarla karşılaşmaktadır. Bundan sonraki çalışmalarda bu durumun dikkate alınması önerilmektedir.

KAYNAKLAR

Alkan, H., Bukova G., E., (2005). Öğretmen Adaylarında Matematiksel Düşünmenin Gelişimi, Gazi Eğitim Fakültesi Dergisi, 25 (3), 221-236.

Altun, M. & Yılmaz, A. (2008). Lise öğrencilerinin tam değer fonksiyonu bilgisini oluşturma süreci. Ankara Üniversitesi Eğitim Bilimleri Fakültesi Dergisi, 41(2), 237-271.

Akkaya, R. (2010). Olasılık ve İstatistik Öğrenme Alanındaki Kavramların Gerçekçi Matematik Eğitimi ve Yapılandırmacılık Kuramına Göre Bilgi Oluşturma Sürecinin İncelenmesi. Yayınlanmamış doktora tezi, Uludağ Üniversitesi, Bursa.

Baki, A., Güven, B. ve Karataş, İ. (2002, Eylül). Dinamik geometri yazılımı cabri ile keşfederek öğrenme. V. Ulusal Fen Bilimleri ve Matematik Eğitimi Kongresi'nde sunulan bildiri, Orta Doğu Teknik Üniversitesi, Ankara.

Biederman, I. (1987). Recognition-by-Components: A Theory of Human Image Understanding, *Psychological Review*, 94 (2), 115-147.

Bikner –Ahsbahs, A. (2004). Towards the emergence of constructing mathematical meanings. In *Proceedings of the 28th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, 2, 119-126.

Çepni, S. (2010). *Araştırma ve Proje Çalışmalarına Giriş* (5. Baskı). Trabzon.

Denzin, K. & Lincoln S. (2000). *The Sage Handbook of Qualitative Research* (3rd Ed.). SAGE.

Dost, Ş., Sağlam, Y., ve Uğur, A., A. (2011). Üniversitede Matematik Öğretiminde Bilgisayar Cebiri Sistemlerinin Kullanımı: Bir Öğretim Deneyi. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi* 40: 140-151.

Dreyfus, T. and Tsamir, P.: 2004, 'Ben's consolidation of knowledge structures about infinite sets', *Journal of Mathematical Behavior*, 23, 271-300.

Dreyfus, T. (2007) Processes of Abstraction in Context the Nested Epistemic Actions Model, Web üzerinde: http://escalate.org.il/construction_knowledge/papers/dreyfus.pdf, 20.10.2014 tarihinde alınmıştır.

Dubinsky, E., McDonald, M. (2001). APOS: A Constructivist Theory of Learning in Undergraduate Mathematics Education Research. In D. Hilton et.(Eds.) *The teaching and learning of mathematics at University level: An ICMI Study*, Kluwer Academic Publishers, 273-280.

Hershkowitz, R., Schwarz, B.B., & Dreyfus, T. (2001). Abstraction in Context: Epistemic Actions. *Journal for Research in Mathematics Education*, 32(2): 195- 222.

Johnson, B., & Christensen, L. (2004). *Educational Research: Quantitative, Qualitative and Mixed Approaches* (2nd Ed.). Pearson Education.

Lee, F. (2002). Diagnosing Students' Algebra Errors on the Web. *Proceedings of the International Conference on Computers in Education (ICCE'02)*.

McMillan, J.H. & Schumacher, S. (2010). *Research in education: Evidence-based inquiry* (7th Edition). London: Pearson.

Merriam, B., S. (1998). *Qualitative Research and Case Study Applications in Education* (2nd Ed.). Jossey-Bass: San Fransisco.

Miles, B., M & Huberman, M., A. (2004). *Qualitative Data Analysis: an expanded sourcebook*. (2nd ed.). SAGE publication.

Milli Eğitim Bakanlığı, Talim ve Terbiye Kurulu Başkanlığı (2014). *Ortaokul Matematik Dersi 8. Sınıf Öğretim Programı*. Ankara: <http://ttkb.meb.gov.tr>.

Ozmantar, M. & Roper, T. (2004). Mathematical Abstraction Through Scaffolding. *PME* 28, 3, 481-488.

Ozmantar, M. & Monaghan, J. (2007). A Dialectical Approach to the Formation of Mathematical Abstraction. *Mathematics Education Research Journal*, 19 (2), 89-112.

Schwarz, B., Dreyfus, T., Hadas, N. & Hershkowitz, R. 2004. "Teacher Guidance of Knowledge Construction", *Proceedings of the 28th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, eds. M. J. Hoines - A.B. Fuglesad, Bergen University College, Norway, 4, 169-176.

Sezgin Memnun, D. (2011). İlköğretim Altıncı Sınıf Öğrencilerinin Analitik Geometri'nin Koordinat Sistemi ve Doğru Denklemi Kavramlarını Oluşturması Süreçlerinin Araştırılması. Yayınlanmamış doktora tezi, Uludağ Üniversitesi, Bursa.

Şandır, H., Ubuz, B. & Argün, Z. (2008). 9. Sınıf Öğrencilerinin Aritmetik İşlemler, Sıralama, Denklem ve Eşitsizlik Çözümlerindeki Hataları. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 32, 274-281.

Tsamir, P. & Bazzini, L. (2004). Consistencies and inconsistencies in students' solutions to algebraic 'single-value' inequalities. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 35(6), 793-812.

Tsamir, P. & Dreyfus, T. (2002). Comparing infinite sets- A Process of Abstraction: The case of Ben. *Journal of Mathematical Behaviour*, 21, 1-23.

Tural, H. (2005). "İlköğretim matematik öğretiminde oyun ve etkinliklerle öğretimin erişimi ve tutuma etkisi." Yayınlanmamış yüksek lisans tezi, Dokuz Eylül Üniversitesi, İzmir.

Yeşildere, S. & Türnüklü, E. (2008). An Investigation of the Components Affecting Knowledge Construction Processes of Students with Differing Mathematical Power. *Eurasian Journal of Educational Research*, 31, 151-169.

Yıldırım, A. ve Şimşek, H. (2011). *Nitel Araştırma Yöntemleri*, Ankara: Seçkin Yayıncılık.

Yılmaz, R. (2011). *Matematiksel Soyutlama ve Genelleme Süreçlerinde Görselleştirme ve Rolü*. Yayınlanmamış doktora tezi, Gazi Üniversitesi, Ankara.

Yin, R., K. (2003). *Case Study Research, Designs and Methods* (3rd Ed.). California: Sage Publications.

Yin, R., K. (2011). *Qualitative Research from Start to Finish*, A Division of Guilford Publications, New York.