

Kategorik Veride Faktör Analizi İçin Kullanılabilecek Alternatif Bir Korelasyon Matrisi: Goodman-Kruskal Gamma*

An Alternative Correlation Matrix Based Factor Analysis for Categorical Data:
Goodman and Kruskal's Gamma

Abdullah Faruk KILIÇ** 

Öz

Açımlayıcı faktör analizi (AFA) sosyal bilimler alanında ölçeklerden elde edilen verilerin yapı geçerliğine yönelik kanıt toplama sürecinde sıklıkla kullanılmaktadır. Veriler kategorik olduğunda polikorik/tetrakorik korelasyon matrisiyle analizler gerçekleştirilirken veriler sürekli olduğunda Pearson korelasyon matrisiyle analizler gerçekleştirilmektedir. Ancak bazı durumlarda polikorik korelasyon matrisi kullanıldığında modelde yakınsama sağlanamamakta Pearson korelasyon matrisi kullanıldığında ise faktör yükleri olması gerekenden daha düşük kestirilmektedir. Bu nedenle polikorik ve Pearson korelasyon matrisine alternatif olarak Goodman-Kruskal Gamma ve Lambda katsayılarıyla gerçekleştirilen AFA sonuçlarının karşılaştırılması çalışmanın amacını oluşturmaktadır. Bu amaçla gerçekleştirilen Monte Carlo simülasyon çalışmasında; kategori sayısı, ortalama faktör yükü, örneklem büyüklüğü ve verilerin dağılımı değişkenleri simülasyon koşulu olarak belirlenmiştir. Araştırma sonucunda bazı koşullarda polikorik korelasyon matrisiyle gerçekleştirilemeyen AFA kestirimlerinin Goodman-Kruskal Gamma katsayısıyla oluşturulan matrisle yapılabildiği gözlenmiştir. Lambda katsayısı kullanıldığında ise bazı koşullarda kestirim yapılamamıştır. Kestirim yapılan koşullarda ise genellikle faktör yükleri olduğundan düşük kestirilmiştir. Kategori sayısının artmasıyla Goodman-Kruskal Gamma katsayısından elde edilen sonuçların daha az yanlış olduğu gözlenmiştir. Araştırmacılara kategorik veriyle AFA gerçekleştirirken Goodman-Kruskal Gamma katsayısından elde edilecek sonuçları da incelemesi önerilebilir.

Anahtar Kelimeler: Açımlayıcı Faktör Analizi, Korelasyon Matrisi, Polikorik Korelasyon, Goodman-Kruskal Gamma, Goodman-Kruskal Lambda

* Bu çalışmanın bir kısmı 22-24 Ekim 2020 tarihlerinde gerçekleştirilen IV. Uluslararası Uygulamalı Sosyal Bilimler Kongresinde sözlü bildiri olarak sunulmuştur.

** Arş. Gör. Dr., Adıyaman Üniversitesi, Eğitim Fakültesi, Eğitim Bilimleri Bölümü, E-posta: abduhfarukkilic@gmail.com, Orcid ID: 0000-0003-3129-1763

Abstract

Exploratory factor analysis (EFA) is a frequently used method in social sciences while gathering evidence for the construct validity of data obtained from scales. When the data are categorical, EFA is performed using the polychoric/tetrachoric correlation matrix, while analyses are performed using the Pearson correlation matrix when the data are continuous. However, in some cases when the polychoric correlation matrix is used, non-convergence issues can emerge, and factor loadings can be underestimated when the Pearson correlation matrix is used. Therefore, this study aims to compare the EFA results obtained from Goodman and Kruskal's lambda and gamma coefficients as an alternative correlation matrix with the results obtained from the polychoric and Pearson correlation matrix. In the Monte Carlo simulation study carried out for this purpose, variables such as number of categories, average factor loading, sample size, and distribution of variables were determined as the simulated conditions. As a result of the study, in some conditions unachievable using the polychoric correlation matrix, estimations are observed able to be made with the matrix formed by Goodman and Kruskal's gamma coefficient. In certain conditions using the lambda coefficient, the model did not converge. Lambda had underestimated factor loadings in the converged data sets. The results obtained from Goodman and Kruskal's gamma are also observed to be less biased as the number of categories increases. Researchers can be recommended to examine the results obtained from Goodman and Kruskal's gamma while performing EFA with categorical data.

Keywords: Exploratory Factor Analysis, Correlation Matrix, Polychoric Correlation, Goodman-Kruskal Gamma, Goodman-Kruskal Lambda

Summary

Introduction

The factor analysis used in the process of collecting evidence for construct validity is generally carried out with data obtained from developed or adapted scales. These scales are often constructed as Likert types with a varying number of categories. While Likert-type scales are mostly used for five categories (Lozano, García-Cueto, & Muñiz, 2008), the number of categories may be less or more.

The correlation matrix used in factor analyses determines the number of categories on the scales. For example, factor analyses conducted for variables using a tetrachoric correlation matrix have two categories, and polychoric correlation matrices have more than two categories. As the number of categories increases, the data can be considered continuous and analyses can be performed using the Pearson correlation matrix. While Finney and DiStefano (2013) stated data to be acceptable as continuous when the number of categories is 6 or more, Tabachnik and Fidell (2012) stated data to be acceptable as continuous when the number of categories is 7 or more.

The correlation matrices used in factor analysis directly affect the analysis results. It is emphasized that it is important to The importance of paying attention to the type of scale has been emphasized, especially when factor analysis is used in the process of collecting evidence for construct validity (Flora et al., 2003; Holgado-Tello et al., 2010). Therefore, the correlation matrix to use needs to be decided before conducting exploratory factor analysis (EFA). However, obtaining the polychoric

correlation matrix is not possible under some conditions, especially in small samples (Jöreskog, 1994); changing the correlation matrix can be considered as a solution here.

If the number of variable categories is six or more, the data set can be considered continuous and analyses can be performed using the Pearson correlation matrix. However, in this case, the correlation matrix has smaller correlations than in reality; the factor loadings are small as a consequence (Holgado-Tello et al., 2010). For this reason, examining how different correlation matrices provide results is important.

When examining the literature on studies comparing the correlation matrices used in factor analysis, the Pearson correlation matrix can be said to be comparable to the tetrachoric/polychoric correlation matrix (Holgado-Tello et al., 2010; Kılıç et al., 2017; Morata-Ramirez & Holgado-Tello, 2013). Studies comparing correlation coefficients have compared the Pearson correlation with Kendall's tau, the Spearman's rho, permutation-based correlation coefficient, and the weighted Kendall's tau (Hauke & Kossowski, 2011; Maturi & Elsayigh, 2010; Tuğran et al., 2015). However, no study is found in the reviewed literature to have compared Goodman and Kruskal's gamma and lambda with the polychoric and Pearson correlation coefficients. For this reason, examining whether Goodman and Kruskal's gamma and lambda can be an alternative to the polychoric correlation coefficient is important when conducting EFAs on categorical data. Therefore, this study looks for an answer to the following question: What is the relative bias level of the average factor loadings obtained from EFAs performed with the Pearson, polychoric, and tetrachoric coefficients and Goodman and Kruskal's lambda and gamma?

Method

This study is a Monte Carlo simulation. In Monte Carlo simulation studies, sample data are generated in accordance with a specific distribution (Bandalos & Leite, 2013). The obtained sample data are analyzed within the scope of the research, and inferences regarding the simulation conditions have been provided.

The study determined the simulation conditions as the number of categories (2, 3, 4, and 5), average factor loading (0.40 and 0.70), sample size (100, 200, 500, 1000, and 5000) and distribution of data (left skewed, normal, and right skewed). The constant conditions in the simulation study are the number of items and the measurement model. The number of items in the study is 20 for all conditions. In addition, data were generated with respect to the unidimensional measurement model in the study. The study uses a fully crossed simulation design in which I study under $4 \times 2 \times 5 \times 3 = 120$ simulation conditions; 100 replications have been performed for each condition.

The evaluation criteria of the study is the relative bias. Relative bias (*RB*) is calculated as:

$$RB = \frac{\hat{\theta} - \theta_{reference}}{\theta_{reference}} \quad (1)$$

In this equation, $\hat{\theta}$ denotes the average factor loading obtained as a result of the analysis, and $\theta_{reference}$ refers to the average factor loading defined in the study (real average factor loading). A value of $|RB| < 0.10$ is considered acceptable (Flora & Curran, 2004; Forero, Maydeu-Olivares, & Gallardo-Pujol, 2009; Rhemtulla, Brosseau-Liard, & Savalei, 2012). As such, I have used the cut-off point of an RB of 0.10.

Results

As a result of the EFA performed using the polychoric correlation coefficient, non-convergence issues emerged under some conditions. The polychoric correlation coefficient has an acceptable RB in most of the simulated conditions under which it converged. However, the model can be said to not converge under certain conditions where the polychoric correlation coefficient is used, especially in small sample sizes (e.g., when the number of categories = 4, sample size = 100, and data is right-skewed). The polychoric correlation coefficient is biased within acceptable limits ($|RB| < 0.10$) for all conditions with average factor loadings = 0.70.

As a result of the analysis performed with the Pearson correlation matrix, the factor loadings were underestimated. Increasing the number of categories decreased the RB value for the EFA performed with the Pearson correlation matrix. As a result of the analysis performed with the Pearson correlation matrix under categories four and five where the data follow normal distribution, the factor loadings can be said to have acceptable RB values. However, when the number of categories is four or five in data sets with a skewed distribution, the factor loadings for the Pearson correlation are underestimated.

The EFA performed using Goodman and Kruskal's gamma converged for all simulated conditions. Goodman and Kruskal's gamma can be said to tend to overestimate average factor loadings. For variables with two categories in particular, the distribution of variables is right-skewed. However, when examining other conditions, the RB value for the average factor loadings obtained from Goodman and Kruskal's gamma is observed to decrease as the average factor loading increased. Increasing the number of categories decreases the RB value for Goodman and Kruskal's gamma. RB values are lower in data sets with normal distribution; however, when examining the EFA results obtained from Goodman and Kruskal's lambda coefficient, no acceptable bias can be said to exist under any simulated condition.

Discussion

As a result of the EFA performed using the Pearson correlation matrix, factor loadings are seen to be underestimated. This situation is consistent with the studies in the literature (Holgado-Tello et al., 2010; Kılıç et al., 2017; Morata-Ramirez & Holgado-Tello, 2013) and an expected result. Using something other than the Pearson correlation matrix can be advised in data sets consisting of 4 or 5 categories with skewed distributions, as well as in data sets consisting of 3 categories in particular. Although the Pearson correlation matrix solves the non-convergence problem, it underestimates

factor loadings. For this reason, using Goodman and Kruskal's gamma can be suggested due to *RB* being acceptable under similar conditions.

Increases in the average factor loading reduce the *RB* value obtained using Goodman and Kruskal's gamma method. This situation is an expected result due to Goodman and Kruskal's gamma using the crosstab to calculate the relationship between two variables. When the relationships between variables increase, the values of the two variables become more similar to each other. In this case, when the average factor loading increases through four-category data, the distribution of the two variables by category become more similar. Therefore, Goodman and Kruskal's gamma is expected to give better results when average factor loadings increase.

The larger the sample size, the less biased are the results obtained from the polychoric correlation matrix. However, Goodman and Kruskal's gamma has acceptable *RB* values when sample size is smaller and there are at least three categories. When data are skewed and sample size is small, the polychoric correlation coefficient underestimates the factor loadings. When this is the case, Goodman and Kruskal's gamma also has acceptable *RB* values. For this reason, Goodman and Kruskal's gamma can also be said to be used in conducting EFAs with categorical data.

As a result of the research, EFAs should be conducted using polychoric correlation matrices when the model converges. If the model does not converge, Goodman and Kruskal's gamma can be used in place of the Pearson correlation as an alternative to the polychoric correlation matrix. However, the limitations of the simulated conditions should also be considered here. The research findings are limited to unidimensional structures with fewer than 20 items. In addition, it may be advised to examining the results of Goodman and Kruskal's gamma can be advised in future studies with small sample sizes ($n = 20$ or $n = 50$). Conducting EFAs with Goodman and Kruskal's gamma can be suggested when there are at least three data categories, small sample sizes, and skewed distributions. When the polychoric correlation matrix converges, the results obtained from Goodman and Kruskal's gamma are comparable under these mentioned conditions in this simulation study; as such the appropriate method can be chosen.

Giriş

Yapı geçerliğine yönelik kanıt toplama sürecinde kullanılan faktör analizi genellikle geliştirilen/uyarlanan ölçeklerden elde edilen verilerle gerçekleştirilmektedir. Bu ölçekler de sıklıkla Likert tipinde hazırlanmakta ve kategori sayısı değişkenlik göstermektedir. Likert tipindeki ölçekler daha çok beş kategorili olarak kullanılmakla birlikte (Lozano, García-Cueto ve Muñiz, 2008) kategori sayısı daha az ya da daha fazla olabilmektedir.

Ölçeklerin yapı geçerliğine yönelik kanıt toplama sürecinde faktör analizine sıklıkla başvurulmaktadır (Nunnally ve Bernstein, 1994). Değişkenler arasındaki gizil ilişkilerin incelendiği faktör analitik yöntemlerde değişkenlerin oluşturduğu yapı ortaya çıkarılabilmektedir (Gorsuch, 1974). Faktör analizi, iki farklı yolla gerçekleştirilebilmektedir. Bunlardan biri açıklayıcı faktör analizi (AFA) olarak adlandırılan ve veri setindeki değişkenler arasındaki ilişkileri ortaya koyan

yöntemdir (Jöreskog ve Sörbom, 1993). Diğer yöntem ise doğrulayıcı faktör analizi (DFA) olarak isimlendirilmekte ve veri setindeki değişkenler arasındaki ilişkiler bilindiğinde kullanılmaktadır (Harrington, 2009). DFA'da değişkenler arasındaki ilişkilere yönelik bir bilgi ya da varsayım olduğunda veri setinin kurulan yapıyı destekleyip desteklemediği DFA ile araştırılmaktadır. Açımlayıcı yöntemde ise değişkenler arasındaki ilişkiler keşfedilmekte ve veri setinden bir yapı ortaya çıkarılmaktadır.

Yapı geçerliğine yönelik kanıt arama sürecinde faydalanılan faktör analizinde kullanılan korelasyon matrisi de ölçeklerin kategori sayısına göre değişebilmektedir. Örneğin 2 kategorili veriler için tetrakorik, 3, 4 ya da 5 kategorili veriler için polikorik korelasyon matrisiyle analizler gerçekleştirilirken kategori sayısı arttıkça veri sürekli gibi kabul edilerek Pearson korelasyon matrisiyle analizler gerçekleştirilebilmektedir. Finney ve DiStefano (2013) kategori sayısı 6 ve üzerindeyse verinin sürekli olarak kabul edilebileceğini belirtirken Tabachnik ve Fidell (2012) kategori sayısının 7 ve üzerinde olduğu durumlarda veri setinin sürekli kabul edileceğini belirtmektedir.

Faktör analizinde kullanılan korelasyon matrisleri analiz sonuçlarını doğrudan etkilemektedir. Özellikle faktör analizinin yapı geçerliğine yönelik kanıt arama sürecince kullanılacağı durumlarda ölçek türüne dikkat etmenin önemli olduğu vurgulanmaktadır (Flora, Finkel ve Foshee, 2003; Holgado-Tello, Chacón-Moscoso, Barbero-García ve Vila-Abad, 2010). Bu nedenle AFA gerçekleştirilmeden önce hangi korelasyon matrisinin kullanılacağına karar vermek gerekmektedir. Veri seti sürekli ise Pearson korelasyon matrisi kullanılırken veri seti kategorik olduğunda tetrakorik (iki kategorili veriler için) ya da polikorik (çok kategorili veriler için) korelasyon matrisinin kullanılması gerekmektedir (Cooper, 2019). Ancak polikorik korelasyon matrisinin elde edilmesi bazı koşullarda, özellikle küçük örneklerde (Jöreskog, 1994), mümkün olmamaktadır. Bu nedenle geliştirilen yumuşatma algoritmaları (smoothing algorithm) korelasyon matrisinin oluşturulmasını sağlasa da faktör analizi uygulandığında yakınsamanın (convergence) sağlanamadığı durumlar olabilmektedir (Trierweiler, 2009). Korelasyon matrisini değiştirmek burada bir çözüm olarak düşünülebilir. Kategori sayısı altı ve üzerinde ise veri seti sürekli gibi kabul edilerek Pearson korelasyon matrisiyle analizler gerçekleştirilebilir. Ancak bu durumda da korelasyon matrisi gerçekte olandan daha küçük korelasyonlarla üretilmekte ve faktör yükleri de buna paralel olarak gerekenden daha düşük çıkabilmektedir (Holgado-Tello vd., 2010). Açıklanan varyans oranı da benzer şekilde düşük çıkmaktadır. Çünkü açıklanan varyans oranı faktör yüklerinin karelerinin toplamıdır (Brown, 2015). Faktör yükleri olması gerekenden düşük çıkınca açıklanan varyans oranı da olması gerekenden düşük çıkmaktadır. Bu nedenle farklı korelasyon matrislerinin nasıl sonuçlar verdiğinin incelenmesi önemli hale gelmektedir. Böylece polikorik korelasyon matrisiyle yakınsama sağlanamadığında Pearson korelasyon matrisine bir alternatif de ortaya konulabilecektir. Ayrıca faktör yüklerinin olması gerekenden daha düşük kestirilmesinin önüne geçilerek maddelerin faktör yükleri daha gerçekçi değerlendirilebilecektir.

Alanyazında faktör analizinde kullanılan korelasyon matrislerini karşılaştıran çalışmalar incelendiğinde genellikle Pearson korelasyon matrisi ile tetrakorik/polikorik korelasyon matrisinin karşılaştırıldığı söylenebilir (Holgado-Tello vd., 2010; Kılıç, Uysal ve Atar, 2017; Morata-Ramirez ve Holgado-Tello, 2013). Korelasyon katsayılarının karşılaştırıldığı çalışmalarda da Pearson korelasyonu ile Kendall'ın tau katsayısı, Spearman'ın rho katsayısı, permütasyon tabanlı korelasyon katsayısı ya

da Kendall'in ağırlıklandırılmış tau katsayısı karşılaştırılmıştır (Hauke ve Kossowski, 2011; Maturi ve Elsayigh, 2010; Tuğran, Kocak, Mirtağoğlu, Yiğit ve Mendes, 2015). Ancak Goodman-Kruskal gamma ve lambda katsayısının polikorik ve Pearson korelasyon katsayısıyla karşılaştırıldığı herhangi bir çalışmaya incelenen alanyazında ulaşılamamıştır. Bu nedenle kategorik veride faktör analizi gerçekleştirilirken kullanılan polikorik korelasyon katsayısına bir alternatif olup olamayacağının incelenmesi önem arz etmektedir. Bu noktadan hareketle bu çalışmada "Pearson, polikorik/tetrakorik korelasyon katsayısı, Goodman-Kruskal Lambda ve Gamma katsayılarıyla gerçekleştirilen açımlayıcı faktör analizi sonucunda elde edilen ortalama faktör yüklerinin görelî yanlılık düzeyi nasıldır?" sorusuna yanıt aranmıştır.

Yöntem

Açımlayıcı faktör analizinde kullanılan korelasyon matrislerinden elde edilen sonuçların karşılaştırılması amacıyla gerçekleştirilen bu çalışma bir Monte Carlo simülasyonudur. Monte Carlo simülasyon çalışmalarında belli bir dağılıma uygun olacak şekilde örneklem verileri oluşturulur (Bandalos ve Leite, 2013). Elde edilen örneklem verileri araştırma kapsamında analiz edilerek simülasyon koşullarına ilişkin çıkarımlar sağlanmaktadır.

Simülasyon koşulları

Araştırmada; kategori sayısı (2, 3, 4 ve 5 kategori), ortalama faktör yükü (0,40 ve 0,70), örneklem büyüklüğü (100, 200, 500, 1000 ve 5000) ve verilerin dağılımı (sola çarpık, normal ve sağa çarpık) simülasyon koşulları olarak belirlenmiştir. Simülasyon koşulları Tablo 1'de sunulmuştur.

Tablo 1.

Simülasyon Koşulları

Sabit Koşullar	Değişken Koşullar			
	Kategori Sayısı	Ortalama Faktör Yükü	Örneklem Büyüklüğü	Değişkenlerin Dağılımı
Madde Sayısı: 20	2	0.40	100	Sola çarpık
	3	0.70	200	Normal
Ölçme Modeli: Tek faktörlü ölçme modeli	4		500	Sağa Çarpık
	5		1000	
			5000	

Simülasyon çalışmasında sabit koşullar madde sayısı ve ölçme modelidir. Çalışmada madde sayısı 20 olacak şekilde tüm koşullarda sabittir. Ayrıca çalışmada tek boyutlu ölçme modeline göre veri üretilmiştir. Bu nedenle çalışmanın sabit koşullarından biri de ölçme modelidir (Tablo 1).

Çalışmada kategori sayısı 2, 3, 4 ve 5 olacak şekilde belirlenmiştir. Bunun için öncelikle veri setleri çok değişkenli normal dağılım gösterecek şekilde sürekli veri yapısında üretilmiştir. Üretilen veri setleri eşik değerleri (treshold) yardımıyla kategori sayısı 2, 3, 4 ve 5 olacak şekilde kategorize edilmiştir. Bunun için kullanılan eşik noktaları ekte sunulmuştur. Kullanılan eşik değerlerine göre kategorik veriler de normal ya da çarpık olmaktadır. İki kategorili veriler kontrol listeleri ya da başarı

testlerinde bulunurken üç ve daha fazla kategorideki veriler genellikle Likert tipinde hazırlanan ölçeklerden elde edilmektedir. Araştırmalarda 5'li Likert tipinin daha sık kullanıldığı belirtildiğinden (Lozano vd., 2008) çalışmaya kategori sayısı olarak 5 dahil edilmiştir. Diğer taraftan Türkçede sıklık ifadeleriyle oluşturulan ölçme araçlarında 4 kategori bulunması gerektiği (hiçbir zaman, nadiren, sık sık ve her zaman), 5 kategorili sıklık ifadelerinin Türkçede birbirinden tam ayrışmadığı belirtilmektedir (Erkuş, 2014). Bu nedenle kategori sayısı olarak 4, simülasyon koşullarına eklenmiştir. Bazı durumlarda 3 kategorili veri toplanabileceği ayrıca kategori sayısının artmasının araştırma sonuçlarına etkisinin incelenmesi amacıyla da kategori sayısı olarak 3, simülasyon koşulları arasına dahil edilmiştir. Kategori sayısı değişkeni, hem başarı testleri gibi 1-0 şeklinde iki kategoride puanlanan hem de çok kategorili puanlama yapılan ölçeklerden elde edilen verilerle gerçekleştirilen AFA çalışmaları düşünülerek simülasyon koşulu anılan şekilde belirlenmiştir.

Büyüköztürk (2013) AFA ile elde edilen faktör yükünün sosyal bilimlerde en az 0,30 olması gerektiğini belirtmiştir. Bu nedenle ortalama faktör yükü koşuluna 0,40 eklenmiştir. En az 0,30 olması gereken faktör yükleri düşünüldüğünden ortalamanın 0,40 veya buna yakın bir değer olması beklenebilir. Çalışmaya ortalama faktör yükünün 0.70 olan koşulu Hair, Black, Babin ve Anderson, 2009 tarafından bu faktör yükünde yapının iyi tanımlanmış olduğu belirtildiğinden eklenmiştir. Ayrıca bu değer faktör analizi çalışmalarında da sıklıkla kullanılmaktadır (Depaoli ve Scott, 2015; Flora ve Curran, 2004; Kılıç ve Uysal, 2019; Li, 2016a). Diğer taraftan faktör yükünün yükselmesinin araştırma sonuçlarına nasıl etki ettiğinin incelenmesine de imkân sağlamıştır.

Örneklem büyüklüğü koşulu 100, 200, 500, 1000 ve 5000 olacak şekilde ele alınmıştır. Küçük örnekleme AFA gerçekleştirilirken polikorik korelasyon matrisinin kullanıldığı bazı durumlarda kestirim yapılamamaktadır. Bu nedenle Goodman-Kruskal Lambda ve Gamma korelasyon katsayısının küçük örneklerde polikorik korelasyona bir alternatif olup olamayacağını incelemek amacıyla örneklem büyüklüğü koşuluna 100 eklenmiştir. 200, 500 ve 1000 örneklem büyüklükleri faktör analizi çalışmalarında sıklıkla kullanılan ve küçük, orta ve büyük olarak sınıflandırılan örneklem büyüklükleridir (Beauducel ve Herzberg, 2006; Li, 2016b; Oranje, 2003; West, Finch ve Curran, 1995). Bu nedenle bu koşullar da araştırmaya eklenmiştir. 5000 örneklem büyüklüğünün araştırmaya eklenmesinin nedeni ise evren sayılabilecek örneklerde Pearson ve polikorik korelasyon matrisi ile Goodman-Kruskal Lambda ve Gamma katsayısından elde edilen sonuçları karşılaştırmaktır.

Verilerin dağılımıyla ilgili olarak sağa çarpık, normal ve sola çarpık koşulları araştırmaya eklenmiştir. Sağa ve sola çarpık dağılımlar için maddelerin ortalama çarpıklık değerinin sırasıyla 2,5 ve - 2,5 olması sağlanmıştır. Bunun için ekte sunulan eşik değerleri kullanılmıştır. Polikorik korelasyon matrisiyle gerçekleştirilen kestirimlerde normallik varsayımı orta düzeyde ihlal edilse de kestirimlerin çok yanlı olmadığı belirtildiğinden (Flora ve Curran, 2004) bu araştırmaya dağılım koşulu eklenmiştir. Böylece çarpık dağılımlarda her üç yöntemden elde edilen sonuçların karşılaştırılmasına imkân verilmiştir.

Çalışmada tamamen çaprazlanmış simülasyon deseni kullanılmış olup kategori sayısı (4), ortalama faktör yükü (2), örneklem büyüklüğü (5) ve verilerin dağılımı (3) olmak üzere $4 \times 2 \times 5 \times 3 = 120$ koşulda

çalışılmıştır. Her bir koşul için 100 replikasyon yapılmıştır. Replikasyon sayısının kaç olması gerektiğiyle ilgili alanyazında üzerinde uzlaşıya varılan bir değer bulunmamaktadır. Ancak replikasyon sayısının artması parametre kestirimlerini daha kararlı hale getireceğinden yüksek olması istenmektedir. Ancak bu durumda replikasyon sayısına karar verirken analizlerin alacağı zaman faktörü de göz önünde bulundurulmaktadır. Örneğin Kılıç, Uysal ve Doğan (2018) tarafından gerçekleştirilen çalışmada faktör yüklerinin 50 ve üzerindeki replikasyonlarda stabil hale geldiği belirtilmiştir. Harwell, Stone, Hsu ve Kirisci (1996) ise 25 replikasyonun yeterli olabileceğini raporlamıştır. Timmerman ve Lorenzo-Seva (2011) hesaplama süresinden dolayı 50 replikasyon kullandıklarını belirtmiştir. Bu çalışmada ise 100 replikasyon kullanılmasına analizlerin alacağı süre de göz önünde bulundurulmuş ve karar verilmiştir. Buna göre 120 koşul için 12.000 veri seti üretilmiş ve analiz edilmiştir.

Korelasyon katsayıları

Açımlayıcı faktör analizi gerçekleştirilirken kullanılacak korelasyon matrisleri veri tipine göre seçilmektedir. Örneğin Finney ve DiStefano (2013) kategori sayısı 6 ve daha fazlaysa verinin sürekli gibi kabul edilerek Pearson korelasyon matrisinin kullanılabileceğini ancak 5 ve daha az kategoriye sahipse bu durumda verinin kategorik olarak kabul edilmesi gerektiğini belirtmektedir. Bu nedenle Likert tipi ölçeklerde sıklıkla kullanılan üç, dört ve beş kategorili veri setlerinde polikorik korelasyon matrisinin kullanılması gerektiği söylenebilir. Ancak polikorik korelasyon matrisi kullanılarak gerçekleştirilen faktör analizi çalışmalarında özellikle örneklem küçük olduğunda kestirim yapılamadığı durumlar olabilmektedir (Kilic, Uysal ve Atar, 2020). Bu gibi durumlarda Pearson ve polikorik korelasyon matrisine bir alternatif olabileceği düşüncesiyle Goodman-Kruskal Lambda (Goodman ve Kruskal, 1979) ve Gamma (Goodman ve Kruskal, 1954) katsayılarının AFA çalışmalarında nasıl sonuçlar verdiği incelenmiştir.

Goodman-Kruskal Lambda katsayısı iki nominal değişkenin birlikteliğini (association) incelemeye imkân veren bir katsayı olduğu söylenebilir. Goodman-Kruskal Lambda katsayısı iki nominal değişkenin bileşke örneklem olasılığı (oranları) ve marjinal olasılıkları ile hesaplanmaktadır. I satır, J sütündeki değişkenleri göstermek üzere,

$$p_{i+} = \sum_{j=1}^J p_{ij} \quad p_{+j} = \sum_{i=1}^I p_{ij}$$

ve

olarak hesaplanmakta ve buna göre de p_{ij} m i. satır j. sütündeki çapraz tablo değerini ifade etmektedir. X bağımsız, Y bağımlı değişken olarak ele alındığında Goodman-Kruskal Lambda katsayısı;

$$\hat{\lambda}_{Y|X} = \frac{\sum_{i=1}^I p_{im} - p_{+m}}{1 - p_{+m}}$$

eşitliği ile hesaplanmaktadır. Burada $p_{+m} \max_j \{p_{+j}\}$ yi ifade ederken $p_{im} = \max_j \{p_{ij}\}$ ile hesaplanmaktadır (Goodman ve Kruskal, 1979; Kvålseth, 2018). Goodman-Kruskal Lambda

değişkenler bağımsız olduğunda 0 değerini almaktadır. Gerçek kategorik değişkene örnek olarak cinsiyet verilebilir. Ancak bireylerin psikolojik özelliklerinin normal dağıldığı varsayıldığından (Crocker ve Algina, 2008) faktör analizi için gerçek kategorik bir veri seti psikolojik özelliklerin ölçümünden elde edilmesi zordur. Diğer taraftan faktör analizi sadece psikolojik özellikleri incelemek için değil ilişkili çok sayıda değişkenden az sayıda değişken elde etme tekniği olduğundan Lambda katsayısının da nasıl sonuçlar vereceği incelenmiştir.

Goodman-Kruskal Gamma katsayısının ise iki ordinal değişkenin birlikteliğini incelemeye yarayan bir katsayıdır. Gamma katsayısı hesaplanırken iki değişkenin birlikte dağılımının oluşturduğu frekans değerleri ile hesaplanmaktadır. X satırları, Y'de sütunları göstermek üzere, i. satır ve j. sütundaki hücrede bulunan frekans değeri n_{ij} yardımıyla uyum (concordant) ve uyumsuzluk (discordant) çiftler yardımıyla gamma katsayısı elde edilmektedir. Eğer değişkenler aynı şekilde sıralanıyorsa bu durumda X ve Y değişkenlerinin uyumu yükselecektir. Eğer değişkenin sıralamaları farklılaşıyorsa bu durumda da uyumsuzluk yükselecektir. Buna göre uyum (C) ve uyumsuzluk (D) katsayıları şu şekilde elde edilmektedir:

$$C = \sum_i \sum_{<h} \sum_j \sum_{<k} n_{ij} n_{hk}$$

$$D = \sum_i \sum_{<h} \sum_j \sum_{>k} n_{ij} n_{hk}$$

C ve D katsayıları elde edildikten sonra ise gamma katsayısı;

$$\gamma = \frac{C - D}{C + D}$$

eşitliği ile hesaplanmaktadır (Goodman ve Kruskal, 1954; Kvålseth, 2017). Korelasyon katsayısına benzer şekilde Gamma katsayısı da -1 ve +1 aralığında değerler almaktadır.

Polikorik korelasyon katsayısı ise değişken iki kategorili olduğunda tetrakorik korelasyon adını almakta ve şu şekilde hesaplanmaktadır.

$$r_{tetrakorik} = \text{Cos} \left(\frac{\pi}{1 + \sqrt{\frac{B.C}{A.D}}} \right)$$

Burada A, B, C ve D iki değişkenin çapraz tablodaki frekanslarını ifade etmektedir (Baykul, 2010; Çokluk, Şekercioğlu ve Büyüköztürk, 2012). Polikorik korelasyonun hesaplanmasında ise integral

çözümleri ile en çok olabilirlik yöntemi yardımıyla iki adımda kestirim yapılmaktadır (Jöreskog, 1994).

Pearson korelasyon katsayısı ise

$$r = \frac{N \sum XY - (\sum X)(\sum Y)}{\sqrt{[N \sum X^2 - (\sum X)^2][N \sum Y^2 - (\sum Y)^2]}}$$

eşitliği ile hesaplanmaktadır (Tabachnik ve Fidell, 2012). Burada X ve Y değişkenlerin değerlerini ifade ederken N ise örneklem büyüklüğünü ifade etmektedir.

Veri analizi

Araştırmada verilerin üretilmesi için R yazılımında (R Core Team, 2018) bulunan *lavaan* (Rosseel, 2012) paketi kullanılmıştır. Üretilen veri setlerinin analiz edilmesinde ise *psych* (Revelle, 2020) paketinden yararlanılmıştır. AFA gerçekleştirilirken öncelikle korelasyon matrisleri oluşturulmuştur. Sonrasında oluşturulan korelasyon matrisleri temel eksenler faktör çıkarma yöntemi kullanılarak analiz edilmiştir. Bu yöntemin normal dağılım varsayımının ihlaline karşı daha güçlü olduğu belirtilmektedir (Costello ve Osborne, 2005). Bu nedenle bu faktör çıkarma yöntemi tercih edilmiştir. Temel eksenler faktör çıkarma yöntemiyle gerçekleştirilen AFA sonucunda elde edilen ortalama faktör yükleri araştırmada tanımlanan referans (gerçek) faktör yükleriyle karşılaştırılmıştır. Goodman-Kruskal Lambda katsayısının hesaplanmasında *DescTools* (Signorell vd., 2020) paketi kullanılmıştır.

Araştırmada sonuçların değerlendirilmesi için görelî yanlılık değeri kullanılmıştır. Görelî yanlılık değeri,

$$GY = \frac{\hat{\theta} - \theta_{referans}}{\theta_{referans}}$$

eşitliğiyle hesaplanmıştır. Bu eşitlikte $\hat{\theta}$, analiz sonucunda elde edilen ortalama faktör yükünü, $\theta_{referans}$ ise araştırmada tanımlanan ortalama faktör yükünü ifade etmektedir. Görelî yanlılık değerinin mutlak değerinin 0.10'dan küçük olmasının kabul edilebilir olduğu belirtildiğinden bu araştırmada da kesme noktası olarak 0.10 kullanılmıştır (Flora ve Curran, 2004; Forero, Maydeu-Olivares ve Gallardo-Pujol, 2009; Rhemtulla, Brosseau-Liard ve Savalei, 2012).

Bulgular

Araştırmada sonucunda Pearson ve polikorik/tetrakorik korelasyon matrisi ile Goodman-Kruskal Lambda ve Gamma katsayısının kullanıldığı koşullardan elde edilen görelî yanlılık değerleri Tablo 2'de sunulmuştur. Ayrıca sonuçların anlaşılmasını kolaylaştırmak amacıyla Tablo 1'e göre oluşturulan grafik Şekil 1'de verilmiştir.

Şekil 1 incelendiğinde polikorik korelasyon katsayısı ile gerçekleştirilen AFA sonucunda bazı koşullarda kestirim elde edilemediği görülmektedir. Polikorik korelasyon katsayısı kestirim yapabildiği koşulların büyük kısmında kabul edilebilir yanlılık değerine sahiptir. Ancak özellikle küçük

örneklem büyüklüğünde polikorik korelasyon katsayısının kullanıldığı bazı koşullarda (örneğin kategori sayısının 4, örneklem büyüklüğünün 100 ve verinin sağa çarpık dağıldığı koşul) kestirim yapılamadığı söylenebilir. Polikorik korelasyon katsayısı ortalama faktör yükü 0,70 olan ve kestirim yapabildiği tüm koşullarda kabul edilebilir sınırlar içinde yanlıdır ($|GY| < 0,10$).

Pearson korelasyon matrisiyle gerçekleştirilen analizler sonucunda faktör yüklerinin olması gereken değerden daha düşük kestirildiği (underestimate) görülmektedir. Kategori sayısının artması Pearson korelasyon matrisiyle gerçekleştirilen AFA'nın yanlılığını azaltmıştır. Verinin normal dağılım gösterdiği dört ve beş kategorili koşullarda Pearson korelasyon matrisiyle gerçekleştirilen analiz sonucunda faktör yüklerinin kabul edilebilir aralıkta yanlı olduğu söylenebilir. Ancak çarpık dağılım gösteren veri setlerinde kategori sayısı dört ya da beş olduğu durumda Pearson korelasyonunun faktör yüklerini olduğundan daha düşük kestirdiği söylenebilir.

Goodman-Kruskal Gamma katsayısı incelendiğinde polikorik korelasyon katsayısının kestirim yapamadığı koşullarda da kestirim yapabildiği ve bu kestirimlerin de kabul edilebilir düzeyde yanlı olduğu gözlenmiştir. Goodman-Kruskal Gamma katsayısı ortalama faktör yükünü genellikle olduğundan daha fazla kestirme (overestimate) eğiliminde olduğu söylenebilir. Özellikle sağa çarpık dağılım gösteren iki kategorili veri setinde ortalama faktör yükünü gerçek değerinin oldukça üzerinde kestirmiştir. Ancak diğer koşullar incelendiğinde ortalama faktör yükü arttıkça Goodman-Kruskal Gamma katsayısından elde edilen ortalama faktör yükünün de yanlılığının azaldığı gözlenmiştir. Kategori sayısının artması Goodman-Kruskal Gamma katsayısından elde edilen sonuçların yanlılığını azaltmıştır. Normal dağılım gösteren veri setlerinde yanlılık daha azken dağılım çarpıklaştıkça Goodman-Kruskal Gamma katsayısından elde edilen ortalama faktör yüklerinin daha yanlı olduğu gözlenmiştir.

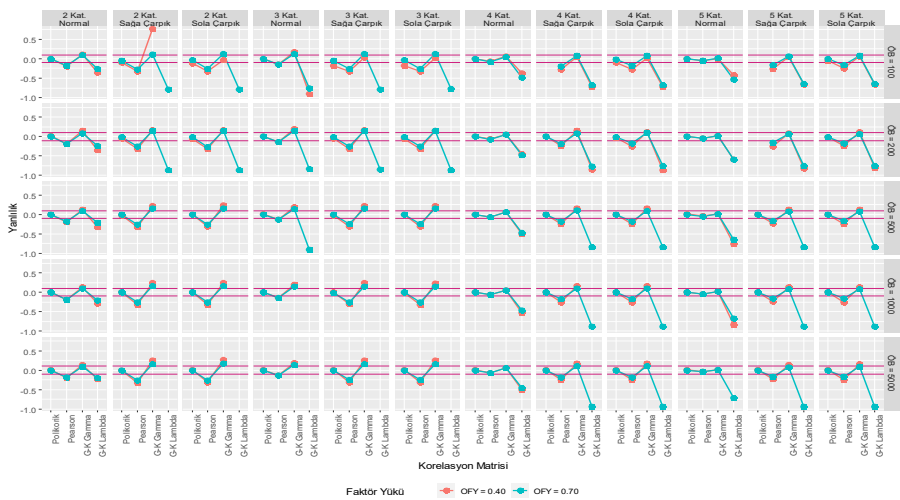
Tablo 2.

Korelasyon Katsayılarından Elde Edilen Yanlılık Değerleri

Kategori Sayısı	Ortalama Faktör Yükü	Korelasyon Katsayısı	Verilerin Dağılımı															
			Normal Dağılım					Sağa Çarpık Dağılım					Sola Çarpık Dağılım					
			Örneklem Büyüklüğü															
			100	200	500	1000	5000	100	200	500	1000	5000	100	200	500	1000	5000	
2 Kategori	0.40	Tetrakorik	-0.00	0.02	-0.00	0.01	0.01	-0.10	-0.05	-0.01	-0.00	0.00	-0.11	-0.05	-0.00	-0.00	0.00	
		Pearson	-0.20	-0.18	-0.20	-0.20	-0.19	-0.32	-0.32	-0.32	-0.32	-0.32	-0.33	-0.32	-0.31	-0.32	-0.32	
		G-K γ	0.12	0.14	0.12	0.13	0.13	0.77	0.17	0.23	0.25	0.26	-0.03	0.16	0.24	0.25	0.26	
		G-K λ	-0.36	-0.34	-0.33	-0.29	-0.23	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
		Tetrakorik	-0.00	0.00	0.00	-0.00	0.00	-0.05	-0.01	0.00	-0.00	-0.00	-0.04	-0.02	-0.01	-0.00	0.00	
	0.70	Pearson	-0.18	-0.18	-0.18	-0.18	-0.18	-0.27	-0.26	-0.26	-0.26	-0.26	-0.26	-0.26	-0.26	-0.26	-0.26	
		G-K γ	0.10	0.09	0.10	0.09	0.10	0.12	0.14	0.16	0.16	0.16	0.13	0.14	0.15	0.16	0.16	
		G-K λ	-0.25	-0.23	-0.22	-0.21	-0.19	-0.80	-0.87	-	-	-	-0.79	-0.87	-	-	-	

Kategori Sayısı	Ortalama Faktör Yüklü	Korelasyon Katsayısı	Verilerin Dağılımı															
			Normal Dağılım					Sağa Çarpık Dağılım					Sola Çarpık Dağılım					
			Örneklem Büyüklüğü															
			100	200	500	1000	5000	100	200	500	1000	5000	100	200	500	1000	5000	
3 Kategori	0.40	Polikorik	0.01	0.01	0.01	0.01	0.01	-0.18	-0.04	-0.01	0.00	0.00	-0.18	-0.05	-0.00	-0.00	0.01	
		Pearson	-0.14	-0.14	-0.14	-0.13	-0.14	-0.32	-0.31	-0.31	-0.31	-0.31	-0.32	-0.32	-0.30	-0.31	-0.31	
		G-K γ	0.18	0.19	0.19	0.19	0.19	0.02	0.17	0.22	0.24	0.25	0.02	0.15	0.23	0.24	0.25	
	0.70	Polikorik	-0.00	0.01	0.00	0.00	-0.00	-0.04	-0.01	-0.00	-0.00	-0.00	-0.04	-0.01	-0.00	-0.00	0.00	
		Pearson	-0.14	-0.14	-0.14	-0.14	-0.14	-0.26	-0.25	-0.25	-0.25	-0.25	-0.25	-0.25	-0.25	-0.25	-0.25	
		G-K γ	0.14	0.14	0.14	0.14	0.14	0.12	0.14	0.15	0.15	0.16	0.12	0.14	0.15	0.15	0.16	
	4 Kategori	0.40	Polikorik	0.01	0.01	0.00	0.00	0.01	-	0.01	-0.00	0.00	0.00	-0.10	-0.02	0.00	0.00	0.01
			Pearson	-0.06	-0.06	-0.06	-0.07	-0.06	-0.27	-0.24	-0.25	-0.25	-0.25	-0.27	-0.25	-0.25	-0.25	-0.25
			G-K γ	0.06	0.06	0.06	0.06	0.06	0.05	0.15	0.16	0.17	0.17	0.02	0.13	0.17	0.17	0.18
0.70		Polikorik	-0.01	-0.00	0.00	-0.00	0.00	-	-0.00	0.00	0.00	-0.00	-0.02	-0.00	-0.00	-0.00	-0.00	
		Pearson	-0.08	-0.07	-0.07	-0.07	-0.07	-0.19	-0.18	-0.17	-0.17	-0.18	-0.19	-0.18	-0.18	-0.18	-0.18	
		G-K γ	0.04	0.05	0.05	0.05	0.05	0.08	0.09	0.10	0.10	0.10	0.08	0.10	0.10	0.10	0.10	
5 Kategori		0.40	Polikorik	-0.00	0.01	0.01	0.01	0.00	-	-	-0.00	0.01	0.00	-0.06	-0.02	-0.01	-0.00	0.00
			Pearson	-0.05	-0.04	-0.04	-0.04	-0.04	-0.26	-0.25	-0.23	-0.23	-0.24	-0.25	-0.24	-0.25	-0.25	-0.24
			G-K γ	0.00	0.02	0.02	0.02	0.02	0.05	0.09	0.12	0.13	0.14	0.06	0.11	0.13	0.14	0.15
	0.70	Polikorik	-0.00	0.00	0.00	0.00	0.00	-	-	0.00	0.00	0.00	-0.00	-0.00	-0.00	-0.00	0.00	
		Pearson	-0.05	-0.04	-0.04	-0.04	-0.04	-0.17	-0.16	-0.16	-0.16	-0.16	-0.16	-0.17	-0.17	-0.16	-0.16	
		G-K γ	0.01	0.02	0.02	0.02	0.02	0.06	0.07	0.07	0.08	0.08	0.08	0.08	0.08	0.08	0.08	
	0.70	Polikorik	-0.54	-0.59	-0.65	-0.68	-0.71	-0.65	-0.74	-0.84	-0.89	-0.94	-0.64	-0.74	-0.84	-0.88	-0.94	

-: Kestirim yapılamamıştır. G-K λ : Goodman-Kruskal Lambda, G-K γ : Goodman-Kruskal Gamma



Şekil 1. Korelasyon katsayılarından elde edilen yanlılık değerleri

Goodman-Kruskal Lambda katsayısından elde edilen AFA sonuçları incelendiğinde hiçbir simülasyon koşulunda kabul edilebilir düzeyde yanlı olmadığı söylenebilir. Goodman-Kruskal Lambda katsayısıyla gerçekleştirilen analizlerde faktör yüklerinin olduğundan daha düşük kestirildiği söylenebilir. Diğer taraftan bu katsayı kullanılarak oluşturulan korelasyon matrisleriyle gerçekleştirilen AFA sonucunda çoğu simülasyon koşulunda yakınsama sağlanamamıştır. Kategori sayısının artması yakınsama problemini çözmesine rağmen görelî yanlılık değerlerinin - 1 civarında olduğu söylenebilir. İki kategorili çarpık dağılan veri setlerinde örneklem büyüklüğünün artmasıyla Goodman-Kruskal Lamba katsayısıyla gerçekleştirilen AFA'da yakınsama sağlanamamıştır.

Sonuç ve Öneriler

Goodman-Kruskal Lambda ve Gamma katsayısının, kategorik veriyle gerçekleştirilen açıklayıcı faktör analizinde (AFA) kullanılan Pearson ve tetrakorik/polikorik korelasyon katsayısına bir alternatif olup olamayacağının incelendiği bu çalışma sonucunda Goodman-Kruskal Gamma katsayısının özellikle küçük örnekleme Pearson ve polikorik korelasyon katsayısına bir alternatif olabileceği gözlenmiştir. Ancak Lambda katsayısının çoğu koşulda yakınsama problemine neden olması, yakınsama sağlandığı koşullarda ise görelî yanlılık değerinin kabul edilebilir aralıklarda yer almaması nedeniyle AFA çalışmalarında kullanılamayacağı söylenebilir. Diğer taraftan kategori sayısının artmasıyla Goodman-Kruskal Gamma katsayısının özellikle çarpık dağılımlarda polikorik korelasyon matrisinin yakınsama sağlamadığı koşullarda yakınsama sağladığı söylenebilir.

Pearson korelasyon matrisiyle gerçekleştirilen AFA sonucunda faktör yükleri olduğundan daha düşük kestirilmiştir. Bu durum, alanyazındaki çalışmalarla da tutarlı olup (Holgado-Tello vd., 2010; Kılıç vd., 2017; Morata-Ramirez ve Holgado-Tello, 2013) beklenen bir sonuçtur. Özellikle 3 kategorili veri setlerinin dağılımına bakılmaksızın, 4 ya da 5 kategorili veri setlerinde çarpık dağılım gösterenlerde Pearson korelasyon matrisinin kullanılmaması önerilebilir. Pearson korelasyon matrisi, polikorik korelasyon matrisiyle küçük örneklem ve çarpık dağılımlarda yakınsama problemini çözmesine rağmen faktör yüklerini olduğundan daha düşük kestirmiştir. Bu nedenle benzer koşullarda Goodman-Kruskal Gamma katsayısının kabul edilebilir düzeyde yanlı olduğu gözlemlendiğinden bu katsayının kullanılması önerilebilir.

Ortalama faktör yükünün artması Goodman-Kruskal Gamma yöntemiyle yapılan analizlerde faktör yüklerinin yanlılığını azaltmıştır. Bu durum aslında beklenen bir sonuçtur. Çünkü Goodman-Kruskal Gamma katsayısı iki değişken arasındaki ilişkiyi hesaplarken çapraz tabloyu kullanmaktadır. Değişkenler arasındaki ilişkiler arttığında iki değişkenin aldığı değerler de birbirine benzemektedir. Bu durumda örneğin dört kategorili veride ortalama faktör yükü arttığında iki değişkenin kategorilere dağılımı da benzer olacaktır. Bu nedenle de Goodman-Kruskal Gamma katsayısının ortalama faktör yükünün arttığı durumda daha iyi sonuç vermesinin beklendiği söylenebilir.

Örneklem büyüklüğü arttıkça polikorik korelasyon matrisinden elde edilen sonuçlar daha az yanlıdır. Ancak örneklemin küçük ve kategori sayısının en az üç olduğu durumda Goodman-Kruskal Gamma katsayısıyla gerçekleştirilen AFA sonucunda elde edilen faktör yükleri de kabul edilebilir düzeyde yanlıdır. Verinin çarpık dağıldığı ve örneklemin küçük olduğu koşullarda polikorik

korelasyon katsayısı faktör yüklerini olduğundan daha küçük kestirirken Goodman-Kruskal Gamma katsayısının kabul edilebilir aralıkta yanlıdır. Bu nedenle de kategorik veriyle AFA gerçekleştirilen Goodman-Kruskal Gamma katsayısının da kullanılabileceği ifade edilebilir.

Araştırma sonucunda, öncelikle polikorik korelasyon matrisinin kullanılması, eğer kestirim yapılmadıysa bu durumda polikorik korelasyon matrisine bir alternatif olarak Pearson korelasyonunun yerine Goodman-Kruskal Gamma katsayısının da kullanılabileceği söylenebilir. Ancak burada simülasyon koşullarının sınırlıkları da göz önüne alınmalıdır. Araştırma bulguları tek boyutlu yapılar ve madde sayısının 20 olduğu koşullarla sınırlıdır. Ayrıca diğer değişken simülasyon koşulları da göz önüne alındığında bundan sonraki çalışmalarda araştırmacılara örneklemin daha küçük ($n=20$ ya da $n=50$) olduğu koşullarda Goodman-Kruskal Gamma katsayısının sonuçlarını incelemeleri önerilebilir. AFA'yı çalışmalarında kullanılacak araştırmacılar için de Goodman-Kruskal Gamma katsayısının küçük örneklem büyüklüğüne sahip, kategori sayısının en az üç olduğu çarpık dağılım gösteren veri setlerinde kullanmaları önerilebilir. Eğer polikorik korelasyon matrisiyle kestirim yapılabiliyorsa Goodman-Kruskal Gamma katsayısından elde edilen sonuçlar bu araştırmada yer alan koşullar kapsamında karşılaştırılarak uygun olan yöntem tercih edilebilir.

Kaynakça

- Bandalos, D. L. ve Leite, W. (2013). Use of Monte Carlo studies in structural equation modeling research. G. R. Hancock ve R. O. Mueller (Ed.), *Structural equation modeling: A second course* içinde (2nd ed.). Charlotte, NC: Information Age.
- Baykul, Y. (2010). *Eğitimde ve psikolojide ölçme: Klasik test teorisi ve uygulaması* (2. Baskı.). Ankara: Pegem Akademi.
- Beauducel, A. ve Herzberg, P. Y. (2006). On the performance of maximum likelihood versus means and variance adjusted weighted least squares estimation in CFA. *Structural Equation Modeling: A Multidisciplinary Journal*, 13(2), 186–203. doi:10.1207/s15328007sem1302_2
- Brown, T. A. (2015). *Confirmatory factor analysis for applied research* (2nd ed.). New York: The Guilford.
- Büyüköztürk, Ş. (2013). *Sosyal bilimler için veri analizi el kitabı: İstatistik, araştırma deseni, SPSS uygulamaları ve yorum* (18. Baskı.). Ankara: Pegem Akademi.
- Çokluk, Ö., Şekercioğlu, G. ve Büyüköztürk, Ş. (2012). *Sosyal bilimler için çok değişkenli istatistik SPSS ve LISREL uygulamaları* (2. Baskı.). Ankara: Pegem Akademi.
- Cooper, C. (2019). *Psychological testing: Theory and practice*. Abingdon, Oxon: Routledge.
- Costello, A. B. ve Osborne, J. W. (2005). Best practices in exploratory factor analysis: Four recommendations for getting the most from your analysis. *Practical Assessment, Research & Evaluation*, 10(7), 27–29. doi:10.1.1.110.9154
- Crocker, L. ve Algina, J. (2008). *Introduction of classical and modern test theory*. Ohio: Cengage Learning.
- Depaoli, S. ve Scott, S. (2015). Frequentist and bayesian estimation of CFA measurement models with mixed item response types: A monte carlo investigation. *Structural Equation Modeling: A Multidisciplinary Journal*, (September), 1–16. doi:10.1080/10705.511.2015.1044653
- Erkuş, A. (2014). *Psikolojide ölçme ve ölçek geliştirme-I: Temel kavramlar ve işlemler* (2nd ed.). Ankara: Pegem Akademi.

- Finney, S. J. ve DiStefano, C. (2013). Nonnormal and categorical data in structural equation modeling. G. R. Hancock ve R. O. Mueller (Ed.), *Structural equation modeling: A second course* içinde (2nd ed., ss. 439–492). Charlotte, NC: IAP.
- Flora, D. B. ve Curran, P. J. (2004). An empirical evaluation of alternative methods of estimation for confirmatory factor analysis with ordinal data. *Psychological Methods*, 9(4), 466–491. doi:10.1037/1082-989X.9.4.466
- Flora, D. B., Finkel, E. J. ve Foshee, V. A. (2003). Higher order factor structure of a self-control test: Evidence from confirmatory factor analysis with polychoric correlations. *Educational and Psychological Measurement*, 63(1), 112–127. doi:10.1177/001.316.4402239320
- Forero, C. G., Maydeu-Olivares, A. ve Gallardo-Pujol, D. (2009). Factor analysis with ordinal indicators: A monte carlo study comparing DWLS and ULS estimation. *Structural Equation Modeling: A Multidisciplinary Journal*, 16(4), 625–641. doi:10.1080/107.055.10903203573
- Goodman, L. A. ve Kruskal, W. H. (1954). Measures of association for cross classifications. *Journal of the American Statistical Association*, 49(268), 732–764. doi:10.1080/01621.459.1954.10501231
- Goodman, L. A. ve Kruskal, W. H. (1979). *Measures of Association for Cross Classifications*. Springer Series in Statistics. New York, NY: Springer. doi:10.1007/978-1-4612-9995-0
- Gorsuch, R. L. (1974). *Factor analysis*. Toronto: W. B. Saunders.
- Hair, J. F., Black, W. C., Babin, B. J. ve Anderson, R. E. (2009). *Multivariate data analysis* (7th ed.). Boston: Pearson.
- Harrington, D. (2009). *Confirmatory factor analysis*. New York: Oxford University.
- Harwell, M., Stone, C. A., Hsu, T.-C. ve Kirisci, L. (1996). Monte carlo studies in item response theory. *Applied Psychological Measurement*, 20(2), 101–125. doi:10.1177/014.662.169602000201
- Hauke, J. ve Kossowski, T. (2011). Comparison of values of Pearson's and Spearman's correlation coefficients on the same sets of data. *Quaestiones Geographicae*, 30(2), 87–93. doi:10.2478/v10117.011.0021-1
- Holgado-Tello, F. P., Chacón-Moscoso, S., Barbero-García, I. ve Vila-Abad, E. (2010). Polychoric versus Pearson correlations in exploratory and confirmatory factor analysis of ordinal variables. *Quality & Quantity*, 44(1), 153–166. doi:10.1007/s11135.008.9190-y
- Jöreskog, K. G. (1994). On the estimation of polychoric correlations and their asymptotic covariance matrix. *Psychometrika*, 59(3), 381–389. doi:10.1007/BF02296131
- Jöreskog, K. G. ve Sörbom, D. (1993). *Lisrel 8: Structural equation modeling with the SIMPLIS command language*. Lincolnwood: Scientific Software International Inc.
- Kilic, A. F., Uysal, I. ve Atar, B. (2020). Comparison of confirmatory factor analysis estimation methods on binary data. *International Journal of Assessment Tools in Education*, 7(3), 451–487. doi:10.21449/ijate.660353
- Kılıç, A. F. ve Uysal, İ. (2019). Comparison of factor retention methods on binary data: A simulation study. *Turkish Journal of Education*, 8(3), 160–179. doi:10.19128/turje.518636
- Kılıç, A. F., Uysal, İ. ve Atar, B. (2017). Doğrulamalı faktör analizinde kullanılan kestirim yöntemlerinin karşılaştırmalı olarak incelenmesi. *IV th International Eurasian Educational Research Congress* içinde (ss. 1289–1290). Denizli. <http://ejercongress.org/pdf/bildiriozetleri2017ejer.pdf> adresinden erişildi.
- Kılıç, A. F., Uysal, İ. ve Doğan, N. (2018). Simülasyon çalışmalarında replikasyon sayısının üretilen veri setlerine etkisi. *27. Uluslararası Eğitim Bilimleri Kongresi* içinde . Antalya.
- Kvålseth, T. O. (2017). An alternative measure of ordinal association as a value-validity correction of the Goodman-Kruskal gamma. *Communications in Statistics – Theory and Methods*, 46(21), 10582–10593. doi:10.1080/03610.926.2016.1239114

- Kvålseth, T. O. (2018). Measuring association between nominal categorical variables: an alternative to the Goodman–Kruskal lambda. *Journal of Applied Statistics*, 45(6), 1118–1132. doi:10.1080/02664.763.2017.1346066
- Li, C.-H. (2016a). Confirmatory factor analysis with ordinal data: Comparing robust maximum likelihood and diagonally weighted least squares. *Behavior Research Methods*, 48(3), 936–949. doi:10.3758/s13428.015.0619-7
- Li, C.-H. (2016b). The performance of ML, DWLS, and ULS estimation with robust corrections in structural equation models with ordinal variables. *Psychological Methods*, 21(3), 369–387. doi:10.1037/met0000093
- Lozano, L. M., García-Cueto, E. ve Muñoz, J. (2008). Effect of the number of response categories on the reliability and validity of rating scales. *Methodology*, 4(2), 73–79. doi:10.1027/1614-2241.4.2.73
- Maturi, T. A. ve Elsayigh, A. (2010). A comparison of correlation coefficients via a three-step bootstrap approach. *Journal of Mathematics Research*, 2(2), 3–10.
- Morata-Ramirez, M. de los A. ve Holgado-Tello, F. P. (2013). Construct validity of likert scales through confirmatory factor analysis: A simulation study comparing different methods of estimation based on Pearson and polychoric correlations. *International Journal of Social Science Studies*, 1(1), 54–61. doi:10.11114/ijsss.v1i1.27
- Nunnally, J. C. ve Bernstein, I. H. (1994). *Psychometric theory* (3rd. ed.). New York, NY: McGraw-Hill.
- Oranje, A. (2003). Comparison of estimation methods in factor analysis with categorized variables: Applications to NEAP data. Paper presented at the Annual Meeting of the National Council on Measurement in Education (Chicago, IL, April 21-25, 2003).
- R Core Team. (2018). *R: A language and environment for statistical computing*. Vienna, Austria: R Foundation for Statistical Computing. <https://www.r-project.org/>. adresinden erişildi.
- Revelle, W. (2020). psych: Procedures for psychological, psychometric, and personality research. Evanston, Illinois. <https://cran.r-project.org/package=psych> adresinden erişildi.
- Rhemtulla, M., Brosseau-Liard, P. É. ve Savalei, V. (2012). When can categorical variables be treated as continuous? A comparison of robust continuous and categorical SEM estimation methods under suboptimal conditions. *Psychological Methods*, 17(3), 354–373. doi:10.1037/a0029315
- Rosseel, Y. (2012). lavaan: An R Package for Structural Equation Modeling. *Journal of Statistical Software*, 48(2), 1–36.
- Signorell, A., Aho, K., Alfons, A., Anderegg, N., Aragon, T., Arachchige, C., ... Zeileis, A. (2020). DescTools: Tools for descriptive statistics. <https://cran.r-project.org/package=DescTools> adresinden erişildi.
- Tabachnik, B. G. ve Fidell, L. S. (2012). *Using multivariate statistics* (6th ed.). Boston: Pearson.
- Timmerman, M. E. ve Lorenzo-Seva, U. (2011). Dimensionality assessment of ordered polytomous items with parallel analysis. *Psychological Methods*, 16(2), 209–220. doi:10.1037/a0023353
- Trierweiler, T. (2009). *An evaluation of estimation methods in confirmatory factor analytic models with ordered categorical data in LISREL*. (Doctoral dissertation). Fordhame University, New York.
- Tuğran, E., Kocak, M., Mirtağoğlu, H., Yiğit, S. ve Mendes, M. (2015). A simulation based comparison of correlation coefficients with regard to type I error rate and power. *Journal of Data Analysis and Information Processing*, 03(03), 87–101. doi:10.4236/jdaip.2015.33010
- West, S. G., Finch, J. F. ve Curran, P. J. (1995). Structural equation models with non-normal variables: Problems and remedies. R. H. Hoyle (Ed.), *Structural equation modeling: Concepts, issues, and applications* içinde . Thousand Oaks, CA: Sage.

Ek.

Araştırmada kullanılan kesme noktaları

Kategori Sayısı	Kullanılan Fonksiyon ve Eşik Noktaları		
	Normal Dağılım	Sağa Çarpık Dağılım	Sola Çarpık Dağılım
2	$Y = \begin{cases} 0, & y_i^* \leq 0.00 \\ 1, & y_i^* > 0.00 \end{cases}$	$Y = \begin{cases} 0, & y_i^* \leq 1.05 \\ 1, & y_i^* > 1.05 \end{cases}$	$Y = \begin{cases} 0, & y_i^* \leq -1.05 \\ 1, & y_i^* > -1.05 \end{cases}$
3	$Y = \begin{cases} 0, & y_i^* \leq -1.00 \\ 1, & -1.00 < y_i^* \leq 1.00 \\ 2, & y_i^* > 1.00 \end{cases}$	$Y = \begin{cases} 0, & y_i^* \leq 1.00 \\ 1, & 1.00 < y_i^* \leq 1.80 \\ 2, & y_i^* > 1.80 \end{cases}$	$Y = \begin{cases} 0, & y_i^* \leq -1.80 \\ 1, & -1.80 < y_i^* \leq -1.00 \\ 2, & y_i^* > -1.00 \end{cases}$
4	$Y = \begin{cases} 0, & y_i^* \leq -1.25 \\ 1, & -1.25 < y_i^* \leq 0.00 \\ 2, & 0.00 < y_i^* \leq 1.25 \\ 3, & y_i^* > 1.25 \end{cases}$	$Y = \begin{cases} 0, & y_i^* \leq 0.85 \\ 1, & 0.85 < y_i^* \leq 1.50 \\ 2, & 1.50 < y_i^* \leq 2.00 \\ 3, & y_i^* > 2.00 \end{cases}$	$Y = \begin{cases} 0, & y_i^* \leq -2.00 \\ 1, & -2.00 < y_i^* \leq -1.50 \\ 2, & -1.50 < y_i^* \leq -0.85 \\ 3, & y_i^* > -0.85 \end{cases}$
5	$Y = \begin{cases} 0, & y_i^* \leq -1.50 \\ 1, & -1.50 < y_i^* \leq -0.50 \\ 2, & -0.50 < y_i^* \leq 0.50 \\ 3, & 0.50 < y_i^* \leq 1.50 \\ 4, & y_i^* > 1.50 \end{cases}$	$Y = \begin{cases} 0, & y_i^* \leq 0.75 \\ 1, & 0.75 < y_i^* \leq 1.28 \\ 2, & 1.28 < y_i^* \leq 1.65 \\ 3, & 1.65 < y_i^* \leq 2.05 \\ 4, & y_i^* > 2.05 \end{cases}$	$Y = \begin{cases} 0, & y_i^* \leq -2.25 \\ 1, & -2.25 < y_i^* \leq -1.80 \\ 2, & -1.80 < y_i^* \leq -1.30 \\ 3, & -1.30 < y_i^* \leq -0.80 \\ 4, & y_i^* > -0.80 \end{cases}$