KEFAD
Ahi Evran Universitesi
Kırşehir Eğitim Fakültesi Dergisi
http://kefad.ahievran.edu.tr
E-ISSN: 2147 - 1037

Problem Çözme Süreçlerinde Öğrencilerin Modelleme Seviyelerinin Belirlenmesi*

Murat Genç
İlhan Karataş

DOI:......................
Makale Bilgileri
Yükleme:17/03/2017 Düzeltme:21/06/2017... Kabul:05/08/2017

Özet

Bu çalışmanın amacı problem çözme etkinliklerinde öğrencilerin modelleme seviyelerini Llinares ve Roig'nin (2008) modelleme sürecindeki gelişme seviyeleri karakterizasyonu tablosuna göre belirlemektir. Yapılan çalışmada nitel araştırma yöntemlerinden durum çalışması kullanılmıştır. Araştırmanın katılımcıları toplam 24 ortaokul öğrencisinden oluşmaktadır. Veri toplama aracı olarak Llinares ve Roig'nin (2008) çalışmasındaki model kurmayı gerektiren 3 problem kullanılmıştır. Ayrıca, öğrencilerin problem durumlarını modelleme yolları hakkında daha fazla bilgi edinmek için, bazı öğrencilerle görüşmeler de yapılmıştır. Araştırmanın bulguları incelendiğinde, çözümlerin çok azının modelleme kullanılarak Seviye 3 düzeyinde yapıldığı görülmüştür. Öğrencilerin bazılarının soruyu anlayamadıkları için anlamsız aritmetik işlemler yürüterek problemin modelleme sürecinde zorluk yaşadığı ve Seviye 0'da kaldığı görülürken, diğer bazı öğrencilerin ise problemi anlayıp yorumlamasına rağmen herhangi bir matematiksel model geliştiremedikleri için Seviye 1 veya Seviye 2'de kalmıştır. Dolayısıyla, öğrencilerin modelleme yoluyla problem çözme sürecinde başarılı olması için modelleme becerilerini geliştirmeye yönelik etkinliklere ilköğretim öğretim programlarından başlanarak yer verilmesi ve öğretmenlere de bu bakış açısının kazandırılması için öğretmen yetiştirme programlarında matematiksel modellemeyi öğretmeye yönelik derslerin konulması önerilmektedir.

Anahtar Kelimeler: Matematiksel modelleme, Problem çözme, Modelleme seviyeleri

Sorumlu Yazar: Murat Genç, Yrd. Doç. Dr., Bülent Ecevit Üniversitesi, Türkiye, muratgenc@beun.edu.tr, ORCID ID:0000-0003-4525-7507
İlhan Karataş, Doç. Dr., Bülent Ecevit Üniversitesi, Türkiye, ilhankaratas@beun.edu.tr, ORCID ID :0000-0001-5906-2132

*Çukurova Üniversitesi'nde düzenlenen XI. Ulusal Fen Bilimleri ve Matematik Eğitimi Kongresi'nde sözlü bildiri olarak sunulan çalışmaya dayalı olarak hazırlanmıştır.

Giriş

Günümüz dünyasında öğrencilerin matematiksel düşünme yollarını kazanabilmesi, günlük yaşamla matematiksel ilişkileri kurabilmesi, kendi problemleriyle başa çıkabilmesi ve bunlara etkin çözüm yolları üretebilmesi gerekmektedir (National Council of Teachers of Mathematics [NCTM], 2000; Organization for Economic Co-operation and Development [OECD], 2013). Ülkemizde ise son yıllarda birçok alanda yapılan eğitim çalışmalarıyla birlikte matematik eğitiminde de ele alınan çalışmalar, öğrencilerin gerçek hayatta matematiğin öneminin farkında olmasını, okul sonrasında matematikten günlük yaşantıda ve iş hayatında aktif olarak yararlanabilmelerini ve kararlarında matematiği iyi bir analiz aracı olarak kullanabilmelerini hedeflemektedir (Milli Eğitim Bakanlığı [MEB], 2013). Ancak birçok matematik eğitimcisi, geleneksel yöntemin uygulandığı sınıflarda problem çözme etkinliklerini üst düzey düşünme gerektirmeyen ve gerçek yaşam problemleriyle örtüşmeyen etkinlikler olarak görmektedir (Lesh ve Doerr, 2003a). Yapılan çalışmalar sözel problemlerin öğrencilerin problem çözme becerilerini geliştiremediğini, problemin içeriğini analiz etmeden kural ve sembolleri mekanik bir şekilde kullanarak problemi çözmeye çalıştıklarından dolayı gerçek yaşam durumları ile matematiksel problemler arasındaki gerçek ilişkiyi göz önüne alamadıklarını göstermiştir (De Corte, Greer, ve Verschaffel, 1996; Greer, 1997; Verschaffel, Greer, ve De Corte, 2002). Birçok araştırmacı problem çözme aktivitesi olarak öğrenciyi yönlendirecek anahtar kelimelerin ve hazır kalıpların olmadığı, açık uçlu, rutin olmayan ve öğrencilerin günlük yaşam problemleriyle yüzleşmesini ve bunlara çözüm yolları üretebilmesini ve böylece onların okul dışındaki günlük yaşantılarında problem çözme becerisi gelişmiş bireyler olarak yetişmesini sağlayacak matematiksel modelleme problemleri üzerinde durmaktadır (Blum ve Niss, 1991; English ve Lesh, 2003; Schoenfeld, 1992; Verschaffel, De Corte, ve Borghart, 1997). Çok sayıda matematik eğitimi araştırmacısının matematiksel problem çözme ve matematiksel modellemenin birbiriyle ilişkili olduğunu gösteren çalışmalarına ilgili alan yazında rastlamak mümkündür. Örneğin, Schroeder ve Lester (1989) matematiksel problem çözmeyi matematiksel modellemede olduğu gibi matematiği gerçek yaşamla ilişkilendiren bir aktivite olarak görmektedir. Aslında, modelleme süreci (Becker ve Miwa, 1987) ve problem çözme süreci (Silver, 1992) kıyaslandığında, bu iki sürecin benzerlikler içerdiğini söylemek şaşırtıcı değildir. Modelleme, problem çözme tekniğinin geliştirilmesinde önemli bir yere sahiptir ve süreçleri gerçek bir yaşam problemiyle başlar. Buna göre, matematiksel modelleme, gerçek yaşam problemlerinin matematiksel problemlere çevrilmesi, bir problemin çözümü için gerekli matematiksel modellerin oluşturulması ve sonuçların yorumlanması olarak tanımlanmaktadır (Berry ve Nyman, 1998). Heymann (2003), matematiğin gerçek yaşamla olan ilişkisini vurgular ve matematiksel modellemeyi bu ilişkiyi sunmanın etkili bir yolu olarak gösterir. İlgili araştırmalar, geleneksel matematik eğitiminde genellikle karşılaşılmayan modelleme faaliyetlerinin eğitim sisteminde kullanılmasının öğrencilerin matematiksel düşünme becerilerinin gelişimine büyük katkı sağlayabileceğini söylemektedir (English ve Watters, 2004; Zawojewski, Lesh, ve English, 2003). English (2003), bir dizi modelleme faaliyetinden sonra öğrencilerin matematiksel düşünme becerilerinin olumlu yönde geliştiğine dair önemli bulguların olduğunu ifade etmiştir. Bazı araştırmacılar, problem çözmede, temel matematik bilgisi gereksinimi söz konusu olsa bile, matematiksel bilgiyi problem durumunda uygulamak için bazı varsayımlara ihtiyaç duyulduğunu öne sürerler (Lakatos, 1976; Restivo, 1993). Dolayısıyla, aritmetik işlemler ve kullanılan matematiksel denklemler problemleri çözmek için sabit algoritmik yöntemler olarak değil, problem durumlarının modelleri olarak düşünülmelidir (Zawojewski ve diğerleri., 2003). Eğer problemin amacı için bu varsayımların uygun olmadığı kanıtlanırsa, kullanılan matematiksel denklemler veya ifadeler değiştirilmelidir. Bu durum, temel matematiksel problemler ele alındığında bile, matematiksel denklemlerin değerlendirilmesinin tamamen dışlanamayacağı anlamına gelir (English ve Watters, 2004). Modelleme problemlerini çözmede öğrenciler modelleme faaliyetlerini matematiksel hale getirmek ve doğrulama yapmak için durum modellemesinden bir şekilde çözüm için diğer bir modellemeye geçiş yaparlar (Sfard, 1991). Yani, problemlerin çözülmesinde, öğrenciler doğal bir şekilde sürekli olarak modelleme faaliyetlerini kullanarak matematiksel bir sonuca ulaşma çabası içerisinde olurlar.

Aslında, modelleme karmaşık sistemleri etkili bir şekilde araştırmanın temellerini atar. Dolayısıyla, modelleme faaliyetleri öğrencilerin problem çözme becerilerini arttırmak için oldukça uygun görülmektedir (Lesh ve Doerr, 2000, 2003a, 2003b). Örneğin, Lesh ve Doerr (2000), modelleme faaliyetlerinin öğrencilerin kavramsal anlayışını geliştirebileceğine dikkat çekmiştir. Modelleme faaliyetleri esnasında öğrenciler sadece hazır modellerle çalışmakla kalmazlar, daha karmaşık kavramsal sistemlere dayalı etkileşimli model sistemleriyle de çalışırlar. Başka bir deyişle, modeller sayesinde, problem çözme etkinliklerinde matematiksel kavramları, araçları, ilişkileri, eylemleri, biçimleri ve ayarları açıklayan ve tanımlayan kavramsal sistemleri de çalışmış olurlar (Lesh ve Doerr, 2003a, 2003b). Dolayısıyla, modelleme faaliyetlerinin bir diğer önemli yanı fikirlerin grup üyeleri ile paylaşılması esnasında tablolar, grafikler, çizelgeler ve çizimler gibi matematiksel gösterimlerin kullanımı ile öğrencilerin matematiksel tanımlama, açıklama, gerekçelendirme ve argümantasyon gelişimlerine pozitif katkı sağlamasıdır (English, 2003).

Matematik eğitimi alan yazında matematiksel modelleme süreçlerine yönelik farklı yaklaşımlardan söz etmek mümkündür. Buna yönelik dikkat çekici çalışmalardan biri Kaiser ve Sriraman'ın (2006) International Commission on Mathematical Instruction (ICMI) ve the International Community of Teachers of Mathematical Modelling and Applications (ICTMA) tarafından düzenlenen matematik eğitimi çalışmalarına dayanarak inceledikleri araştırmalarda modelleme yaklaşımlarını 6 başlık altında sınıflandıran çalışmasıdır: (i) gerçekçi veya uygulamalı modelleme, (ii) bağlamsal modelleme, (iii) eğitimsel modelleme, (iv) sosyo-kritik modelleme, (v) epistemolojik veya teorik modelleme ve (vi) bilişsel modelleme. Bu sınıflandırmada her bir yaklaşım matematiksel modellemenin farklı bir yönünü ön plana çıkarsa da yaklaşımlar arasındaki farka ilişkin net bir bilgi ortaya koyulmamaktadır (Erbaş ve diğerleri., 2014). Dolayısıyla, matematiksel modellemenin matematik öğretiminde kullanım amacına yönelik daha genel iki farklı yaklaşım yapmakta mümkündür. Birincisinde matematiksel modelleme süreci öğrencilerin temel matematiksel alanlar için matematiği uygulama becerisini geliştirmek ve gerçek yaşam problemlerini çözebilmeleri için matematik öğretiminin amacı olarak matematiksel modelleme beceri ve stratejilerinin öğretimine odaklanırken ikincisinde matematiğin öğretilmesini kolaylaştırmak için kullanılan bir yöntem (araç) olabileceği gerçeğine odaklanmıştır (Galbraith, 2012; Niss, Blum, ve Galbraith, 2007). Yani, ilkinde içerik olarak modelleme ile soyut matematik bilgisi gerçek yaşamı daha iyi anlayabilmek için kullanılırken (Matematik dünyası gerçek dünyayı modeller) ikincisinde araç olarak modelleme ile gerçek yaşam durumunun bilgisi, matematiği öğretmek için bir yöntem olarak kullanılmaktadır (Gerçek dünya matematiksel dünyayı modeller) (Julie, 2002; Stacey, 2015).

Aslında ilgili çalışmalar matematiksel modellemeyle ilgili farklı süreçleri bir tür problem çözme etkinliği olarak ifade etmektedir (Blum ve Niss, 1991; Lesh ve Doerr, 2003a; Lesh ve Harel, 2003). Örneğin, başarılı bir modelleme süreci için, Lesh ve Doerr (2003a) tarafından vurgulanan dört önemli nokta şu şekilde özetlenebilir: i) Problemi anlama ve sadeleştirme. Yani, metinleri, şemaları, formülleri veya tablolama bilgisini anlamak ve bunlardan çıkarımlar yapmak; ilgili kavramların ve verilerin anlaşılması için öğrencilerin bilgi birikimini kullanması. ii) Problem üzerinde çalışma ve matematiksel bir model geliştirme. Yani, değişkenleri ve problem içindeki ilişkileri tanımlamak; değişken uygunluk düzeyi hakkında kararlar almak; hipotez kurmak; bağlamsal bilgileri almak, düzenlemek, değerlendirmek ve eleştirel olarak değerlendirmek; geliştirilen model üzerinde matematiksel olarak detaylı bilgi edinmek için farklı stratejileri ve buluşsal yöntemleri kullanmak. iii) Problem çözümünün yorumlanması. Yani, karar vermek, sistemi analiz etmek veya belirli hedefleri gerçekleştirmek için bir sistem tasarımı yapmak ve sorun varsa teşhis etmek ve bir çözüm önermek. iv) Problem çözümünü doğrulamak, onaylamak ve üzerinde düşünüp taşınmak. Yani, problem çözümüne farklı temsil biçimleri düzenlemek ve uygulamak; çözümleri genellemek, yorumlamak ve anlatmak; çözümleri yeniden yapılandırmaya veya teknik olarak kabul edilebilir hale getirmeye yönelik çalışmaları farklı perspektiflerden değerlendirmek; çözümleri eleştirel bir biçimde kontrol etmek ve modeli sorgulamak (Blum ve Kaiser, 1997; Lesh ve Doerr, 2003a, 2003b). Modelleme süreçlerini yakından incelediğimizde, yapısının gerçek yaşam ile matematik arasındaki ilişkilerden geliştirilen modelleme döngüsüyle ilgili olduğunu görüyoruz. Bu döngü, gerçek yaşam koşullarıyla karşılaştığımızda başlar ve bu koşulları açıklayarak ve basitleştirerek bize matematik dünyasında özgürce dolaşmamızı sağlar. Problem durumunu açıklamak ve sadeleştirmek aslında çözümü somutlaştırmakla birlikte problem yapısının somut olarak görülmesini sağlamak için de önemlidir. Bu bağlamda, Llinares ve Roig (2008), karşılaştığımız somut problemlerin çözümü için farklı seviyelerden bahsederler ki bunlar modelleme döngüsüyle şu şekilde açıklanmaktadır: Seviye 0: Öğrenci, amacı gerçekleştirmek için etkinlikleri başlatamaz. Problem durumunun açıklamasını tekrar dile getirir ancak karışık açıklamalar verir. Öğrenci bazen durumla ilgili olabilecek bazı değişkenleri saptamış görünse de, aralarında anlamlı bir ilişki kuramaz. Açık bir şekilde, anlamsız aritmetik işlemler yapılır ya da doğru olmayan matematiksel ilişkiler kurulur. Seviye 1: Öğrenci belirli bir amacı hedeflemektedir ve bunu gerçekleştirmeye başlamıştır. Problem durumunda bulunan nicelikler ve ilişkiler belirlenir, ancak durumun tam olarak anlaşılması eksiktir; bu da öğrencinin problem durumunun yorumlanmasına ve bulunan sonucu haklı çıkaracak etkili bir model geliştirmesine engel olur. Seviye 2: Öğrenci, hedefe yönelik ayarlamaları yaparak hedefe ulaşmak için ihtiyaç duyduğu şeyleri öngörebilir ve problem ilişkilerini tanımlayabilir. Problemin yapısal anlayışını ortaya koymak için problem durumunun bazı ilgili yönleri tanımlanır ve aralarındaki ilişkiler belirlenir. Bir çözüm bulmak için etkili bir model oluşturulur, ancak model son karar için uygun bir şekilde kullanılamaz. Seviye 3: Model ve kullanımı öğrencilerin mevcut gözlemlerinin ve hedeflerinin yapılandırılmasının bir sonucudur. Problem durumu için bir model oluşturulur ya da tanımlanır ve son kararın verilebilmesi ve doğrulanması için uygun bir şekilde kullanılır.

Bu açıdan bakıldığında, modelleme faaliyetleri, öğrencilerin matematiksel bir göreve nasıl yaklaştıklarını ve düşüncelerinin nasıl geliştiğini anlamada etkili bir yol olarak karşımıza çıkmaktadır. Bu faaliyetlerin, öğrencileri öğrenmeye teşvik edecek şekilde hem birbirleriyle hem de öğretmenleriyle sürekli bir etkileşimde bulunmasını sağlayan güçlü bir temel oluşturduğu görülmektedir (Doerr, 2006). Bu şekilde, modelleme faaliyetleri öğrencilerin kavramsal anlama becerilerinin geliştirilmesini kolaylaştırmaktadır (Lesh ve Doerr, 2003a; Lesh ve Zawojewski, 2007). Öğrencilerin gerçek yaşamda kullanabilecekleri matematiksel bilgi ve üst düzey düşünme becerisine sahip olabilmeleri için matematiksel modelleme etkinlikleri ile öğrenme ve öğretme, birçok araştırmada ele alınmıştır (Gravemeijer ve Doorman, 1999; Lesh ve Lehrer, 2003; National Commission on Mathematics and Science Teaching [NCMST], 2000; NCTM, 2000; National Research Council [NRC], 1998). Ülkemizdeki yeni matematik programında da dünya çapındaki gelişmelere benzer olarak matematik dersinde öğrencilerin seviyesine ve ilgilerine uygun, aktif katılımlarını sağlayacak gerçekçi problem çözme ve modelleme etkinliklerine dayalı öğrenme ortamlarının oluşturulması gerekliliğine ayrıca önem verilmektedir (MEB, 2013). Uygulamaya konulan matematik programıyla yaşamında matematiği kullanabilen, problem çözebilen, çözümlerini ve düşüncelerini paylaşabilen ve matematiğe yönelik olumlu tutum geliştiren bireylerin yetiştirilmesine dikkat çekilmiştir. Dolayısıyla, bu gereksinimleri karşılayabilecek özellikleri içeren matematik eğitimi için modelleme etkinlikleri, çok yönlü, oldukça etkili bir araç olarak matematik eğitimcileri tarafından kullanılmaya oldukça uygundur (Doruk, 2010). Aslında, matematik eğitiminde matematiksel modelleme ile ilgili araştırmalar incelendiğinde matematiksel modelleme etkinliklerinin, bu ihtiyaçları karşılayabilecek yapıda olduğu anlaşılmaktadır. Ancak, matematiksel modellemenin öğretim sürecinde kullanılmasına yönelik yapılan çalışmalara rağmen, problem çözme faaliyetlerine bakıldığında öğretmenlerin matematiksel modelleme konusunda yeterli donanıma sahip olmamasından dolayı matematiksel modelleme etkinliklerine yeteri kadar önem verilmediği görülmektedir (Ferri ve Blum, 2013; Ören Vural, Çetinkaya, Erbaş, Alacacı, ve Çakıroğlu, 2013). Oysaki problem çözme faaliyetlerinde önceden bilinen hazır prosedürlerin uygulanması yerine, belirli bir problem durumun farklı yönlerini anlamaya yönelik olarak modelleme süreçlerinin ele alınıp değerlendirilmesi önemlidir (Blomhøj, 2004). Aydın Güç ve Baki (2016) tarafından yapılan çalışmada matematiksel modelleme yeterliklerinin geliştirilmesi ve değerlendirilmesine yönelik yürütülen çalışmalar incelenmiş ve Mikro-düzey Yaklaşım, Bütüncül Yaklaşım ve Karma Yaklaşım olarak sınıflandırılmıştır. Mikro-düzey yaklaşım benimsenerek yürütülen çalışmalarda matematiksel modelleme sürecinin bir veya birkaç alt sürecine ait alt yeterliklerin geliştirilmesine yönelik etkinliklere yer verildiği belirtilmiştir. Matematiksel modelleme yeterliklerinin değerlendirilmesine yönelik bütüncül yaklaşımın benimsendiği çalışmalar ise "Yeterlik Değerlendirme", "Düzey Belirleme" ve "Çok Boyutlu Değerlendirme" olarak gruplandırılmıştır. Yeterlik değerlendirme yaklaşımları kendi arasında, "hangi yeterliklere sahip olduğunun belirlenmesi", "hangi yeterliklerin (basamakların) ne ölçüde gerçekleştirildiğinin belirlenmesi", "yürütülen çalışmanın hangi düzeyde (basamaklara göre) olduğunun belirlenmesi" ve "yeterliklere ait hangi alt-yeterliklerin gerçekleştirildiğinin belirlenmesi" olarak dört gruba ayrılmıştır. Ayrıca, Aydın Güç ve Baki (2016), mikro-düzeyde yürütülen çalışmaların matematiksel modelleme yeterliklerini tam anlamıyla değerlendiremediği eleştirisini beraberinde getirdiğini ve bu eleştirinin bazı araştırmacıları mikro-düzey ve bütüncül yaklaşım dengesi içeren karma yaklaşımlara yönlendirdiğini belirtmiştir. Bu bağlamda bu araştırmada bütün bir matematiksel modelleme sürecinde yürütülen çalışmaların hangi düzeyde olduğu alt-yeterlikler bağlamında değil de bir bütün olarak ele alınmakta ve bireylerin model oluşturma etkinliğine yönelik model oluşturma süreçleri izlenerek, çalışmaların hangi düzeyde oldukları belirlenmek istenmiştir. Diğer bir ifadeyle, öğrencilerin problem durumlarına matematiksel modelleme süreçlerini kullanarak nasıl anlam verdikleri ve bir kavramsal araç olarak kullanılan bu süreçlerin düzeylerini belirlemek hedeflenmiştir. Dolayısıyla, yeterlik değerlendirme yaklaşımlarından olan yürütülen çalışmanın hangi düzeyde olduğunun belirlendiği yaklaşımı ele alınarak problem çözme sürecinde öğrencilerin matematiksel modelleme düzeylerini Llinares ve Roig'nin (2008) araç olarak modelleme sürecindeki gelişme seviyelerinin karakterizasyonu tablosuna göre incelemek amaçlanmıştır. Ayrıca, son yıllarda dünyada yapılan matematik eğitimi araştırmalarında, matematiksel modelleme yaklaşımı sıklıkla öne çıkmasına karşın ülkemizde bu konuda yapılmış çalışmaların sınırlı olmasının araştırmaya ayrı bir önem kazandıracağı düşünülmektedir. Bu durum dikkate alınarak çalışmanın problemi aşağıdaki gibi belirlenmiştir.

- Problem çözme faaliyetleri sırasında ortaöğretim öğrencileri tarafından kavramsal araç olarak kullanılan modelleme süreçlerinin düzeyleri Llinares ve Roig'nin (2008) modelleme sürecindeki gelişme seviyelerinin karakterizasyonu tablosuna göre nasıl tanımlanır?

Yöntem

Araştırma Modeli

Yapılan bu araştırmada nitel araştırma yöntemlerinden özel durum çalışması kullanılmıştır. Belirli bir olay, durum, bireyleri ya da grupları durumun gerçekleştiği yer içerisinde sınırlı bir sürede derinlemesine incelemeye olanak veren ve özellikle 'nasıl' ve 'niçin' sorularını yanıtlama amacıyla tercih edilen bir yöntem olan özel durum çalışması (Yin, 2009), öğrencilerin problem çözme etkinliklerindeki modelleme süreçlerinin düzeylerini derinlemesine incelemeye yönelik en uygun araştırma deseni olarak belirlenmiştir.

Çalışma Grubu

Araştırmanın katılımcıları Ankara ilinin merkez ilçesinde bulunan bir ortaokulda öğrenim gören yaşları 15 ile 18 arasında değişen 9.sınıftan 6 öğrenci, 10.sınıftan 12 öğrenci ve 11.sınıftan 6 öğrenci olmak üzere toplam 24 öğrenci ile gönüllülük esasına göre kolaylık örneklemi yoluyla erişilebilirlik ve zaman faktörlerine göre oluşturulmuştur. Çalışmanın amacı, öğrencileri genel bir seviyeye kodlamak veya sınıflamak olmayıp örnek problem durumlarına göre verilen çözümleri inceleyip öğrencilerin seviyelerini belirlemektir. Seçilen problemler her sınıf düzeyinde bulunan öğrencilerin çözüm üretilebileceği kavram bilgisini içerdiğinden farklı sınıflardaki öğrencilere uygulanması öğrenci seviyeleri açısından bir engel olarak görülmemektedir.

Veri Toplama Araçları ve Verilerin Toplanması

Öğrencilerin modelleme ile ilgili üç adet problem içeren bir kâğıt üzerinde çalışmaları istenmiştir. Bazı araştırmalar öğrencilerin sözel problemleri ezbere dayalı bir algoritma tanımlaması gerektiren matematiksel alıştırmalar olarak öğrendiklerini göstermiştir (Silver, 1992; Verschaffel ve diğerleri., 2002). Bu tür öğrenmenin kalıplaşmış doğasını inceleyen Llinares ve Roig'nin (2008) bir araştırmasından alınan aşağıdaki problemler tercih edilmiştir. İki araştırmacı tarafından problemler

Türkçeye çevrilmiş ve çeviriler karşılaştırılarak düzenlenmiştir. Hazırlanan son çeviri uzman görüşü alınmak üzere kaynak ve hedef dile hakim alanında uzman kişi tarafından incelendikten sonra pilot çalışması yapılarak çevirinin son hali verilmiştir. Türkçeye tercüme edilen problemler aşağıdaki gibidir:

Soru 1: İş Teklifi. Pizza kurye eleman ilanı yerel bir gazetede yayınlanmıştır. Pizza paket servisi A, teslim edilen her pizza için kurye elemanına 0,6 Euro ve aylık 60 Euro tutarında bir sabit ücret ödüyor. Pizza paket servisi B, her pizza için 0,9 Euro ve her ay 24 Euro tutarında sabit bir para ödüyor. Sizce daha iyi ücretli iş hangisidir? Bir karar veriniz ve seçiminizin neden daha iyi olduğunu açıklayınız.

Soru 2: Festival Kutusu. Bölgenizdeki festival komitesi, 400 m^2'lik dikdörtgen bir festival alanını metresi 30 Euro olan bir metal çit ile çevrelemek istiyor. Çit maliyetini en aza indirmek için festival alanının boyutları ne olmalıdır? Seçtiğiniz boyutların neden en iyisi olduğunu açıklayınız.

Soru 3: Dans Pisti. Bir yer döşemesi üreticisi, festival komitesine bir miktar fayans bağışlamıştır. Her fayans 33 santimetre uzunluğunda ve 30 santimetre genişliğindedir. Komite, festival alanı içine kare bir dans pisti yerleştirmeye karar verir, ancak onlara şunları söylemek zorundasınız:

- Bu boyuttaki kesilmemiş fayansları kullanarak yapılabilecek en küçük karenin kenar uzunluğu nedir?
- Bu büyüklükte kesilmemiş fayansları kullanarak başka hangi boyutlarda kare dans pistleri döşenebilir ve neden? Komiteye cevap olarak yaptıklarınızı açıklayınız.

Üç problem farklı şekillerde modellenebilir. Bazıları ileri matematiksel içerik gerektirse de, ortaöğretim öğrencilerinin sahip olması varsayılan matematiksel bilgiyi kullanarak yorumlanabilir ve uygulanabilir. Öğrenciler sözel problemleri genellikle rutin bir algoritmanın uygulandığı matematiksel alıştırmalar olarak öğrendiklerinden bu tür öğrenmenin kalıplaşmış doğasından kaçınmak için Llinares ve Roig'nin (2008) bir araştırmasından alınan yukarıdaki üç problem tercih edilmiştir. Amacımız, öğrencilerin matematiksel modelleri kullanarak problem durumuna nasıl anlam verdiklerini ve bir kavramsal araç olarak kullanılan matematiksel modelleme süreçlerinin düzeylerini oluşturdukları çözümleri inceleyerek belirlemek olduğundan seçilen problemlerin bu düzeyleri belirlemek için uygun olduğu düşünülmüştür. Problemler öğrencilerin problem durumları hakkında bir karar vermelerini ve onu doğrulamalarını istemektedir. Bununla beraber, son kararlarının doğruluğunun nedenlerini de belirtmelerini istemektedir. Bu amaçla, öğrencilerin kararlarını doğrulamaları istenmiştir. Yani, bir işlem sonucu olarak sadece bir sayı vermektense, kararlarının arkasındaki mantığı açıklamaları istenmiştir.

Öğrencilere bu soruları bireysel olarak çözmeleri için bir saat verilmiştir. Ayrıca, öğrencilerin problem durumlarını modelleme yolları hakkında daha fazla bilgi edinmek için, gerekli görülen öğrencilerle de görüşmeler yapılmıştır. Bu amaçla görüşmeye katılan öğrencilerin çözümleri tartışılmış ve alınan kararların nedenleri ortaya çıkarılmaya çalışılmıştır. Görüşmeler ses kayıt cihazı ile kaydedilmiş ve daha sonra analiz için çözümlemesi yapılmıştır. Böylelikle, öğrenciler tarafından her problem durumu için takip edilen modelleme süreci hakkında daha detaylı bilgi elde edilmesi sağlanmıştır.

Verilerin Analizi

24 öğrencinin her biri bu çalışmadaki 3 problemin çözümü için çalışmalar yürütmüş ve toplamda 72 çözüm nitel olarak analiz edilmiştir. Veri analizinde, öğrencilerin yazılı çözümleri, Llinares ve Roig (2008) tarafından geliştirilen seviyeler dikkate alınarak modelin oluşturulması ve kullanılması açısından analiz edilmiştir. Diğer bir ifadeyle, problem çözme etkinliklerinde ortaöğretim öğrencilerinin modelleme seviyeleri Llinares ve Roig'nin (2008) modelleme sürecindeki gelişim seviyelerinin karakterizasyonu tablosuna göre kategorize edilmiştir (Tablo 1). Bu tablo, öğrencilerin sözel problemleri çözerken problemlerdeki matematiksel yapıyı tanımada karşılaştıkları güçlükleri ve bir sonuca ulaşmak ve onu doğrulamak için kavramsal araç olarak matematiksel modelleri nasıl kurduklarını ve kullandıklarını gözlemleyip onların modelleme seviyelerini belirlememize olanak sağlamıştır.

Tablo 1. P*roblem çözümünde matematiksel modelleri araç olarak inşa etme ve kullanma düzeyleri (Llinares ve Roig, 2008)*

Seviye	Karakteristikler
Seviye 0	Öğrenci, amacı gerçekleştirmek için etkinlikleri başlatamaz. Problem durumunun açıklamasını tekrar dile getirir ancak karışık açıklamalar verir. Öğrenci bazen durumla ilgili olabilecek bazı değişkenleri saptamış görünse de aralarında anlamlı bir ilişki kuramaz. Açık bir şekilde, anlamsız aritmetik işlemler yapılır ya da doğru olmayan matematiksel ilişkiler kurulur.
Seviye 1	Öğrenci belirli bir amacı hedeflemektedir ve bunu gerçekleştirmeye başlamıştır. Problem durumunda bulunan nicelikler ve ilişkiler belirlenir, ancak durumun tam olarak anlaşılması eksiktir. Bu da, öğrencinin problem durumunun yorumlanmasına ve bulunan sonucu haklı çıkaracak etkili bir model geliştirmesine engel olur.
Seviye 2	Öğrenci, hedefe yönelik ayarlamaları yaparak hedefe ulaşmak için ihtiyaç duyduğu şeyleri öngörebilir ve problem ilişkilerini tanımlayabilir. Problemin yapısal anlayışını ortaya koymak için problem durumunun bazı ilgili yönleri tanımlanır ve aralarındaki ilişkiler belirlenir. Bir çözüm bulmak için etkili bir model oluşturulur, ancak model son karar için uygun bir şekilde kullanılamaz.
Seviye 3	Model ve kullanımı öğrencilerin mevcut gözlemlerinin ve hedeflerinin yapılandırılmasının bir sonucudur. Problem durumu için bir model oluşturulur ya da tanımlanır ve son kararın verilebilmesi ve doğrulanması için uygun bir şekilde kullanılır.

Veri analizi, her öğrencinin problem durumunu yorumlamak için kurdukları model ve ardından bu modeli kullanarak verdikleri karar bağlamında yapılmıştır. Öğrencilerin oluşturduğu modeller ve bunları nasıl kullandıkları, sürekli karşılaştırma metodu (Strauss ve Corbin, 1994) kullanılarak, iki araştırmacı tarafından ayrı ayrı, Seviye 0'dan Seviye 3'e kadar olan seviyelere göre sınıflandırılmıştır. Ayrıca, çalışmanın iç geçerliliğini daha üst düzeye çıkarmak için bu alanda uzman biri tarafından öğrencilerin oluşturduğu çözümler tekrar incelenmiş çapraz kontroller yapılmıştır. Bu tür kontroller bulguların doğruluğunu daha da güçlendirmekte ve araştırmanın sonuçlarının katılımcıların çözümlerini doğru bir şekilde yansıtmasına yardımcı olmaktadır (Creswell, 2009). Her araştırmacının sınıflandırma karşılaştırılması yapıldıktan sonra, modelin inşası ve kullanımı ile ilgili öğrencilerin çözüm düzeyleri hakkında anlaşma sağlanmış ve böylelikle öğrencilerin problem çözme sürecindeki modelleme seviyeleri belirlenmiştir.

Bulgular

Çalışmada üç problem durumu verilmiştir. Problem 1'de (doğrusal fonksiyonların karşılaştırılması), öğrencilerin çoğu problem için model oluşturmada başarısız olmuştur. Problem 2'de (koşullarla çarpımsal yapı), öğrenciler problem durumu hakkında genel bir bilgi oluşturmak için modelleme yapmış ve belirli alanlarda kullanmıştır. Problem 3'te (ortak çarpan), çok az sayıda öğrenci çözüm için uygun bir algoritmayı başarıyla hatırlamış ve problem durumunu anlamak ve çözümünden emin olmak için modeller oluşturmuştur. Öğrencilerin kullandıkları modellerin seviyelerini incelemek amacıyla, problemleri çözmek için deneyimledikleri problem çözme süreçleri analiz edilmiştir. Bu analiz öğrencilerin izlediği matematiksel adımları, problem durumlarını matematik diline çevirmek için kullandıkları yolları, aldıkları kararları ve oluşturdukları modelleri nasıl doğruladıklarını anlamamızı sağlamıştır. Her bir problem için elde edilen bulgular aşağıda daha detaylı bir şekilde ele alınmıştır.

Problem 1. Katılımcılar bu problemi modelleme ile çözmek istemelerine rağmen, çözüm sürecinde tam bir modelleme yapan olmamıştır. Aşağıdaki tabloda Problem 1'in çözüm süreci sonunda modelleme seviyelerinin öğrenci sayılarına göre dağılımı verilmiştir.

Tablo 2. *Problem 1 için modelleme seviyeleri*

	9.Sınıf (n=6)	10.Sınıf (n=12)	11.Sınıf (n=6)
Seviye 0	4	6	3
Seviye 1	2	5	2
Seviye 2	-	1	1
Seviye 3	-	-	-

Tablo 2'de görüldüğü gibi, bu problem için en iyi modelleme düzeyi Seviye 2 olarak tespit edilmiştir. Öğrencilerin çözümleri Seviye 0, Seviye 1 ve Seviye 2 olarak görülmüştür. Örneğin, Seviye 0'da gösterilen öğrencilerden biri problem durumunu anlamadığından dolayı sorunun çözümü için herhangi bir model kullanmamıştır. Kendi çözümünü şöyle açıklamaya çalışmıştır:

A işi diğer işten daha karlı. Açıkçası her ay kaç pizza satılacağı belli değil. Dolayısıyla, 60 Euro cebimde olduğu için A işini tercih ederek daha fazla kazanırım...(K11)

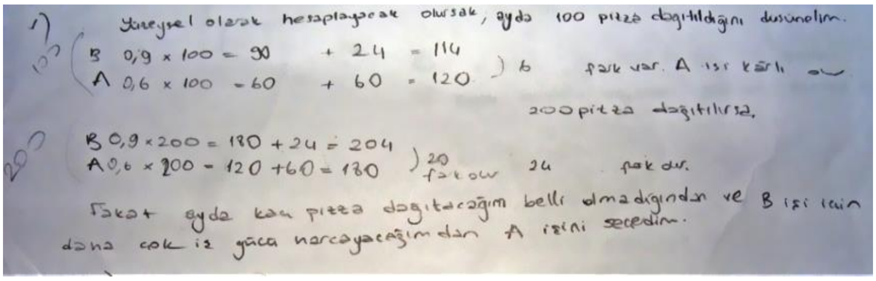
Görüldüğü gibi öğrencinin problem durumunu anlamadığı açıktır. Farklı miktarlardaki pizza satışları için iki işten de elde edeceği kazancın farklı olabileceğinin farkında olmadığı görülmektedir. Öğrenci, sadece sabit değerlere dayalı olarak durumu yorumlamaktadır. Öğrenci, pizza sayısı ve kazanılan para arasındaki ilişkiyi anlamak için problem üzerinde farklı pizza satış sayılarını kullanarak herhangi bir deneme yapmamıştır. Seviye 0'da gösterilen diğer bir öğrencinin de ifadesi şu şekilde olmuştur:

B işi diğer işten daha kazançlıdır. Başlangıçta A işi B işi arasında kazanç farkı gözüküyor ancak insanlar pizzayı sevdiklerinden çok sipariş vereceklerdir. B işini tercih eden, her bir pizza için daha fazla kazanacağından dolayı aradaki fark kapanmakla kalmayacak daha fazla para kazanacaktır...(K5)

Bu öğrenci problem durumunu anlamasına rağmen, matematiksel ifade yerine kendi tahminlerine dayalı bir çözüm süreci geliştirmiştir. İnsanların pizzayı çok sevmelerinden dolayı çok sipariş vereceklerini öngörerek B işini tercih etmiştir. Seviye 1'de gösterilen bir diğer öğrenci çözüm aşamasında herhangi bir model kullanmamıştır. Verdiği kararlarla çözüme ulaşmaya çalışmıştır:

> *60 Euro garanti olduğu için A işi başlangıçta daha kazançlı gözüküyor. B işi 24 Euro daha az kazanıyor. Bu farkı ortadan kaldırmak için 120 tane pizza satmam gerekiyor...(K19).*

Bu öğrencinin problem durumunu, Seviye 0'da gösterilen diğer öğrencilerden daha iyi anladığı açık olmasına rağmen çözüm için herhangi bir model kullanmamıştır. Arada fark olmasına rağmen, B işini seçerse daha çok kazanabileceğinin farkındadır. Bunun için olması gereken pizza sipariş sayısını ifade etmiş ancak bu sayı için herhangi bir matematiksel izah getirememiştir. Bu problem için matematiksel olarak en iyi açıklamayı getiren ve Seviye 2 olarak belirtilen bir öğrencinin cevabı şöyledir:



Şekil 1. K14'ün problem 1 çözümü

Şekil 1'de görüldüğü gibi, öğrenci modeli kurmaya çalışmış ancak tam olarak başarılı olamamıştır. Problem durumu hakkında bilgi sahibi olmak için birkaç deneme yapmıştır. İlk denemede, eğer 100 tane satarsa A işinin daha kazançlı olacağına, ikinci denemede ise 200 pizza satarsa B işinin daha kazançlı olacağına karar vermiştir. B işini kazançlı yapacak tam sayıya ulaşamasa da, bu sayının deneme için kullandığı 100 ve 200 sayıları arasında olacağını tahmin edebilmiştir. Dolayısıyla, bu öğrenci olması gereken basit ve mantıklı sayılarla modeli kurmaya çalışmış ancak tam başarılı olamamıştır.

Problem 2. Bu problem çözümünde öğrencilerden üç tanesi Seviye 0 diğerleri Seviye 2 olarak görülmüştür. Aşağıdaki tabloda Problem 2'nin çözüm süreci sonunda gözlemlenen modelleme seviyeleri öğrenci sayılarına göre tablolaştırılmıştır.

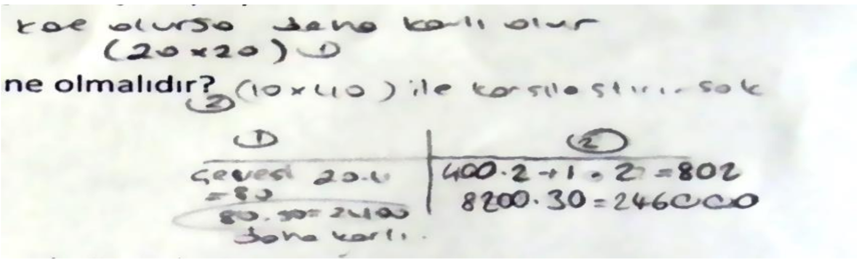
Tablo 3. *Problem 2 için modelleme seviyeleri*

	9.Sınıf (n=6)	10.Sınıf (n=12)	11.Sınıf (n=6)
Seviye 0	1	2	-
Seviye 1	-	-	-
Seviye 2	5	10	6
Seviye 3	-	-	-

Öğrenciler bu problemi modelleme yoluyla çözmek istediklerini ifade etseler de, çözüm sürecinde sadece birkaçı modelleme kullanmaya çalışmıştır. Örneğin Seviye 0'da görülen bir öğrenci çözüm esnasında herhangi bir model kullanmamıştır. Ayrıca, öğrencinin problem durumunu anlamadığı da açıktır. Çözümünü şu ifadelerle izah etmeye çalışmıştır:

Kenarlarının uzunluğu 50m ve 8m olmalıdır ki kenarlarının uzunluğu toplamı bu sayı ile en az sayıda olur...(K3)

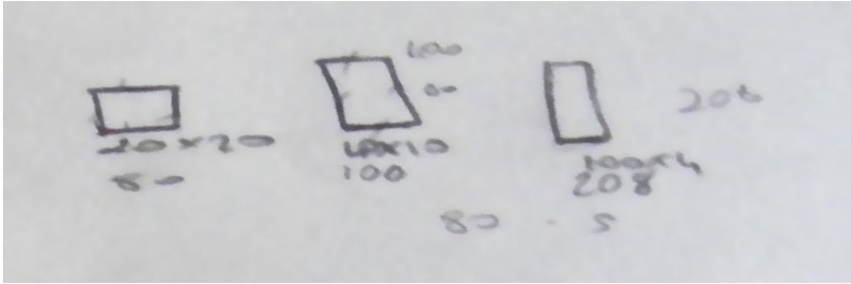
Öğrenci yaptığı önerinin matematiksel bir açıklamasını yapamamıştır. Öğrencinin problem durumunu anlamadığı görülmektedir. Ayrıca, öğrenci çözüm sürecini de sonlandıramamıştır. Diğer taraftan, Seviye 2'de iki tipik çözüm süreci görülmüştür. Birincisinde, öğrenciler elde ettikleri maliyet değerlerini karşılaştırmıştır. Örneğin, bir öğrenci aşağıdaki şekilde çözüme ulaşmaya çalışmıştır.



Şekil 2. K22'nin problem 2 çözümü

Şekil 2'de görüleceği üzere, öğrenci iki çeşit dikdörtgen şeklinde düzlem düşünmüştür. İlkinde, tüm kenar uzunlukları 20m olan bir kare oluşturmuştur. Daha sonra hesaplamalarını yapıp maliyeti bulmuştur. İkincisinde, kenarları 400m ve 1m olan bir dikdörtgen oluşturup aynı şekilde toplam çevirme maliyetini hesaplamıştır. Bu kenar uzunluklarıyla uç değerleri hesapladığını düşünmüştür. İki maliyeti karşılaştırıp ilkinin daha hesaplı olduğuna karar vermiştir. Görüldüğü gibi, öğrenci deneme yanılma yoluyla problemi çözmeye çalışmış ancak tam anlamıyla modelini kuramamıştır.

Seviye 2'de görülen ikinci tipik çözüm ise oluşturulan dikdörtgenlerin çevre uzunluklarının karşılaştırılmasıdır. Örneğin, bir öğrenci Şekil 3'te gösterildiği gibi karşılaştırmalar yapmıştır. Öğrenci üç dikdörtgenin kenar uzunluklarını bulup çevrelerini karşılaştırmıştır. Görüldüğü gibi, birincisi, 80 metrelik bir çevreye sahip 20m x 20m uzunluğu ile bir karedir. İkincisi, 40m x 10m kenar uzunluğunda ve 100 metrelik çevreye sahip bir dikdörtgendir. Sonuncusu ise, 100m x 4m kenar uzunluğunda 208 metrelik çevreye sahip bir dikdörtgendir. Bu öğrenci çevre uzunluğuna bağlı olarak bir değerlendirmede bulunmuştur. Çevre maliyetlerine bağlı bir açıklamada bulunmamıştır. Önceki öğrenci gibi modelleme sürecini tam gerçekleştirememiştir.



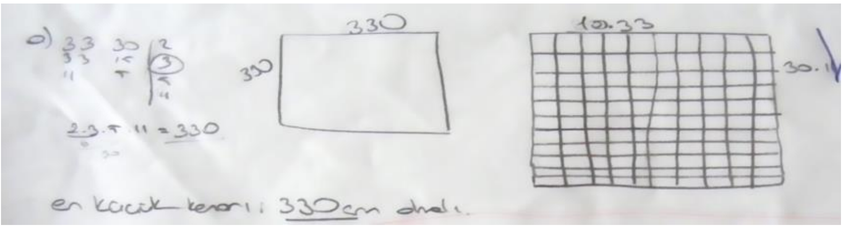
Şekil 3. K10'un problem 2 çözümü

Problem 3. Bu problem için öğrencilerin büyük bir kısmı Seviye 0'da gözlemlenirken diğer öğrencilerin tümü Seviye 3 olarak belirlenmiştir. Aşağıdaki tabloda Problem 3'ün çözüm süreci sonunda ortaya çıkan modelleme seviyeleri öğrenci sayılarına göre gösterilmiştir.

Tablo 4. *Problem 3 için modelleme seviyeleri*

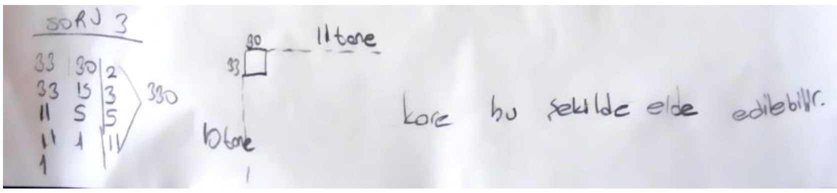
	9.Sınıf (n=6)	10.Sınıf (n=12)	11.Sınıf (n=6)
Seviye 0	4	9	5
Seviye 1	-	-	-
Seviye 2	-	-	-
Seviye 3	2	3	1

Seviye 0'da gözlemlenen öğrencilerin bazıları herhangi bir hesaplama yapamamıştır. Bazılarının da hesaplama yapmalarına rağmen yanlış sayıları kullandıkları, dolayısıyla problem durumunu anlayamadıkları tespit edilmiştir. Diğer taraftan, Seviye 3'te ki öğrencilerin problem durumunu tam anladıkları görülmüştür. Örneğin, bir öğrenci şu şekilde çözüm geliştirmiştir:



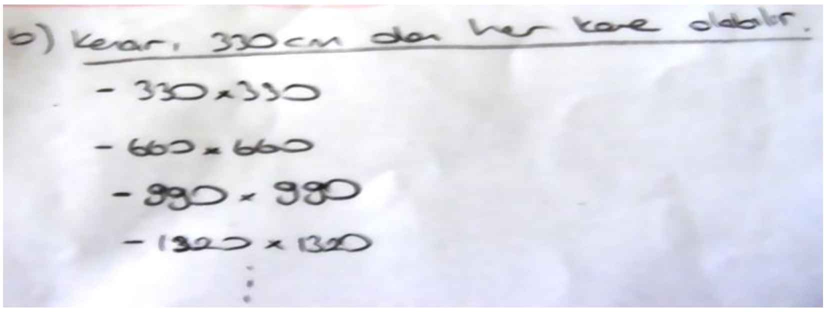
Şekil 4. K6'nın problem 3 çözümü

Şekil 4'te görüldüğü gibi, öğrenci, 30 ve 33 değerlerinin en küçük ortak katını yani OKEK'ini hesaplamıştır. Yaptığı hesaptan emin olmak için birbirlerine çapraz çizgilerle bir kare ağ veya dikdörtgen bir şekil oluşturmuştur. Öğrenci, bu problemde modellemesini başarıyla gerçekleştirmiştir. Bir başka öğrencinin çözümü ise aşağıdaki gibidir:



Şekil 5. K13'ün problem 3 çözümü

Şekil 5’ten anlaşılacağı üzere, ilk öğrencide olduğu gibi bu öğrenci de hesaplamalarına 30 ve 33 değerlerinin en küçük ortak katı olan sayıyı bulmakla başlamıştır. Daha sonra, o zemin karoları belirli miktarda yerleştirmek için nasıl bir model oluşturulması gerektiğini düşünmüştür. Öğrencinin problem durumunu çok net bir şekilde anladığı görülmüştür. Aynı öğrenci, problemin ikinci bölümü için ilk bölümden elde ettiği veriyi kullanmış ve çözüme aşağıdaki gibi devam etmiştir:



Şekil 6. K13’ün problem 3 çözümü devamı

Şekil 6’da görüldüğü gibi, öğrenci birinci bölümde elde edilen OKEK değerinin katları olan değerleri kendine kenar uzunluğu olarak alan kare alanların, problemin ikinci bölümünün çözümü olduğunu tespit etmiştir. Modelleme sürecini başarıyla gerçekleştirmiştir.

Araştırma sonucunda elde edilen bulgular incelendiğinde, öğrencilerin bazılarının ilk soruyu anlayamadıkları için problemin modelleme sürecinde zorluklar yaşadığını göstermiştir. Bu öğrenciler anlamsız aritmetik işlemler yürütmüş ya da yanlış matematiksel ilişkiler kurarak Seviye 0’da kalmıştır. İkinci problem için sadece üç öğrenci Seviye 0 olarak tanımlanmıştır. Bu seviyede öğrenciler doğru olmayan sözel argümanlar üretmiştir. Diğer öğrenciler problemi anlayıp yorumlamasına rağmen herhangi bir matematiksel model geliştirememiştir ve Seviye 2’de kalmıştır. Üçüncü problem için çoğu öğrenci Seviye 0’da kalırken diğerleri matematiksel modeli uygun bir şekilde geliştirerek kullanmış ve Seviye 3’te tanımlanmıştır. Bu bağlamda, çözümlerin çok azının modelleme kullanılarak yapıldığı ve Seviye 3’te olduğu görülmüştür. Yani, az sayıda öğrencinin, problem durumunu açıkça anlamak ve etkili bir şekilde analiz etmek için model kullanımı yaptığı belirlenmiştir. Bu öğrencilerin modeller, nicelikler ve problem arasındaki ilişkileri kurarak belirli durumların ötesinde düşünebildikleri görülmüştür.

Tartışma ve Sonuç

Araştırmanın amacı ortaöğretim öğrencilerine sunulan üç problem durumunda öğrencilerin mevcut matematik bilgilerini problem çözme sürecinde matematiksel modelleme ile nasıl ilişkilendirdiklerini inceleyip modelleme seviyelerini belirlemektir. Çalışmada, Problem 1, iki doğrusal fonksiyonun ($y=60+0,6x$, $y=24+0,9x$) $60+0,6x=24+0,9x$ denklemiyle ifade edilerek karşılaştırılmasını, denklemin çözülmesini ve sonuçların yorumlanmasını, Problem 2, $f(x)=x+400/x$

rasyonel fonksiyonunu göz önünde bulundurmayı, Problem 3 ise en küçük ortak çarpan hesaplamasını içermektedir. İkinci ve üçüncü problem için bazı öğrenciler geometrik nesnelerin çevre ve alan hesaplamaları ve ortak çarpanların en küçüğü (OKEK) gibi matematik bilgilerini kullanarak bir model oluşturabilmişlerdir. Yani, öğrenciler, matematiksel bilgilerini bir model yapılandırarak problem çözmede kavramsal bir araç olarak kullanabilmişlerdir. Lesh, Lester ve Hjalmarson (2003), karmaşık sistemleri anlamaya yönelik modellerin, matematiksel bilginin ve anlayışın en önemli bileşenlerinden biri olduğunu düşünmektedir. Verilen problemlerde matematiksel kavramların anlaşılması ve doğrusal fonksiyonların yani çarpımsal ilişki a x b = sabit, a + b = minimum veya en küçük ortak kat koşulunun yorumlanması gerekmektedir. Ancak, öğrencilerin çok az bir kısmı, farklı durumların ilgili yönlerini tespit etmiş ve bunları matematiksel nesneler ve ilişkiler haline getirebilmiştir. Problemi anlayamayan ve çözemeyen öğrenciler, matematik bilgilerini modelleme sürecine aktarmada güçlük çekmişlerdir. Bu öğrencilerin problem çözme sürecinde modellerin geliştirilmesinde matematiksel bilgiyi kullanmada zorlandıkları görülmüştür. Örneğin, bazı öğrenciler, ilk sorunun modelleme sürecinde zorluk çekmişlerdir. Bu öğrenciler, anlamsız aritmetik işlemler gerçekleştirilen veya yanlış ilişkiler kurulmuş olan Seviye 0'da tanımlanmıştır. Benzer şekilde, ikinci problem için Seviye 0'da tanımlanan öğrenciler olmuştur. Bu öğrenciler yalnızca sözlü yargılar inşa etmişlerdir, ancak bu yargılar doğru olmayan yargılardır. Problem çözme işlemi sırasında koşulların, bilinmeyenlerin ve verilerin ne olduğunu anlamak önemlidir. Problem çözme sürecinin ilk adımı sorunun anlaşılmasıdır (Polya, 2008). Artz ve Armour-Thomas (1992), problemin anlaşılmasının önemini vurgulamış ve öğrencilerin doğru çözümü inşa etmek için birkaç kez problemi anlamak için geri döndüklerini belirtmiştir. Lesh ve Doerr (2003a) başarılı bir modelleme sürecinin problemi anlamak ve sadeleştirmekle başladığını belirtmiştir. Öğrenciler, bu aşamada sorunun sözlü ifadesini anlamaya çalışmışlar, ancak problemi anlayamadıklarından dolayı, matematiksel model geliştirmeleri gereken sonraki adıma geçememişlerdir. Dolayısıyla, öğrencilerin problem çözümünde kullanılacak model için matematiksel kavramı geliştirmede ya da tanımlamada zorluk çektikleri ve problem durumunun içyapısını (değişkenler ve ilişkiler) anlayamadıkları için elde edilen çözümlerin sadece birkaçının modelleme yapılarak oluşturulduğu görülmüştür. Öğrencilerin verilen problemi tam olarak anlamamasından dolayı çözüm için uygun bir model oluşturamamaları Llinares ve Roig'nin (2008) çalışmasında da vurgulanmaktadır. Öğrencilerin matematiksel bilgilerini problem çözme için kavramsal bir araç olarak kullanmada yaşadığı zorluklar derslerde sunulan problemlerin genelde duruma uygun matematiksel modeli oluşturmak için gerekli tüm araçları sağlayan belirli bir çerçevede verilmesinden de kaynaklanabilir. Bu problemler, modelleme problemleri yerine genellikle bilinen bir yöntem veya formül ile çözülen rutin problemler olmakta ve öğrencilerin model tasarlaması gereken problem durumu hakkında araştırma ve onu çözmeye yardımcı olabilecek matematiksel ilişkileri bulma alışkanlıkları geliştirmesine katkı sağlamamaktadır (Blomhøj, 2004).

Problemi anlayan bazı öğrenciler ise, bazı yargılamalar yaparak problemi çözebilmişlerdir. Fakat çözüm için yine de herhangi bir matematiksel model oluşturulamamıştır. Bu öğrenciler Seviye 1 olarak değerlendirilmiştir. Yani, öğrenci belirli bir amacı hedeflemektedir ve bunu gerçekleştirmeye yönelik adımları atmaya başlamıştır. Bu seviye, nicelik ve ilişkileri anlamayı içerir ancak problem durumunun tam olarak kavranmasını içermez. Üçüncü problem için çoğu öğrenci Seviye 0'da kalırken, geri kalan az sayıdaki öğrenci Seviye 3 olarak tanımlanmıştır. Bu çalışmada kullanılan problem durumları öğrencilerin matematiksel modellemeler yardımıyla sonuca ulaşmalarını ve attıkları adımları doğrulamalarını gerektirmektedir. Ancak, bu problem, problem durumun yapısını temsil etmede öğrencilere matematik bilgilerini kullanarak bir karar verebilmeleri için ciddi güçlükler ortaya çıkarmıştır. Problem durumunun tam olarak anlaşılması eksiktir ve çözüm için etkili bir model geliştirilemediğinden Seviye 1 ve Seviye 2 düzeyinde kimsenin yer almadığı görülmüştür. Aslında bir dizi kavramı bilmek, kavramları temsil etmeye eşdeğer değildir; bunun yerine, akıl yürütme ve mantığın yapıcı süreçlerinde kavramları bulma ve kullanma becerilerini içerir (Greeno, 1991). Fakat öğrenciler problem durumunda hedefe ulaşmak için ihtiyaç duyulan ilişkileri ve değişkenleri öngöremediğinden dolayı problem durumuna ilişkin matematiksel kavramı belirleyememişler dolayısıyla uygun bir model geliştirememişlerdir. Diğer az sayıdaki öğrenci, problem için uygun bir model oluşturarak onu anlaşılır bir şekilde kullanmış, çözüm için kararlarını vermiş ve gerekçelendirmiştir. Yani, öğrenciler matematiksel bilgi ile problem durumu arasındaki ilişkileri bulmuşlar ve bu ilişkiler yardımıyla modelleri oluşturabilmişlerdir. Modelleme sayesinde öğrenciler problemi daha rahat düzenlemiş ve basitleştirebilmiştir. Bu bağlamda, English (2003) matematiksel modellemenin öğrencilerin verileri toparlayıp organize etmelerine, önemli kararlar almalarına ve temel kalıpları ve ilişkileri araştırmalarına yardımcı olduğunu belirtmiştir. Her şeyden önce, bir problemin modellenmesi, sorunun neyi hedeflediğinin daha iyi anlaşılmasını gerektirir. Dolayısıyla, öğrencilerin farklı problem modelleme türleri ile uğraşmalarını sağlamak matematiksel bilginin kapsamlı bir şekilde anlaşılmasını da beraberinde getirecektir (Lesh ve diğerleri., 2003). Farklı modelleme süreçleri içeren problem durumları öğrencilerin çeşitli problem çözme stratejileri geliştirmesine katkı sağlamaktadır. Bundan dolayı, süreçler arasındaki karşılıklı ilişkilerin problem çözme stratejilerini nasıl etkilediğini daha iyi anlamak için daha detaylı araştırmalara da ihtiyaç duyulmaktadır.

Öneriler

Öğrencilerin problem çözme sürecinde modelleme etkinliklerinde daha başarılı olabilmesi için bir bağlamda verilen problemi anlayıp matematiksel problem olarak kurgulama, matematiksel bilgi, işlem ve muhakeme ile matematiksel problemi çözme ve elde edilen sonucu yorumlayıp uygunluğuna karar verme gibi modelleme becerilerini geliştirmeye yönelik matematiksel modelleme etkinliklerine öğretim programlarında daha fazla yer verilmesi önerilmektedir. Bunu sağlamak için de öncelikle öğretmenlere bu bakış açısının kazandırılması gerekmektedir. Buradan yola çıkarak eğitim fakültelerinde öğretmen adaylarına matematiksel modellemeyi öğretmeye yönelik derslere yer verilmesi önerilmektedir. Bunun yanında, ilköğretim seviyesindeki öğrencilerin matematiksel modelleme becerilerinin geliştirilmesi sonraki yıllarda gündelik hayatın gerektirdiği matematik bilgi ve becerileri etkili bir şekilde kullanabilen bireyler olarak yetişmelerinde modelleme seviyelerini olumlu yönde etkileyebileceğinden (English, 2011), etkili bir yöntem olarak ilköğretim matematik seviyesinde erken dönemlerden itibaren uygulanması da önerilmektedir.

Kaynakça

Artz, A. F. ve Armour-Thomas, E. (1992). Development of a cognitive-metacognitive framework for protocol analysis of mathematical problem solving in small groups. *Cognition and instruction*, *9*(2), 137-175.

Aydın Güç, F. ve Baki, A. (2016). The Classification of Development and Assessment Approaches for Mathematical Modelling Competencies. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education (TURCOMAT), 7*(3), 621-645. DOI: 10.16949/turkbilmat.277876

Becker, J. P. ve Miwa, T. (1987). *Proceedings of the U.S.-Japan seminar on mathematical problem solving* (Honolulu, Hawaii, July 14-18, 1986) (COLLECTED WORKS -Conference Proceedings No. INT-8514988): Southern Illinois Univ., Carbondale.

Berry, J. ve Nyman, M. (1998). Introducing mathematical modelling skills to students and the use of posters in assessment. *Primus*, *8*(2), 103-115.

Blomhøj, M. (2004). Mathematical modelling-a theory for practice. İçinde B. Clark et al. (Eds.), *Perspectives on learning and teaching mathematics* (ss. 145-159). Göteborg University.

Blum, W. ve Kaiser, G. (1997). Vergleichendeempirische Untersuchungenzumathematischen Anwendungsfähigkeiten von englischen und deutschen Lernenden. *Unpublished application to Deutsche Forschungsgesellschaft.*

Blum, W. ve Niss, M. (1991). Applied mathematical problem solving, modelling, application, and links to other subjects-state, trends, and issues in mathematics instruction. *Educational Studies in Mathematics, 22*(1), 37-68.

Creswell, J. W. (2009). *Research design: Qualitative, quantitative, and mixed methods approaches* (3rd Ed.). Los Angeles: SAGE Publications.

De Corte, E., Greer, B., ve Verschaffel, L. (1996). Mathematics teaching and learning. İçinde D. Berliner ve R. Calfee (Eds.), *Handbook of educational psychology* (ss. 491-549). New York: MacMillan.

Doerr, H. M. (2006). Examining the tasks of teaching when using students' mathematical thinking. *Educational Studies in Mathematics*, *62*(1), 3-24.

Doruk, B. K. (2010). *Matematiği günlük yaşama transfer etmede matematiksel modellemenin etkisi*. Doktora Tezi, Hacettepe Üniversitesi, Sosyal Bilimler Enstitüsü, Ankara, 265182.

English, L. D. (2003). Reconciling theory, research, and practice: A models and modelling perspective. *Educational Studies in Mathematics, 54*(2-3), 225-248.

English, L. D. (2011). Complex modelling in the primary/middle school years. İçinde G. Stillman ve J. Brown (Eds.), *ICTMA Book of Abstracts* (ss. 1-10). Melbourne, Victoria: Australian Catholic University.

English, L. D. ve Lesh, R. (2003). Ends-in-view Problems. İçinde R. Lesh ve H. M. Doerr (Eds.), *Beyond constructivism: Models and modeling perspectives on mathematics problem solving, learning, and teaching* (ss. 297-316). Mahwah, New Jersey: Lawrence Erlbaum Associates.

English, L. D. ve Watters, J. J. (2004). Mathematical modelling in the early school years. *Mathematics Education Research Journal, 16*(3), 59-80.

Erbaş, A. K., Kertil, M., Çetinkaya, B., Çakıroğlu, E., Alacacı, C., ve Baş, S. (2014). Matematik eğitiminde matematiksel modelleme: Temel kavramlar ve farklı yaklaşımlar. *Kuram ve Uygulamada Eğitim Bilimleri [Educational Sciences: Theory and Practice], 14*(4), 1-21.

Ferri, R. B. ve Blum, W. (2013). Barriers and motivations of primary teachers for implementing modelling in mathematics lessons. *Proceedings of CERME 8*, February 6-10.

Galbraith, P. (2012). Models of modelling: Genres, purposes or perspectives. *Journal of Mathematical Modeling and Application*, 1(5), 3-16.

Gravemeijer, K. ve Doorman, M. (1999). Context problems in realistic mathematics education: A calculus course as an example. *Educational Studies in Mathematics*, 39, 111-129.

Greeno, J. (1991). Number sense as a situated knowing in a conceptual domain. *Journal for Research in Mathematics Education, 22*(3), 170-218.

Greer, B. (1997). Modelling reality in mathematics classrooms: The case of word problems. *Learning and Instruction*, *7*(4), 293-307.

Heymann, H. W. (2003). *Why teach mathematics? A focus on general education.* Dordrecht: Kluwer.

Julie, C. (2002). Making relevance in mathematics teacher education. İçinde I. Vakalis, D. Hughes Hallett, D. Quinney ve C. Kourouniotis (Compilers). *Proceedings of 2nd International Conference on the Teaching of Mathematics*. New York: Wiley.

Kaiser, G. ve Sriraman, B. (2006). A global survey of international perspectives on modelling in mathematics education. *ZDM-The International Journal on Mathematics Education*, *38*(3), 302-310.

Lakatos, I. (1976). *Proofs and refutations: the logic of mathematical discovery.* Cambridge: Cambridge University Press.

Lesh, R. ve Doerr, H. M. (2000). Symbolizing, communicating, and mathematizing: Key components of models and modelling. İçinde P. Cobb, E. Yackel ve K. McClain (Eds.), *Symbolizing and communicating in mathematics classrooms: Perspectives on discourse, tools and instructional design*. Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates, Inc.

Lesh, R. ve Doerr, H. M. (2003a). *Beyond constructivism: A models and modelling perspective on mathematics problem solving, learning and teaching*. Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates, Inc.

Lesh, R. ve Doerr, H. M. (2003b). In what ways does a models and modelling perspective move beyond constructivism? İçinde R. Lesh ve H. M. Doerr (Eds.), *Beyond constructivism: A models and modelling perspective on mathematics problem solving, learning and teaching* (ss. 383-403). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates, Inc.

Lesh, R. ve Harel, G. (2003). Problem solving, modeling and local conceptual development. *Mathematical Thinking and Learning*, *5*(2-3), 157-189.

Lesh, R. ve Lehrer, R. (2003). Models and modeling perspectives on the development of students and teachers. *Mathematical Thinking and Learning*, *5*(2), 109-129.

Lesh, R. ve Zawojewski, J. S. (2007). Problem solving and modeling. İçinde F. K. Lester (Ed.), *Second handbook of research on mathematics teaching and learning* (ss. 763-804). Reston, VA: NCTM.

Lesh, R., Lester F. K., ve Hjalmarson, M. (2003). A models and modeling perspective on metacognitive functioning in everyday situations where problem solvers develop mathematical constructs. İçinde R. Lesh ve H. M. Doerr (Eds.), *Beyond constructivism: A models and modelling perspective on mathematics problem solving, learning and teaching* (ss. 383–403). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum Associates, Inc.

Llinares, S. ve Roig, A. I. (2008). Secondary school students' construction and use of mathematical models in solving word problems. *International Journal of Science and Mathematics Education*, *6*(3), 505-532.

Milli Eğitim Bakanlığı (MEB). (2013). *Ortaöğretim matematik dersi (9, 10, 11, ve 12. sınıflar) öğretim programı*, Ankara: MEB.

National Commission on Mathematics and Science Teaching. (NCMST). (2000). Before it's too late. *A Report to the Nation from the National Commission on Mathematics and Science Teaching for the 21st century*.

National Council of Teachers of Mathematics. (NCTM). (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston, VA: NCTM.

National Research Council. (NRC). (1998). *High school mathematics at work: Essays and examples for the education of all students.* DC: National Academy Pres., Washington.

Niss, M., Blum, W. ve Galbraith, P. L. (2007). Introduction. İçinde W. Blum, P. Galbraith, H. Henn ve M. Niss (Eds.), *Modelling and applications in mathematics education: The 14th ICMI study* (ss. 3-32). New York: Springer.

Ören Vural, D., Çetinkaya, B., Erbaş, A. K., Alacacı, C., ve Çakıroğlu, E. (2013). Lise matematik öğretmenlerinin modelleme ve modellemenin matematik öğretiminde kullanılmasına yönelik düşünceleri: Bir hizmet içi eğitim programının etkisi. *1.Türk Bilgisayar ve Matematik Eğitimi Sempozyumu*. 20-22 Haziran 2013, Trabzon.

Organization for Economic Co-operation and Development. (OECD). (2013). *PISA 2012 assessment and analytical framework: Mathematics, reading, science, problem solving and financial literacy*. Paris: OECD Publishing.

Polya, G. (2008). *How to solve it: A new aspect of mathematical method*. Princeton University Press.

Restivo, S. (1993). *Math worlds, philosophical and social studies of mathematics and mathematics education*. Albany: State of University of NY.

Schoenfeld, A. (1992). Learning to think mathematically: Problem solving, metacognition, and sense making in mathematics. İçinde Grouws D. A. (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning* (ss. 334-370). Macmillan, New York.

Schroeder, T. L. ve Lester, F. K. (1989). Understanding mathematics via problem solving. İçinde P. Trafton (Ed.), *New directions for elementary school mathematics* (ss. 31-42). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

Sfard, A. (1991). On the dual nature of mathematical conceptions: Reflections on processes and objects as different sides of the same coin. *Educational Studies in Mathematics, 22*(1), 1-36.

Silver, E. A. (1992). Referential mappings and the solutions of division story problems involving remainders. *Focus on Learning Problems in Mathematics, 12*(3), 29-39.

Stacey, K. (2015). The real world and the mathematical world. İçinde K. Stacey ve R. Turner (Eds.), *Assessing mathematical literacy: The PISA experience* (ss. 57-84). New York, NY: Springer.

Strauss, A. ve Corbin, J. (1994). Grounded theory methodology: An overview. İçinde N. K. Denzin ve Y. Lincoln (Eds.), *Handbook of qualitative research* (ss. 273-285). Thousand Oaks: Sage.

Verschaffel, L., De Corte, E., ve Borghart, I. (1997). Pre-service teachers' conceptions and beliefs about the role of real-world knowledge in mathematical modeling of school word problems. *Learning and Instruction*, *7*(4), 339-359.

Verschaffel, L., Greer, B., ve De Corte, E. (2002). Everyday knowledge and mathematical modelling of school word problems. İçinde K. Gravemejeir, R. Lehrer, B. Oers ve L. Verschaffel (Eds.), *Symbolizing, modelling and tool uses in mathematics education* (ss. 257-276). Dordrecht: Kluwer Academic Publishers.

Yin, R. K. (2009). *Case study research: Design and methods* (4th Ed.). Applied Social Research Series, Vol. 5, Sage Publications.

Zawojewski, J. S., Lesh, R., ve English, L. (2003). A models and modelling perspective on the role of small group learning activities. İçinde R. Lesh ve H. M. Doerr (Eds.), *Beyond constructivism: Models and modelling perspectives on mathematics problem solving, learning, and teaching* (ss. 337-358). Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

Identifying Modeling Levels of Students in Problem Solving Processes

Introduction

Given the goals of mathematics education in today's world, it is essential for students to be able to gain mathematical thinking abilities, to establish mathematical relationships with daily life, to cope with and produce effective solutions to their own problems (National Council of Teachers of Mathematics [NCTM], 2000; Organization for Economic Co-operation and Development [OECD], 2013). In our country, the secondary school mathematics curriculum aims to make students aware of the importance of mathematics in real life and to be able to use mathematics in everyday life and occupational life actively after school and to use mathematics as an effective analysis tool in their decisions (Milli Eğitim Bakanlığı [MEB], 2013). However, many mathematics educators emphasize that problem-solving activities in class are often the activities involving traditional methods that do not require high-level thinking and are not very relevant to real-life problems (Lesh and Doerr, 2003b). The studies have shown that students do not develop problem-solving skills with such problems because they try to solve these problems by using procedural algorithms and memorized rules without analyzing the content of the problems (De Corte, Greer, and Verschaffel, 1996; Greer, 1997; Verschaffel, Greer, and De Corte, 2002). So, these problems in general do not make much sense for students other than simply practicing the same standard type of skills. Many researchers who accept the findings of these studies have focused on the importance of mathematical modeling problems in which there are no key words and ready-made patterns that guide students during the problem-solving activity (English and Lesh, 2003; Lesh and Doerr, 2003a; Schoenfeld, 1992; Verschaffel, De Corte, and Borghart, 1997). Namely, they are open-ended, non-routine and allowing students to face daily life problems as well as enabling students to cope with daily life problems and to produce solutions. This will accordingly ensure students to develop problem-solving skills in everyday life outside of school (Blum and Niss, 1991). The emphasis on learning and teaching with mathematical modeling in order to enable students to have mathematical knowledge and high-level thinking skills for using in real life can be found in many research studies (Gravemeijer and Doorman, 1999; Lesh and Lehrer, 2003; National Commission on Mathematics and Science Teaching [NCMST], 2000; NCTM, 2000; National Research Council [NRC], 1998). In addition, in our new mathematics curriculum, in parallel with the developments around the world, emphasis was given to the necessity of creating learning environments based on realistic problem solving and modeling activities that provide active participation in mathematics classes in accordance with the students' level and interest (MEB, 2013). Therefore, modeling activities that draw attention to the production of individuals who can use mathematics in their life, solve problems, share their solutions and thoughts, and develop positive attitudes toward mathematics are very suitable for mathematics educators as a versatile, highly effective tool that can meet these requirements (Doruk, 2010). In this context, in this study, the levels of modeling processes used as conceptual tools by secondary students during their problem-solving activities were determined by examining the solutions students offered. In other words, the purpose of the study is to identify the student's modeling levels in problem solving activities according to the characterization of Llinares and Roig's (2008) model of development.

Method

In this study, a qualitative research method was used. A case study that is a preferred method for responding to 'how' and 'why' questions in order to allow a specific event, situation, individual or group to be studied in depth over a limited period of time within the context of the situation had been identified as the most appropriate research design for in-depth analysis of the levels of the student's modeling processes in problem-solving activities (Yin, 1994). Participants of the study were volunteers with 6 students in the 9th grade, 12 students in the 10th grade and 6 students in the 11th grade who were aged between 15 and 18 from one secondary school in a central province of Ankara. As a data collection tool, three problems from Llinares and Roig's research (2008) were used that required model building. A total of 72 solutions given by 24 students to 3 problems were analyzed qualitatively. In addition, interviews with some students were done to receive much detailed information about the ways students could model problem situations. The aim here is to make students express their thought-processes verbally which were obscure and inexplicable during the problem-solving activity.

Findings (Results)

When the findings of the research were examined, it was shown that about half of the students had difficulty in modeling the first problem because they could not understand it. These students had remained at Level 0 by performing meaningless arithmetic operations or by establishing incorrect mathematical relationships. For the second problem, only three students were defined in Level 0. At this level, students had produced verbal arguments that were not correct. Other students did not develop any mathematical model despite understanding and interpreting the problem and stayed at Level 2. For the third problem, most of the students stayed at Level 0 while others developed mathematical models appropriately and were defined in Level 3. In this context, it was seen that very few of the solutions were done by using modeling and were found to be in Level 3.

Discussion and Conclusion

In order for students to be more successful in modeling activities during the problem-solving processes, mathematical modeling activities to improve modeling skills need to be given much emphasis in mathematics curricula. However, in order to achieve this, it is also primarily necessary for teachers to gain this point of view. Based on this, appropriate courses should be given to prospective teachers to adequately teach mathematical modeling skills in undergraduate teacher education programs. In addition, since the development of mathematical modeling competencies of the students at the primary level affects the qualifications of the following years (English, 2011), it is also suggested that mathematical modeling activities should begin to be implemented in elementary school mathematics lessons as an effective learning and teaching method.