Ahi Evran Üniversitesi Kırşehir Eğitim Fakültesi Dergisi (KEFAD)
Cilt 17, Sayı 3, Aralık 2016, Sayfa 281-299

İlkokul ve Ortaokul Öğrencilerinin Orantısal Durumları Orantısal Olmayan Durumlardan Ayırt Edebilme Becerileri

Zülbiye TOLUK UÇAR[1], Figen BOZKUŞ[2]

Geliş Tarihi: *10.06.2016* ***Kabul Ediliş Tarihi:*** *31.10.2016*

ÖZ

Bu çalışmanın amacı, öğrencilerin orantısal ve orantısal olmayan durumları ayırt edebilme becerilerinin belirlenmesidir. Bu amaçla öğrencilerin orantısal ve orantısal olmayan problemlerin çözümünde kullandıkları stratejiler incelenmiştir. Araştırma, 4. , 5., 6. ve 7. sınıf ilkokul ve ortaokul öğrencileri olmak üzere toplam 320 öğrenci ile yürütülmüştür. Çalışmanın verileri, dört problemden oluşan bir test ile toplanmıştır. Testteki problemlerden iki tanesi toplamsal durumları (orantısal olmayan) ve iki tanesi ise çarpımsal durumları (orantısal) içermektedir. Öğrencilerin kullandıkları stratejiler çarpımsal ve toplamsal olmasına göre sınıflandırılmıştır. Araştırma sonuçları, bazı öğrencilerin iki problem durumunu ayırt edemediklerini, toplamsal durumu içeren problemlerde çarpımsal çözüm stratejilerini kullanma, çarpımsal durumu içeren problemlerde ise toplamsal çözüm stratejilerini kullanma eğilimini gösterdiği tespit edilmiştir.

Anahtar kelimeler: Oran-orantı, orantısal akıl yürütme, ilkokul ve ortaokul öğrencileri.

Primary and Middle School Students' Ability to Distinguish Proportional and Non-Proportional Situations

ABSTRACT

The aim of this study was to identify students' ability to distinguish proportional and non-proportional situations. To accomplish the purpose of the study, the strategies used by primary and middle school students to solve proportional and non-proportional problems were examined. The study was conducted with a total of 320 students from 4th, 5th, 6th and 7th grades. Data was collected by a written test consisting of four problems. Two problems included additive situations (non-proportional) and two of them contained multiplicative situations (proportional). Strategies used by the students were classified according to their types: multiplicative or additive. The results indicated that some of the students can not distinguish the two problem situations, and tend to use multiplicative strategies in additive situations and additive strategies in multiplicative situations.

Keywords: Ratio-proportion, proportional reasoning, primary and middle school students.

---

*Bu araştırma Türk Bilgisayar ve Matematik Eğitimi Sempozyumu'nda (TÜRKBİLMAT-2, 16-18 Mayıs 2015, Adıyaman) sözlü bildiri olarak sunulmuştur.

[1] Prof. Dr., Abant İzzet Baysal Üniversitesi, toluk_z@ibu.edu.tr
[2] Arş. Gör., Kocaeli Üniversitesi, figen.bozkus@kocaeli.edu.tr

GİRİŞ

Bilim, matematik ve hatta gerçek hayattaki birçok problemi çözmek için gerekli olan beceriler farklı iki durum arasındaki yapısal benzerlikleri tanımayı içerir. Orantısal düşünme bu yapısal benzerliklerin en yaygın biçimi olan *iki ilişkinin arasındaki ilişkiyi* (Piaget & Inhelder, 1975) anlamayı gerektirir. Bu özelliğinden dolayı orantı kavramı ve orantısal düşünme öğrencilerin matematiksel gelişimlerinde önemli bir role sahiptir. Ortaokul programının en temel kavramlarından biri olan orantı (Fernandez, Llinares, Modestou, & Gagatsis, 2010), ilkokul ve ortaokul matematiğinin temelinde yatan çarpımsal kavramlar bilgisinin bir ürünüdür. Bir başka deyişle, orantı kavramı çarpımsal yapılar bilgisinin birer parçası olan çarpma, bölme ve kesir kavramlarının üzerine inşa edilir (Thompson & Saldanha, 2003). Bu nedenle de, Lesh, Post ve Behr (1988) orantısal akıl yürütmeyi okul matematiğinin en merkezi kavramlarından biri olarak nitelendirmektedir. Lesh ve diğerlerinin (1988) deyimiyle, orantısal akıl yürütme hem ilköğretim matematiğinin ulaşabileceği bir doruk noktası hem de daha sonrası için bir köşe taşıdır.

Öğrencilerin, orantı ile ilişkili kavramları anlayarak öğrenebilmesi ve kullanabilmesi için matematiksel akıl yürütme türlerinden biri olan orantısal akıl yürütme becerisine sahip olması gerekmektedir (Lesh vd.,1988). Orantısal akıl yürütme, orantı ile ilgili problemleri çözebilme, orantısal ve orantısal olmayan durumları ayırt edebilme ve özellikle çarpmaya dayalı orantı problemlerindeki matematiksel ilişkileri anlayabilmeyi içermektedir (Cramer, Post & Currier, 1993). Bu özelliklerinden dolayı, orantısal akıl yürütme oldukça karmaşık ve zor bir beceridir (Cramer vd., 1993; Pittalis, Christou & Papageorgiou, 2003). Orantısal akıl yürütme, problem çözerken orantı kurma becerisinden daha fazlası olup bir anlamda çarpımsal durumlar hakkında düşünme biçimidir (Van De Walle, Karp, & Bay-Williams, 2012). Bir başka deyişle, orantısal akıl yürütmenin temelinde orantısal durumlardan orantısal olmayan durumları ayırt edebilme becerisi yatmaktadır (Fernandez vd., 2010). Fakat orantısal akıl yürütme, öğrencilerde kendiliğinden gelişmeyen çarpımsal ve ilişkisel düşünmeyi gerektirir (Sowder, Aarmstrong, Lamon, Simon, Sowder, & Thompson, 1998). Bu düşüncenin gelişmesi, öğrencinin orantısal durumlar ile ilgili deneyimleri ve karşılaştığı problem durumlarının zenginliğine bağlıdır (Dole, Wright & Clarke, 2013). Bu durum dikkate alınarak, bu çalışmada 4., 5., 6., ve 7. sınıf öğrencilerinin orantısal akıl yürütmenin en temel özelliği olan orantısal durumlardan orantısal olmayan durumları ayırt edebilme becerisinin incelenmesi amaçlanmıştır.

Toplamsal ve Çarpımsal Düşünce

Orantısal akıl yürütme becerisinin gelişme sürecinde en önemli aşamalardan biri öğrencinin ilkokulun sonunda, toplamsal (additive) akıl yürütmeden çarpımsal (multiplicative) akıl yürütmeye geçebilmesidir (Fernandez & Llinares, 2009). Matematiksel olarak, toplamsal durumlar “$f(x)= x+a$” şeklinde ifade edilirken, çarpımsal durumlar ise “$f(x)= bx$” olarak ifade edilmektedir (Van Dooren, De

Bock & Verschaffel, 2010). Örneğin, *"Ayşe 5 yaşında iken, Ali 10 yaşındadır. Ayşe 15 yaşına geldiğinde Ali kaç yaşında olur?"* şeklindeki soruların belirttiği durumlar toplamsaldır. Ali'nin yaşını bulmak için iki nicelik arasındaki farkın bulunması ve küçük sayıya bu farkın eklenmesi gerekir. Dolayısıyla, öğrencilerin bu işlemleri (toplama ve çıkarma) yapabilmeleri ve cevabı bulabilmeleri toplamsal akıl yürütmelerini gerektirir. Diğer yandan, "*240 km'lik bir yolu 4 saatte alan bir araç 2 saatte kaç km yol gitmiştir?"* gibi problem durumları ise çarpımsaldır. Problemde iki farklı değişken (zaman ve yol) vardır ve problemi çözmek için çarpma ya da bölme işlemlerinin yapılması gereklidir. Bir başka ifadeyle, bu işlemlerin yapılabilmesi çarpımsal düşünme becerilerini gerektirmektedir. Alan yazında, bu tarz problem durumları çarpımsal veya orantısal durumlar olarak adlandırılmaktadır (Nunes & Bryant, 1996'den akt., Van Dooren vd., 2010).

Öğrenciler toplamsal akıl yürütmeden çarpımsal akıl yürütmeye geçebilmek için birim (unit) kavramını yeniden kavramsallaştırmak zorundadır (Hiebert & Behr, 1988). Çünkü çarpma işlemi tekil birimlerle (singleton unit) uğraşmak yerine birleşik birimlerle (composite unit) çalışabilmeyi gerektirmektedir (Sowder vd., 1998). Örneğin, öğrenci 3×4 işleminde 4'ü tek bir birim olarak düşünebilmeli ve 3 tane 4'ün 12 olduğunu bulabilmelidir. Bu durumda 12, "12 tane 1" olduğu gibi "3 tane 4"den oluşan birleşik bir birim olarak da düşünülebilir. Dolayısıyla çarpımsal akıl yürütme nicelikleri esnek biçimde farklı birimlemeyi (unitizing) gerektirdiği için, toplamsal akıl yürütmeye göre daha karmaşık bir süreçtir.

Orantısal akıl yürütme becerisi gelişen öğrenci, toplamsal ve çarpımsal niceliklerdeki durum değişikliğini fark edebilmeli ve bağlama göre uygun işlemleri seçebilmelidir (Dole vd., 2013). Ancak farklı yaş grupları ile yapılan çalışmalar, öğrencilerin iki durumu ayırt edemediklerini veya iki durum arasındaki ilişkiyi kuramadıklarını göstermektedir (De Bock, Van Dooren, Janssens & Verschaffel, 2002; De Bock, 2008; Lim, 2009; Van Dooren, De Bock, Hessels, Janssens & Verschaffel, 2005; Van Dooren vd., 2010). Öğrencilerin çarpımsal ilişkinin söz konusu olduğu problem durumlarında toplamsal akıl yürütmeyi içeren stratejiler kullandıkları (Ben-Chaim, Fey, Fıtzgerald, Benedetto & Miller, 1998; Çelik & Özdemir, 2011; Misailidou & Williams, 2003; Modestou & Gagatsis, 2009; Tourniaire & Pulos, 1985) ya da toplamsal ilişkinin söz konusu olduğu problem durumlarında ise çarpımsal akıl yürütmeyi içeren stratejiler kullanmaya eğilimli oldukları görülmüştür (De Bock, 2008; Lin, 1991; Modestou & Gagatsis, 2009).

Bu bağlamda yapılan çalışmalardan bir tanesi, Van Dooren, De Bock, Gillard ve Verchaffel (2009) tarafından 3., 4., 5. ve 6. sınıflar ile yapılmıştır. Öğrencilerin, toplamsal ve çarpımsal problemleri çözerken kullandıkları stratejilerin incelendiği bu çalışmada, öğrencilerin problem çözümlerinde uygun stratejileri kullanamadıkları belirlenmiştir. Her iki problem türünde toplamsal strateji ya da her iki problem durumunda çarpımsal stratejilerin kullanımı söz konusudur. Öğrencilerin, öğrenim seviyelerinin artmasıyla birlikte ise iki durumda da toplamsal strateji kullanımının azaldığı çarpımsal stratejilerin kullanımının arttığı görülmüştür. Öğrencilerin erken yaşlarda toplamsal strateji kullanma eğiliminin, daha ileriki zamanlarda çarpımsal strateji kullanma eğilimi ile değiştiği sonucuna ulaşılmıştır. Benzer şekilde 5., 6.,7. ve 8. sınıf öğrencileri ile çalışan, Modestou ve Gagatsis (2009), öğrencilerin orantısal ve orantısal olmayan problem durumlarındaki başarılarını ve kullandıkları stratejileri incelemiştir. Çalışmada, öğrencilerin orantısal olmayan problem durumlarını orantısal problem durumlarından ayırt edemedikleri tespit edilmiştir. Ayrıca, öğrencilerin orantısal problem durumlarında orantısal olmayan problem durumlarına göre daha başarılı oldukları sonucuna ulaşmıştır. Bir başka çalışmada ise, Peled, Levenberg, Mekhmandorov, Meron ve Utilizin (1999), daha küçük yaş grubu olarak 3. ve 4. sınıfların çarpımsal durum içeren problemlerde kullandıkları yöntemleri incelemişlerdir. Öğrencilerin birçoğunun çarpımsal stratejinin uygun olduğu problem durumlarında toplamsal strateji kullandıkları veya sayma işlemi ile soruları cevapladıkları görülmüştür. Peled ve diğerleri (1999) öğrencilerin çarpma işlemini zihinsel olarak yapabildiklerini ancak çarpımsal durumlar arasında ilişki kuramadıklarını belirtmişlerdir. Elde edilen bu sonuçların sebebini ise çarpımsal yapıların zor ve karmaşık olduğunu, dolayısıyla bu karmaşıklığın öğrencilerin bu yapıları tanımlamada ve çarpımsal strateji uygulama noktasında zorluğa neden olduğu şeklinde açıklamışlardır.

Öğrencilerin orantısal akıl yürütme becerilerini problemlerde kullanılan niceliklerin türü açısından inceleyen Fernandez ve Llinares (2009) 4., 5. ve 6. sınıf öğrencileri ile yaptıkları çalışmada toplamsal ve çarpımsal durumlarda kullanılan niceliklerin doğasının önemli olduğunu ve verilen cevapları etkilediğini dile getirmişlerdir. Öğrenciler, sürekli niceliklere (continuous quantities) göre ayrık (discrete quantities) nicelik içeren orantısal problem durumlarında daha iyi performans göstermişlerdir. Buna karşılık, Jeong, Levine ve Huttenlocher (2007) ise, ilköğretim öğrencilerinin ayrık nicelik içeren orantısal problemlerde, sürekli nicelik içeren problemlere göre daha çok zorlandığını öne sürmüşlerdir. Jeong ve diğerleri (2007) öğrencilerin orantısal olan problem durumlarında, ayrık niceliklerde toplamsal stratejileri kullanırken, sürekli niceliklerde çarpımsal stratejileri kullandıklarını belirtmişlerdir.

Yukarıdaki açıklamalar doğrultusunda, Türkiye bağlamında, ilköğretim ve ortaokul öğrencileri ile yapılan çalışmalar incelendiğinde daha çok öğrencilerin orantısal durumları içeren problemlerde kullandıkları stratejiler, problem çözme becerileri, problem kurma becerileri ve orantısal akıl yürütme becerilerini incelemeye yönelik çalışmalar olduğu görülmektedir (Aladağ, 2009; Aladağ & Artut, 2012; Avcu & Doğan, 2014; Çelik & Özdemir, 2011). Dolayısıyla Türkiye'deki çalışmaların orantısal problemler üzerine yoğunlaştığı, fakat orantısal problemleri orantısal olmayan problemlerden ayırt etme becerisi üzerinde durulmadığı söylenilebilir. Bu düşünceden hareketle, bu çalışmada 4., 5., 6. ve 7. sınıf öğrencilerinin orantısal ve orantısal olmayan problemleri çözmek için kullandıkları stratejilerin belirlenmesi amaçlanmıştır. Bu bağlamda, öğrencilerin kullanmış olduğu stratejilerin incelenmesi orantısal durumlardan orantısal olmayan durumları ayırt edebilme becerileri ve dolayısıyla orantısal akıl yürütme becerileri hakkında bir fikir verebilir. Böylece, bu çalışmayla öğrencilerin orantısal durumları orantısal olmayan durumlardan ayırt edebilme becerilerinin nasıl geliştiğinin de ortaya çıkarılması hedeflenmiştir.

YÖNTEM

Yapılan bu araştırmada, var olan bir durumun ortaya çıkarılması amaçlandığından nitel araştırma yöntemlerinden betimsel araştırma deseni benimsenmiştir. Bu desene uygun olarak, öğrencilerin orantısal ve orantısal olmayan problemlerin çözümünde kullandıkları stratejiler incelenmiş ve bu süreçte, veri toplamak için gerekli araçların uygulanması dışında herhangi bir müdahalede bulunulmamıştır.

Katılımcılar

Araştırma, 2014-2015 eğitim-öğretim yılında bir ilkokul ve iki ortaokul olmak üzere üç farklı okulda gerçekleştirilmiştir. Uygulama okulları rastlantısal olarak seçilmiştir. Araştırmanın örneklemini ise belirlenen okullarda, öğrenimine devam eden 4., 5., 6. ve 7. sınıflar arasından rastlantısal örnekleme yolu ile seçilen üçer sınıftan toplam 320 öğrenci oluşturmaktadır. Alan yazında orantısal akıl yürütmenin gelişimini inceleyen çalışmaların genelde 3. sınıftan başlayarak 6 ya da 7. sınıfa kadar uzanan bir örneklem üzerinde yoğunlaştığı görülmektedir. Türkiye'de öğrencilerin ilk kez çarpma ve bölme kavramlarıyla 2. sınıfta, orantı kavramı ile 7. sınıfta karşılaştıkları göz önüne alındığında 4. sınıftan 7. sınıfa uzanan öğrenci grubunun uygun olduğu düşünülmüştür. Ayrıca uygulamanın yapılmasından önce araştırmaya katılan bütün 7. sınıflarda orantı ile ilgili kazanımların işlenmiş olmasına dikkat edilmiştir. Katılımcıların dağılımı Tablo 1'de verilmiştir.

Tablo 1. *Sınıf Seviyesine Göre Öğrenci Sayısı*

Sınıf Seviyesi	Öğrenci Sayısı
4. Sınıf	85
5.Sınıf	85
6.Sınıf	80
7. Sınıf	80
Toplam	320

Veri Toplama Araçları

Öğrencilerin, orantısal ve orantısal olmayan problemlerin çözümünde kullandıkları stratejileri belirlemek amacıyla dört açık uçlu sorudan oluşan bir test kullanılmıştır. Testte yer alan sorular, Fernandez, Llinares ve Valls'ın (2013) çalışmasından alınarak Türkçeye uyarlanmıştır. Sorulardan iki tanesi toplamsal durumu içerirken (orantısal olmayan), iki tanesi ise çarpımsal durumu (orantısal) içermektedir. Test iki matematik eğitimi alan uzmanı ve iki matematik öğretmeni tarafından incelenmiştir. Uzmanlardan, testteki soruların ifade ediliş biçimi ve zorluk derecesi bakımından incelenmesi istenmiştir. Uzmanlardan gelen öneriler doğrultusunda sorular üzerinde gerekli düzeltmeler yapılmıştır. Testte yer alan sorular Tablo 2.'de sunulmuştur.

Tablo 2. *Öğrencilere Sorulan Problemler*

Problem Türü	Problemler
Toplamsal Problem	1.Hasan ve Rahmi bir kamyona sandalye yüklemektedirler. İkisi de aynı hızda sandalye yüklemektedir fakat Hasan yüklemeye daha sonra başlamıştır. Hasan 40 sandalye yüklediği zaman Rahmi 100 sandalye yüklemiştir. Hasan 60 sandalye yüklediği zaman, Rahmi kaç sandalye yükler?
Çarpımsal Problem	2. Ayşe ve Murat kurabiye yapmaktadırlar. İkisi aynı anda başlamıştır fakat Murat daha hızlıdır. Ayşe 4 kurabiye yaptığında Murat 12 tane yapmıştır. Ayşe 20 kurabiye yaptığı zaman, Murat kaç kurabiye yapar?
Toplamsal Problem	3.Arzu ve Hakan tavuk paketlemektedirler. İkisi de aynı hızda çalışmaktadır fakat Hakan paketlemeye daha önce başlamıştır. Arzu 12 tavuk paketlediğinde, Hakan 24 tavuk paketlemiştir. Arzu 48 tavuk paketlediği zaman Hakan kaç tavuk paketler?
Çarpımsal Problem	4.Leyla ve Poyraz mektuplara pul yapıştırmaktadırlar. İkisi aynı anda başlamıştır fakat Leyla biraz yavaştır. Leyla 60 pul yapıştırdığı zaman Poyraz 280 pul yapıştırmıştır. Leyla 120 pul yapıştırdığı zaman Poyraz kaç pul yapıştırmıştır?

Testin pilot uygulaması 4 öğrenci ile bir ders saatinde yapılmıştır. Öğrenciler ile uygulama sonrası görüşülerek, anlamadıkları ifadeler sorulmuş ve öğrencilerden gelen cevaplar doğrultusunda asıl uygulama öncesinde soru ifadeleri daha anlaşılır hale getirilmiştir.

Uygulama Süreci ve Verilerin Analizi

Hazırlanan test, 4., 5., 6. ve 7. sınıf öğrencilerine, kendi sınıf ortamlarında bir ders saati süresinde öğretmenleri tarafından uygulanmıştır. Çalışmaya toplam 320 öğrenci katılmıştır. Verilerin analizi iki aşamada gerçekleşmiştir. İlk aşamada öğrencilerin kullandıkları stratejiler toplamsal ve çarpımsal strateji olarak sınıflandırılmıştır. Bu stratejiler aşağıda açıklanmıştır.

Toplamsal Strateji: Toplamsal karşılaştırmayı içeren bu stratejide iki değer arasındaki fark bulunarak, üçüncü bir değerin eklenmesi ile sonuca ulaşılır (Van Dooren, De Bock & Verschaffel, 2010). Örneğin "*Ayşe 5 yaşında iken, Ali 10 yaşındadır. Ayşe 15 yaşına geldiğinde Ali kaç yaşında olur?"* şeklindeki bir soruda, Ali'nin yaşını bulmak için Ayşe'nin ilk durumda verilen yaşı ile son durumda verilen yaşlar arasındaki fark bulunur. Ali'nin ilk durumdaki yaşı ile aradaki fark toplanarak Ali'nin son durumdaki yaşı bulunur. Bu strateji de temel olan verilen değerler arasında "farka" bakarak sonuca ulaşmaktır. Orantısal olmayan problem durumları için uygun stratejidir.

Çarpımsal Strateji: Çarpımsal karşılaştırmayı içeren bu strateji ise orantısal problem durumları için uygun bir stratejidir. Bu strateji, verilen iki değer arasındaki oranın bulunması ve üçüncü bir değer ile çarpılması işlemlerini içerir (Van Dooren vd., 2010). Örneğin, "*240 km'lik bir yolu 4 saatte alan bir araç 2 saatte kaç km yol gitmiştir?"* sorusunda, aracın 1 saatte gittiği yolu bulmak için bölme işlemi yapılır. Aracın 2 saatte gittiği yolu bulmak için elde edilen sonuç 2 ile çarpılarak, sonuca ulaşılır. Çarpımsal stratejide temel olan verilen değerler arasındaki "oran"ın dikkate alınmasıdır. Bu strateji orantısal problem durumları için uygun stratejidir.

Belirlenen stratejiler kapsamında, öğrenci cevapları bağımsız olarak iki araştırmacı tarafından analiz edilmiştir. Böylece çalışmanın güvenirliği sağlanmaya çalışılmıştır. Analizde önemli olan öğrencilerin kullandıkları stratejiler olduğu için, öğrenciden verilen problem durumuna yönelik uygun stratejiyi seçip doğru bir şekilde kullanması beklenmiştir. Dolayısıyla öğrencinin problem çözüm sürecine bakılmış, işlem hataları veya sorunun cevabı analizde dikkate alınmamıştır. Veri analizinin ikinci aşamasında, problemleri çözmek için kullandıkları stratejilere bakarak, öğrencilerin akıl yürütmelerinin genel profili çıkarılmaya çalışılmıştır. Bunun için analizin ikinci aşamasında, Van Dooren vd.'nin diğerleri (2009) geliştirdiği kategoriler çerçevesinde öğrenci cevapları analiz edilmiştir. Kategoriler ve açıklamaları Tablo 2'de verilmiştir.

Tablo 3. *Kategoriler ve Açıklamaları*

Kategoriler	Açıklamalar
Doğru	Çarpımsal problemler çarpımsal stratejiler ve toplamsal problemler toplamsal stratejiler ile çözülmüştür.
Toplamsal Çözüm	Çarpımsal ve toplamsal problemlerin toplamsal stratejiler ile çözülmesi
Çarpımsal Çözüm	Çarpımsal ve toplamsal problemlerin çarpımsal stratejiler ile çözülmesi
Sınıflandırılamayan	Yukarıda belirtilen kategorilere girmeyen öğrenci cevapları

Tablo 3'de verilen *"Doğru"* kategorisinde, testte yer alan dört problemde, problem durumuna uygun olan stratejiyi seçip, doğru bir şekilde kullanan öğrenci cevapları dâhil edilmiştir. Örneğin, üç problemi uygun strateji ile doğru çözen ancak bir problemin çözümünde yanlış strateji kullanan öğrenci bu kategoriye dâhil edilmemiştir. *"Toplamsal çözüm"* kategorisinde, testteki dört soruyu da toplamsal stratejiler ile çözen öğrenciler yer alırken, bütün soruları çarpımsal stratejiler ile çözen öğrenciler de "*Çarpımsal çözüm"* kategorisinde yer almaktadır. Son olarak *"Sınıflandırılamayan*" kategorisinde ise diğer kategorilerin hiçbirine dâhil edilemeyen veya soruyu boş bırakmayı tercih eden öğrenciler bu kategoriye dâhil edilmiştir. Her iki analizden elde edilen sonuçlar bulgulara yansıtılmıştır.

BULGULAR

Araştırmada, 4., 5., 6. ve 7. sınıf öğrencilerinin orantısal problem durumlarını orantısal olmayan problem durumlarından ayırt edebilme becerileri ve öğrencilerin problem çözümlerinde kullandıkları stratejiler sınıf bazında incelenmiştir. Bu bölümde, elde edilen bulgular örnek öğrenci cevapları ile sunulacaktır.

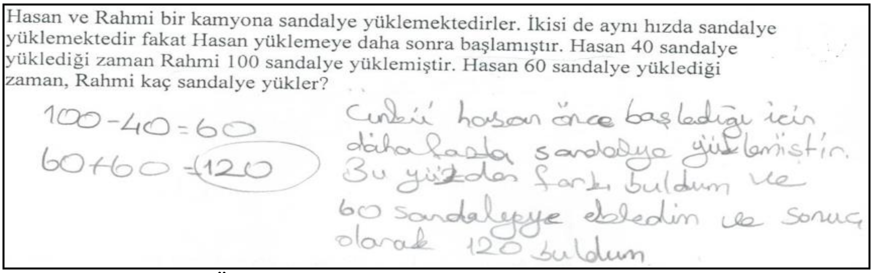
Öğrencilerin Problem Durumlarına göre Kullandığı Stratejiler

Araştırmanın ilk aşamasında öğrencilerin hangi problem durumunda hangi stratejiyi kullandığı belirlenmiştir. Öğrencilerin kullandığı stratejilerin sınıf seviyelerine göre dağılımı Tablo 4'de verilmiştir.

Tablo 4. *Öğrencilerin Kullandığı Stratejilerin Sınıf Seviyelerin Göre Dağılımı*

Kategoriler	Sınıf Seviyesi	Toplamsal Problemler				Çarpımsal Problemler				Toplam
		1.Soru		3.Soru		2.Soru		4.Soru		
		f	%	f	%	f	%	f	%	
Toplamsal Çözüm	4.Sınıf	**77**	**91**	**60**	**71**	58	68	55	65	85
	5.Sınıf	**53**	**62**	**50**	**59**	49	58	43	51	85
	6.Sınıf	**64**	**80**	**54**	**67**	55	69	50	62	80
	7.Sınıf	**25**	**31**	**10**	**12**	13	16	8	10	80
	Toplam	219	68	174	54	175	55	156	49	320
Çarpımsal Çözüm	4.Sınıf	2	2	14	16	**15**	**18**	**18**	**21**	85
	5.Sınıf	10	12	8	9	**14**	**16**	**18**	**21**	85
	6.Sınıf	7	9	21	26	**18**	**22**	**22**	**28**	80
	7.Sınıf	49	61	62	77	**64**	**80**	**68**	**85**	80
	Toplam	68	22	105	33	111	35	126	39	320

Testte yer alan 1. ve 3. soru orantısal olmayan problem durumlarıdır. Tablo 4 incelendiğinde, öğrencilerin % 68'i 1. problemin ve öğrencilerin %. 54'nün ise 3. problemin çözümünde uygun strateji olan toplamsal çözüm stratejisini kullandıkları görülmektedir. Öğrenciler her iki problemde de verilen değerler arasındaki farka bakarak çözüm yapmışlardır. İki problemin de yapısal ve zorluk olarak birbirine benzer olmasına rağmen çözümlerindeki başarı oranlarının farklı olması dikkat çekicidir. Bu durum iki şekilde açıklanabilir. Birinci neden problemlerin öğrencilere veriliş sırasına bağlı olabilir. Öğrenciler, 3. problemden önce orantısal durumları içeren bir problemle (2. problem) karşılaşmışlardır. Dolayısıyla, bu durum öğrenciyi iki problem arasında benzerlik olduğu, bu nedenle çarpımsal strateji kullanması gerektiği düşüncesine götürmüş olabilir. İkinci neden ise problemlerde kullanılan sayılara bağlı olabilir. Üçüncü problemdeki sayılar arasındaki oranın tam sayı olması öğrencileri çarpımsal strateji kullanmaya yönlendirmiş olabilir. Toplamsal stratejiyi kullanan örnek öğrenci cevapları Şekil 1 ve 2'de verilmiştir. Bu öğrenciler, toplamsal düşünceyi içeren her iki problem durumunda da doğru srateji kullanmışlardır.

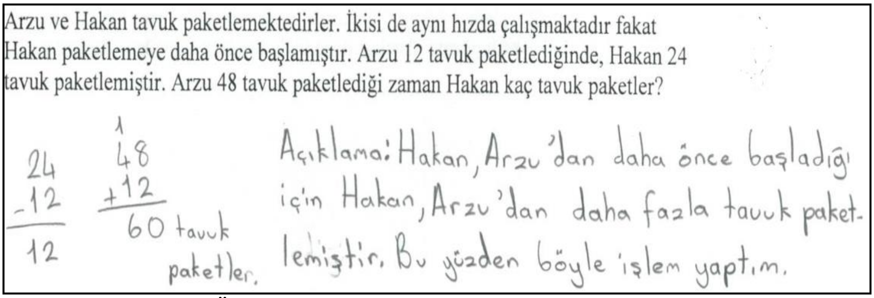


Hasan ve Rahmi bir kamyona sandalye yüklemektedirler. İkisi de aynı hızda sandalye yüklemektedir fakat Hasan yüklemeye daha sonra başlamıştır. Hasan 40 sandalye yüklediği zaman Rahmi 100 sandalye yüklemiştir. Hasan 60 sandalye yüklediği zaman, Rahmi kaç sandalye yükler?

100-40=60
60+60=120

Çünkü hasan önce başladığı için daha fazla sandalye yüklemiştir. Bu yüzden farkı buldum ve 60 sandalyeye ekledim ve sonuç olarak 120 buldum

Şekil 1. Bir 6. Sınıf Öğrencisinin Çözümü



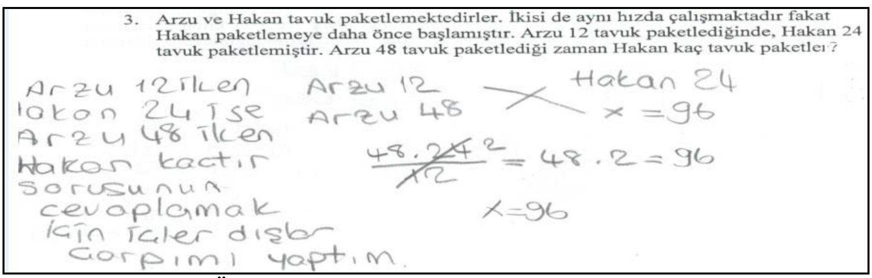
Arzu ve Hakan tavuk paketlemektedirler. İkisi de aynı hızda çalışmaktadır fakat Hakan paketlemeye daha önce başlamıştır. Arzu 12 tavuk paketlediğinde, Hakan 24 tavuk paketlemiştir. Arzu 48 tavuk paketlediği zaman Hakan kaç tavuk paketler?

24 - 12 = 12
48 + 12 = 60 tavuk paketler.

Açıklama: Hakan, Arzu'dan daha önce başladığı için Hakan, Arzu'dan daha fazla tavuk paketlemiştir. Bu yüzden böyle işlem yaptım.

Şekil 2. Bir 4. Sınıf Öğrencisinin Çözümü

Bunun yanı sıra bu sorularda çarpımsal strateji kullanan öğrencilerin sayısının da fazla (1. problem, % 22 ve ve 3. problem, % 33) olduğu görülmektedir. Bu öğrenciler, problemin yapısı toplamsal olmasına rağmen değerler arasında bir oran olduğunu söylemişler ve çarpımsal işlemler ile sorunun cevabını bulmaya çalışmışlardır. Bu stratejiyi kullanan örnek öğrenci cevapları Şekil 3 ve 4'de verilmiştir.



3. Arzu ve Hakan tavuk paketlemektedirler. İkisi de aynı hızda çalışmaktadır fakat Hakan paketlemeye daha önce başlamıştır. Arzu 12 tavuk paketlediğinde, Hakan 24 tavuk paketlemiştir. Arzu 48 tavuk paketlediği zaman Hakan kaç tavuk paketler?

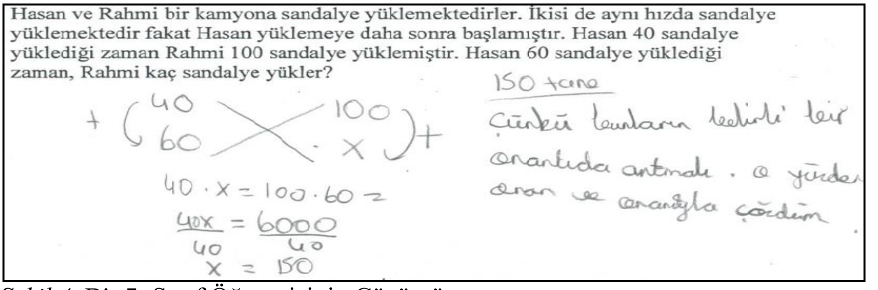
Arzu 12 iken Hakan 24 ise Arzu 48 iken Hakan kaçtır sorusunun cevaplamak için içler dışlar çarpımı yaptım.

Arzu 12 — Hakan 24
Arzu 48 — x = 96

$\frac{48 \cdot \cancel{24}^{2}}{\cancel{12}} = 48 \cdot 2 = 96$

x=96

Şekil 3. Bir 7. Sınıf Öğrencisinin Çözümü


Hasan ve Rahmi bir kamyona sandalye yüklemektedirler. İkisi de aynı hızda sandalye yüklemektedir fakat Hasan yüklemeye daha sonra başlamıştır. Hasan 40 sandalye yüklediği zaman Rahmi 100 sandalye yüklemiştir. Hasan 60 sandalye yüklediği zaman, Rahmi kaç sandalye yükler?

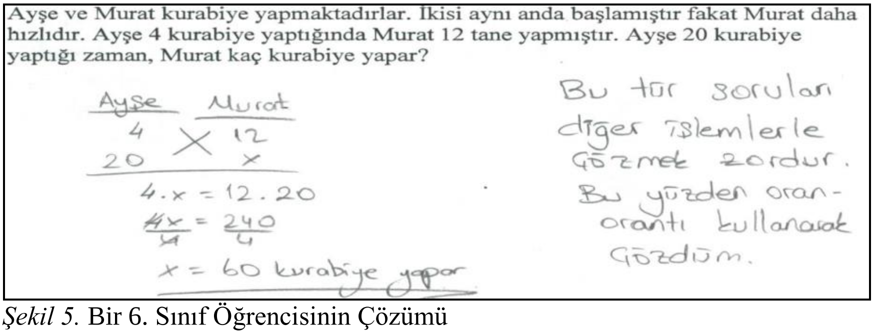
$40 \quad 100$
$60 \quad x$

$40 \cdot x = 100 \cdot 60$
$\frac{40x}{40} = \frac{6000}{40}$
$x = 150$

150 tane
Çünkü bunların belirli bir orantıda artmalı. O yüzden oran ve orantıyla çözdüm

Şekil 4. Bir 5. Sınıf Öğrencisinin Çözümü

Yukarıda verilen öğrenci cevaplarında görüldüğü üzere toplamsal durumlara çarpımsal stratejii kullanan öğrencilerin çoğu açıklamalarında, verilen değerlerin belli bir oranda artması gerektiğini ve bu değerler arasında orantı kurduklarını belirtmişlerdir. Ayrıca, çarpımsal strateji kullanan öğrencilerin hemen hemen hepsi içler-dışlar çarpımı gibi öğrenilmiş bir stratejiyi kullanmışlardır. Diğer yandan testte yer alan 2. ve 4. soru orantısal problem durumlarıdır. Öğrencilerin % 35'i (2.problem) ve % 39'u (4.problem) bu problemler için doğru strateji olan çarpımsal stratejiyi kullanmışlardır. Elde edilen bu sonuçlardan, söz konusu problem durumlarında doğru strateji kullanan öğrenci sayısının çok düşük olduğu görülmektedir. Şekil 5'de bir 6. sınıf öğrencisinin çözümü örnek olarak verilmiştir.


Ayşe ve Murat kurabiye yapmaktadırlar. İkisi aynı anda başlamıştır fakat Murat daha hızlıdır. Ayşe 4 kurabiye yaptığında Murat 12 tane yapmıştır. Ayşe 20 kurabiye yaptığı zaman, Murat kaç kurabiye yapar?

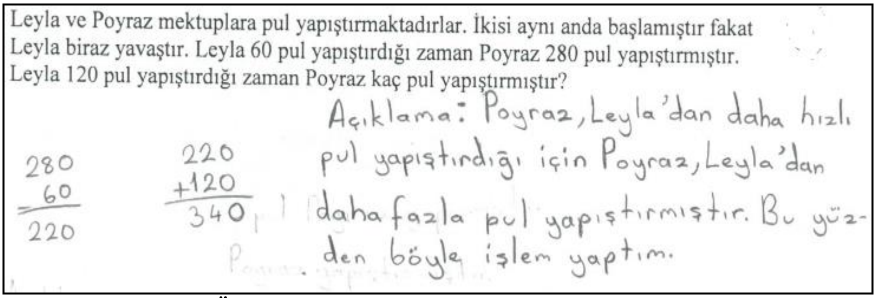
Ayşe	Murat
4	12
20	x

$4 \cdot x = 12 \cdot 20$
$\frac{4x}{4} = \frac{240}{4}$
$x = 60$ kurabiye yapar

Bu tür soruları diğer işlemlerle çözmek zordur. Bu yüzden oran-orantı kullanarak çözdüm.

Şekil 5. Bir 6. Sınıf Öğrencisinin Çözümü

Diğer yandan 2. ve 4. problemler çarpımsal ilişki içermelerine rağmen bu problemlerde toplamsal strateji kullanan öğrenci sayısının, 1. ve 3. problemlerde toplamsal strateji kullanan öğrenci sayısına çok yakın olduğu görülmektedir. Öğrencilerin % 55'i 2. problemi ve öğrencilerin % 49'u ise 4. problemi toplamsal strateji ile çözdüğü tespit edilmiştir. Bu öğrenciler toplamsal problemlere benzer şekilde, problemde verilen değerler arasındaki farka bakarak çözmüşlerdir. Soruyu bu şekilde çözen örnek öğrenci cevabı Şekil 6'da verilmiştir.

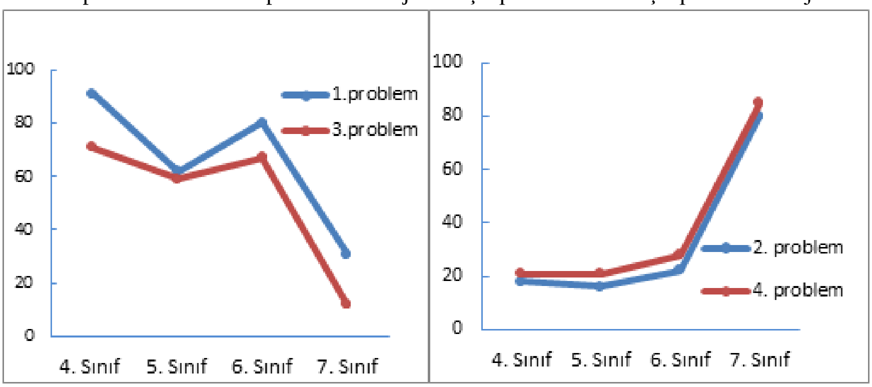


Şekil 6. Bir 4. Sınıf Öğrencisinin Çözümü

Yukarıdaki örnekde görüldüğü üzere öğrenci nicelikler arasındaki farkı dikkate alarak problemi çözmeye çalışmıştır. Öğrenci açıklamasında "daha hızlı" ifadesini kullanmasına rağmen, hız kelimesinin çarpımsal bir ilişki belirttiğini fark edememiştir.

Öğrencilerin kullandığı stratejilere sınıf bazında bakıldığında ise Şekil 7'deki grafiklerde öğrencilerin orantısal ve orantısal olmayan problem durumlarında kullandıkları stratejilerin uygunluğunun sınıf seviyesine göre değişimi verilmiştir. Orantısal olmayan problemler (1. ve 3. problem) için verilen grafik incelendiğinde, 4. sınıf (% 91 - % 71) ve 6. sınıf (% 80 - % 67) öğrencilerinin doğru strateji olan toplamsal stratejileri 5. ve 7. sınıf öğrencilerine göre daha fazla kullandıkları görülmektedir. Özellikle toplamsal problem durumlarında bu stratejiyi kullanan 7. sınıf öğrencilerinin sayısında (% 31-% 12) önemli derecede azalma olduğu söylenilebilir. Genel olarak, öğrencilerin toplamsal problemlerde toplamsal strateji kullanma eğiliminin 4. sınıftan 7. sınıfa doğru düşüşe geçtiği ve bu düşüşün 7. sınıfta çok keskin olduğu görülmektedir. Buna neden olarak 7. sınıfta orantı konusunun işlenmiş olması ve içler-dışlar çarpımı algoritmasının öğrenilmiş olması gösterilebilir.

Toplamsal Durum-Toplamsal Strateji Çarpımsal Durum-Çarpımsal Strateji



Şekil 7. Farklı Problem Durumlarında Kullanılan Stratejilerin Sınıf Seviyesine Göre Dağılımı

Orantısal problemler (2. ve 4. problem) için ikinci grafiğe bakıldığında, 7.sınıf (% 80-%85) öğrencilerinin büyük bir kısmı çarpımsal stratejileri kullanılmışlardır. Buna karşılık, 4. (% 18-%21), 5. (% 16- % 21) ve 6. (% 22- % 28) sınıf öğrencilerinde çarpımsal strateji kullanan öğrenci sayısının azaldığı ve oranların birbirine yakın olduğu görülmektedir. Özellikle, çarpımsal durumlarda çarpımsal strateji kullanma eğiliminin 6. sınıftan itibaren az da olsa yükselmeye başladığı ve 7. sınıfta ise bir sıçrama gösterdiği söylenebilir. Sonuç olarak, 4. sınıf öğrencileri toplamsal problem durumlarında en başarılı öğrenci grubu olurken, 7. sınıf öğrencileri ise çarpımsal problem durumlarında en başarılı öğrenci grubu olmuştur.

Öğrencilerin Kullandıkları Stratejilerdeki Eğilimler

Bulguların ikinci aşamasında, öğrencilerin problemleri çözerken kullandıkları stratejilerdeki eğilimlere bakılmıştır. Tablo 5’de, belirlenen kategorilere ve sınıf düzeylerine göre öğrenci frekansları verilmiştir.

Tablo 5. *Öğrencilerin Problem Çözümlerinin Sınıf Düzeylerine Göre Dağılımı*

Kategoriler	Sınıf Düzeyi									
	4. Sınıf		5.Sınıf		6.Sınıf		7.Sınıf		Toplam	
	f	%	f	%	f	%	f	%	f	%
Doğru Yapan	3	4	1	1	2	3	2	3	8	3
Toplamsal Çözüm	48	56	28	33	43	54	4	5	123	38
Çarpımsal Çözüm	0	0	6	7	5	6	44	55	55	17
Sınıflandırılamayan	34	40	40	47	30	37	30	37	134	42
Toplam	85		85		80		80		320	

Tablo 5’de görüldüğü üzere, öğrencilerin % 3'lük bir oranla çok az bir kısmı, orantısal problem durumu ile orantısal olmayan problem durumunu ayırt ederek, her iki problem durumuna uygun stratejiyi seçebilmişlerdir. Öğrencilerin, % 38'i problemlerin hepsinde toplamsal strateji kullanmıştır. Bu stratejinin en fazla kullanıldığı sınıf seviyeleri olan 4-6. sınıflar ile en az kullanıldığı 5-7. sınıflar arasında belirgin bir fark vardır. Öğrencilerin % 17'si ise problemlerin tamamında çarpımsal strateji kullanmıştır. Özellikle 7. sınıf öğrencilerinin çoğunluğunun (%55), bütün problemlerin çözümünde çarpımsal strateji kullandığı görülmektedir. Bu sayı 5. sınıflarda (% 7) ve 6. sınıflarda (% 6) çok az iken, 4. sınıflarda bütün problemlerde çarpımsal strateji kullanan öğrencinin olmadığı belirlenmiştir. Öğrencilerin % 42'si ise sınıflandırılmayan kategorisine dâhil edilmiştir. Belirtilen oranın yüksek olmasının sebebi ise, soruları boş bırakan öğrencilerin yanı sıra, üç soruda toplamsal strateji, bir soruda çarpımsal strateji kullanan ya da tam tersi bir durumun söz konusu olan öğrencilerin de bu kategoriye dâhil edilmiş olmasıdır.

SONUÇ, TARTIŞMA ve ÖNERİLER

Orantısal akıl yürütme becerisinin gelişmesi öğrencilerin matematiksel düşüncelerinin gelişmesinde önemli bir yer teşkil etmektedir. Bu durumdan hareketle yapılan bu çalışmada, 4., 5., 6. ve 7. sınıf öğrencilerinin orantısal problemleri orantısal olmayan problemlerden ayırt etme becerileri ve kullandıkları stratejiler incelenmiştir. Elde edilen bulgular çok az öğrencinin (8 öğrenci) verilen problemlerin hepsini doğru çözdüğünü, öğrencilerin orantısal problemleri orantısal olmayan problemlerden ayırt etmede sıkıntı yaşadığını ve buna bağlı olarak problemlerin çözümünde uygun olmayan stratejiler kullandıklarını ortaya koymuştur. Özellikle 4., 5. ve 6. sınıf öğrencilerinin çoğunluğu, orantısal ve orantısal olmayan problemlerde toplamsal çözüm stratejisini kullanırken, 7. sınıf öğrencileri ise genellikle bütün problemlerde çarpımsal çözüm stratejisini kullanmışlardır. Elde edilen bu bulgu, literatürde farklı yaş grupları ile yapılan diğer araştırmalarla da benzerlik göstermektedir (Kaput & West, 1994; Lin, 1991; Modestou & Gagatsis, 2009; Tourniaire & Pulos, 1985; Van Dooren vd., 2009). Clark ve Kamii (1996), çarpımsal düşünme becerisinin öğrencide 2. sınıftan itibaren gelişmeye başladığını ancak çok yavaş bir seyir izlediğini ifade etmiştir. Bu duruma bağlı olarak erken yaşlarda çocuğa çarpımsal düşünmeyi gerektiren problem durumları gösterilse bile öğrencilerin toplamsal düşünme ile problemleri çözdüğünü belirtmiştir.

Çalışmadan elde edilen bir diğer sonuç ise, sınıf seviyesi yükseldikçe öğrencilerin kullandığı stratejilerin türünün toplamsaldan çarpımsala doğru değişim göstermesidir. Dördüncü sınıf öğrencileri bütün problemlerin çözümlerinde toplamsal akıl yürütmeyi içeren stratejileri daha fazla kullanırken, 7. sınıf öğrencileri ise çarpımsal akıl yürütmeyi içeren stratejileri daha fazla kullanmıştır. Bir başka ifadeyle, sınıf seviyesinin artması ile birlikte, öğrencilerin toplamsal stratejileri kullanma eğiliminde az da olsa azalma görülürken, çarpımsal stratejileri kullanma eğiliminde ise artış söz konusudur. İlgili literatür de öğrencilerin, ilkokulun ilk yıllarında bu tür problemlerin çoğunda toplamsal stratejiler kullandığını, ileriki zamanlarda ise çarpımsal stratejileri kullanma eğilimlerinde artış olduğunu göstermektedir (Fernandez, Llinares, Van Dooren, De Bock & Verschaffel, 2012). Bu çalışmada öğrencilerin kullandıkları stratejilere bakarak, toplamsal düşünmenin 6. sınıfa kadar öğrencilerde yaygın bir düşünce biçimi olduğu ve 7. sınıfla birlikte çarpımsala doğru keskin bir değişimin olduğu sonucu çıkarılabilir. Fakat 7. sınıf düzeyinde yok denilebilecek sayıda öğrencinin 4 problemi doğru çözmesi, düşünce biçiminin değişmesinden ziyade kullanılan strateji türüne öğretimin etkisini ortaya koymaktadır. Oran-orantı konusu ortaokul 7. sınıftan itibaren öğrencilere gösterilmektedir. Bu sınıf seviyesindeki çözümler incelendiğinde, öğrencilerin her iki problem durumunda öğrenmiş oldukları işlemleri uyguladıkları görülmüştür. Yedinci sınıf öğrencileri orantı ile ilgili eğitim almalarına rağmen toplamsal ve çarpımsal problem durumlarını ayırt edememişlerdir. Çalışmasında, benzer bulgulara ulaşan Modestou ve Gagatsis (2009), belirli sınıf seviyesindeki öğrencilerin, eğitimin etkisi sonucunda problemin bağlamına bakmadan öğrenilmiş benzer stratejileri doğrudan kullandığını söylemiştir. Bu çalışmada sadece iki 7. sınıf öğrencisinin verilen problemleri doğru çözmesi de bu iddiayı desteklemektedir. Her iki problem durumunda çarpımsal çözüm stratejilerini kullanan öğrencilerin cevapları incelendiğinde birçok öğrencinin, problemlerin yapısına bakmaksızın oran-orantı kurma veya içler dışlar çarpımı yapma eğilimi içinde olduğu gözlenmiştir.

Çalışmada bazı 5. ve 6. sınıf öğrencilerinin içler dışlar çarpımını kullanması dikkat çekicidir. Bu seviyedeki öğrenciler için içler dışlar çarpımı algoritmasının kullanması, beklenmedik bir durumdur. Burada öğretmenin bu algoritmayı erken yaşlarda öğrencilere verdiği görülmektedir. Böyle bir durumda öğrencide işlemsel bilginin oluşması kavramsal bilgisinin önüne geçebilir ve öğrenci ezberlediği kuralları her durumda uygulamaya çalışabilir. Ancak, öğrencinin algoritmayı doğru kullanması, kuralların ya da sembollerin arkasındaki matematiksel düşünceyi tam olarak anladığı anlamına gelmemektedir. Dolayısıyla, bu süreçte kuralların ve algoritmanın ön planda olması yapay bir başarıyı ortaya çıkarabilir (Işık, 2011). Langrall ve Swafford (2000), çocuklara, erken yaşlarda orantısal ilişkiler ile ilgili belirli kuralların verilmesinin sakıncalarının altını çizmiş ve orantısal akıl yürütme ile ilgili öğretimin, çocukların modelleme ve görselleştirme yapabilecekleri durumlar ile başlaması gerektiğini belirtmişlerdir. Birbiri ile ilişkili iki ölçüm arasındaki değişim durumlarındaki, öğrencilerin anlamalarına yardım etmek için, sayısal karşılaştırmalardan önce öğrencilere nitel karşılaştırmalar sunulmalı ve informal akıl yürütmeleri sağlanmalıdır (Langrall & Swafford, 2000). Öğrenciler, oran-orantı problemlerin, informal akıl yürüme becerileri ile çözebildikten sonra, sayısal muhakeme stratejilerini geliştirebilir. Böylece, öğrenciler, orantısal akıl yürütme ile ilgili kuralları öğrenmeden önce, kendi informal bilgisini inşa edebilir ve orantısal akıl yürütme için gerekli kavramları geliştirebilir.

Öğrenciler orantısal akıl yürütmeyi gerektiren problem durumları ile ilkokuldan itibaren karşılaşmaktadırlar ve bu problemleri çözerken çeşitli stratejiler geliştirebilirler. Bu stratejiler informal temsiller ya da kendilerinin geliştirdiği sayma, toplama, çarpma veya bölme işlemlerine dayalı stratejiler ve ilgili bağlama bağlı ilkel stratejiler olabilmektedir (Hart, 1994). Fakat bu çalışmada hiçbir öğrenci içler dışlar çarpımı dışında farklı bir strateji (tablo, örüntü bulma, şekil, vb.) kullanmamıştır. Öğrenciler, problemlerin yapısına uygun model seçmek yerine öğrenilmiş algoritmaları uygulama eğilimi sergilemişlerdir. Öğretmenler 2. sınıftan itibaren öğrencilere, zorlayıcı çarpımsal problemler (iki ilişki arasındaki ilişkiyi içeren) sunarak, öğrencilerin kendi çözümlerini oluşturmaları, farklı yollar bulmaları ve çözümlerini arkadaşları ile paylaşmaları ve karşılaştırmalarına ortam sağlayabilir. Öğretmen problem durumlarındaki birimler arasındaki ilişkileri vurgulamak için öğrencilerin ilgi ve dikkatlerini bu ilişkilere kaydıracak yönlendirmeler yapabilir. Birimler arasındaki ilişkilerin incelenmesi ve tartışılması öğrencilerin oran ve orantı ile ilgili kavrayışlarını büyük ölçüde desteklemektedir (Van De Walle vd., 2012; s:348). Bu bağlamda, Lamon (1999), gerçek problem durumlarının kullanılmasının öğrencilere, orantısal durumlardaki çoklu ilişkileri tanımlamada ve çarpımsalı, toplamsaldan ayırt etmede yardımcı olabileceğini belirtmiştir. Gerçek bağlamdaki birimler arasındaki çarpımsal ya da toplamsal ilişkilerin tablo veya grafiklerle temsil edilmesi, öğrencilerin bu ilişkileri anlaması için kullanılabilir (Lamon, 1999).

Benzer şekilde Slovin (2000) de geometrik modellerin kullanılmasının öğrencilerin, orantısal ilişkileri anlamalarında yardımcı olabileceğini belirtmiştir.

Bu çalışmada, 4., 5., 6. ve 7. sınıf öğrencilerinin orantısal ve orantısal olmayan problem durumlarını ayırt edebilme becerileri ele alınmıştır. İleriye yönelik çalışmalar için, problem durumlarında kullanılan değişkenlerin yapısının öğrencilerin orantısal akıl yürütme becerisini etkileyip etkilemediği incelenebilir. Örneğin, bu çalışmada kullanılan problemlerdeki sayılar tam sayı şeklindedir. Bu anlamda, problem durumlarında kullanılan sayıların tam sayı olması ya da tam sayı olmamasının öğrencilerin düşüncelerini etkileyip etkilemediğine, etkiliyorsa da ne yönde etkilediğine bakılabilir. Yine nicelikler bağlamında, bu çalışmadaki problemlerde ayrık nicelikler kullanılmıştır. Sürekli nicelikleri içeren problemler kullanıldığı zaman öğrencilerin nicelikler arasındaki ilişkileri tanımlayabilme açısından nasıl düşündükleri ve muhakeme süreçleri incelenebilir. Diğer yandan öğrencilerin nicelikler arasındaki toplamsal veya çarpımsal ilişkileri ayırt edebilme durumlarını daha iyi görebilme bağlamında, görsel, tablo ya da grafik gibi farklı temsil biçimleri ile sunulan problem durumlarının kullanılması ileride yapılacak çalışmalar için önerilebilir.

KAYNAKLAR

Aladağ, A. (2009). *İlköğretim Öğrencilerinin Orantısal Akıl Yürütmeye Dayalı Sözel Problemler İle Gerçekçi Cevap Gerektiren Problemleri Çözme Becerilerinin İncelenmesi.* (Yüksek Lisans Tezi, Çukurova Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü, Adana). https://tez.yok.gov.tr/ adresinden edinilmiştir.

Aladağ, A., & Artut, P. D. (2012). Examination of Students' Problem-Solving Skills of Proportional Reasoning Problems and Realistic Problems. *Elementary Education Online*, *11*(4), 995-1009.

Avcu, R., & Doğan, M. (2014). What Are the Strategies Used by Seventh Grade Students While Solving Proportional Reasoning Problems?.*International Journal of Educational Studies in Mathematics, 1*(2), 34-55.

Ben-Chaim, D., Fey, J. T., Fitzgerald, W. M., Benedetto, C., & Miller, J. (1998). Proportional reasoning among 7th grade students with different curricular experiences. *Educational Studies in Mathematics*, *36*(3), 247-273.

Clark, F. B., & Kamii, C. (1996). Identification of multiplicative thinking in children in grades 1-5. *Journal for Research in Mathematics Education*, 41-51.

Cramer, K., Post, T., & Currier, S. (1993). Learning and teaching ratio and proportion: Research implications. *Middle grades mathematics* (*Research ideas for the classroom)*, 159-178.

Çelik, A. ve Özdemir, E. Y. (2011). İlköğretim Öğrencilerinin Orantısal Akıl Yürütme Becerileri İle Problem Kurma Becerileri Arasındaki İlişki. *Pamukkale Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, *30*(30), 1-11.

De Bock, D., Van Dooren, W., Janssens, D., & Verschaffel, L. (2002). Improper use of linear reasoning: An in-depth study of the nature and the irresistibility of secondary school students' errors. *Educational Studies in Mathematics*, *50*(3), 311-334.

De Bock, D. (2008). Operations in the number systems: Towards a modelling perspective. *Proceedings of ICMI-11–Topic Study Group 10: Research and*

Development in the Teaching and Learning of Number Systems and Arithmetic, 125-130.

Dole, S., Wright, T. & Clarke (2013). Proportional Reasoning. 07.08.2015 tarihinde http://www.proportionalreasoning.com/uploads/1/1/9/7/11976360/proportional_reasoning.pdf alınmıştır.

Fernández C., & Llinares, S. (2009). Understanding additive and multiplicative structures: the effect of number structure and nature of quantities on primary school students' performance. In *First French-Cypriot Conference of Mathematics Education*, 1-18.

Fernández C., Llinares S., Modestou, M., & Gagatsis, A. (2010). Proportional reasoning: how task variables influence the development of students' strategies from primary to secondary school. *Acta Didactica Universitatis Comenianae Mathematics-ADUC*, *10*, 1-18.

Fernández, C., Llinares, S., Van Dooren, W., De Bock, D., & Verschaffel, L. (2012). The development of students' use of additive and proportional methods along primary and secondary school. *European Journal of Psychology of Education*, *27*(3), 421-438.

Fernández, C., Llinares, S., & Valls, J. (2013). Primary school teacher's noticing of students' mathematical thinking in problem solving. *The Mathematics Enthusiast*, *10*(1/2), 441.

Hart, K.M. (1994). *Ratios: Children's strategies and errors*. Windsor, UK: TheNFER-Nelson Publishing Company.

Hiebert, J. & Behr, M. (1988). Introduction: Capturing the major themes. In J.Hiebert & M. Behr (Eds.), *Number concepts and operations in the middle grades* (pp. 1–18). Hillsdale, NJ: Erlbaum and Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

Işık, C. (2011). İlköğretim matematik öğretmeni adaylarının kesirlerde çarpma ve bölmeye yönelik kurdukları problemlerin kavramsal analizi. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 41*(41).

Jeong, Y., Levine, S. C., & Huttenlocher, J. (2007). The development of proportional reasoning: Effect of continuous versus discrete quantities. *Journal of Cognition and Development*, *8*(2), 237-256.

Kaput, J., & West, M. M. (1994). Missing-Value Proportional Reasoning Problems: Factors Affecting Informal Reasoning Patterns. In G. Harel & J. Confrey (Eds.), *The development of multiplicative reasoning in the learning of mathematics* (pp. 237–287). Albany, New York: SUNY Press.

Lamon, S. (1999). *Teaching fractions and ratios for understanding*. Mahwah, NJ: Lawrence Erlbaum Associates.

Langrall, C., & Swafford, J. (2000). Three balloons for two dollars: Developing proportional reasoning. *Mathematics Teaching in the Middle School, 6,* 254-261.

Lesh, R., Post, T., & Behr, M. (1988). Proportional reasoning. In J. Hiebert & M. Behr (Eds.),*Number concepts and operations in the middle grades*(pp. 93-118). Reston, VA: Lawrence Erlbaum & National Council of Teachers of Mathematics.

Lim, K. H. (2009). Burning the candle at just one end: Using nonproportional examples helps students determine when proportional strategies apply. *Mathematics Teaching in the Middle School*, *14*, 492-500.

Lin, F.-L. (1991). Understanding in multiple ratio and non-linear ratio. *Proceedings of the National Science Council ROC(D)*, *1*(2), 14–30.

Misailidou, C., & Williams, J. (2003). Diagnostic assessment of children's proportional reasoning. *The Journal of Mathematical Behavior*, *22*(3), 335-368.

Modestou, M., & Gagatsis, A. (2009). Proportional reasoning: the strategies behind the percentages. *Acta Didactica Universitatis Comenianae–Mathematics*, *9*, 25-40.

Peled, I., Levenberg, L., Mekhmandarov, I., Meron R., & Ulitsin A. (1999). Obstacles in applying a mathematical model: The Case of the Multiplicative Structure. In O. Zaslavsky (Ed.), *Proceedings of the 23rd International Conference for the Psychology of Mathematics Education*. Haifa, Israel: Technion – Israel Institute of Technology.

Piaget, J., & Inhelder, B. (1975). *The origin of the idea of chance in children*. New York: W. W Norton.

Pittalis, M., Christou, C., & Papageorgiou, E. (2003). *Students' ability in solving proportional problems.* Proceedings of the 3rd European Research Conference in Mathematics Education: Bellaria: Italy, 3.

Slovin, H. (2000). Moving to proportional reasoning. *Mathematics Teaching in the Middle School, 6,* 58-60.

Sowder, J., Aarmstrong, B., Lamon, S., Simon, M., Sowder, L., & Thompson, A. (1998). Educating teachers to teach multiplicative structures in the middle grades. *Journal of Mathematics Teacher Education, 1*, 127- 155.

Thompson, P. W. & Saldanha, L. A. (2003). Fractions and multiplicative reasoning. In Kilpatrick, J., Martin, G. W., and Schifter D. (Eds.) *A research companion to Principles and Standards for School Mathematic (pp.* 95-113). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

Tourniaire, F., & Pulos, S. (1985). Proportional reasoning: A review of the literature. *Educational studies in mathematics*, *16*(2), 181-204

Van De Walle, J. A., Karp, K. S., & Bay-Williams, J. M. (2012). *İlkokul ve ortaokul matematiği: Gelişimsel yaklaşımla öğretim* (Çev. S. Durmuş). Ankara: Nobel Yayıncılık.

Van Dooren, W., De Bock, D., Hessels, A., Janssens, D., & Verschaffel, L. (2005). Not everything is proportional: Effects of age and problem type on propensities for overgeneralization. *Cognition and Instruction*, *23*(1), 57-86.

Van Dooren, W., De Bock, D., Gillard, E., & Verschaffel, L. (2009). Add? Or multiply? A study on the develpment of primary school students' proportional reasoning skills. In M. Tzekaki, M. Kaldrimidou, & C. Sakonidis (Eds.). *Proceedings of the 33rd Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (vol. 5, pp. 281- 288). Thessaloniki, Greece: PME.

Van Dooren, V., De Bock, D., & Verschaffel, L. (2010). From addition to multiplication… and back: The development of students' additive and multiplicative reasoning skills. *Cognition and Instruction*, *28*(3), 360-381.

SUMMARY

Proportion and proportional reasoning are important concepts in elementary school mathematics. Lesh, Post and Behr (1988) argue that "on the one hand, it is the capstone of children's elementary school arithmetic; on the other hand, it is the cornerstone of all that is to follow." (p.1). Proportional reasoning is a form of mathematical reasoning which involves recognizing structural similarities between problem situations. It also requires an understanding of the relationship between two relationships (Piaget and Inhelder, 1975). Despite its importance, the development of proportional reasoning is complex and takes long time for children. In the course of development of proportional reasoning, children first need to distinguish additive situations from multiplicative situations. In other words, a transition from additive thinking to multiplicative thinking by the end of primary school seems vital for the development of proportional thinking. However, research on proportional thinking showed that this skill doesn't develop without approriate instruction (e.g. De Bock, Van Dooren, Janssens & Verschaffel, 2002; De Bock, 2008; Lim, 2009; Van Dooren, De Bock, Hessels, Janssens & Verschaffel, 2005). Children tend to use additive thinking in multiplicative situations and multiplicative thinking in additive situations. In this respect, the aim of this study was to identify elementary school students' ability to distinguish proportional (multiplicative) and non-proportional (additive) situations. To accomplish the purpose of the study, the strategies used by primary and middle school students to solve proportional and non-proportional problems were examined.

This study is a descriptive study in which students' strategies for solving four proportional and non-proportional problems were investigated. In addition, a profile of students' strategies is formulated by analyzing the tendency in the use of either additive or multiplicative strategies for solving given problems. The sample of the study were 320 students form grades 4, 5, 6 and 7 of randomly chosen one primary and two middle schools. A test including four problems (two non-proportional and two proportional) adapted from Fernandez, Llinares ve Valls (2013) into Turkish was used as a data collection tool. Students' strategies for each problem coded as either additive, multiplicative or other. Moreover, in order to determine the profile of the students' reasoning, the combinations of students' strategies for all four problems were analyzed using the following categories: 1) correct: additive problems were solved additively and multiplicative problems were solved multiplicatively, 2) additive: all problems were solved using an additive strategy, 3) multiplicative: all problems were solved using a multiplicative strategy, and 4) uncategorized. Calculation errors was not taken into consideration during the coding process since the purpose of the study was to determine the nature of the strategies used by students for both problem types not the correctness of the answers.

The findings revealed that more than half of the students from grades, 4, 5, and 6 used additive strategies to solve the given four problems. Regardless of the

problem type, most of the students from all grades except grade 7 tended to use additive strategies. Interestingly, in contrast to lower grades, 7th grade students mostly used multiplicative strategies for proportional and non-proportional problems. Almost all of the seventh grade students used the cross multiplication method to solve the problems. While students' use of multiplicative strategies showed a slight increase until grade 7, by the 7th grade a sharp jump was observed in the number of students using multiplicative strategy. This tendency was also displayed by the detailed analysis of the types of the strategies used for all problems. While additive reasoning was common among lower grades, multiplicative reasoning was the dominant form of thinking among 7th grade students. Only eight students were able to correctly solve all problems. In other words, only eight students was able to discriminate proportional situations from non-proportiional ones. It was also found that there was almost no students from 4, 5 and 6th grades using multiplicative strategy for both problem types.

Results of the study indicated that students had difficulty in distinguishing non-proportional and proportional situations. Only 8 out of 320 students were able to correctly choose appropriate strategies for the given problem situations. It was also observed that starting from 4th grade untill 7th grade there was a tendency among the students to overuse of additive strategies for both problem types with a slight decrease toward 7th grade. By the 7th grade, the ratio of students using multiplicative strategies for both problem types showed a dramatic increase. Despite the dramatic change in the type of the strategy, the ratio of students correctly solving all problems remained same. This indicated that students did not actually reason correctly but switch between additive and multiplicative strategies. Put it another way, before 7th grade, students tend to reason additively about non-proportional and proportional situations, but by the 7th grade they begin to reason multiplicatively about both situations. It can be concluded that by 7th grade students start to apply the learnt algorithm of cross multiplication to non-proportional and proportional situations. This tendency signals a change in the type of strategy used rather than a development of the proportional reasoning. It can be argued that superficial use of learnt algorithms do not ensure the development of corresponding form of reasoning.