JEOFIZIK 8, 123-146, 1994

# MANYETOTELÜRİK TERS ÇÖZÜMDE VERİ TÜRLERİNİN KATMAN PARAMETRELERİNİN ÇÖZÜMÜNE ETKİLERİ

## Effect of the Type of Data on the Solution of Layer Parameters in Magnetotelluric Inversion

**Emin U. ULUGERGERLİ* ve Ahmet T. BAŞOKUR***

**ÖZET**

Manyetotelürik sondaj verilerinin yorumu geleneksel olarak Levenberg-Marquardt ters çözüm tekniği kullanılarak yapılır. Çözüm ve çözümün yakınsama hızı seçilen modele, model parametreleri için seçilen başlangıç değerlerine ve veride bulunan gürültüye bağlı olarak değişiklik gösterir. Bu çalışmada, katman parametrelerinin çözümünü etkileyen bu faktörlerin yanısıra ters çözümde kullanılan veri türünün etkisi de incelenmiştir.

İlk olarak, farklı görünür özdirenç tanımlamalarının etkilerini ortaya çıkarmak için Cagniard (1953) ve Başokur (1994) görünür özdirenç tanımları denenmiştir. Faz, birleşik ters çözüm tekniği kullanılarak ters çözüm işlemine katılmıştır. Son olarak, aynı ölçüm noktasından elde edilen verinin ters çözüm sonuçlarının karşılaştırılması için elektrik alan ve kendisine dik yöndeki yatay manyetik alandan türetilen Frekans Düzgünlenmiş Empedans verisi kullanılmıştır. Frekans düzgünlenmiş empedans verisinin gerçel ve sanal bileşenleri ile yapılan birleşik ters çözüm işlemi, görünür özdirenç tanımları ile yapılan ters çözüm işleminden daha uygun sonuç vermektedir.

**ABSTRACT**

The interpretation of Magnetotelluric sounding data is traditionally carried out using the Levenberg-Marquardt type inversion techniques. The solution and speed of convergence depend on the selected model, the initial-guess for the model parameters and the noise contamination of the data. In this study, besides the effect of these factors on the solved layer parameters, the influence of the type of data on the computer inversion schemes is also examined.

Firstly, Cagniard (1953) and Başokur (1994) definitions of apparent resistivity are tested to reveal the effect of the alternative way of defining apparent resistivity. Phase data are included to the inversion scheme using the joint-inversion technique. Finally, the frequency normalized impedance data derived from the electric and orthogonal horizontal magnetic field are used for the comparison of the outputs of previous schemes which performed on the same measurement station. The joint-inversion scheme based on the real and imaginary parts of the frequency normalized impedance produce more consistent results than those of the apparent resistivity definitions.

## GİRİŞ

Yerin elektromanyetik alanındaki değişimleri kullanarak yeryuvarının özdirence bağlı yapısını inceleyen manyetotellürik (MT) yöntemde, verinin yorumu genellikle Levenberg -Marquardt sönümlü en küçük kareler ters çözüm yöntemi ile gerçekleştirilir (Wu 1968, Nabatini and Rankin 1969, Jupp ve Vozoff 1975, Meju ve Hutton 1982, Pedersen ve Rasmussen 1989).

Bugüne kadar yapılan çalışmalarda, empedans bağıntısı veya empedanstan elde edilen yardımcı bağıntılar kul-

* Ankara Üniversitesi, Fen Fakültesi, Jeofizik Müh. Bölümü, Beşevler, 06100, Ankara.

lanılmış (Pedersen ve Rasmussen 1989) ve uygulanan yöntemler sonuca ulaşma açısından değerlendirilmiştir. Birkaç araştırıcı dışında elde edilen parametre değerlerinin nelerden etkilendiği pek gözönüne alınmamıştır.

Bu çalışmada, birleşik ters çözüm kuramından (joint inversion) yararlanılarak hem görünür özdirenç (GÖ) ve faz hem de FNI bağıntısının gerçel ve sanal bileşenlerine ters çözüm uygulanmıştır. Önceki uygulamalarda görünür özdirenç değerleri (İlkışık 1989) veya empedans bağıntısı ya da empedansla ilişkili karmaşık bir fonksiyon kullanılmıştır (Pedersen ve Rasmussen 1989). Bu fonksiyonun logaritması alındığında elde edilen karmaşık değerin gerçel bileşeni genlik değerine sanal kısmı ise faza karşılık gelmekte ve işleme doğrudan katılmaktaydı. Bu çalışmada faz, kısmi türevler dizeyine yapılan ek ile işleme alınmıştır. FNI fonksiyonu kullanılarak yapılan ters çözüm işlemi, gerçel ve sanal bileşenlere birleşik ters çözüm yönteminin uygulanması ile gerçekleştirilmiştir.

## GENEL KURAM

### Frekans Düzgünlenmiş Empedans

Manyetik alanın zamana göre değişimi, düzlem dalganın manyetik bileşeninin değişimi olarak alınırsa, manyetik alandaki değişimlerle yerkürenin özdirenci ile yerkürede indüklenen gerilimin değişimi arasındaki ilişki hesaplanabilir. Matematiksel ifade ile, elektrik alan bileşeninin kendisine dik yöndeki manyetik alan bileşenine oranı, elektromanyetik dalga empedansı olarak tanımlanır.

$$Z_{xy}(f)=\frac{E_x(f)}{H_y(f)} \tag{1}$$

Burada, f; frekans, $E_x$ (f) ve $H_y$(f) ise sırasıyla elektrik ve manyetik alanların Fourier dönüşümleridir. Empedansın birimi ohm dur. Dalga denkleminin çözümünden homojen bir ortamda empedans

$$Z=(w\mu\rho)^{1/2}e^{i\pi/4} \tag{2}$$

bağıntısı ile verilir. Burada, w açısal frekans, $\mu$ manyetik geçirgenliği ($4\pi\ 10^{-7}$ H/m) ve $\rho$ ortamın özdirencini belirtmektedir. Empedansın fazı ise,

$$\varnothing_z=\arctan\left(-\frac{\mathrm{Im}\,(E_x/H_y)}{\mathrm{Re}\,(E_x/H_y)}\right) \tag{3}$$

bağıntısı ile hesaplanır. Homojen ortamlarda empedansın fazı ($\varnothing_z=\pi/4$) sabittir.

MT sondaj eğrilerinin doğrudan yorumunda kullanılmak üzere tanımlanan Frekans Düzgünlenmiş Empedans (FNI, Frequency Normalized Impedance) fonksiyonu

$$Y(f)=\frac{Z(f)}{\sqrt{iw\mu}}=(iw\mu)^{1/2}E_x/H_y \tag{4}$$

şeklinde verilir (Başokur 1994). FNI fonksiyonu ve empedansın fazları arasında

$$\varnothing_y=\varnothing_z-\pi/4 \tag{5}$$

ilişkisi vardır. Homojen ortamlarda $\varnothing_y$=O dır. K tabakalı ortam için FNI fonksiyonu, yarı sonsuz ortam üzerine bir katman eklenmesi ve bu işlemin birinci katmanın eklenmesine kadar yinelenmesi ile elde edilir. Bu şekilde K katmanlı ortam için FNI fonksiyonu

$$Y_k=R_k\ \tanh\left[(u\ t_k/R_k)+\tanh^{-1}(Y_{k+1}/R_k)\right] \qquad k=K, K-1, \ldots, 1 \tag{6}$$

yineleme bağıntısı ile hesaplanabilir. Burada u= $(iw\mu)^{1/2}$, R= $\rho^{1/2}$ ile verilmektedir. $t_k$, k. katmanın kalınlığıdır. Son katman için $Y_K=R_K$ alınır. Yineleme bağıntısı ile çeşitli u değerleri için hesaplanacak $Y_1(u)$ değerleri, ortama ait kuramsal FNI fonksiyonunu verecektir. FNI fonksiyonunun sistematik davranışı, MT verilerinden yeraltı yapısı hakkında daha kolay bilgi edinilmesini sağlar. Büyük ve küçük frekans değerleri için, FNI fonksiyonunun gerçel bileşeni sırasıyla ilk ve son katmanların özdirençlerinin kareköküne ve sanal bileşen ise sıfıra yaklaşır. Sanal bileşen, gerçel bileşenin azalan kanatları için artı ve artan değerlerden oluşan kanatları için ise eksi değerler alır. Ortamda bulunan herbir katman için sanal bileşen, artı veya eksi değerlerden oluşan bir yarım elips çizer (Başokur 1994).

### Görünür Özdirenç Bağıntıları

Elektrik ve elektromanyetik yöntemlerde elde edilen verilerin sunumu; GÖ eğrileri, yapay kesitler ve eşözdirenç haritaları ile yapılmaktadır. MT verilerinin sunumunda geleneksel olarak Cagniard (1953) tarafından tanımlanan GÖ tanımı kullanılmaktaır. Spies and Egger (1986) ve Başokur (1994) yaptıkları çalışmalarda yeraltını daha iyi temsil edebilecek yeni GÖ tanımlarının yapılabileceğini göstermişlerdir. GÖ tanımı, empedans bağıntısında, fiziksel anlam kaybedilmeden yapılan normalleştirme işlemidir (Spies ve Egger 1986). Yapılan tanım yarı sonsuz homojen ortamlarda ortamın özdirencine, verinin elde edildiği enyüksek ve enalçak frekanslarda yüzeydeki ve enalttaki katman özdirencine eşit olmalıdır. Ara katmanlarda ise katman özdirencine yakın değer vermeli ve bu değeri geçmemelidir (Başokur 1994). FNI fonksiyonu, yeraltı özelliklerini açıklamadaki sistematik davranışı nedeniyle GÖ tanımlarının eldesinde kullanılabilir. (2) bağıntısı ile verilen homojen ortam için empedans bağıntısı (4) bağıntısında yerine konup düzenleme yapılırsa

$$Y(f)=\sqrt{\rho} \tag{7}$$

elde edilir. Homojen ortamlar için FNI bağıntısının değeri ortamın özdirencinin kareköküdür. (4) bağıntısından görüleceği gibi FNI bağıntısı karmaşık bir sayıdır. (4) bağıntısının genliği yazılırsa

$$|Y(f)| = \left|\frac{1}{\sqrt{i w \mu}}\right| \left|\frac{E_x}{H_y}\right| = \frac{1}{\sqrt{w\mu}} \left|\frac{E_x}{H_y}\right| \qquad (8)$$

halini alır. Homojen ortam için Cagniard GÖ bağıntısı

$$\rho_a = \frac{1}{w\mu} \left|\frac{E_x}{H_y}\right|^2 \qquad (9)$$

olduğu bilinmektedir. (8) bağıntısında her iki tarafın karesi alınırsa

$$|Y(f)|^2 = \frac{1}{w\mu} \left|\frac{E_x}{H_y}\right|^2 \qquad (10)$$

(9) ve (10) bağıntılarının sağ taraflarının benzer olmasından yararlanarak

$$\rho_a = |Y(f)|^2 \qquad (11)$$

yazılabilir. Y(f) karmaşık ifadesini gerçel ve sanal bileşenlerine ayırarak yazarsak

$$\rho_a = [(Y_G^2(f)+Y_S^2(f))^{1/2}]^2 = Y_G^2(f)+Y_S^2(f) \qquad (12)$$

Cagniard GÖ bağıntısının FNI cinsinden veren ifade elde edilir. FNI bağıntısının gerçel bileşeni katman özdirençlerine, sanal bileşeni ise katman sınırlarına daha duyarlıdır. Bu özelliklerden yararlanarak FNI bağıntısının bileşenlerinden değişik özdirenç tanımları üretmek olasıdır. Başokur (1994) tarafından MT verilerin yorumunda kullanılmak üzere yeni bir görünür özdirenç bağıntısı tanımlanmıştır.

$$\rho_{ab} = [(Y_G^2 - \mathrm{sgn}\,(Y_S)Y_S^2)/(Y_G+Y_S)]^2 \qquad (13)$$

## TERS ÇÖZÜM KURAMI

Jeofizik gözlem değerlerinden parametrelerin kestirilmesi ve yorumlanabilmesi için üç farklı bilgiye gereksinim duyulur. Birinci olarak yerin fiziksel özelliklerinin gözlem belirtileri üzerine etkisi tanımlanabilmelidir. Bir başka deyişle jeolojik yapıların fiziksel modeli matematiksel bir ifade ile tanımlanabilirse, oluşturacağı belirtiler de sayısal olarak elde edilebilir. Örnek olarak yerelektrik alanındaki değişimler matematiksel bağıntılar ile gösterilebilirse, yeryuvarının özdirence bağlı değişimi modellenebilir. İkinci olarak kayaçların jeolojik parametrelerince denetlenen fiziksel olguların neler olduğu bilinmelidir. Örneğin, kayaç yapısına bağlı olan gözeneklilik, mineral dağılımı gibi özdirenci doğrudan etkileyen özellikler bilinmeli ve yorum aşamasında gözönüne alınmalıdır. Üçüncü olarak algılanan verileri sağlayan bütün modeller içinde kısıtlamaya gidilerek, olabildiğince az sayıdaki parametre ile işlem yapılmalıdır.

Parametrelerin saptanması için yeryüzeyinde alınan ölçüleri tanımlayabilecek bir matematiksel bağıntıya gerek bulunmaktadır. Ölçü değerleri ile parametreleri ilişkilendiren matematiksel bağıntı "düz çözüm" olarak adlandırılmaktadır. Düz çözüm yeraltının belirli bir fiziksel modeli sağladığı varsayımı ile geliştirilir. Örneğin bir boyutlu, iki boyutlu ve üç boyutlu yeraltı modelleri için geliştirilecek düz çözümler farklı olacaktır. Parametre çözümünün başarısı, düşünülen model ve yeraltı fiziksel koşullarının sağladığı uyum derecesi ile ilgilidir. Bütünüyle uyumsuz bir modelin seçimi ile fiziksel anlamı olmayan parametre değerleri elde edilecektir. Ele alınan modelin parametrelerine sayısal değerler vererek, bu yapı üzerinde ölçelecek değerlerin hesaplanması ile "kuramsal veri" elde edilebilir. Ters çözüm işleminin amacı, belirli bir model için kuramsal veri ile ölçülen veri arasındaki farkı enküçük yapan parametre kümesini hesaplayabilmektir. Kuramsal veri, model parametrelerinin doğrusal ya da doğrusal olmayan bir fonksiyonudur. Doğrusal ilişki durumunda, model parametreleri ölçülen veriden dolaysız çözülebilir. Doğrusal olmayan ters çözüm işleminde, parametreler için önkestirim değerleri atanır ve gerçek çözümün önkestirim değerlerine oldukça yakın olduğu varsayılır. Amaç; önkestirim değerlerine uygulanması gereken düzeltme değerlerinin saptanmasıdır. Bu işlem dizey olarak

$$P_j = P_j^o + \Delta P_j \qquad j = 1, 2, \ldots, M \qquad (14)$$

şeklinde yazılabilir. Burada, M parametre sayısı, $P_j^o$ önkestirim değerleri ve $P_j$ parametrelerin gerçek değerleridir. $\Delta P_j$; önkestirim ve gerçek parametre değerleri arasındaki farklardan oluşan, önkestirim değerlerine uygulanacak düzeltme dizeyidir. Gerçek ve önkestirim değerinin yakın olduğu varsayımı ile düz çözüm fonksiyonu, önkestirim değerleri civarında Taylor serisine açılabilir. İkinci ve daha yüksek dereceli terimler ihmal edilirse

$$f(x_i,P) = f(x_i, P^o) + \sum_{j=1}^{M} \frac{\partial f(x_i, P^o)}{\partial P_j^o} (P_j - P_j^o) + \ldots \qquad i = 1,2,\ldots,N \qquad (15)$$

yazılabilir. Burada i, önkestirim parametreleri için hesaplanmış N adet kuramsal verinin sıra numarası ve $x_i$, yatay eksen değerleridir. T devrik dizeyi göstermek üzere; kuramsal verinin sayısal değerleri, (N*1) boyutunda bir sütun dizey;

$$f^o = (f_1, f_2, \ldots, f_N)^T \qquad (16)$$

önkestirim ve gerçek parametreler arasındaki farklar, (M*1) boyutunda sütun dizey;

$$\Delta P = [(P_1 - P_1^o), (P_2 - P_2^o), \ldots, (P_M - P_M^o)]^T \qquad (17)$$

kuramsal fonksiyonun önkestirim parametrelerine göre kısmi türevlerini kapsayan (N*M) boyutundaki dizey ise

$$A_{ij} = \frac{\partial f_i^o}{\partial P_j^o} \qquad (18)$$

ile gösterilirse, (15) dizey denklemi olarak

$$f = f^o + A\Delta P \qquad (19)$$

şeklinde yazılabilir. A dizeyi Jacobian dizeyi, duyarlılık (sensitivity) ve sistem dizeyi gibi adlarla anılmaktadır. N adet ölçü değeri,

$$d=[d_1, d_2,...,d_N]^T \quad (20)$$

(N*1) boyutunda sütun dizey ile gösterilirse, ölçü değerleri ve gerçek parametreler için hesaplanan sayısal değerler arasındaki fark, dizey gösterimi ile

$$e=d-f \quad (21)$$

olarak yazılabilir. (19) denklemi (21) de yerine konarak

$$e=d-f^o-A\Delta P \quad (22)$$

elde edilir. $\Delta d$ dizeyi; ölçülen veri ile önkestirim parametreleri kullanılarak hesaplanan kuramsal veri arasındaki farkları tanımlarsa;

$$e=\Delta d-A\Delta P \quad (23)$$

yazılabilir.

Enküçük kareler yönteminde (Gauss-Newton Yöntemi), hata enerjisi farkların kareleri toplamı olarak tanımlanır.

$$E= e^Te= (\Delta d-A\Delta P)^T(\Delta d-A\Delta P) \quad (24)$$

Hata enerjisini enküçüklemek amacıyla, parametre düzeltme dizeyine göre kısmi türevleri alınır ve sıfıra eşitlenirse, veri sayısının parametre sayısından büyük olduğu (N>M) aşırı tanımlı (overdetermined) problemler için çözüm

$$\Delta P= (A^TA)^{-1}A^T \Delta d \quad (25)$$

denklemi ile verilir. Bu denklemde Jacobian dizeyi A ve ölçülen ve kuramsal verilerin fark dizeyi $\Delta d$ bilinen dizeyler olduğundan, $\Delta P$; dizey işlemleri ile hesaplanabilir. $(A^TA)^{-1}A^T \Delta d$ dizeyi genelleştirilmiş ters (generalized inverse) veya Lanczos (1961) tersi olarak adlandırılır ve Penrose (1955) koşullarını sağlar. İstenen parametreler, hesaplanan parametre düzeltme dizeyinin önkestirim dizeyine eklenmesi ile elde edilir. Başlangıçta yapılan önkestirim değerlerinin, gerçek parametre değerlerine yakın olduğu varsayımı ve Taylor açılımında yüksek dereceli terimlerin ihmali nedeniyle, bulunan sonuçlar gerçek parametre değerlerini vermeyecektir. Ancak, yeni parametre değerlerinin ölçülen ve kuramsal değerler arasındaki farkları küçültmesi beklenir. Farkları daha da küçülten bir yöntem, bir adımın sonuç parametre değerlerinin bir sonraki adımın önkestirim değerleri olarak kullanılması ile elde edilebilir. Bu yineleme işlemi ile hata enerjisi gittikçe küçültülerek sonuca gidilmeye çalışılır.

Yineleme işlemi; 1) ölçülen ve kuramsal veri arasındaki farkın, önceden belirlenen bir değerden daha küçük olması, 2) iki ardışık yineleme arasındaki hata enerjilerinin oranının belirli bir değerin altına inmemesi (yineleme ile hata enerjisinin küçültülememesi), 3) yineleme ile parametrelerde yöntemin ayrımlılığından daha küçük değişimlerin elde edilmesi ve 4) belirli bir yineleme sayısına erişilmesi koşullarından herhangibirinin oluşması ile sona erdirilir.

**Tekil Değer Ayrışımı**

Kare olmayan tekil dizeylerin terslerinin alınmasında kullanılan diğer bir yöntemde tekil değer ayrışımıdır (Singular Value Decomposition, SVD). Kısmı türevler dizeyinde bağımsız eşitlik sayısı r olmak üzere dizey, üç ayrı dizeyin çarpımı şeklinde verilebilir.

$$A= U\Lambda V^T \quad (26)$$

Burada, U; Nxr boyutunda gözlem uzayına ait r adet özdizey içeren, diklik koşulunu sağlayan dizey, V; rxM boyutunda parametre uzayına ait r adet özdizey içeren, diklik koşullarını sağlayan dizey, $\Lambda$; r adet sıfırdan farklı $\lambda_j$ değeri içeren, köşegen dizeydir. $\lambda_j$ ler A dizeyinin tekil değerleridir, $\lambda_j > \lambda_{j+1}$ olarak sıralanmıştır. V ve U dizeyleri diklik koşulundan dolayı

$$V^TV = UU^T=I \quad (27)$$

özelliğini taşırlar. Bu bağıntılardan yararlanarak A dizeyinin dönüğü

$$A^T = V\Lambda U^T \quad (28)$$

bağıntısı ile verilebilir. (25) bağıntısında (26) ve (28) de verilen işlemler uygulanırsa,

$$\Delta P= (V\Lambda^2V^T)^{-1}V\Lambda U^T \Delta d \quad (29)$$

V ve U nun diklik koşulundan yararlanarak

$$\Delta P= V \text{ diag } (1/\lambda_i )U^T \Delta d \quad (30)$$

bağıntısı yazılabilir. Dizeyin rankı ise,

$$r = \sum_{i=1}^{M} \lambda_i^2/(\lambda_i^2+\sigma_o^2) \quad (31)$$

ile verilir. Burada $\sigma_o$ model ile gözlem verileri arasındaki uyumsuzluğun ölçüsüdür:

$$\sigma_o^2 = \frac{(\Delta d)^T(I-U\ U^T)\Delta d}{N-M} \quad (32)$$

ile verilir.

**Sönüm Faktörü**

(18) bağıntısında $P_j$ etkisiz olması durumunda kısmi türevler dizeyinin j. kolonu sıfıra yakın olur. Bu parametreye ait özdeğerde sıfır olarak bulunur. Eğer veri, parametreye duyarsız ise özdeğer göreceli olarak çok küçük çıkar. Yineleme sırasında sıfır özdeğerlerin dizeyden çıkarılması ve küçük özdeğerlerin neden olduğu salınımların sönümlenmesi gerekir. (25) bağıntısında $A^TA$ dizeyinin köşegenlerine dizeyin özelliğine göre seçilen bir sayısal değer eklenerek

$$\Delta p= (A^TA + \epsilon I)^{-1}A^T\Delta d \quad (33)$$

denklemi elde edilir. Bu çözüm Levenberg-Marquardt ters çözümü veya sönümlü en küçük kareler adımı alır. Bağıntıda I birim dizey $\epsilon$ ise pozitif bir değerdir (Levenberg 1944, Marquardt 1963). $\epsilon$ nın alabileceği değerler sıfır ile bir arasındadır. $\epsilon$ =1 alınırsa en dik iniş yöntemine benzer bir şekilde sonuca gidilir ve yöntemin özelliği olarak çözüm yavaştır. $\epsilon = 0$ alınırsa (25 bağıntısı) Gauss-Newton yöntemi adını alır ve çözüm çok hızlı gelişir. Ancak önceki bölümlerde anlatılan nedenlerden dolayı sonuca ulaşmayı garanti etmez. Çözümün durağanlığını sağlamak için yineleme aşamasında $\epsilon$ için sıfır ile bir arasında değişik değerler verilir. Bu uygulama Levenberg-Marquardt yöntemi olarak adlandırılır. $\epsilon$ değerinin seçiminde çeşitli uygulamalar vardır. En yaygını $A^T A$ nın sıfırdan farklı en küçük özdeğerini sönüm faktörü olarak kullanmaktır. Yineleme sonucu yakınsama sağlanamaz ise daha büyük özdeğer ile işlem tekrarlanır.

Küçük olan özdeğerler sıfıra çok yakın çıkabilir. Bu durumda özdeğerler için de seçim yapılması gerekir. Kabul edilecek özdeğerler için çeşitli görüşler vardır. Örnek olarak, enbüyük özdeğerin belli bir yüzde değerini kesme değeri olarak kabul edilmesi veya kullanılan bilgisayarın duyarlılık sınırına göre kesme değerini belirlenmesi verilebilir. Kesme değerinin seçimi uygulanan yönteme göre kullanıcı tarafından belirlenir.

**Sönüm Faktörünün Tekil Değer Ayrışımı Yöntemine Uygulanması**

(33) bağıntısında (26) ve (28) da verilen işlemler uygulanırsa

$$\Delta P = V(\Lambda^2 + \epsilon I)^{-1} V \Lambda U^T \Delta d \tag{34}$$

elde edilir ve (27) de verilen V ve U nun diklik koşulundan yararlanarak

$$\Delta P = V \operatorname{diag}\left(\lambda_j / (\lambda_j^2 + \epsilon)\right) U^T \Delta d \tag{35}$$

bağıntısı bulunmuş olur. $\lambda$ değerlerinden herhangi birinin çok küçük olması durumunda da hesaplanan $\Delta P$ değerleri belli sınırlar arasında olacaktır (Inman 1975).

**Birleşik Ters Çözüm**

İki ayrı veri türünün aynı parametre kümesinin değerlendirilmesinde kullanmak için geliştirilen yöntemde çeşitli yollar uygulanabilir. Örnek olarak, iki ayrı fark ve kısmi türevler dizeylerinden birinin diğerinin altına eklenmesi veya verilerin ters çözümlerinin aynı parametreler üzerinden ardışık olarak yinelenmesi verilebilir. Ters çözüm işleminin gerçek olmayan çözümlere yönelmesi nedeni ile ardışık kullanım yaygın değildir. Diğer yönteme örnek olarak FNI bağıntısının gerçel ve sanal bileşenleri üzerinden yapılacak ters çözüm işleminde, Jacobian ve fark dizeyleri için

$$A_{G,S} = \begin{bmatrix} \dfrac{\partial Y_G}{\partial P_j} \\ \\ \dfrac{\partial Y_S}{\partial P_j} \end{bmatrix} \tag{36}$$

ve

$$\Delta d_{G,S} = \begin{bmatrix} \Delta d_G \\ \\ \Delta d_S \end{bmatrix} \tag{37}$$

kullanılabilir. $A_{G,S}$ ile verilen dizeye uygulanacak işlemler daha önce anlatılan işlemlerle aynıdır. Buradaki tek fark matematiksel olarak dizeyin boyutlarının değişmesidir. Bu tür ters çözüm işlemlerinde türevlerin sayısal değerlerinin birbirlerinden fazla farklı olmamasına dikkat edilmelidir. Aksi halde çözüm sayısal değeri yüksek olan bileşenden daha fazla etkilenecektir. Böyle durumlarda türev değerlerinin ağırlık katsayıları kullanılarak dengelenmesi gerekir.

**Çözünürlük**

Kısmi türevler dizeyinin sütunları, veri noktalarının parametrelerden etkileniş biçimini gösterir. j. sütunun elemanları göreceli olarak yeterli sayıda yüksek değerler kapsıyorsa j. parametre duyarlı bir şekilde çözülebilir. Eğer değerler düşük ve eleman sayısı yetersiz ise, veri grubu j. parametreyi çözmek için kullanılamaz ve çözüm için ek bilgiye gerek vardır.

Çözüm işlemi genel olarak P parametre yöneyi ile d gözlem yöneyi arasındaki ilişkiyi veren $A^{-1}$ dizeyinin eldesi olarak özetlenebilir. Sönüm faktörünün sıfır olması halinde

$$A_L A_L^{-1} = I \tag{38}$$

işleminden elde edilecek birim dizeyin elemanları veriden elde edilen ayrımlılığın ölçüsü olarak kabul edilebilir. Burada L Lanczos tersini belirtmektedir. Köşegen elemanları birim değere yakınsa, ayrımlılık iyi, birim değerden uzaksa veriden yeterli ayrımlılık sağlanamamış demektir. SVD bileşenlerinden yararlanarak (38) bağıntısı yeniden yazılırsa

$$I_U = U U^T \tag{39}$$

elde edilir. Önceki bölümde U dizeyinin gözlem uzayına ait olduğu belirtilmiştir. $I_U$ dizeyi bilgi yoğunluk dizeyi olarak da adlandırılır.

Benzer şekilde elde edilen parametrelerin ortamı tam temsil ettiği düşünülürse

$$A_L^{-1} A_L = I \tag{40}$$

olmalıdır. (40) bağıntısında SVD bileşenleri yazılırsa

$$I_v = V V^T \tag{41}$$

elde edilir. $I_v$ dizeyi parametre ayrımlılık dizeyi olarak da adlandırılır. (41) bağıntısında birim dizey elde edilebilirse ters çözüm işleminden elde edilen parametrelerin ortamı temsil ettiği kabul edilebilir. Birim dizeydeki elemanlar parametrelerin gerçek değerlerine yakınlığının ölçüsüdür. Sönüm faktörü kullanılması halinde $I_U$ ve $I_v$ birim dizey olmayacaktır. En büyük değeri köşegende olan çan eğrisi görünümü elde edilecektir (Dimri 1992).

## Tekil Değer Ayrışımı ile Çözünürlüğün İncelenmesi

Tekil değer ayrışımı yönteminden elde edilen V dizeyi yardımı ile gerçek ve hesaplanan parametreler arası ilişkiler ortaya konabilir. Doğrusal ters çözüm gözönüne alındığında

$$P = IvP^* \tag{42}$$

yazılabilir.

Çözülen parametre dizeyi (P), gerçek parametre dizeyine (P*) bağlı bir şekilde verilir.

$$P_j^* = \ldots +v_{j,j-1} P_{j-1} +v_{j,j}P_j+v_{j,j+1}P_{j+1}\ldots \tag{43}$$

bağıntısından bulunabilir. Burada, v ayrımlılık dizeyinin elemanlarını göstermektedir. (43) denklemi hesaplanan parametrelerin diğer parametrelerden etkilenme oranını verir. Oranın büyük olması parametrenin bağımsız çözülmesini de engeller (Jupp and Vozoff 1975, İlkışık and Jones 1984).

Yorum aşamasında özdeğerler büyükten küçüğe doğru sıralanır. En büyük özdeğere ait parametre özyöneyinden en iyi çözümlenen parametre veya eşdeğerlilik elde edilir. Elde edilen değerler ters işaretli ise parametrelerin toplamları ($P_i$+$P_j$), aynı işaretli ise parametrelerin farkları ($P_i$-$P_j$), sabit kalacak şekilde çözüm bulunur. Gözlem verisinin hata içermesi durumunda etkilenecek parametreler göreceli olarak küçük özdeğere ait parametre özyöneyinden, parametreyi etkileyecek gözlem noktaları ise veri özyöneyinden görülebilir. En küçük özdeğere ait parametre özyöneyindeki parametreler arası eşdeğerlilik en büyükteki eşdeğerliliğe terstir. En küçük özdeğerden, gürültünün parametreler arasındaki hangi tür eşdeğerliliği daha fazla etkileyeceği elde edilir.

Parametreler arası ilişki, ilişki dizeyi yardımıyla da incelenebilir. Parametreler arasındaki doğrusal ilişkinin bir ölçüsü olan ilişki dizeyi C, kısmi türevler dizeyinden elde edilebilir.

$$C_{i,j} = \frac{(A^TA)^{-1}_{ij}}{[(A^TA)^{-1}_{ii}\,(A^TA)^{-1}_{jj}]^{1/2}} \tag{44}$$

İlişki dizeyinde birim değere yakın ilişki veren parametreler birbirlerinden bağımsız olarak çözülemezler. İlişki değeri (+) birime yakın olduğunda parametrelerin farkları, (-) birime yaklaştığında ise parametrelerin toplamları sabit olacak şekilde çözüm bulunabilir.

## MT VERİLERİNİN TERS ÇÖZÜMÜ

Bu bölümde, önceki bölümlerde genel kuramı verilen ters çözüm işleminin MT verilerine uygulanması tartışılacaktır. Önceki bölümde verilen Başokur (1994) ve Cagniard (1953) GÖ bağıntılarına kuram ayrı ayrı uygulanmış ve sonuçlar karşılaştırılmıştır. Gürültünün etkisini azaltmak için GÖ + faz ve $Y_G$ + $Y_S$ birleşik ters çözum denemeleri yapılmıştır.

### Logaritmik Gösterim

MT olayında, veri ve parametreler arasında hiperbolik bir bağıntı vardır ve ilişki doğrusal değildir. Bu nedenle ölçüler doğrusal olmayan sırayla gerçekleştirilir. Logaritmik gösterim ile doğrusal olmayan ölçüm işlemi kısmen doğrusallaştırılmış olur. Geniş bir aralıkta yapılan MT ölçülerinin tek bir grafikte gösterilmesi ve yüksek frekanslarda yapılan ölçümlerin daha ayrıntılı yorumlanabilmesine olanak sağlar. Logaritmik işlemlerin ters çözüme uygulanması ile eksi değerli kalınlık ve özdirenç bulma olasılığı ortadan kalkar.

Logaritmik değişken kullanmanın diğer bir yararı ise birbirine bağımlı olan parametrelerin duyarlı olarak çözülebilmesidir. Örneğin, veri iki parametrenin birbirine oranına ($P_1/P_2$) duyarlı ise logaritmik gösterimle bağımlılık doğrusallaştırılmış olur ($Ln(P_1) - Ln(P_2)$ ). Benzer şekilde veri parametrelerin birbiri ile çarpımlarına ($P_1$*$P_2$) duyarlı ise doğrusallaştırma sonucu parametrelerin logaritmaları toplamı ($Ln(P_1) + Ln(P_2)$ ) duyarlı bir şekilde belirlenebilir.

Ters çözüm işleminde, parametreler arası farkın büyük olması çözüme ulaşmayı engelleyecektir. Buna örnek olarak 1 ve 1000 ohm-metre özdirençli iki katmanlı ortamda yapılan çözüm işleminde, elde edilecek ΔP düzeltme değerleri ikinci katmandan daha çok etkilenecek sonuçta birinci katman için gerçek değerinden uzak bir sonuç elde edilecektir. Logaritmik değişken kullanımı ile değerler göreceli olarak aynı seviyeye indirilir ve çözümün bütün parametrelerden hemen hemen aynı oranda etkilenmesi sağlanır. Bu nedenle

$$d= \ln(\rho_{ao}) \tag{45}$$

ve

$$f^o= \ln(\rho_{ak}) \tag{46}$$

olarak kullanılır. Burada $\rho_{ao}$ ölçülen GÖ ve $\rho_{ak}$ önkestirim değerleri kullanılarak hesaplanan kuramsal değerleri göstermektedir. Parametre uzayında ise

$$P_j= \ln (R_j) \qquad j = 1,\ldots, K \tag{47}$$

ve

$$P_j= \ln (t_{j-k}) \qquad j = K+1,\ldots, 2K-1 \tag{48}$$

dönüşümleri kullanılır. Burada, K katman sayısıdır. $R_j = \rho_j^{1/2}$, katman özdirencinin karekökü olduğu daha önce belirtilmişti. Parametre özyöneyinde parametrelere ait genliklerden yararlanarak özyöneyin ait olduğu parametrenin kestirilebileceği (44) bağıntısı ile verilmiştir. İşlem kolaylığı için bağıntıda yanlızca iki genlik değerinin sıfırdan farklı ve yaklaşık birim olduğunu kabul edelim. Genliklerin işaretlerinin farklı olması durumunda bağıntı,

$$P_j^* = - P_j+P_k \tag{49}$$

şeklinde yazılabilir. Bağıntıda logaritmik parametreden geleneksel parametreye geçiş yaparsak

$$\exp(P_j^*) = \exp (-P_j+P_k) \tag{50}$$

işlem düzenlenirse, $\exp(P_k)=t_k$ ve $\exp(P_j)=\rho_j$ kabulu ile

$$\rho_j^* = t_k/\rho_j \tag{51}$$

yazılabilir. t ve $\rho$ nun aynı katmana ait olması durumunda son bağıntıda bulunan $\rho*$ değişkeni S tipi eşdeğerliliğe karşılık gelir.

Buraya kadar anlatılan bölümde tanımlanan eşdeğerlilikleri, üç tabakalı özdirenç yapı modeli ile açıklarsak; T tipi eşdeğerlilik, iki iletken tabaka arasındaki ince yalıtkan katmanda ($\rho_1<\rho_2>\rho_3$) oluşan eşdeğerlilik ve S tipi eşdeğerlilik ise iki yalıtkan tabaka arasındaki ince iletken katmanda ($\rho_1>\rho_2<\rho_3$) oluşan eşdeğerlilik olarak tanımlanabilir. Bu tip yapılarda orta tabaka belirli şartları taşımıyorsa, GÖ eğrilerinde belirlenemez. Bu olayın ters çözüme etkisi önceden de anlatıldığı gibi parametrelerin oranları (S tipi) veya çarpımları (T tipi) sabit olacak şekilde herhangi bir çözümün elde edilmesi şeklindedir. Yorum aşamasında ters çözümden elde edilen sonuçlar değerlendirilirken, eşdeğerliliklere dikkat edilmelidir. Aksi halde jeolojik yapıya uymayan ve fiziksel anlamı olmayan yapılar elde edilebilir.

**Kısmi Türevler Dizeyinin Elde Edilişi**

Kısmi türevler dizeyinin seçilen bir model bağıntısının parametrelere göre türevlerinden oluştuğu bilinmektedir. Bu çalışmada model bağıntısı olarak önceki bölümlerde verilen Başokur ($\rho_{ab}$) ve Cagniard ($\rho_{ac}$) GÖ bağıntıları alınmıştır. Logaritmik türev özelliğinden yararlanarak

$$\frac{\partial \ln(\rho_{ac})}{\partial \ln(P_j)} = \frac{P_j}{\rho_{ac}} \frac{\partial \rho_{ac}}{\partial P_j} \tag{52}$$

$$\frac{\partial \ln(\rho_{ab})}{\partial \ln(P_j)} = \frac{P_j}{\rho_{ab}} \frac{\partial \rho_{ab}}{\partial P_j} \tag{53}$$

bağıntıları yazılabilir. GÖ'lerin parametrelere göre türevlerini almak için FNI bağıntısından yararlanılabilir.

$$\rho_{ac}= Y_G^2+Y_S^2 \tag{54}$$

için türev bağıntısı,

$$\frac{\partial \rho_{ac}}{\partial P_j} = 2\, Y_G(\partial Y_G/\partial P_j)+ 2\, Y_S(\partial Y_S/\partial P_j) \tag{55}$$

ve

$$\rho_{ab}= (Y_G^2- \mathrm{sign}(Y_S)Y_S^2)^2/(Y_G +Y_S)^2 \tag{56}$$

için türev bağıntısı,

$$\frac{\partial\rho_{ab}}{\partial P_j} = \frac{2(Y_G^2-\mathrm{sign}(Y_S)Y_S^2)(2Y_G\frac{\partial Y_G}{\partial P_j}-\mathrm{sign}(Y_S)2Y_S\frac{\partial Y_s}{\partial P_j})}{(Y_G+Y_S)^2} - \frac{2(Y_G^2-\mathrm{sign}(Y_S)Y_S^2)^2(\frac{\partial Y_G}{\partial P_j}+\frac{\partial Y_s}{\partial P_j})}{(Y_G+Y_S)^3} \tag{57}$$

şeklinde verilebilir. Fazın parametrelere göre türevleri ise

$$\frac{\partial\varnothing}{\partial P_j} = \frac{Y_G\frac{\partial Y_S}{\partial P_j} - Y_S\frac{\partial Y_G}{\partial P_j}}{Y_G^2+Y_S^2} \tag{58}$$

bağıntısı ile verilir. K tabakalı ortamda FNI bağıntısının k. tabakadaki türev değeri, k nin altında bulunan (k+1, k+2, ..., K) katmanlardan etkilenmez. k. katmanın türevinin yüzeydeki değeri zincir kuralı ile bulunabilir (Ulugergerli, 1993)

$$\frac{\partial Y}{\partial P_j} = \frac{\partial Y_1}{\partial Y_2}\cdot\frac{\partial Y_2}{\partial Y_3}\cdots\frac{\partial Y_{k-1}}{\partial Y_k}\cdot\frac{\partial Y_k}{\partial P_j} \tag{59}$$

Bu işlemin yapılabilmesi için gerekli türev bağıntıları sırası ile k. katmanın FNI fonksiyonu $Y_k$ nın, k+1 katmanın FNI fonksiyonu $Y_{k+1}$ e göre türevi

$$\frac{\partial Y_k}{\partial Y_{k+1}} = \frac{\{(1+Y_{k+1}\,\mathrm{tgh}(ut_k/R_k)/R_k))-\mathrm{tgh}(ut_k/R_k)+[1+Y_{k+1}\,\mathrm{tgh}(ut_k/R_k)/R_k\}}{[1+Y_{k+1}\,\mathrm{tgh}(ut_k/R_k)/R_k]^2} \tag{60}$$

k. katmanın katman özdirencinin karekökü $R_k$ ya göre türevi

$$\frac{\partial Y}{\partial R_k} = \frac{[\mathrm{tgh}(ut_k/R_k)-(ut_k/R_k)/\cosh^2(ut_k/R_k)][1+Y_{k+1}\,\mathrm{tgh}(ut_k/R_k)/R_k]+\{Y_{k+1}\mathrm{tgh}(ut_k/R_k)+Y_{k+1}ut_k/(R_k\cosh^2(ut_k/R_k))][Y_{k+1}+R_k\mathrm{tgh}(ut_k/R_k)]/R_k^2}{[1+Y_{k+1}\,\mathrm{tgh}(ut_k/R_k)/R_k]^2} \tag{61}$$

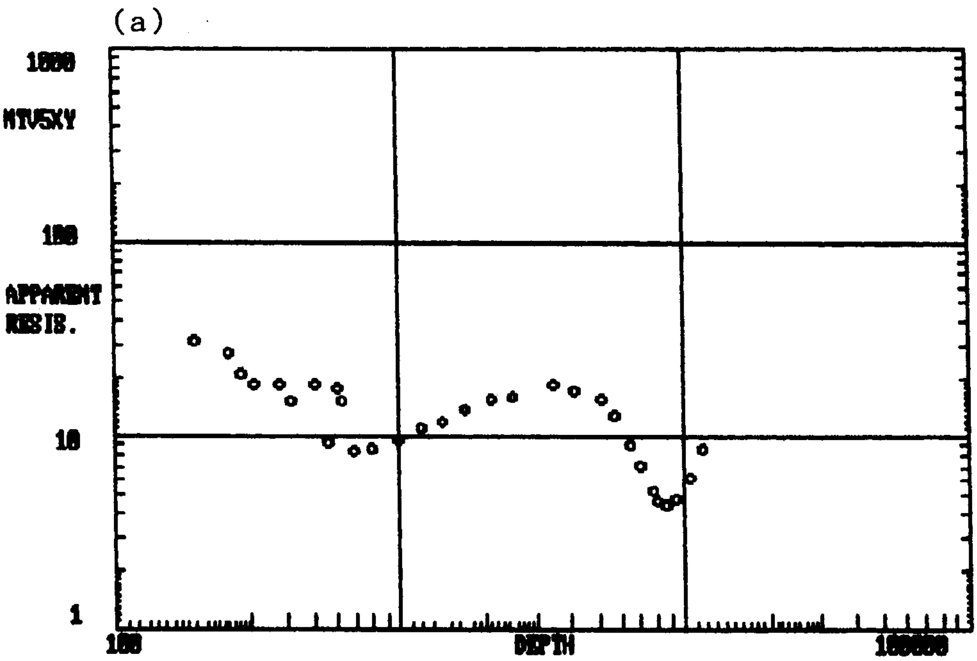
k. katmanın katman kalınlığı $t_k$ ye göre türevi

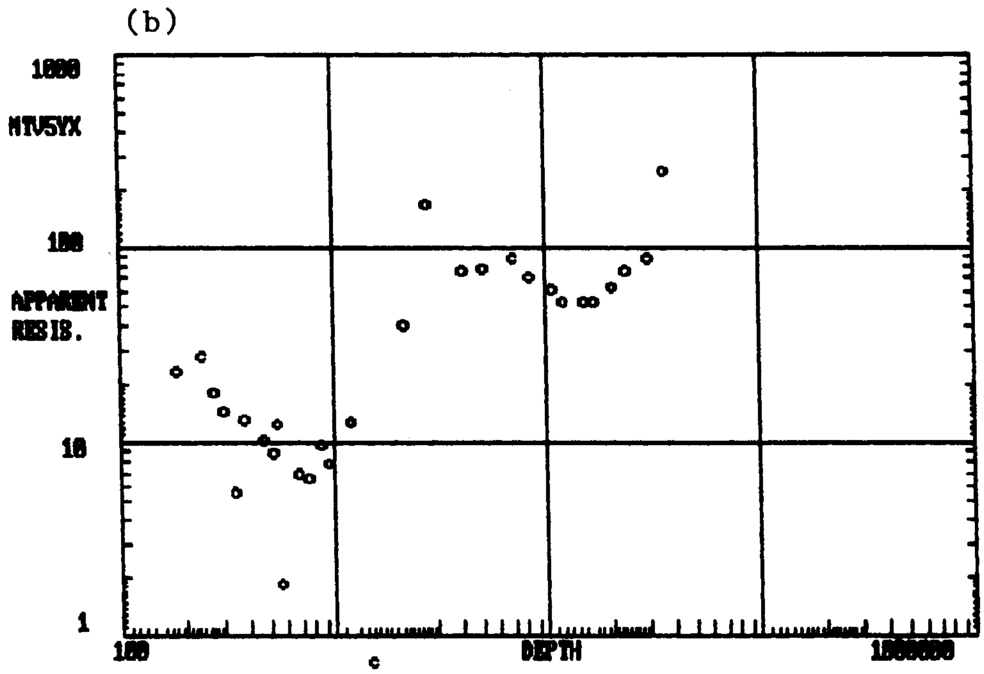
$$\frac{\partial Y}{\partial t_k} = \frac{[1+Y_{k+1}\mathrm{tgh}(ut_k/R_k)(u/\cosh^2(ut_k/R_k))-[Y_{k+1}+R_k\mathrm{tgh}(ut_k/R_k)]/R_k\,[Y_{k+1}u/(R_k^2\cosh(ut_k/R_k))]}{[1+Y_{k+1}\,\mathrm{tgh}(ut_k/P_k)/P_k]^2} \tag{62}$$

bağıntıları ile verilebilir. Burada tgh() simgesi tanjanthiperbolik fonksiyonu göstermektedir.

## UYGULAMALAR

MT verilerinin ters çözümü için önceki bölümlerde verilen bağıntılardan yararlanarak, FORTRAN dilinde bilgisayar programı hazırlanmıştır. Özdirenç verilerinin yorumu için Arnason ve Hersin'in (1988) doğrusal olmayan en küçük kareler ters çözüm programından yararlanılmıştır. Program Johansen'den (1977) alınan Levenberg-Marquardt ters çözüm algoritması ile işlem yapmaktadır. Programın düz çözüm ve kısmı türevleri hesaplayan alt programları yeniden yazılarak MT verisine uygun hale getirilmiştir. Çözüm ve veri hazırlama bölümleri için Başokur (1993) tarafından yazılan BASIC programı kullanılmıştır. Yineleme




Şekil 1. XY (a) ve YX (b) verilerinin Bostick dönüşümleri.

Fig. 1. Bostick transforms of XY (a) and YX (b) data.

aşamasında parametrelerden elde edilen GÖ eğrisinin ($\rho_{ak}$) gerçek GÖ eğrisine ($\rho_{ao}$) benzerliği, değerlerin farklarının karelerinin toplamının karekökünü (chi-square sum) veren

$$CHIR = (\Sigma(\ln(\rho_{ao})^2 - \ln(\rho_{ak})^2)^{1/2} \quad (63)$$

$$CHIF = (\Sigma(\ln(\varnothing_o)^2 - \ln(\varnothing_k)^2)^{1/2} \quad (64)$$

$$CHI = (CHIR^2 + CHIF^2)^{1/2}/N \quad (65)$$

bağıntılarından yararlanarak denetlenmiştir. Burada N veri adedini göstermektedir. Fazın çözüme eklenmesi durumunda CHIF işleme girmektedir.

Ters çözüm işlemi, Başokur (1994) GÖ, Cagniard (1953) GÖ değerleri, GÖ ve faz ölçülerinin birlikte kullanımı, FNI fonksiyonu ve iki değişik tanımdan elde edilen GÖ değerlerinin birlikte kullanımı olmak üzere çeşitli veri kümeleri üzerinde yürütülmüştür. Elde edilen sonuçlardan $\rho_{aB}$ ve $\rho_{ac}$ dışındakiler verilmiştir.

Uygulama için birbirine dik olarak alınan iki MT verisi seçilmiştir. Elektrik alanın X (kuzey-güney) doğrultusunda olduğu ölçüm XY, Y (doğu-batı) doğrultusundaki ölçüm ise YX olarak adlandırılmıştır. Veride Bostik (1977) dönüşümünden 6 katman ayırtlanmaktadır (Şekil 1). Yöntemlerin karşılaştırmasını yapabilmek için sonuçlar sıra ile incelenmiştir.

**Cagniard Görünür Özdirenç Değerleri ve Faz ile Ters Çözüm**

Katmanların özdirençlerinin büyüklükleri gözönüne alındığında her iki yöndeki açılımda uyumludur (Şekil 2 ve 3). Temeli oluşturan yapıya ait bilgi XY doğrultusunda yalnızca fazda bulunmakta YX doğrultusunda ise GÖ eğrisinde de belirgin olarak görülmektedir. Bütün birimlerin kalınlıkları yöne bağlı olarak yaklaşık iki kat artmaktadır. Bu durum ortamda yön bağımlılığın olduğuna işaret etmektedir. Ters çözüm sonuçları incelendiğinde XY verisinde iki, YX verisinde üç özdeğer sıfır veya sıfıra çok yakın çıkmıştır (Çizelge 1 ve 2). Sıfır veya sıfıra yakın çıkan özdeğerlerin sayısı, iyi çözümlenemeyen parametre sayısını vermektedir. Parametre özdizeyindeki son sütunlarda yüksek değerler iyi çözümlenemeyen parametrelere karşılık gelmektedir. XY verisinde $\rho_6$ ve $t_3$ parametreleri, YX verisinde ise $\rho_3$, $\rho_5$ ve $t_3$ parametrelerinin diğer parametrelerden bağımsız olarak çözülemeyeceği söylenebilir. YX ilişki dizeyinde ise üçüncü katmana ait parametreler arasındaki ilişki tam değer vermiştir. Bu durum katman parametreleri yerine, S veya T tipi eşdeğerliliklerin çözülebileceğine işaret eder. Önceki bölümlerde de değinildiği gibi, ilişki dizeyindeki artı değer üçüncü katmanda S tipi eşdeğerlilik olduğunu göstermektedir. YX verisinde ise aynı katmanda T tipi eşdeğerlilik olduğu görülmektedir. Her iki ilişki dizeyinde de kalınlıklar arası ilişki yüksek düzeydedir. Yüksek ilişki düzeyinden kaynaklanan bağımlılıklar, eşdeğerliliklerle birlikte düşünüldüğünde elde edilen sonuçların, gerçek değerlere yakın olması beklenemez.

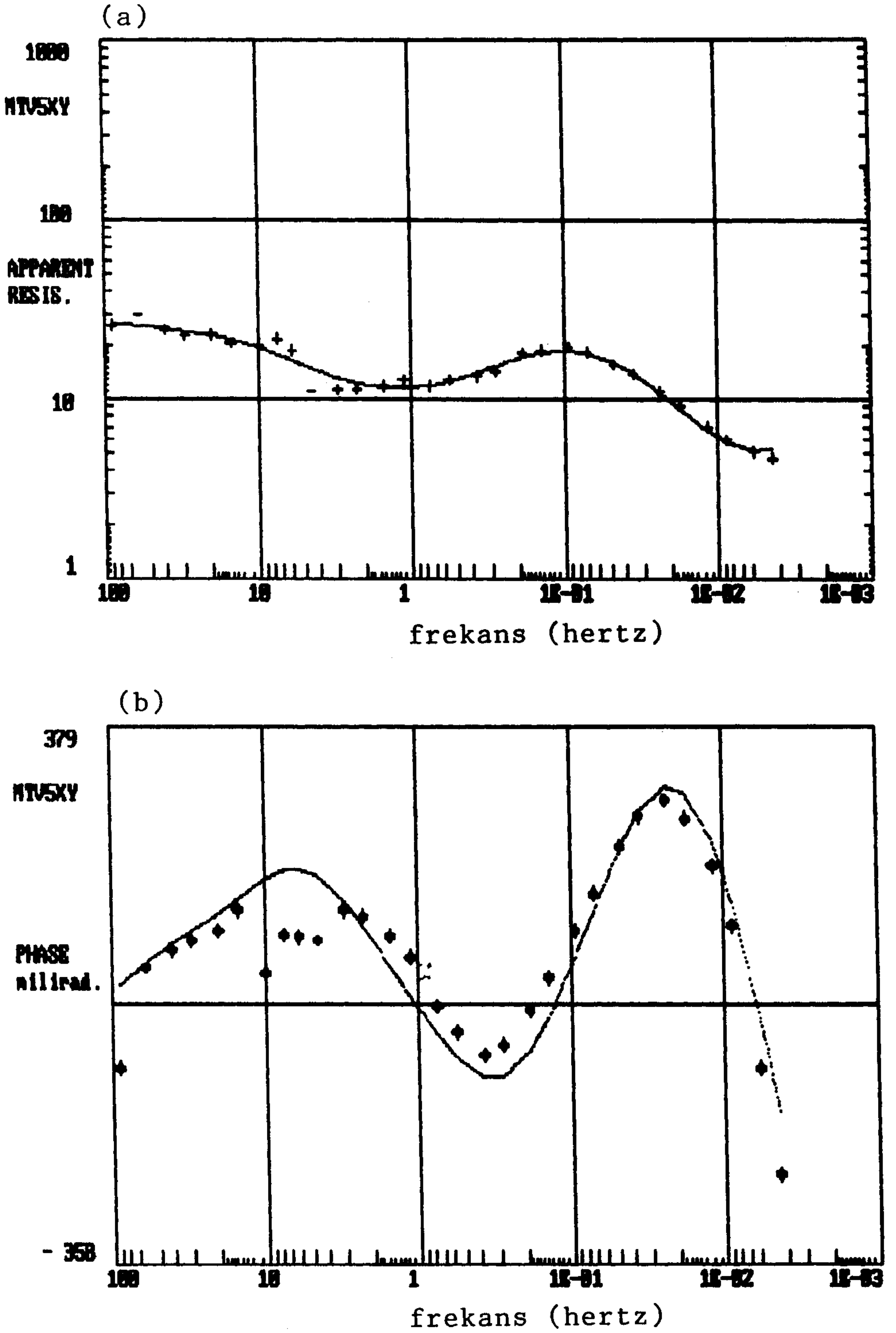
**Başokur Görünür Özdirenç Değerleri ve Faz ile Ters Çözüm**

Her iki yöne ait veride de son katmandan etkilenen veri sayısı Cagniard GÖ tanımına göre fazladır (Şekil 4 ve 5). Bu nedenle iki ayrı yön için gerçekleştirilen ters çözüm işleminin sonucunda, son katmanın yüzeyine ait derinlik değerleri diğer veri kümelerinin çözümünden elde edilen değerler kadar değişmemektedir. Özdirence bağlı dizilim her iki yönde de aynıdır. Üçüncü katman ince tabaka problemi olarak bu çözümde de vardır. FNI eğrisindeki gürültülerden Başokur GÖ eğrisi oldukça fazla etkilenmektedir. Küçük frekans değerlerindeki yüksek gürültü, değerlerdeki sapmanın nedeni olarak gösterilebilir. XY ve YX verilerindeki iyi çözülemeyen parametre sayısı Cagniard GÖ ile aynıdır (Çizelge 3 ve 4). İlişki dizeyinde üçüncü katman tam bir eşdeğerlilik göstermektedir. Diğer parametreler arası ilişki düzeyini düşük olması, bu parametrelerin gerçeğe yakın çözümünün elde edilebileceğini göstermektedir. YX verisinde parametre özyöneyi incelendiğinde; $t_3$, $t_5$ ve $\rho_6$ için son sütunlarda yüksek değer elde edildiği görülmektedir. Üçüncü katmanda S tipi eşdeğerlilik her iki veride de kendini göstermektedir.

**FNI Değerlerinden Ters Çözüm**

Bu çözümlemede üçüncü katman dışında özdirence bağlı yapılanma benzerdir (Şekil 6 ve 7). Ayrıca diğer sonuçlar karşılaştırabilmek amacıyla görünür özdirenç ve faz değerleride verilmiştir (Şekil 8 ve 9). YX verisindeki ölçümlerde, eğrilerin son bölümlerinde sanal bileşenin mutlak değer olarak büyüklüğü bu bölgede gürültünün çok olduğunu göstermektedir. Gürültüsüz veride sanal değerin mutlak değeri gerçel bileşenin mutlak değerinden küçük olmalıdır. XY verisinde iki özdeğer sıfır kabul edilebilir (Çizelge 5). $t_3$ ve $\rho_6$ için yüksek ilişki değerlerinin bulunması bu parametrelerin doğru çözülemeyeceğini göstermektedir. İlişki dizeyinde üçüncü ve beşinci katmanlardaki yüksek ilişki düzeyi bu katmanlarda eşdeğerlilik bulunduğunu göstermektedir. Diğer çözümlerde olduğu gibi, üçüncü katmanda yine ince katman sorunu gözlenmektedir. YX verisinde iyi çözülemeyen parametre sayısı üç olarak alınabilir (Çizelge 6). Parametre özyöneyindeki son iki sütundan $\rho_6$ nın tam olarak ve $\rho_4$ - $t_5$ çiftinin de birbirinden bağımsız olarak çözülemeyeceği söylenebilir. İlişki dizeyinde beşinci katmanda yüksek eşdeğerlilik görülmektedir. Üçüncü ve dördüncü katmanlardaki eşdeğerliliklerde çözümü etkileyecek düzeydedir. Düşük özdirençli beşinci katmanda S tipi eşdeğerlilik belirgindir.

Genel olarak sonuçlar incelendiğinde YX verisinin düşük frekanslardaki değerleri oldukça gürültülüdür. Bu bölümün son katmanın özdirenci için çözümlenmesi istenildiğinde, kullanılan tanımların özelliklerine göre, bu katmanın özdirenci için algoritmanın rastgele değerler atadığı görülmektedir.




Şekil 2. XY doğrultusu için Cagniard (1953) görünür özdirenç (a) ile fazın (b), ölçülen değerleri (artı işaretleri) ve birleşik ters çözüm sonucunda bulunan model eğrisi (sürekli eğri). Hesaplanan katman parametreleri (özdirenç ve kalınlık) $\rho_1$ =24.8 ohm-m, $\rho_2$ = 10.3 ohm-m, $\rho_3$ = 1.6 ohm-m, $\rho_4$ = 23.7 ohm-m, $\rho_5$ = 2.1 ohm-m, $\rho_6$ = 4714466 ohm-m ve $t_1$ = 321.5 m, $t_2$ = 495.1 m, $t_3$ = 61.1 m, $t_4$ = 5861.6 m, $t_5$ = 5672.1 m dir.

Fig. 2. The measured data (plus signs) and model curves (solid curves) of Cagniard's (1953) apparent resistivity (a) and phase (b) for XY direction after proceeding with joint inversion. The computed layer parameters (resistivity and thickness) are $\rho_1$ =24.8 ohm-m, $\rho_2$ = 10.3 ohm-m, $\rho_3$ = 1.6 ohm-m, $\rho_4$ = 23.7 ohm-m, $\rho_5$ = 2.1 ohm-m, $\rho_6$ = 4714466 ohm-m and $t_1$ = 321.5 m, $t_2$ = 495.1 m, $t_3$ = 61.1 m, $t_4$ = 5861.6 m, $t_5$ = 5672.1 m.

**Çizelge 1.** **Şekil 2 de gösterilen ters çözüm işlemi sonucunda bulunan yineleme sayısı, CHI değeri, katman parametrelerinin değerleri , parametre özyöneyleri, parametre özdeğerleri ve ilişki dizeyi.**

**Table 1.** **Iteration number, CHI values, the solved layer parameters, parameter eigenvectors, parameter eigenvalues and correlation matrix obtained from the inversion shown in Figure 2.**

YAPILAN YİNELEME SAYISI= 12

SONUÇ CHI DEĞERİ = 0.03225

SONUÇ PARAMETRELERİ =

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| rho: | 24.77 | 10.26 | 1.63 | 23.70 | 2.11 | 4714466.00 |
| t: | 321.58 | 495.05 | 61.13 | 5861.56 | 5672.09 | |

PARAMETRE ÖZYÖNEYLERİ

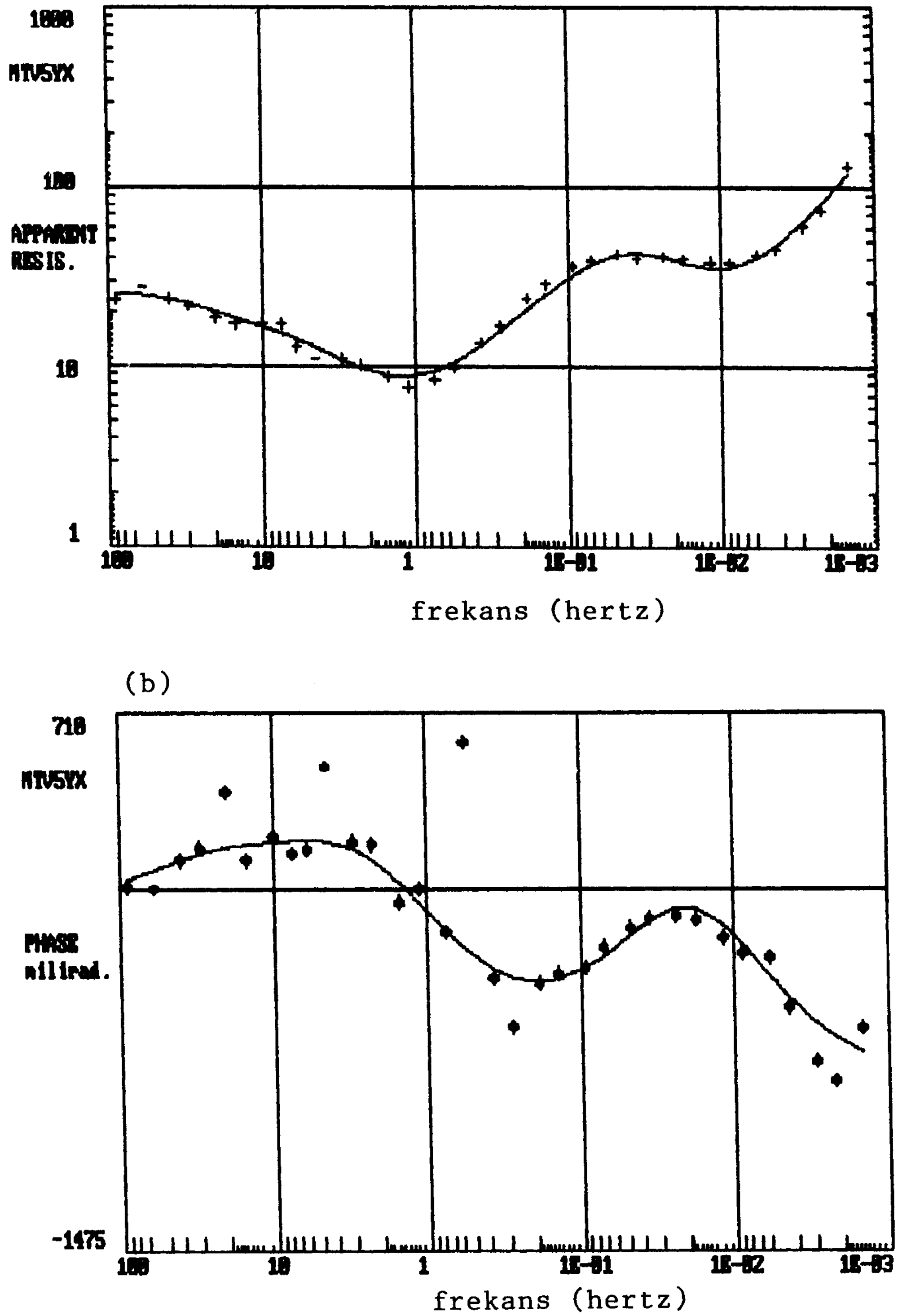
| | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | -.802 | .525 | -.092 | .155 | -.193 | .080 | -.050 | .030 | -.045 | .000 | .000 |
| 2 | -.465 | -.437 | .150 | -.403 | .475 | -.024 | -.069 | .187 | -.377 | -.002 | .000 |
| 3 | -.172 | -.331 | .081 | -.094 | -.145 | .675 | -.003 | -.245 | .384 | -.401 | -.015 |
| 4 | -.245 | -.589 | -.007 | .270 | -.539 | -.457 | -.093 | .067 | .091 | -.001 | .000 |
| 5 | -.003 | -.100 | -.884 | -.214 | .006 | .069 | .112 | .350 | .152 | .000 | .001 |
| 6 | .000 | .000 | .000 | .000 | .000 | .000 | .000 | -.002 | -.001 | -.036 | .999 |
| 7 | -.207 | .026 | .005 | -.104 | .372 | -.435 | .384 | -.347 | .592 | .003 | .000 |
| 8 | .011 | .057 | -.028 | .009 | .238 | -.087 | -.874 | .071 | .399 | .052 | .002 |
| 9 | .077 | -.149 | -.039 | .047 | .080 | -.302 | -.047 | .108 | -.145 | -.914 | -.033 |
| 10 | -.048 | -.205 | -.259 | .768 | .450 | .150 | .014 | -.207 | -.174 | .005 | .000 |
| 11 | -.006 | .007 | .335 | .287 | .145 | .120 | .238 | .772 | .341 | -.001 | .002 |
| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 |

PARAMETRE ÖZDEĞERLERİ:

| | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 5.196 | 3.996 | 3.422 | 2.670 | 2.139 | .883 | .335 | .238 | .199 | .001 | .001 |

İLİŞKİ DİZEYİ:

| | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 1.000 | | | | | | | | | | |
| 2 | .720 | 1.000 | | | | | | | | | |
| 3 | .449 | .760 | 1.000 | | | | | | | | |
| 4 | .219 | .393 | .721 | 1000 | | | | | | | |
| 5 | .056 | .102 | .214 | .449 | 1.000 | | | | | | |
| 6 | -.020 | -.033 | -.025 | .082 | .505 | 1.000 | | | | | |
| 7 | -.827 | -.960 | -.653 | -.328 | -.084 | .030 | 1.000 | | | | |
| 8 | -.453 | -.779 | -.998 | -.693 | -.202 | .028 | .665 | 1.000 | | | |
| 9 | .452 | .764 | 1.000 | .721 | .214 | -.025 | -.657 | -.998 | 1.000 | | |
| 10 | -.404 | -.692 | -.975 | -.810 | -.392 | .-025 | .590 | .966 | -.974 | 1.000 | |
| 11 | -.062 | .112 | .232 | .467 | .987 | .532 | -.093 | -.219 | .232 | -.407 | 1.000 |




Şekil 3. YX doğrultusu için Cagniard (1953) görünür özdirenç (a) ile fazın (b), ölçülen değerleri (artı işaretleri) ve birleşik ters çözüm sonucunda bulunan model eğrisi (sürekli eğri). Hesaplanan katman parametreleri (özdirenç ve kalınlık) $\rho_1$ = 23.4 ohm-m, $\rho_2$ = 7.4 ohm-m, $\rho_3$ = 7.8 ohm-m, $\rho_4$ = 176.5 ohm-m, $\rho_5$ = 28.8 ohm-m, $\rho_6$ = 52639250 ohm-m ve $t_1$ = 307.9 m, $t_2$ = 968.9 m, $t_3$ = 91.0 m, $t_4$ = 13793.6 m, $t_5$ = 18055.6 m dir.

Fig. 3. The measured data (plus signs) and model curves (solid curves) of Cagniard's (1953) apparent resistivity (a) and phase (b) for YX direction after proceeding with joint inversion. The computed layer parameters (resistivity and thickness) are $\rho_1$ = 23.4 ohm-m, $\rho_2$ = 7.4 ohm-m, $\rho_3$ = 7.8 ohm-m, $\rho_4$ = 176.5 ohm-m, $\rho_5$ = 28.8 ohm-m, $\rho_6$ = 52639250 ohm-m ve $t_1$ = 307.9 m, $t_2$ = 968.9 m, $t_3$ = 91.0 m, $t_4$ = 13793.6 m, $t_5$ = 18055.6 m.

**Çizelge 2. Şekil 3 de gösterilen ters çözüm işlemi sonucunda bulunan yineleme sayısı, CHI değeri, katman parametrelerinin değerleri , parametre özyöneyleri, parametre özdeğerleri ve ilişki dizeyi.**

**Table 2. Iteration number, CHI values, the solved layer parameters, parameter eigenvectors, parameter eigenvalues and correlation matrix obtained from the inversion shown in Figure 3.**

YAPILAN YİNELEME SAYISI = 6

SONUÇ CHI DEĞERİ = 0.1257

SONUÇ PARAMETRELERİ =

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| rho: | 23.37 | 7.35 | 7.76 | 176.47 | 28.82 | 52639250.00 |
| t: | 307.85 | 968.91 | 91.02 | 13793.62 | 18055.59 | |

PARAMETRE ÖZYÖNEYLERİ

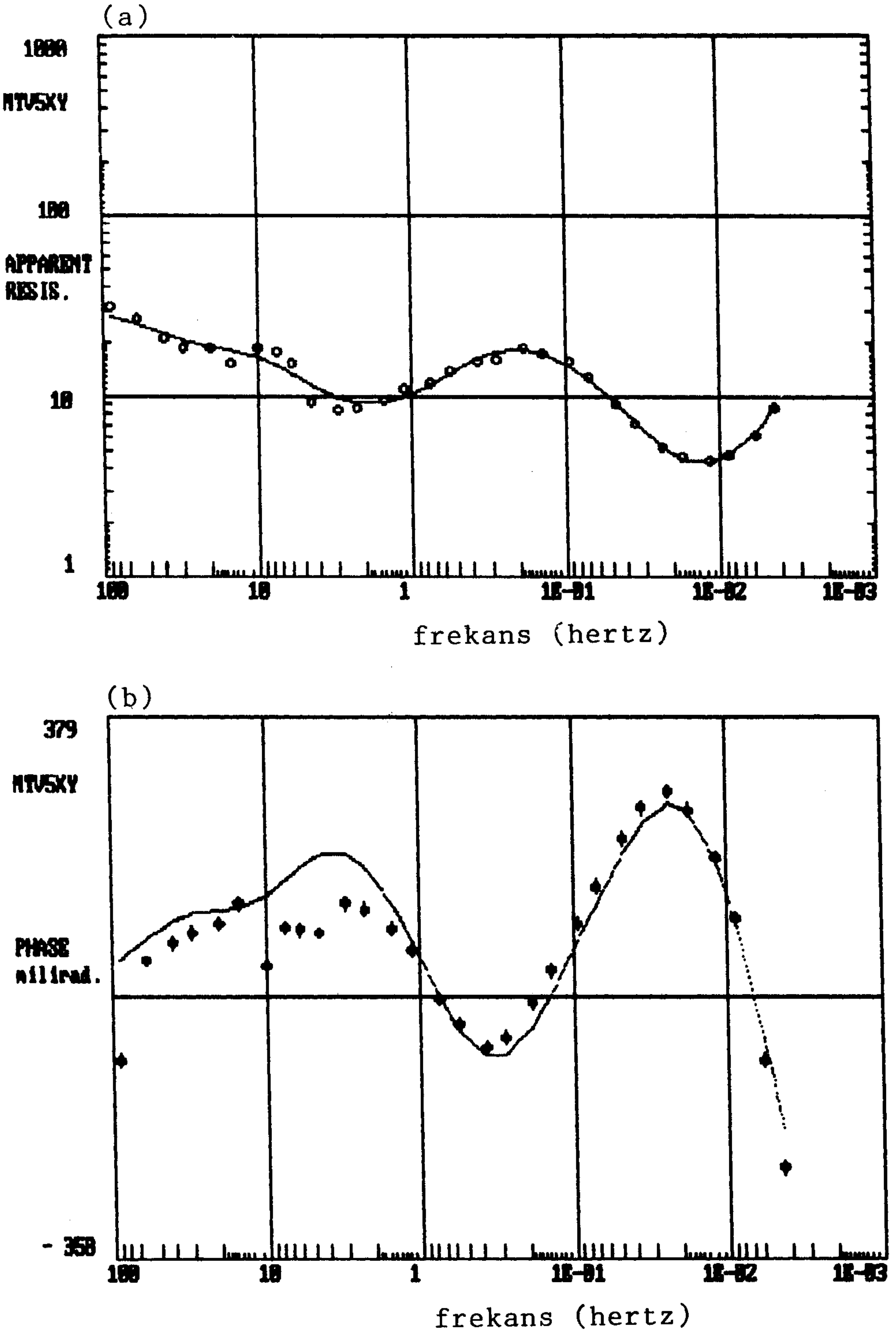
| | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | -.156 | .067 | -.945 | .230 | -.104 | .113 | -.043 | .003 | -.000 | .000 | .000 |
| 2 | -.891 | .199 | .118 | -.290 | .045 | .220 | -.135 | .013 | -.001 | -.000 | .000 |
| 3 | -.063 | .010 | .027 | -.099 | -.048 | -.064 | .111 | -.032 | .980 | -.046 | .064 |
| 4 | -.149 | -.060 | .058 | .389 | .220 | -.533 | -.662 | .220 | .008 | .000 | .000 |
| 5 | -.189 | -.187 | -.037 | .010 | .150 | .128 | .187 | .347 | .003 | .002 | .000 |
| 6 | .000 | .000 | .000 | .000 | -.001 | .000 | -.001 | -.005 | .047 | .999 | -.001 |
| 7 | -.033 | .030 | -.256 | -.553 | .351 | -.648 | .288 | -.022 | .002 | .000 | .000 |
| 8 | .332 | -.048 | -.144 | -.510 | .306 | .386 | -.561 | .085 | .176 | -.008 | .100 |
| 9 | .029 | -.004 | -.013 | -.045 | .027 | .035 | -.050 | .007 | .081 | -.005 | -.993 |
| 10 | -.038 | .040 | .024 | .346 | .788 | .211 | .158 | -.432 | -.018 | .000 | .000 |
| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 |

PARAMETRE ÖZDEĞERLERİ:

| | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 8.989 | 6.460 | 4.464 | 1.963 | 1.545 | .688 | .408 | .123 | .002 | .002 | .000 |

İLİŞKİ DİZEYİ:

| | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 1.000 | | | | | | | | | | |
| 2 | .456 | 1.000 | | | | | | | | | |
| 3 | -.060 | -.242 | 1.000 | | | | | | | | |
| 4 | -.093 | -.322 | .850 | 1000 | | | | | | | |
| 5 | -.018 | -.017 | -.379 | -.014 | 1.000 | | | | | | |
| 6 | .015 | .046 | -.089 | -.045 | .294 | 1.000 | | | | | |
| 7 | -.689 | -.831 | .030 | .119 | .079 | -.021 | 1.000 | | | | |
| 8 | -.029 | -.163 | .992 | .797 | -.418 | -.086 | -.032 | 1.000 | | | |
| 9 | .025 | .152 | -.989 | -.789 | .423 | .086 | .041 | -1.000 | 1.000 | | |
| 10 | .092 | .323 | -.966 | -.942 | .165 | .057 | -.100 | -.933 | .928 | 1.000 | |
| 11 | -.030 | -.060 | -.245 | .139 | .986 | .322 | .092 | -.291 | .297 | .021 | 1.000 |




Şekil 4. XY doğrultusu için Başokur (1994) görünür özdirenç (a) ile fazın (b), ölçülen değerleri (yuvarlak ve artı işaretleri) ve birleşik ters çözüm sonucunda bulunan model eğrisi (sürekli eğri). Hesaplanan katman parametreleri (özdirenç ve kalınlık) $\rho_1$ = 29.3 ohm-m, $\rho_2$ = 12.9 ohm-m, $\rho_3$ = 0.07 ohm-m, $\rho_4$ = 31.9 ohm-m, $\rho_5$ = 3.1 ohm-m, $\rho_6$ = 39833434 ohm-m ve $t_1$ = 286.0 m, $t_2$ = 781.6 m, $t_3$ = 4.4 m, $t_4$ = 4760.8 m, $t_5$ = 8013.3 m dir.

Fig. 4. The measured data (circles and plus signs) and model curves (solid curves) of Başokur's (1994) apparent resistivity (a) and phase (b) for XY direction after proceeding with joint inversion. The computed layer parameters (resistivity and thickness) are $\rho_1$ = 29.3 ohm-m, $\rho_2$ = 12.9 ohm-m, $\rho_3$ = 0.07 ohm-m, $\rho_4$ = 31.9 ohm-m, $\rho_5$ = 3.1 ohm-m, $\rho_6$ = 39833434 ohm-m ve $t_1$ = 286.0 m, $t_2$ = 781.6 m, $t_3$ = 4.4 m, $t_4$ = 4760.8 m, $t_5$ = 8013.3 m.

**Çizelge 3.** Şekil 4 de gösterilen ters çözüm işlemi sonucunda bulunan yineleme sayısı, CHI değeri, katman parametrelerinin değerleri, parametre özyöneyleri, parametre özdeğerleri ve ilişki dizeyi.

**Table 3.** Iteration number, CHI values, the solved layer parameters, parameter eigenvectors, parameter eigenvalues and correlation matrix obtained from the inversion shown in Figure 4.

YAPILAN YİNELEME SAYISI= 14

SONUÇ CHI DEĞERİ = 0.03158

SONUÇ PARAMETRELERİ =

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| rho: | 29.34 | 12.93 | 0.07 | 31.88 | 3.12 | 3983434.00 |
| t: | 289.01 | 781.63 | 4.37 | 4760.76 | 8013.26 | |

PARAMETRE ÖZYÖNEYLERİ

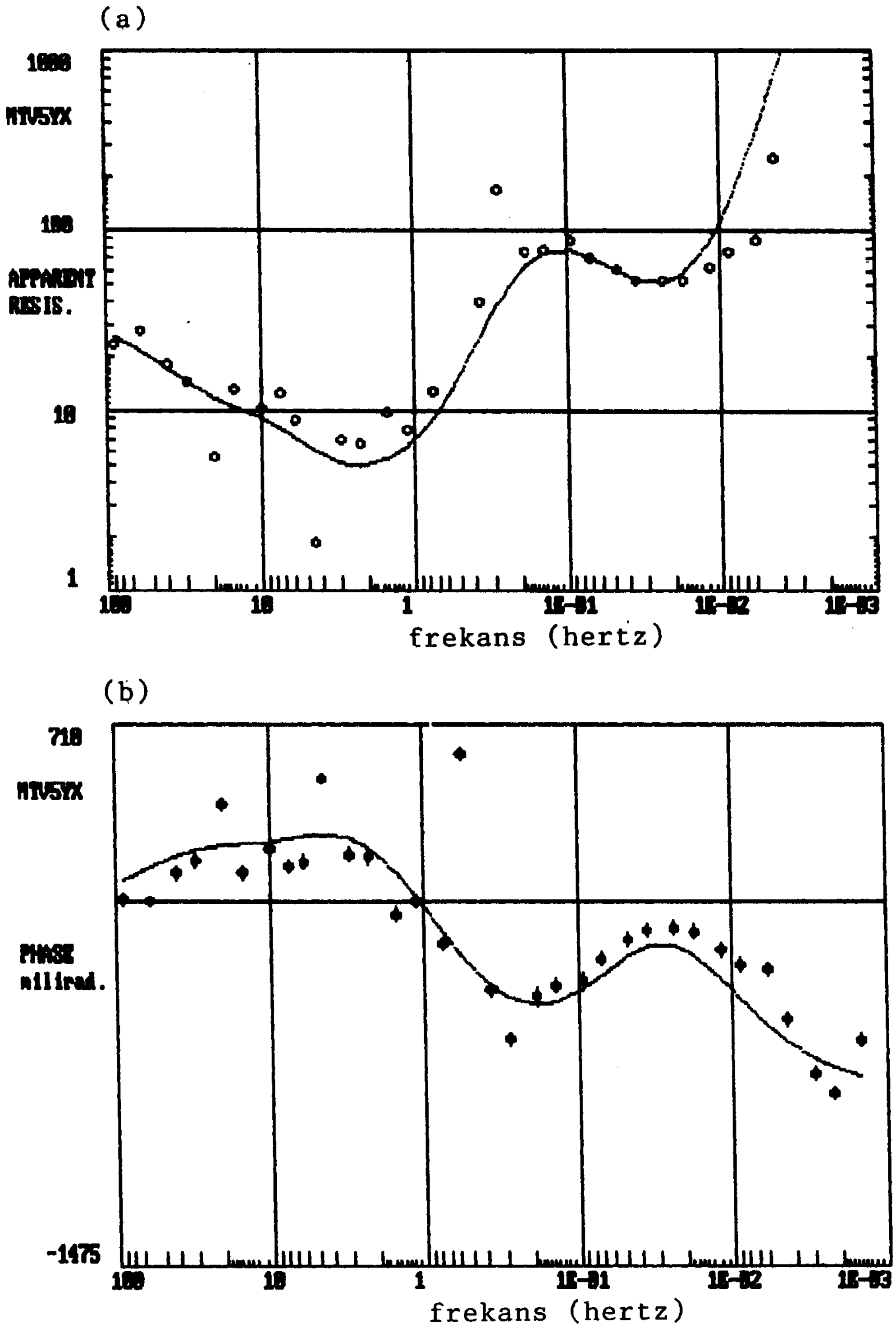
| | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | -.006 | .045 | -.187 | .050 | -.907 | .239 | -.049 | .179 | -.214 | .000 | .000 |
| 2 | -.033 | .814 | -.375 | .200 | .137 | -.246 | .091 | .119 | -.230 | .000 | .000 |
| 3 | -.019 | .430 | .453 | -.301 | -.020 | .463 | .204 | -.250 | -.031 | -.434 | .103 |
| 4 | .026 | .273 | .490 | -.092 | -.170 | -.351 | -.478 | .394 | .373 | .000 | .000 |
| 5 | .918 | .017 | .017 | .099 | .006 | .064 | .285 | .204 | .140 | .000 | .000 |
| 6 | .000 | .000 | .000 | .000 | .000 | .000 | -.001 | -.001 | -.001 | .231 | .973 |
| 7 | -.004 | .157 | -.278 | .214 | -.181 | .056 | -.060 | -.514 | .741 | .000 | .000 |
| 8 | .004 | .046 | -.162 | .250 | .305 | .684 | -.501 | .309 | .054 | .002 | .000 |
| 9 | .010 | -.214 | -.226 | .151 | .011 | -.229 | -.102 | .125 | .015 | -.871 | .207 |
| 10 | .050 | -.015 | .452 | .781 | -.057 | -.062 | -.092 | -.301 | -.278 | .001 | .000 |
| 11 | -.390 | -.041 | .138 | .329 | .004 | .116 | .604 | .478 | .336 | .001 | .001 |
| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 |

PARAMETRE ÖZDEĞERLERİ:

| | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 8.387 | 5.373 | 3.293 | 3.001 | 2.386 | 1.251 | .783 | .454 | .408 | .000 | .001 |

İLİŞKİ DİZEYİ:

| | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 1.000 | | | | | | | | | | |
| 2 | .633 | 1.000 | | | | | | | | | |
| 3 | .137 | .211 | 1.000 | | | | | | | | |
| 4 | -.109 | -.302 | .038 | 1000 | | | | | | | |
| 5 | -.113 | -.208 | -.715 | .307 | 1.000 | | | | | | |
| 6 | -.048 | -.093 | -.377 | .118 | .589 | 1.000 | | | | | |
| 7 | -.804 | -.891 | -.159 | .217 | .153 | .068 | 1.000 | | | | |
| 8 | -.051 | -223 | -.971 | .103 | .728 | .380 | .109 | 1.000 | | | |
| 9 | .137 | .211 | 1.000 | .039 | -.715 | -.377 | -.159 | -.971 | 1.000 | | |
| 10 | -.058 | -.036 | -.857 | -.426 | .314 | .187 | .029 | .779 | -.887 | 1.000 | |
| 11 | -.096 | -.188 | -.546 | .382 | .954 | -728 | .138 | 0.572 | -.546 | .125 | 1.000 |




Şekil 5. YX doğrultusu için Başokur (1994) görünür özdirenç (a) ile fazın (b), ölçülen değerleri (yuvarlak ve artı işaretleri) ve birleşik ters çözüm sonucunda bulunan model eğrisi (sürekli eğri). Hesaplanan katman parametreleri (özdirenç ve kalınlık) $\rho_1$ = 28.4 ohm-m, $\rho_2$ = 6.2 ohm-m, $\rho_3$ = 0.9 ohm-m, $\rho_4$ = 450.7 ohm-m, $\rho_5$ = 0.7 ohm-m, $\rho_6$ = 20960860 ohm-m ve $t_1$ = 290.9 m, $t_2$ = 592.8 m, $t_3$ = 88.0 m, $t_4$ = 17531 m, $t_5$ = 308.4 m dir.

Fig. 5. The measured data (circles and plus signs) and model curves (solid curves) of Başokur's (1994) apparent resistivity (a) and phase (b) for YX direction after proceeding with joint inversion. The computed layer parameters (resistivity and thickness) are $\rho_1$ = 28.4 ohm-m, $\rho_2$ = 6.2 ohm-m, $\rho_3$ = 0.9 ohm-m, $\rho_4$ = 450.7 ohm-m, $\rho_5$ = 0.7 ohm-m, $\rho_6$ = 20960860 ohm-m and $t_1$ = 290.9 m, $t_2$ = 592.8 m, $t_3$ = 88.0 m, $t_4$ = 17531 m, $t_5$ = 308.4 m.

Çizelge 4. **Şekil 5 de gösterilen ters çözüm işlemi sonucunda bulunan yineleme sayısı, CHI değeri, katman parametrelerinin değerleri, parametre özyöneyleri, parametre özdeğerleri ve ilişki dizeyi.**

Table 4. **Iteration number, CHI values, the solved layer parameters, parameter eigenvectors, parameter eigenvalues and correlation matrix obtained from the inversion shown in Figure 5.**

YAPILAN YİNELEME SAYISI = 8

SONUÇ CHI DEĞERİ = 5.5551

SONUÇ PARAMETRELERİ =

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| rho: | 28.43 | 6.15 | 0.93 | 450.71 | 0.67 | 20960860.00 |
| t: | 290.92 | 592.76 | 87.96 | 17531.08 | 308.44 | |

PARAMETRE ÖZYÖNEYLERİ

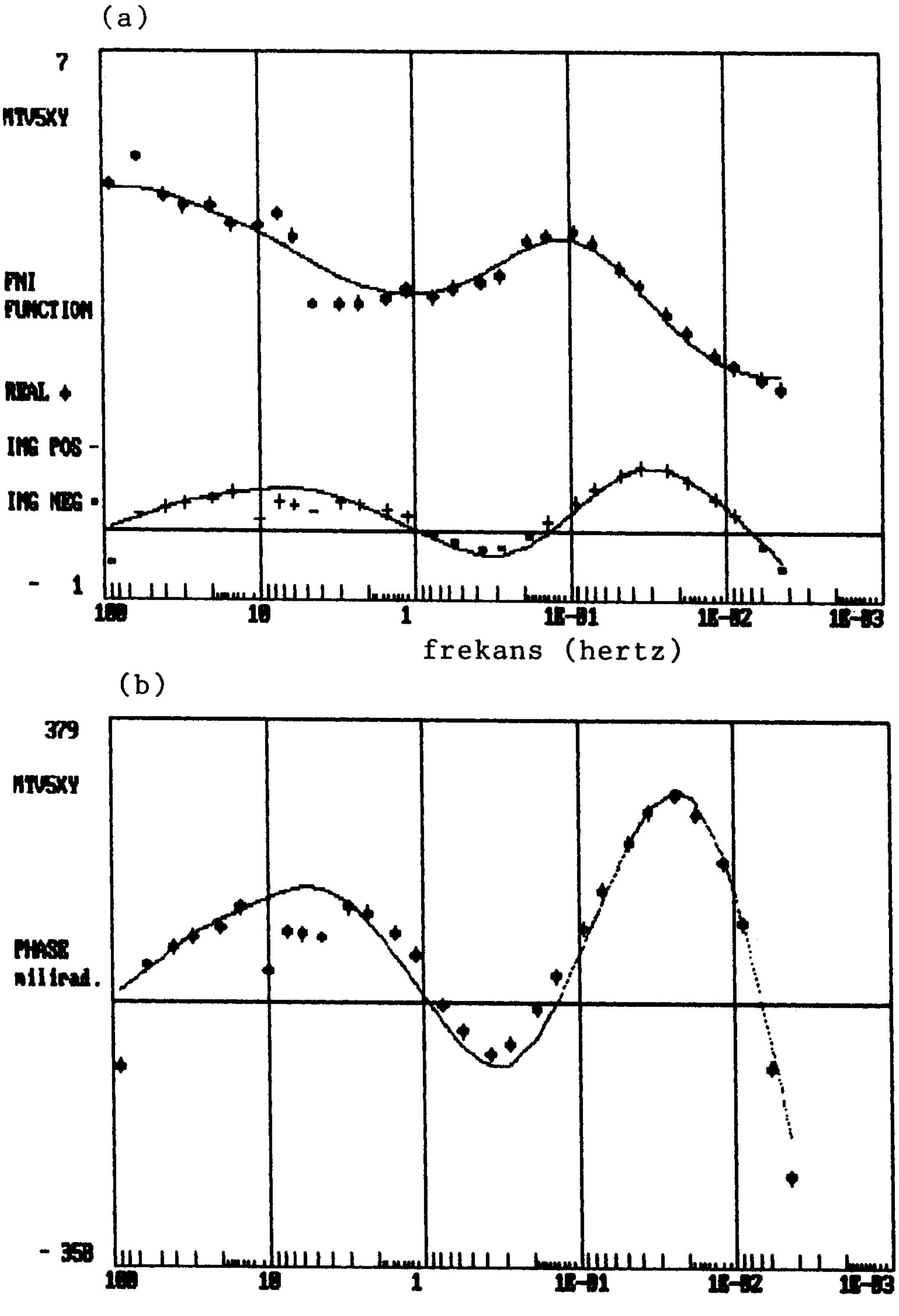
| | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | .000 | .006 | -.123 | .032 | -.759 | .574 | -.278 | .003 | .000 | .001 | .000 |
| 2 | -.009 | -.642 | .615 | -.050 | .188 | .223 | -.347 | .031 | .000 | .001 | .000 |
| 3 | -.014 | -.620 | -.330 | .140 | -.087 | .075 | .544 | .004 | -.036 | .420 | .003 |
| 4 | -.042 | -.089 | -.077 | -.063 | -.024 | -.099 | -.124 | -.977 | .017 | .012 | .001 |
| 5 | -.877 | .004 | -.024 | -.168 | .003 | .013 | .010 | .047 | -.038 | -.007 | .445 |
| 6 | -.003 | .000 | .000 | .003 | .000 | -.001 | -.001 | -.016 | -.992 | -.083 | -.090 |
| 7 | .008 | .032 | .570 | -.146 | -.564 | -.426 | .391 | -.031 | .000 | -.001 | .000 |
| 8 | .017 | .297 | .307 | -.089 | .243 | .650 | .539 | -.187 | .006 | -.052 | .000 |
| 9 | .008 | .307 | .172 | -.073 | .055 | .003 | -.220 | -.002 | -.076 | .902 | .007 |
| 10 | .189 | -.109 | -.204 | -.951 | .012 | .027 | .001 | .076 | -.005 | -.003 | -.005 |
| 11 | .439 | -.003 | .011 | .079 | -.001 | -.006 | -.005 | -.024 | -.080 | -.014 | .891 |
| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 |

PARAMETRE ÖZDEĞERLERİ:

| | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 19.747 | 9.409 | 4.503 | 3.389 | 2.059 | 1.111 | .688 | .198 | .047 | .002 | .000 |

İLİŞKİ DİZEYİ:

| | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 1.000 | | | | | | | | | | |
| 2 | .660 | 1.000 | | | | | | | | | |
| 3 | .369 | .717 | 1.000 | | | | | | | | |
| 4 | .279 | .458 | .780 | 1000 | | | | | | | |
| 5 | .003 | -.003 | .042 | .283 | 1.000 | | | | | | |
| 6 | -.064 | -.117 | -.208 | -.410 | -.983 | 1.000 | | | | | |
| 7 | -.651 | -.915 | -.594 | -.371 | .004 | .096 | 1.000 | | | | |
| 8 | -.373 | -.735 | -.999 | -.761 | -.036 | .202 | .608 | 1.000 | | | |
| 9 | .370 | .720 | 1.000 | .780 | .043 | -.209 | -.597 | -.999 | 1.000 | | |
| 10 | -.044 | -.076 | -.158 | -.383 | -.993 | .996 | .061 | .151 | -.158 | 1.000 | |
| 11 | .003 | -.003 | .043 | .283 | 1.000 | -.983 | .004 | -.037 | .043 | -.983 | 1.000 |




Şekil 6. XY doğrultusu için FNI bileşenlerinin ölçülen değerleri (artı ve eksi sanal bileşen, artı gerçel bileşen) ve birleşik ters çözüm sonucunda bulunan model eğrisi (sürekli eğri). Hesaplanan katman parametreleri (özdirenç ve kalınlık) $\rho_1$ = 24.0 ohm-m, $\rho_2$ = 10.3 ohm-m, $\rho_3$ = 0.6 ohm-m, $\rho_4$ = 24.3 ohm-m, $\rho_5$ = 2.4 ohm-m, $\rho_6$ = 62719900 ohm-m ve $t_1$ = 340.6 m, $t_2$ = 707.3 m, $t_3$ = 15.4 m, $t_4$ = 5373.7 m, $t_5$ = 6117.3 m dir.

Fig. 6. The measured data (plus and minus sings for imaginary part, plus signs for real part) and model curves (solid curves) for XY direction after proceeding with joint inversion of the real and imaginary parts of the FNI function. The computed layer parameters (resistivity and thickness) are $\rho_1$ = 24.0 ohm-m, $\rho_2$ = 10.3 ohm-m, $\rho_3$ = 0.6 ohm-m, $\rho_4$ = 24.3 ohm-m, $\rho_5$ = 2.4 ohm-m, $\rho_6$ = 62719900 ohm-m and $t_1$ = 340.6 m, $t_2$ = 707.3 m, $t_3$ = 15.4 m, $t_4$ = 5373.7 m, $t_5$ = 6117.3 m.

**Çizelge 5. Şekil 6 de gösterilen ters çözüm işlemi sonucunda bulunan yineleme sayısı, CHI değeri, katman parametrelerinin değerleri, parametre özyöneyleri, parametre özdeğerleri ve ilişki dizeyi.**

**Table 5. Iteration number, CHI values, the solved layer parameters, parameter eigenvectors, parameter eigenvalues and correlation matrix obtained from the inversion shown in Figure 6.**

YAPILAN YİNELEME SAYISI = 14

SONUÇ CHI DEĞERİ = 0.1884

SONUÇ PARAMETRELERİ =

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| rho: | 23.99 | 10.31 | .59 | 24.28 | 2.39 | 62719900.00 |
| t: | 340.65 | 707.25 | 15.36 | 5373.73 | 6117.33 | |

PARAMETRE ÖZYÖNEYLERİ

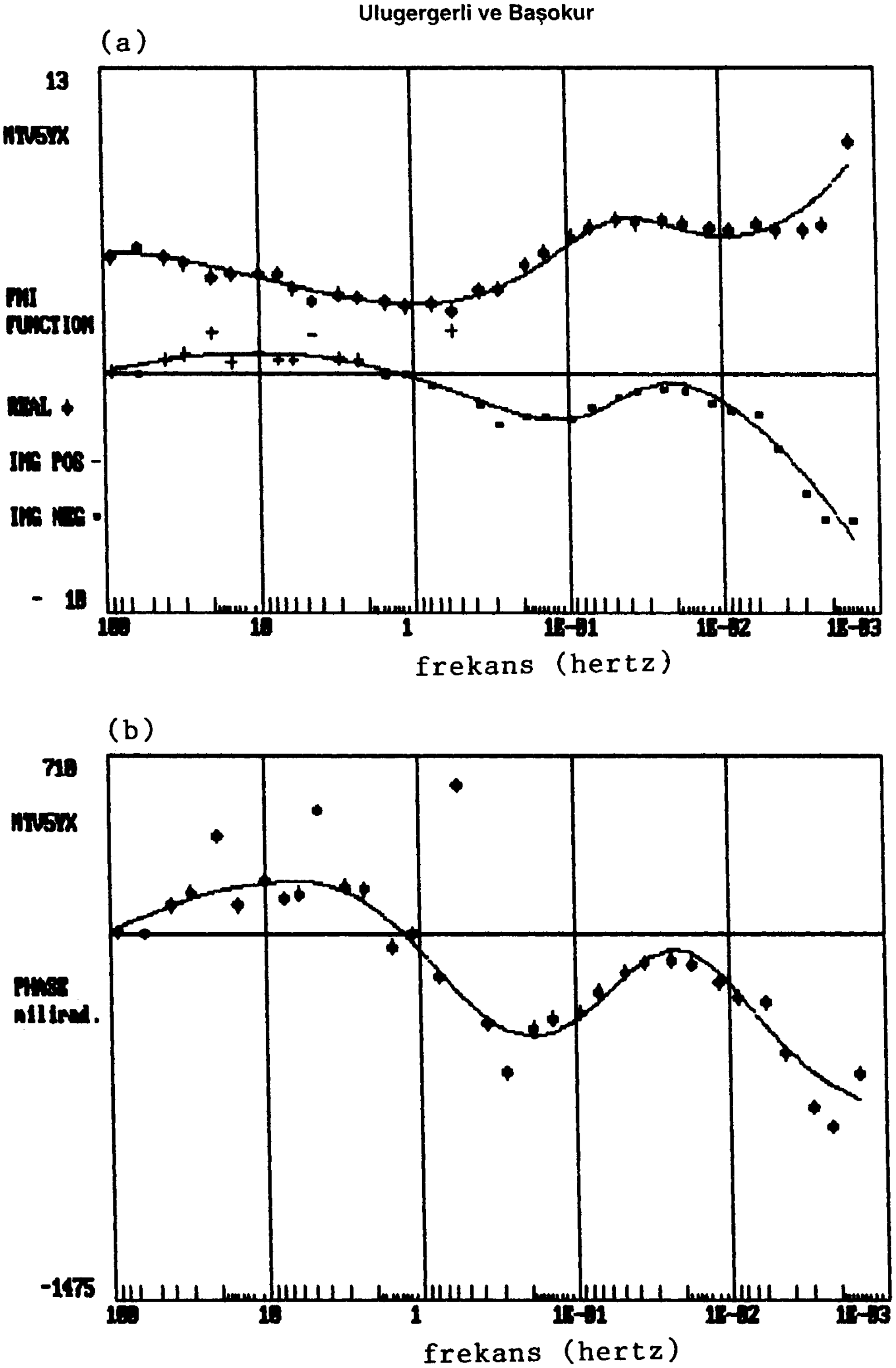
| | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | -.970 | .219 | -.009 | .052 | -.044 | .072 | -.029 | .007 | -.010 | .000 | .000 |
| 2 | -.195 | -.847 | .115 | -.308 | .202 | .219 | -.166 | .070 | -.127 | .000 | .000 |
| 3 | -.027 | -.192 | -.002 | .118 | -.177 | .341 | .541 | -.370 | .428 | .135 | .411 |
| 4 | -.058 | -.399 | -.011 | .692 | -.379 | -.378 | -.200 | .123 | .130 | .000 | .000 |
| 5 | .019 | .097 | .898 | .114 | .069 | .078 | .151 | .357 | .102 | -.000 | .000 |
| 6 | .000 | .000 | .000 | .000 | .000 | .000 | -.000 | -.000 | -.000 | -.950 | .311 |
| 7 | -.126 | -.116 | .048 | -.219 | .344 | -.781 | .377 | -.119 | .186 | .000 | .000 |
| 8 | .016 | .086 | .009 | -.072 | .262 | .049 | -.555 | -.072 | .777 | -.003 | -.008 |
| 9 | .013 | .093 | .001 | -.058 | .089 | -.163 | -.265 | .176 | -.198 | .281 | .857 |
| 10 | .010 | .005 | -.036 | .579 | .737 | .157 | .028 | -.226 | -.206 | -.000 | -.001 |
| 11 | -.004 | -.028 | -.421 | .062 | .196 | .132 | .308 | .783 | .232 | -.000 | .000 |
| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 |

PARAMETRE ÖZDEĞERLERİ:

| | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 12.701 | 9.538 | 6.141 | 5.423 | 4.468 | 1.804 | .923 | .572 | .398 | .000 | .001 |

İLİŞKİ DİZEYİ:

| | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 1.000 | | | | | | | | | | |
| 2 | .453 | 1.000 | | | | | | | | | |
| 3 | .172 | .375 | 1.000 | | | | | | | | |
| 4 | -.041 | -.174 | .306 | 1000 | | | | | | | |
| 5 | -.060 | -.161 | -.207 | .384 | 1.000 | | | | | | |
| 6 | -.067 | -.157 | -.386 | .004 | .471 | 1.000 | | | | | |
| 7 | -.584 | -.879 | -.217 | .158 | .111 | .097 | 1.000 | | | | |
| 8 | -.190 | -.448 | -.991 | -.216 | .235 | .389 | .271 | 1.000 | | | |
| 9 | .173 | .376 | 1.000 | .306 | -.207 | -.386 | -.218 | -.991 | 1.000 | | |
| 10 | -.131 | -.259 | -.964 | -.495 | .004 | .323 | .126 | .931 | -.964 | 1.000 | |
| 11 | -.049 | -.138 | -.130 | .419 | .962 | .567 | .098 | .159 | -.130 | -.071 | 1.000 |




Şekil 7. YX doğrultusu için FNI bileşenlerinin ölçülen değerleri (artı ve eksi sanal bileşen, artı gerçel bileşen) ve birleşik ters çözüm sonucunda bulunan model eğrisi (sürekli eğri). Hesaplanan katman parametreleri (özdirenç ve kalınlık) $\rho_1$ = 23.2 ohm-m, $\rho_2$ = 6.6 ohm-m, $\rho_3$ = 99.9 ohm-m, $\rho_4$ = 1810.0 ohm-m, $\rho_5$ = 2.8 ohm-m, $\rho_6$ = 145585500 ohm-m ve $t_1$ = 325.2 m, $t_2$ = 935.0 m, $t_3$ = 461.1 m, $t_4$ = 13339.0 m, $t_5$ = 1790.0 m dir.

Fig. 7. The measured data (plus and minus sings for imaginary part, plus signs for real part) and model curves (solid curves) for YX direction after proceeding with joint inversion of the real and imaginary parts of the FNI function. The computed layer parameters (resistivity and thickness) are $\rho_1$ = 23.2 ohm-m, $\rho_2$ = 6.6 ohm-m, $\rho_3$ = 99.9 ohm-m, $\rho_4$ = 1810.0 ohm-m, $\rho_5$ = 2.8 ohm-m, $\rho_6$ = 145585500 ohm-m ve $t_1$ = 325.2 m, $t_2$ = 935.0 m, $t_3$ = 461.1 m, $t_4$ = 13339.0 m, $t_5$ = 1790.0 m.

**Çizelge 6. Şekil 7 de gösterilen ters çözüm işlemi sonucunda bulunan yineleme sayısı, CHI değeri, katman parametrelerinin değerleri, parametre özyöneyleri, parametre özdeğerleri ve ilişki dizeyi.**

**Table 6. Iteration number, CHI values, the solved layer parameters, parameter eigenvectors, parameter eigenvalues and correlation matrix obtained from the inversion shown in Figure 7.**

YAPILAN YİNELEME SAYISI = 15

SONUÇ CHI DEĞERİ = 0.5016

SONUÇ PARAMETRELERİ =

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| rho: | 23.24 | 6.59 | 99.91 | 1809.95 | 2.81 | 145585500.00 |
| t: | 325.23 | 934.97 | 6414.06 | 13339.00 | 1790.00 | |

PARAMETRE ÖZYÖNEYLERİ

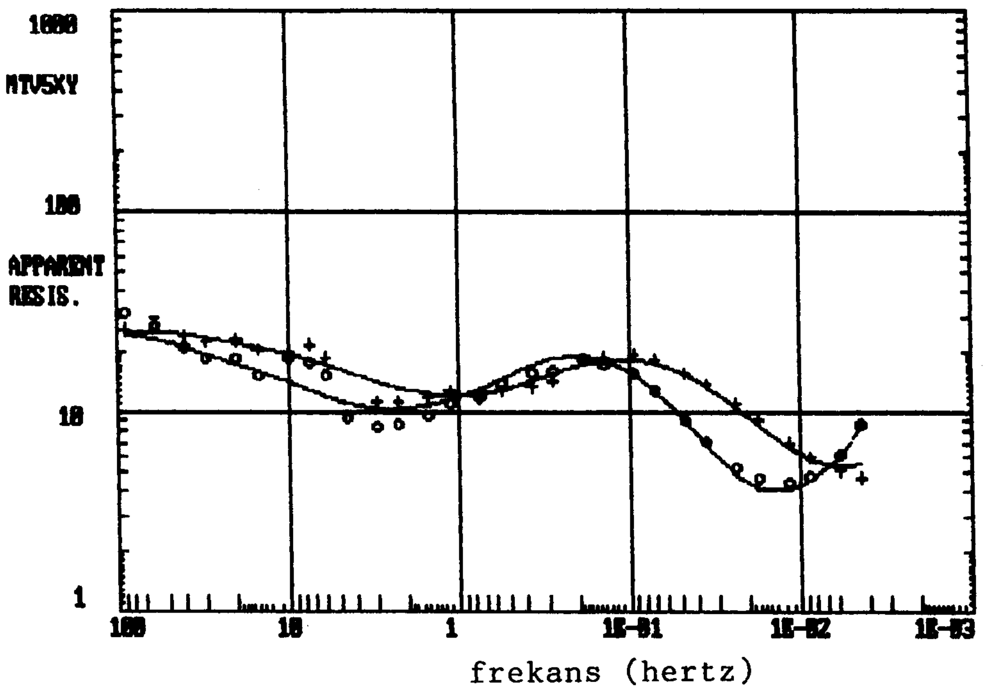
| | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | -.022 | .098 | -.986 | .018 | -.111 | .071 | -.017 | .001 | .000 | .000 | .000 |
| 2 | -.216 | .863 | .086 | -.125 | .253 | .326 | -.121 | .007 | .000 | .001 | .000 |
| 3 | -.065 | .190 | .021 | .094 | -.249 | -.545 | -.568 | .509 | .041 | .090 | .010 |
| 4 | -019 | .014 | .002 | .032 | -.019 | -.062 | -.123 | -.394 | .641 | .639 | .069 |
| 5 | -.866 | -.220 | -.003 | .045 | .021 | .017 | .015 | .038 | .316 | -.304 | -.069 |
| 6 | .000 | .000 | .000 | -.001 | .000 | .000 | -.001 | -.005 | -.058 | .162 | -.985 |
| 7 | .008 | -.001 | -.135 | -.073 | .804 | -.554 | .152 | -.009 | .000 | -.001 | .000 |
| 8 | .104 | -.366 | -.043 | .005 | .438 | .465 | -.654 | .131 | .007 | .017 | .002 |
| 9 | .029 | -.039 | -.003 | .186 | .115 | .254 | .442 | .729 | .221 | .330 | .037 |
| 10 | -.002 | .106 | .018 | .965 | .096 | .002 | -.027 | -.181 | -.106 | -.057 | -.003 |
| 11 | .432 | .115 | .003 | .036 | -.003 | -.003 | .003 | .058 | .651 | -.594 | -.137 |
| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 |

PARAMETRE ÖZDEĞERLERİ:

| | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 33.143 | 23.317 | 11.462 | 6.847 | 4.783 | 1.967 | .795 | .086 | .004 | .011 | .010 |

İLİŞKİ DİZEYİ:

| | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1 | 1.000 | | | | | | | | | | |
| 2 | .342 | 1.000 | | | | | | | | | |
| 3 | .105 | .425 | 1.000 | | | | | | | | |
| 4 | .061 | .265 | .852 | 1000 | | | | | | | |
| 5 | .030 | .137 | .492 | .776 | 1.000 | | | | | | |
| 6 | -.003 | -.020 | -.096 | -.126 | -.091 | 1.000 | | | | | |
| 7 | -.470 | -.781 | -.324 | -.205 | -.104 | .021 | 1.000 | | | | |
| 8 | .189 | .632 | .953 | .730 | .399 | -.082 | -.494 | 1.000 | | | |
| 9 | .077 | .326 | .943 | .976 | .670 | -.118 | -.251 | .839 | 1.000 | | |
| 10 | -.064 | -.275 | -.838 | -.983 | -.863 | .121 | .212 | -.729 | .953 | 1.000 | |
| 11 | .031 | .141 | .504 | .787 | 1.000 | -.092 | -.107 | .410 | .682 | -.871 | 1.000 |



Şekil 8. XY doğrultusu için görünür özdirençler (artı Cagniard (1953), yuvarlaklar Başokur (1994) tanımları) (a) ile faz (b) ölçülen değerleri ve FNI bileşenlerinin birleşik ters çözüm sonucunda bulunan model eğrisi (sürekli eğri). Hesaplanan katman parametreleri (özdirenç ve kalınlık) $\rho_1$ = 24.0 ohm-m, $\rho_2$ = 10.3 ohm-m, $\rho_3$ = 0.6 ohm-m, $\rho_4$ = 24.3 ohm-m, $\rho_5$ = 2.4 ohm-m, $\rho_6$ = 62719900 ohm-m ve $t_1$ = 340.7 m, $t_2$ = 707.3 m, $t_3$ = 15.4 m, $t_4$ = 5373.8 m, $t_5$ = 6117.3 m dir.

Fig. 8. The measured data (plus sings for Cagniard's (1953) and circles for Başokur's (1994) apparent resistivity) (a), and model curves (solid curves) and phase (b) for XY direction after proceeding with joint inversion of the real and imaginary parts of the FNI function. The computed layer parameters (resistivity and thickness) are $\rho_1$ = 24.0 ohm-m, $\rho_2$ = 10.3 ohm-m, $\rho_3$ = 0.6 ohm-m, $\rho_4$ = 24.3 ohm-m, $\rho_5$ = 2.4 ohm-m, $\rho_6$ = 62719900 ohm-m and $t_1$ = 340.7 m, $t_2$ = 707.3 m, $t_3$ = 15.4 m, $t_4$ = 5373.8 m, $t_5$ = 6117.3 m.

Eğrilerdeki çakışma ve parametreler arasındaki bağımlılıklar incelendiğinde, FNI bileşenleri üzerinden yapılan ters çözüm işleminin daha başarılı olduğu söylenebilir. Matematiksel olarak incelendiğinde de ters çözümde FNI fonksiyonundan üretilen herhangi bir tanım yerine, FNI fonksiyonunun doğrudan kullanılması çözümün başarısını arttıracaktır.

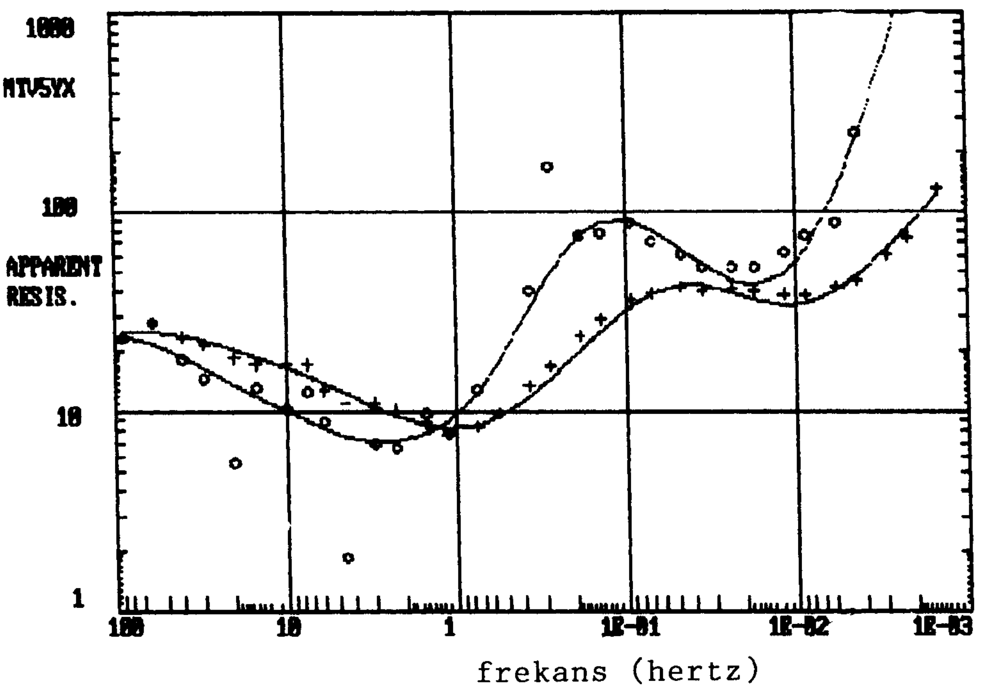
Çeşitli GÖ tanımları kullanılarak gerçekleştirilen ters çözüm işlemlerinde, değişik modeller elde edilebilir ve bu modellerden hesaplanan kuramsal FNI değerleri, ölçülen FNI değerlerine çakışmayabilir. GÖ tanımları FNI fonksiyonundan elde edildiklerinden, FNI değerlerinin ters çözümü ile bulunan katman parametrelerinden hesaplanan kuramsal GÖ değerleri, bütün GÖ tanımları için ölçülen GÖ değerleri ile çakışırlar.

## SONUÇLAR

Yapılan denemeler ve sunulan örnekler ters çözüm işleminde kullanılacak amaç bağıntısından türetilmiş GÖ bağıntıları yerine, ölçülen MT verisi olan FNI fonksiyonunun kullanılmasının daha yararlı olacağını göstermiştir. Bu durumda elde edilecek çözümlerdeki sonuçlar ve ilişkilerin düzeyleri ortamı daha iyi tanımlayacaktır.

Cagniard (1953) GÖ tanımı gürültüden fazla etkilenmektedir. Yüksek gürültü seviyelerinde eğrideki sapmalar ters çözüm işlemini ince katman bulmaya yönlendirmektedir. Görünür özdirencin ortamın tepkisini yansıtırken düz eğriler vermesi katmanlar hakkında bilgi veren veri sayısının azalmasına neden olmaktadır.

Başokur (1994) GÖ tanımlaması, Cagniard (1953)




Şekil 9. YX doğrultusu için görünür özdirençler (artı Cagniard (1953), yuvarlaklar Başokur (1994) tanımları) (a) ile faz (b) ölçülen değerleri ve FNI bileşenlerinin birleşik ters çözüm sonucunda bulunan model eğrisi (sürekli eğri). Hesaplanan katman parametreleri (özdirenç ve kalınlık) $\rho_1$ = 23.2 ohm-m, $\rho_2$ = 6.6 ohm-m, $\rho_3$ = 99.9 ohm-m, $\rho_4$ = 1810.0 ohm-m, $\rho_5$ = 284 ohm-m, $\rho_6$ = 145585500 ohm-m ve $t_1$ = 325.2 m, $t_2$ = 935.1 m, $t_3$ = 4614.1 m, $t_4$ = 13339.0 m, $t_5$ =1790.0 m dir.

Fig. 9. The measured data (plus sings for Cagniard's (1953) and circles for Başokur's (1994) apparent resistivity) (a), and model curves (solid curves) and phase (b) for YX direction after proceeding with joint inversion of the real and imaginary parts of the FNI function. The computed layer parameters (resistivity and thickness) are $\rho_1$ = 23.2 ohm-m, $\rho_2$ = 6.6 ohm-m, $\rho_3$ = 99.9 ohm-m, $\rho_4$ = 1810.0 ohm-m, $\rho_5$ = 284 ohm-m, $\rho_6$ = 145585500 ohm-m ve $t_1$ = 325.2 m, $t_2$ = 935.1 m, $t_3$ = 4614.1 m, $t_4$ = 13339.0 m, $t_5$ =1790.0 m.

görünür özdirencine göre daha iyidir, fakat gürültüden etkilenmesi daha fazladır. Eğrideki sapmalar ince tabaka yaratılmasına neden olmaktadır. Çakıştırma işleminde büküm bölgelerinin yakalanmasına rağmen gürültüler tam çakışmayı engellemektedir.

FNI fonksiyonu veride bulunan hatalar hakkında önbilgi vermektedir. Çözüm işleminde gürültülere karşı önlem alınmadığı için ince tabaka elde edilmiştir. Ayrıca diğer çözümlerde belirlenemeyen bağımlılıklar ortaya konabilmektedir. Bu nedenle çözümleme işleminin FNI fonksiyonu üzerinden yapılması daha uygun olacaktır.

Gürültülü verilerle çalışılması durumunda ters çözüm işlemi ağırlık vererek yapılmalıdır. Türetilmiş bağıntılar üzerinden ağırlık vererek yapılacak işlemler, asıl fonksiyona ağırlık vererek yapılacak işlemler kadar başarılı olamayacaktır. Buna neden olarak bazı tanımların eğrilerdeki hızlı değişimleri tam olarak yansıtamamaları veya aşırı yansıtmaları söylenebilir.

Ters çözüm işleminde FNI fonksiyonunun bileşenlerini ayrı ayrı düşünüp, birleşik ters çözüm kuramı ile birleştirmek yerine FNI fonksiyonunu karmaşık fonksiyon olarak alıp karmaşık ters çözüm yapılması önerilebilinir.

## KATKI BELİRTME

*Bu çalışma TÜBİTAK tarafından desteklenen YBAG-102 nolu araştırma projesinin bir bölümünü oluşturmaktadır.*

## KAYNAKLAR


Arnason, K. and Hersir, G. 1980, One dimensional inversion of Schlumberger resistivity soundings, Geothermal Training Programme, Report 8. the United Nations University.

Başokur, A.T. 1993, Manyetotellürik sondaj verilerinin sunumu için yeni bir görünür özdirenç tanımı, Türkiye 13. Jeofizik Kurultayı, Ankara.

Başokur, A.T. 1994, Definitions of apparent resistivity for the presentation of magnetotelluric sounding data, Geophysical Prospecting 42, 141-149.

Bostick, F.X. Jr. 1977, A simple almost exact method of MT analysis. Appendix to Workshop Report on Electrical Methods in Geothermal Exploration, 174-183, USGS Contract 14-08-001-8-359. Dept. of Geol. and Geophys. Univ. of UTAH

Cagniard, L. 1953, Basic theory of the magnetotelluric method of geophysical prospecting, Geophysics 18, 605-635.

İlkışık, O.M., and Jones, A.G. 1984, Statical evaluation of MT and AMT methods applied to a basalt-covered area in south-eastern Anatolia, Turkey. Geophysical Prospecting 32, 706-724.

Inman, J.R. 1975, Resistivity inversion with ridge regression, Geophysical Prospecting 40, 789-817.

Johansen, H.K. 1977, A man/computer interpretation system for resistivity sounding over a horizantally stratified earth. Geophysical Prospecting 25, 667-691.

Jupp, D.L. and Vozof, K. 1975, Stable iterative methods for the inversion of Geophysical data, Geophys. J.R. Astr. Soc. 42, 957-976.

Lanczos, C. 1961, Linear differantatial operators. Van Nostrand-Reinhold, Princeton, New Jersey.

Levenberg, G. 1944, A method for the solution of certain non linear problems in least squares, Quart. Apply. Math. 2, 164-168.

Marquardt, D.W. 1963, An algorithm for least squares estimation of nonlinear parameters. J. Soc. Idust. Apply. Math. 11, 431-441.

Meju, M. and Hutton, V.R.S. 1992, Iterative most squares inversion: application to magnetotelluric data, Geophys. J. Int. 108, 758-766.

Nabatani, S. and Rankin, D. 1969, An inverse methods of magnetotelluric analysis for a multi layered earth, Geophysics 34, 75-86.

Pedersen, L.B. and Rasmussen, T.M. 1989, Inversion of magnetotelluric data: a non-linear least squares approach, Geophysical Prospecting 37, 669-695.

Penrose, R. 1954, A generalized inverse for matrices. Proc. Cambridge Phil. Soc. 51, 406-413.

Spies, B.R. and Eggers, D.E. 1986, The use and misuse of apparent resistivity in electromagnetic methods. Geophysics 51, 1462-1471.

Ulugergerli, E.U. 1993, Manyetotellürik verilerin tekil değer ayrışımı yöntemi ile sönümlü enküçük kareler ters çözümü. A.Ü. Fen Bilimleri Enstitüsü, Yüksek Lisans Tezi (yayımlanmamış), Ankara.

Wu, F.T. 1968, The inverse problem of magnetotelluric sounding, Geophysics 33, 972-979.

JEOFİZİK 8, 147-160, 1994

# SP YÖNTEMİNDE HARTLEY DÖNÜŞÜMÜ KULLANILARAK GÜÇ SPEKTRUMU UYGULAMASI

## Power Spectra Application in Self-Potential Method using Hartley Transform

**Zafer AKÇIĞ* ve Rahmi PINAR***

**ÖZET**

Yapı parametrelerinin saptanmasına yönelik güç spektrumu uygulamaları, potansiyel alanlarda (gravite ve manyetik) yaygın olarak kullanılmaktadır. Ayrıca, potansiyel alan değerlendirme yöntemleri olan, ters çözüm ve modellemede de sağlıklı ilk kestirim parametresi olarak kullanılması büyük katkılar sağlamaktadır.

Bu çalışmada SP de güç spektrumu, Hartley dönüşümleri kullanılarak yapılmıştır. Uygulamada küre ve çubuk şekilli yapıların oluşturacağı anomalilerin (potansiyel ve türev), kuramsal bağıntılarından yararlanılarak güç spektrumları elde edilmiştir. Elde edilen spektrum bağıntılarından yararlanılarak anomaliye neden olan yapı parametrelerinin spektrum üzerindeki denetimleri araştırılmıştır.

Elde edilen sonuçlar incelendiğinde Hartley ve Fourier dönüşümleri kullanılarak bulunan spektrumların birbirleri ile uyumlu olduğu gözlenmiştir. Ayrıca, spektrum eğrisinin eğiminden anomaliye neden olan yapı parametrelerinin bulunabileceği ve polarlanma açısının spektrum üzerinde herhangi bir denetimi olmadığı saptanmıştır.

**ABSTRACT**

Power spectra methods have been traditionally used to determine structure parameters from the potential field data (gravity and magnetics). Also they provide an initial guess to be used as starting parameters of the other interpretation methods such as inverse solution and modelling for the potential fields.

The power spectrum of Self-Potential data has been computed by using the Hartley transformation (HT). The power spectrum has been also derived analitically for the anomalies (potentials and derivatives) of some structures such as sphere and thin rod. The effect of structural parameters which controls anomalies has been investigated by the use of equations derived in the Hartley domain.

The spectra obtained using HT and Fourier transforms (FT) are found to be comparable. The depths of the causative bodies can be obtained from the slopes of the spectrum curves (potential and derivative anomaly). However the variation of polarization angle has no influence on spectrum.

### GİRİŞ

Potansiyel alan verilerinin (gravite ve manyetik), dalgasayısı ortamındaki özelliklerinden yapı parametrelerinin bulunması birçok araştırmada ele alınmıştır (Bhattacharyya 1965 ve 1966, Spector ve Bhattacharyya 1966, Spector ve Grant 1970, Akçığ ve Pınar 1990, Akçığ ve diğ. 1990). Bu çalışmalarda dalgasayısı ortamına geçiş Fourier dönüşümü (FD) kullanılarak gerçekleştirilmiştir.

Hartley dönüşümü (HD) ile dalgasayısı ortamına geçiş Hartley (1942) tarafından önerilmiştir. Daha sonra ayrık Hartley dönüşümü Bracewell (1983) tarafından geliştirilmiş ve bunu Bracewell (1984), Sorenson (1985), ve Duhamel'in (1987) çalışmaları izlemiştir.

Bu çalışmada SP verilerinin HD kullanılarak dalgasayısı ortamındaki davranışlarının incelenmesi ve FD'leri ile karşılaştırılması amaçlanmıştır. Bunun için küre ve

* DEÜ Müh. Fak., Jeofizik Müh. Böl., Bornova-İzmir.

çubuk şekilli modellerin gerilim ve türevlerinin kuramsal bağıntılarından yararlanarak HD yardımıyla dalgasayısı ortamı çözümlemeleri yapılmıştır. Oluşturulan spektrum bağıntılarından yararlanarak ta parametrelerin spektrum üzerindeki etkileri araştırılmıştır.

Sonuçta doğal gerilim verisinden elde edilen güç spektrumu eğrisinin eğiminden yararlanarak, yeraltındaki kaynağın derinliğinin bulunabileceği saptanmıştır.

## KURAMSAL GELİŞME

### Hartley dönüşümü

Potansiyel alan verilerinin dalgasayısı ortamına aktarılması geleneksel FD yöntemlerinin yanısıra HD kullanılarak ta yapılabilmektedir.

HD, uzay ortamı ile dalgasıyısı ortamı arasında karşılıklı geçişi sağlayan bir dönüşüm işlevidir. FD'ne benzer bir dönüşüm işlevi olup, Fourier dönüşümünün bir çok özelliğini içermektedir. Son yıllarda yapılan çalışmalar ile, HD için hızlı bir algoritma geliştirilmiş ve FD'ne oranla daha hızlı işlem yapabilme özelliğinde olduğu görülmüştür. Bunun nedeni ise, Hartley'in gerçel sayılarla yürütülen bir işlev olmasıdır. Özellikle veri sayısı büyük olan uygulamalarda, hızlı HD oldukça önemli üstünlükler göstermektedir.

HD işlevi aşağıda verilen bağıntılar ile tanımlanmaktadır (Hartley 1942).

$$H(w)=\int_{-\infty}^{\infty} f(x)\, cas(wx)\, dx \qquad (1)$$

$$f(x)=\int_{-\infty}^{\infty} H(w)\, cas(wx)\, dw \qquad (2)$$

Görüldüğü gibi her iki bölgeden birbirine geçiş aynı bağıntı ile gerçekleştirilebilmektedir. Burada

$$cas(wx) = cos(wx) + sin(wx) \qquad (3)$$

olarak tanımlanır ve w açısal frekanstır.

H(w) nın tek ve çift bileşenleri de

$$S(w)= \frac{H(w) + H(-w)}{2} = \int_{-\infty}^{\infty} f(x)\, cos(wx)\, dx \qquad (4)$$

$$A(w)= \frac{H(w) - H(-w)}{2} = \int_{-\infty}^{\infty} f(x)\, sin(wx)\, dx \qquad (5)$$

şeklinde verilir. (4) no lu bağıntı H(w) nın çift bileşenini, (5) no lu bağıntı ise H(w)'nın tek bileşenini oluşturur. Bunlar aynı zamanda sırasıyla Fourier kosinüs ve Fourier sinüs dönüşümlerine eşittir.

Hartley ve Fourier dönüşümleri arasındaki geçiş ise aşağıdaki bağıntılarla sağlanır.

$$Re\, F(w) = S(w) \qquad (6)$$

$$Im\, F(w) = -A(w) \qquad (7)$$

(6) ve (7) no lu bağıntılar yardımıyla spektrum.

$$H(w) = Re\, F(w) + Im\, F(w) = S(w) - A(w) \qquad (8)$$

şeklinde tanımlanır. Ayrık verilerde HD çifti ise,

$$H(w)=\frac{1}{N} \sum_{x=o}^{N-1} f(x)\, cas(wx/N) \qquad (9)$$

$$f(x) = \sum_{w=o}^{N-1} H(w)\, cas(wx/N) \qquad (10)$$

bağıntıları yardımıyla verilir (Bracewell 1983). Burada N ayrık veri sayısıdır.

### Güç Spektrumu

Herhangi bir uzay sinyalinin, dalgasayısı ortamındaki görünümü spektrum olarak isimlendirilir. Dalgasayısı ortamında elde edilen genlik, faz ve güç spektrumlarından yararlanarak, veri hakkında bazı bilgiler edinilir. Buna göre, (4) ve (5) bağıntıları kullanılarak genlik G(w), faz $\phi(w)$ ve güç E(w) spektrumları sırasıyla,

$$G(w)= \left[\frac{H(w)^2+H(-w)^2}{2}\right]^{1/2} \qquad (11)$$

$$\phi(w)= \arctan \left[\frac{H(w)-H(-w)}{H(w)+H(-w)}\right] \qquad (12)$$

$$E(w)= \left[\frac{H(w)^2+H(-w)^2}{2}\right] \qquad (13)$$

bağıntıları yardımıyla verilir.

Güç spektrumu, doğal potansiyel alan verilerinde, anomaliye neden olan yapı parametrelerinin saptanmasında kullanılan istatistiksel bir yöntemdir ve çeşitli yollarla elde edilebilir (periyodogram, özilişki fonksiyonunun FD, vd.).

Bu yöntemle, güç spektrumu hesaplama işlemi periyodogram yöntemi olarak adlandırılır. Periyodogram yönteminde veri boyu uzadıkça gerçek spektruma yaklaşılır. Veri boyunun uzaması frekans ayrılabilirliğini arttırmasına karşın, istatistiksel açıdan güvenilirliği arttırmadığı şeklindeki bir yaklaşım bazı araştırmacılar tarafından öne sürülmektedir (Canıtez 1984).

**Küre Biçimli Yapıların Doğal Gerilim Belirtisi ve Spekturumu**

Yeraltında, odak derinliği (h), yarıçapı (R) ve polarlanma açısı ($\alpha$) olan bir kürenin (Şekil 1), yeryüzündeki izdüşümünden x kadar uzaktaki bir P(x) noktasında oluşturacağı gerilimin bağıntısı,

$$V(x)=\frac{\Delta V\,R^2}{2}\left[\frac{h\cos(\alpha)+x\sin(\alpha)}{(x^2+h^2)^{3/2}}\right] \qquad (14)$$

ile verilir (Heiland 1968). Burada $\Delta V$ kürenin iki kutubu arasındaki gerilim farkıdır. (14) nolu bağıntıda $N = \Delta V\,R^2/2$ tanımlaması yapılıp V(x) tek ve çift fonksiyonların toplamı şeklinde,

$$V(x) = Vç(x)+Vt(x) \qquad (15)$$

$$Vç(x)= N\,\frac{h\cos(\alpha)}{(x^2+h^2)^{3/2}} \qquad (16)$$

$$Vt(x)= N\,\frac{x\sin(\alpha)}{(x^2+h^2)^{3/2}} \qquad (17)$$

elde edilebilir.

V(x) gerilim bağıntısının HD (1) ve (3) yaklaşımları kullanılarak ve sabitler tümleme dışına alınarak,

$$V(w)= N\left[h\cos(\alpha)\int_{-\infty}^{\infty}\frac{\cos(wx)}{(x^2+h^2)^{3/2}}dx + \sin(\alpha)\int_{-\infty}^{\infty}\frac{x\sin(wx)}{(x^2+h^2)^{3/2}}dx\right] \qquad (18)$$

şeklinde tanımlanır.

(18) bağıntısının birinci ve ikinci terimleri Erdelyi (1954) tümleme çizelgeleri (bkz. Ek) kullanılarak çözüldüğünde,

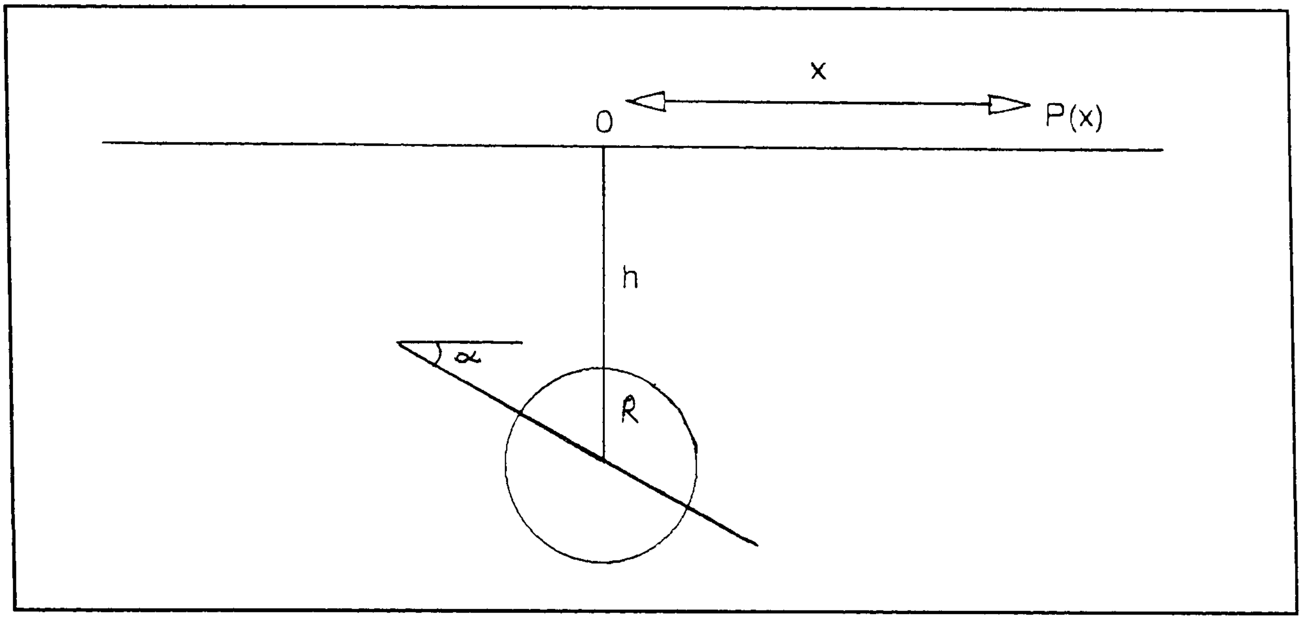
$$\int_{-\infty}^{\infty}\frac{\cos(wx)}{(x^2+h^2)^{3/2}}dx=\frac{2}{h}\,w\,K_1(wh) \qquad (19)$$

$$\int_{-\infty}^{\infty}\frac{x\sin(wx)}{(x^2+h^2)^{3/2}}dx = 2\,wK_0(wh) \qquad (20)$$

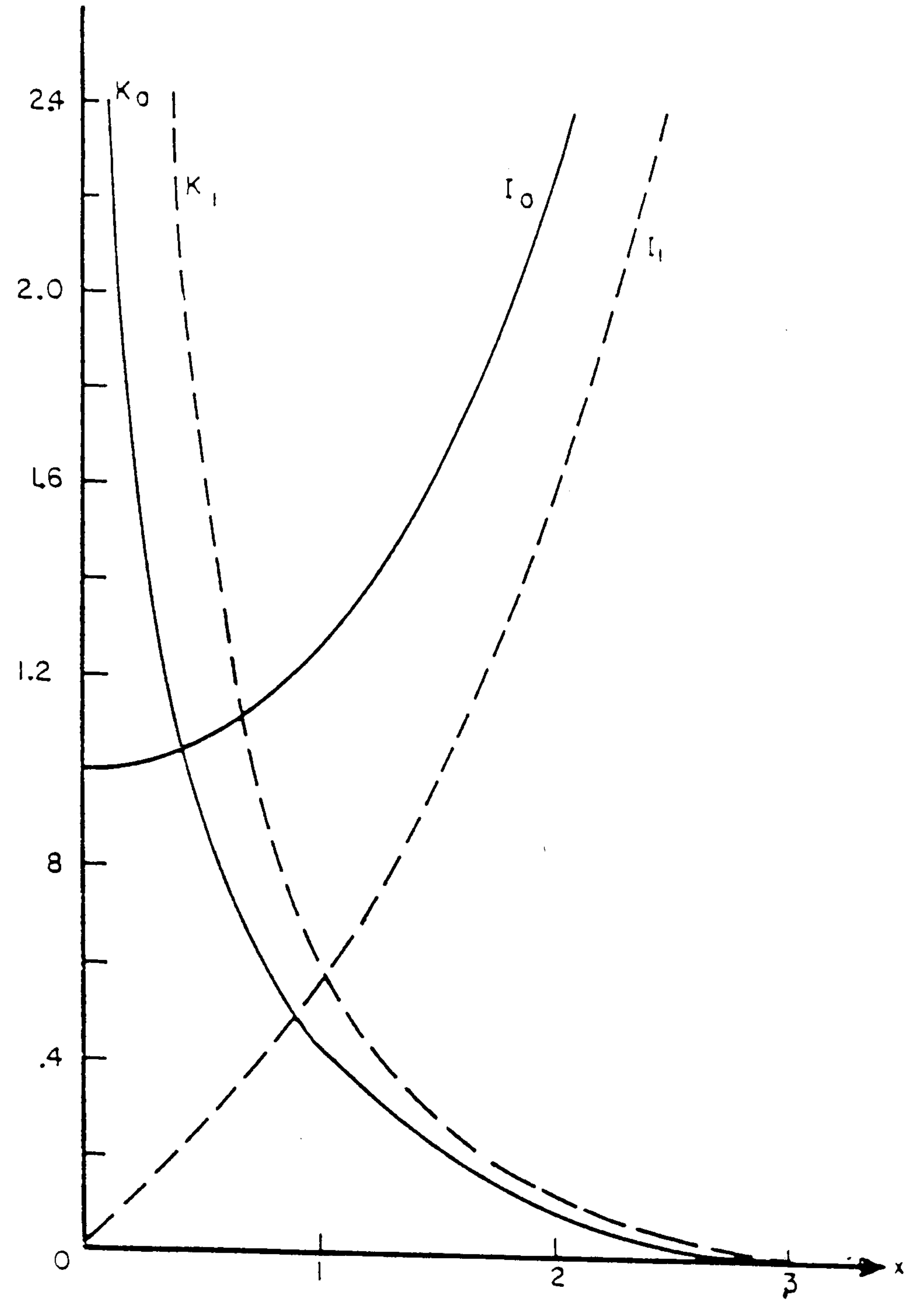
bulunur. (19) ve (20) bağıntıları yardımıyla (18) tekrar düzenlenirse.

$$V(w) = 2\,N\,w\cos(\alpha)\,K_1(wh) + 2\,N\,w\sin(\alpha)\,K_0(wh) \qquad (21)$$

elde edilir. Burada $K_n(wh)$ Modifiye Bessel işlevi olup özellikleri Ek bölümünde ayrıntılı olarak verilmiştir (Şekil 2).




Şekil 1. SP yönteminde küre parametreleri.
Fig. 1. Parameters of a sphere in SP method.




Şekil 2. $I_0(x)$, $K_0(x)$, $I_1(x)$ ve $K_1(x)$ fonksiyonlarının değişimi (Abramowitz and Stegun 1972).
Fig. 2. The variation of $I_0(x)$, $K_0(x)$, $I_1(x)$ ve $K_1(x)$ functions (after Abramowitz and Stegun 1972).

V(x) gerilim bağıntısının FD alınarak bulunan dalgasayısı ortamı denklemi ise,

$$V(w) = 2\,N\,w\cos(\alpha)\,K_1(wh) - i\,2\,N\,w\sin(\alpha)\,K_0(wh) \quad (22)$$

olarak verilmiştir (Akçığ ve diğ. 1990).

Görüldüğü gibi gerek HD gerekse FD alınarak bulunan (21) ve (22) denklemleri karşılaştırıldığında Fourier'nin karmaşık bileşen içeren bir işlev olması dışında, her ikisinin de aynı olduğu görülür.

Buradan güç spektrumu E(w), gerçel ve sanal kısımların karelerinin toplamı olarak,

$$E(w)=4\,N^2 w^2\cos^2(\alpha)K_1^{\,2}(wh)+4\,N^2 w^2\sin^2(\alpha)K_0^{\,2}(wh) \quad (23)$$

şeklinde verilir. Gerek HD gerekse FD den elde edilen sonuç güç spektrumunun hesaplanmasında aynıdır.

Polarlanma açısı ($\alpha$) nın, güç spektrumu üzerindeki denetimi (23) bağıntısı yardımıyla araştırılmıştır. Yapılan uygulamada (Şekil 3) derinlik (h) sabit tutulup, farklı polarlanma açıları ($\alpha$ = 20°, 40°, 70°) için güç spektrumu eğrilerinin değişimi hesaplanmıştır. Elde edilen sonuçlardan ($\alpha$) nın alçak frekanslar dışında spektrum eğimini etkilemediği gözlemlenmiştir.

Bu yaklaşımlar ve Modifiye Bessel fonksiyonlarının özellikleri gözönüne alınarak, SP uygulamalarında wh $\geq$ 2 olduğundan

$$K_0 \equiv K_1 \equiv K \text{ ve } K = \frac{1.253}{(wh)^{1/2} e^{wh}} \quad (24)$$

yazılabilir (Abramowitz ve Stegun 1972). Bu tanımlamalar ile (23) yeniden düzenlenirse (Şekil 2),

$$E(w)=4\,N^2 w^2 K^2 (wh) \quad (25)$$

elde edilir. $C=4N^2$ ile tanımlanıp, enerji spektrumunu doğrudan etkileyen parametreleri belirlemek ve doğrusallaştırmak için her iki tarafın logaritmaları alınacak olursa,

$$\text{Ln } E(w)= \text{Ln}(C)+2\,\text{Ln}(w)+2\,\text{Ln}(1.25)-\text{Ln}(wh)-2\,wh \quad (26)$$

bulunur.

(26) bağıntısını inceleyecek olursak, birinci ve üçüncü terimlerin (küre yarıçapı ve potansiyel farkı) spektrum eğrisinin eğimine etkimediği, yalnızca genlik değerine etkidiği görülür. İkinci, dördüncü ve beşinci terimlerin ise spektrumun eğimine etkidiği, ancak bunların arasında ise temel etkinin -2wh teriminden kaynaklandığı saptanmıştır (Akçığ ve diğ. 1990).

Sonuç olarak, (26) bağıntısında
Ln E(w)= - 2wh
yaklaşımından yararlanılarak

$$\text{Eğim} = -\,2h \quad (27)$$

bağıntısına ulaşılır. (27) den yararlanılarak ta küre şekilli cismin derinliği bulunabilir. Şekil 4 ve Çizelge 1 de bu tür uygulamaya ilişkin bir örnek ve saptanan derinliklerin hata oranları görülmektedir. Çizelgeden de izlenebileceği gibi sonuçlar oldukça başarılıdır.

**Çizelge 1. Küre modeline ait derinlikler ve hata oranları (potansiyel anomalisi).**
**Table 1. Depths and error rates for the sphere models (potential anomaly).**

| POLARLANMA AÇISI | GERÇEK DER. (m) | HESAPLANAN DER. (m) | HATA ORANI % |
|---|---|---|---|
| ALFA = 20° | h = 100 | h = 97.6 | 2.4 |
| ALFA = 40° | h = 100 | h = 97.6 | 2.4 |
| ALFA = 70° | h = 100 | h = 97.6 | 2.4 |
| ALFA = 40° | h = 50 | h = 49.0 | 2.0 |
| ALFA = 40° | h = 100 | h = 97.6 | 2.4 |
| ALFA = 40° | h = 150 | h = 145.6 | 3.0 |

**Küre Biçimli Yapıların Türev Belirtisi ve Spektrumları**

Bir kürenin gerilim bağıntısının (14), x yönünde türevi alınacak olursa aşağıda verilen türev bağıntısına ulaşılır (Heiland, 1968).

$$T(x) = \frac{\Delta V\, R^2}{2} \left\{ \frac{(x^2+{}^2h)\sin(\alpha)-3x[h\cos(\alpha)+x\sin(\alpha)]}{(x^2+h^2)^{5/2}} \right\} \quad (28)$$

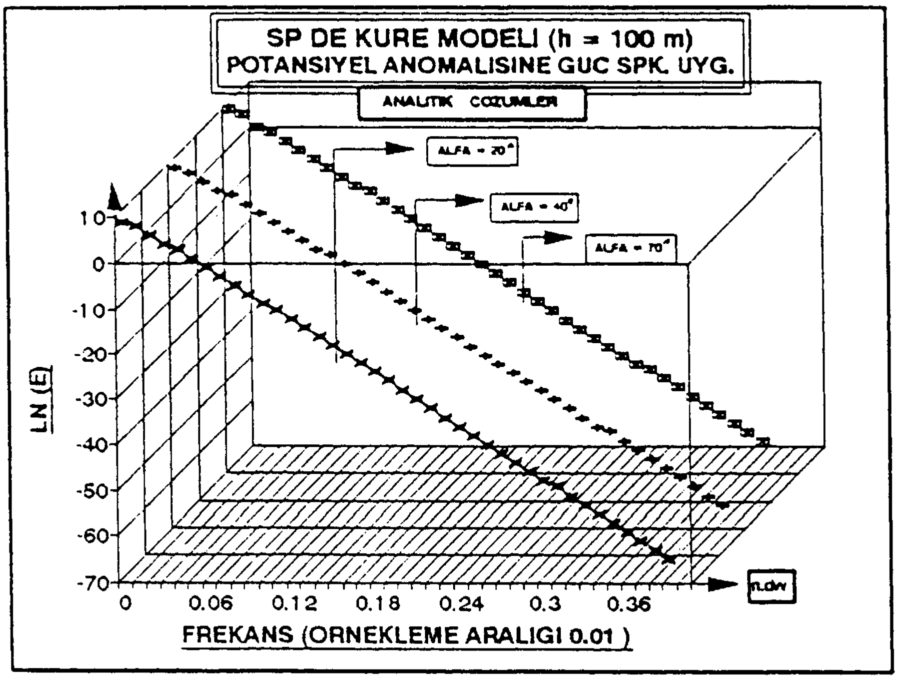
(28) bağıntısında N= $\Delta VR^2/2$ tanımlaması yapılıp, T(x) tek ve çift fonksiyonlarına ayrılacak olursa,

$$T_ç(x) = N \left[ \frac{(x^2+h^2)\sin(\alpha)-3x^2\sin(\alpha)}{(x^2+h^2)^{5/2}} \right] \quad (29)$$

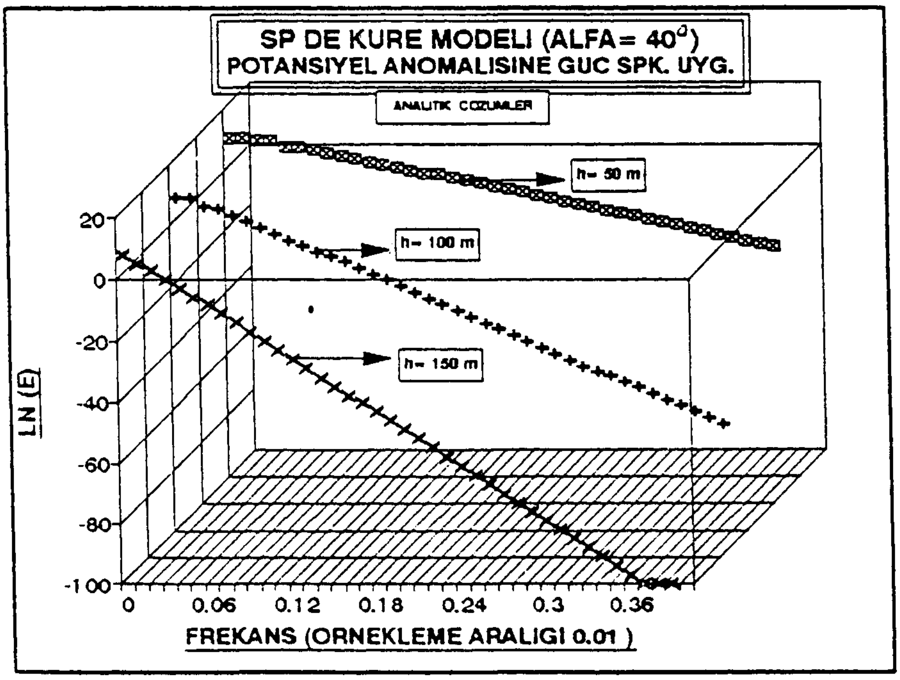
$$T_t(x) = N \left[ \frac{-3xh\cos(\alpha)}{(x^2+h^2)^{5/2}} \right] \quad (30)$$

şeklinde bulunur.

T(x) türev bağıntısının HD, (1) ve (3) no lu yaklaşımlar kullanılarak ve sabitler tümleme dışına alınarak,




Şekil 3. Küre modelinde polarlanma açısına bağlı olarak güç spektrumunun değişimi (potansiyel anomalisi).
Fig. 3. The variation of the spectra depending on the polarization angle for a sphere (potential anomaly).




Şekil 4. Kürenin derinliğine bağlı olarak güç spektrumunun değişimi (potansiyel anomalisi).
Fig. 4. The variation of the power spectra depending on the depth for a sphere (potential anomaly).

$$T(w) = N\int_{-\infty}^{\infty}\left[\frac{(x^2+h^2)\sin(\alpha)-3x^2\sin(\alpha)}{(x^2+h^2)^{5/2}}\right]\cos(wx)\,dx$$
$$+N\int_{-\infty}^{\infty}\left\{\frac{[-3xh\cos(\alpha)]}{(x^2+h^2)^{5/2}}\right\}\sin(wx)\,dx \qquad (31)$$

şeklinde elde edilir.

(31) bağıntısının birinci, ikinci ve üçüncü terimleri Erdelyi (1954) tümleme tabloları (bkz Ek) kullanılarak çözüldüğünde,

$$\int_{-\infty}^{\infty}\frac{\cos(wx)}{(x^2+h^2)^{3/2}}\,dx = \frac{2}{h}\,w\,K_1(wh) \qquad (32)$$

$$\int_{-\infty}^{\infty}\frac{x^2\cos(wx)}{(x^2+h^2)^{5/2}}\,dx = \frac{2}{3}\,w^2K_0(wh) \qquad (33)$$

$$\int_{-\infty}^{\infty}\frac{x\sin(wx)}{(x^2+h^2)^{5/2}}\,dx = \frac{2}{3h}\,w^2K_1(wh) \qquad (34)$$

olarak bulunur.

(32), (33) ve (34) bağıntıları yardımıyla (31) yeniden düzenlenirse,

$$T(w) = 2Nw\left[\frac{1}{h}K_1(wh)\sin(\alpha)+wK_0(wh)\sin(\alpha)\right]$$
$$-i2Nw^2K_1(wh)\cos(\alpha) \qquad (35)$$

bağıntısına ulaşılır. Benzer şekilde FD de,

$$T(w) = 2Nw\left[\frac{1}{h}K_1(wh)\sin(\alpha)+wK_0(wh)\sin(\alpha)\right]$$
$$+i2Nw^2K_1(wh)\cos(\alpha) \qquad (36)$$

olarak verilmektedir (Akçığ ve Pınar 1993).

Güç spektrumu E(w) ise (13) yardımıyla

$$E(w)=4N^2w^2\left[\frac{1}{h}K_1^2(wh)\sin^2(\alpha)+w^2K_0^2(wh)\sin^2(\alpha)\right.$$
$$\left.+\frac{2w}{h}K_1(wh)K_0(wh)\sin^2(\alpha)+w^2K_1^2(wh)\cos^2(\alpha)\right] \qquad (37)$$

şeklinde elde edilir.

Polarlanma açısı ($\alpha$) nın spektrum üzerindeki etkisinin araştırılması amacıyla, değişik polarlanma açılı küre şekilli cisimlerin türev değerlerinin spektrumları (37) bağıntısı yardımıyla hesaplanmıştır (Şekil 5 ve Çizelge 2). Şekil ve çizelge incelendiğinde polarlanma açısının spektrum üzerinde bir denetimi olmadığı gözlenmektedir.

**Çizelge 2. Küre modeline ait derinlikler ve hata oranları (potansiyel anomalisi).**

**Table 2. Depths and error rates for the sphere models (potential anomaly).**

| POLARLANMA AÇISI | GERÇEK DER. (m) | HESAPLANAN DER. (m) | HATA ORANI % |
|---|---|---|---|
| ALFA = 20° | h = 100 | h = 97.2 | 2.8 |
| ALFA = 40° | h = 100 | h = 97.2 | 2.8 |
| ALFA = 70° | h = 100 | h = 97.2 | 2.8 |
| ALFA = 40° | h = 50 | h = 48.8 | 2.4 |
| ALFA = 40° | h = 100 | h = 97.2 | 2.8 |
| ALFA = 40° | h = 150 | h = 145.0 | 3.0 |

(37) bağıntısı (24) yaklaşımları kullanılarak yeniden düzenlenirse,

$$E(w)=4N^2w^2K_2(wh)\left[\frac{1}{h}\sin^2(\alpha)+\frac{2}{h}w\sin^2(\alpha)+w^2\right] \qquad (38)$$

şeklini alır. (38) bağıntısında

$C = 4N^2$

ve

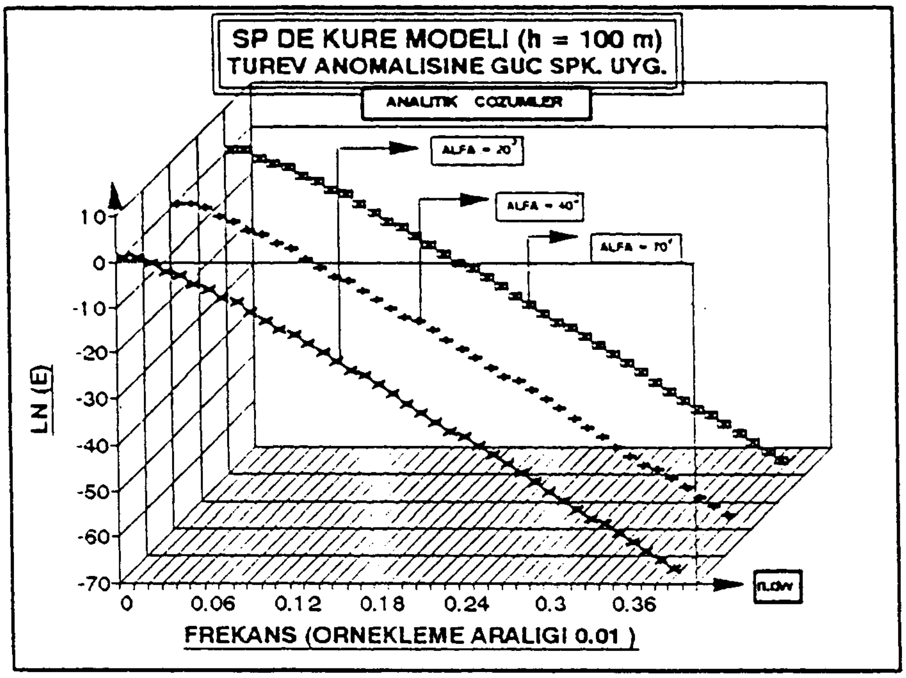
$$A = \frac{1}{h}\sin^2(\alpha)+\frac{2}{h}w\sin^2(\alpha)+w^2$$

tanımlamaları yapılıp, logaritmaları alındığında,

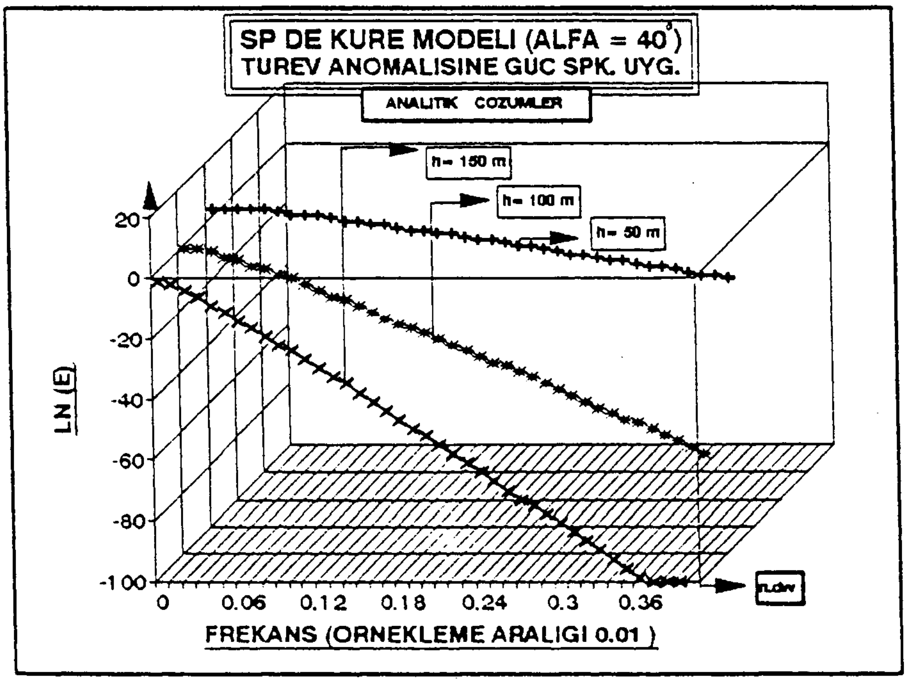
$$Ln(w)=Ln(C)+2Ln(w)+2Ln(1.25)-Ln(wh)-2wh+Ln(A) \qquad (39)$$

sonucuna ulaşılır.

Terimlerin spektrum üzerindeki etkileri incelendiğinde birinci ve üçüncü terimler spektrumun genliğini etkimekte, ikinci, dördüncü beşinci ve altıncı terimler ise eğimini etkimekle birlikte, temel etkinin beşinci terimden kaynaklandığı görülmektedir. Değişik derinliklerdeki küre şekilli cisimlerin türevlerinin spektrum eğrilerinin değişimleri ve saptanan derinlikler Şekil 6 ve Çizelge 2 de verilmektedir. Görüldüğü gibi oldukça başarılı sonuçlar elde edilmiştir.




Şekil 5. Küre modelinde polarlanma açısına bağlı olarak güç spektrumunun değişimi (türev anomalisi).
Fig. 5. The variation of the spectra depending on the polarization angle for a sphere (derivative anomaly).




Şekil 6. Kürenin derinliğine bağlı olarak güç spektrumunun değişimi (türev anomalisi).
Fig. 6. The variation of the power spectra depending on the depth for a sphere (derivative anomaly).

**Çubuk Biçimli Yapıların Doğal Gerilim Belirtisi ve Spektrumları**

Yeraltında ($\alpha$) polarlanma açısına sahip bir çubuğun (Şekil 7), yeryüzündeki izdüşümünden x uzaklıktaki bir P(x) noktasında oluşturacağı gerilimin bağıntısı,

$$V(x) = -\frac{\rho I}{2\pi}\left\{(x^2+h_1^2)^{-1/2} - \left[\left(x-\frac{h_2-h_1}{\tan(\alpha)}\right)^2+h_2^2\right]^{-1/2}\right\} \tag{40}$$

ile verilir (Heiland 1968). Burada, $\rho$ ortamın özdirenci ve I akım yoğunluğudur.

$h_1$ çubuğun üst ucunun, $h_2$ çubuğun alt ucunun yeryüzüne olan uzaklığı olmak üzere, (40) bağıntısında

$$N = \frac{\rho I}{2\pi}, \quad a = \frac{h_2-h_1}{\tan(\alpha)} \tag{41}$$

tanımlamaları yapılıp, V(x) tek ve çift bileşenlerin toplamı şeklinde,

$$V_ç(x) = \frac{1}{2} N \left[\frac{-2}{(x^2+h_1^2)^{1/2}} + \frac{1}{[(x-a)^2+h_2^2)^{1/2}} + \frac{1}{[(-x-a)^2+h_2^2]^{1/2}}\right]$$

$$V_t(x) = \frac{1}{2} N \left[\frac{1}{[(x-a)^2+h_2^2)^{1/2}} - \frac{1}{[(-x-a)^2+h_2^2)^{1/2}}\right] \tag{42}$$

yazılabilir.

V(x) gerilim bağıntısının HD, (1) ve (3) yaklaşımları kullanılarak ve sabitler tümleme dışına alınarak

$$V(w) = \frac{1}{2} N \int_{-\infty}^{\infty} \left[\frac{-2}{(x^2+h_1^2)^{1/2}} + \frac{1}{[(x-a)^2+h_2^2]^{1/2}} + \frac{1}{[(-x-a)^2+h_2^2]^{1/2}}\right]\cos(wx)dx + \frac{1}{2} N \int_{-\infty}^{\infty} \left[\frac{1}{[(x-a)^2+h_2^2]^{1/2}} - \frac{1}{[(-x-a)^2+h_2^2]^{1/2}}\right]\sin(wx)dx \tag{43}$$

denklemi yardımıyla verilir. (43) nolu bağıntı Erdelyi (1954) tümleme çizelgeleri (bkz Ek) kullanılarak çözüldüğünde birinci terim,

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{-2}{(x^2+h_1^2)^{1/2}} \cos(wx)dx = -4K_0(wh_1) \tag{44}$$

olarak bulunur. Ancak ikinci terimin çözümü için,

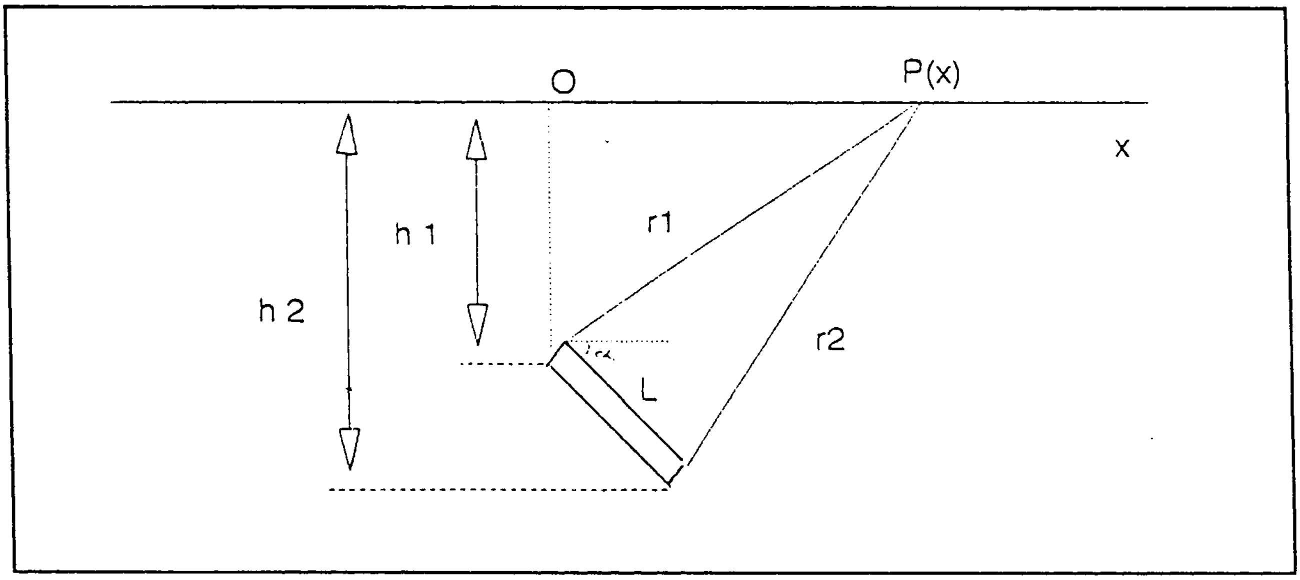
$$x-a = u, \quad x = u+a, \quad dx = du \tag{45}$$

dönüşümü yapıldığında ikinci terim,

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\cos(wx)}{[(x-a)^2+h_2^2)^{1/2}} dx = \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\cos[w(u+a)]}{(u^2+h_2^2)^{1/2}} du \tag{46}$$

şeklinde ifade edilebilir. Kosinüs işlevinin,

$$\cos(A+B) = \cos(A)\cos(B) - \sin(A)\sin(B) \tag{47}$$




Şekil 7. SP yönteminde dayk şekilli yapının parametreleri.
Fig. 7. Parameters of the dike shaped bodies in SP method.

özelliğinden faydalanılarak, (46) bağıntısı ortogonallik koşulları gözönünde bulundurularak çözüldüğünde sonuç,

$$\cos(wa)\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\cos(wu)}{(u^2+h_2^2)^{1/2}}\, du = 2\cos(wa)\, K_0(wh_2) \quad (48)$$

olarak bulunur. Üçüncü terim ise,

$$-(x+a)= -u,\ x = u - a,\ dx= du \quad (49)$$

dönüşümü yardımıyla (46) bağıntısına özdeş olur. Bu terimin çözümünden de,

$$\cos(wa)\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\cos(wu)}{(u^2+h_2^2)^{1/2}}\, du = 2\cos(wa)\, K_0(wh_2) \quad (50)$$

elde edilir. Burada integralin ikinci kısmının çözümünden de, yukarıdakilere benzer şekilde (45) ve (49) yaklaşımları ile

$$\sin(A-B)= \sin(A)\cos(B) - \sin(B)\cos(A) \quad (51)$$

özelliği kullanılarak,

$$\sin(wa)\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sin(wu)}{(u^2+h_2^2)^{1/2}}\, du = 2\sin(wa)\, K_0(wh_2) \quad (52)$$

$$\sin(wa)\int_{-\infty}^{\infty} \frac{\sin(wu)}{(u^2+h_2^2)^{1/2}}\, du = 2\sin(wa)\, K_0(wh_2) \quad (53)$$

sonuçlarına ulaşılır. Burada $K_0(wh)$ Modifiye Bessel işlevi olup, özellikleri Ek'te ayrıntılı olarak verilmiştir.

(43) nolu bağıntı, (44) (48) (50) (52) ve (53) no lu bağıntılar yardımıyla yeniden düzenlenirse,

$$V(w)= -2N\, K_0(wh_1) + 2N\cos(wa)\, K_0(wh_2) + 2N\sin(wa)\, K_0(wh_2) \quad (54)$$

**Çizelge 3. $K_0(wh_1)$ ve $K_0(wh_2)$ nin w ya bağlı olarak değişimi.**
**Table 3. The variation of $K_0(wh_1)$ and $K_0(wh_2)$ versus w.**

| | $h_1 = 50$ m | $h_2 = 84$ m | alfa = 20° L = 100 m | |
|---|---|---|---|---|
| w | $K_0(wh_1)$ | $K_0(wh_2)$ | $K_0(wh_1)*K_0(wh_2)$ | $K_0(wh_2)/K_0(wh_1)*100$ |
| 0.05 | 0.06505 | 0.00906 | 5.9 $10^{-4}$ | 13.93 |
| 0.1 | 0.00377 | 9.5 $10^{-5}$ | 3.6 $10^{-7}$ | 2.52 |
| 0.15 | 2.5 $10^{-4}$ | 1.1 $10^{-6}$ | 2.8 $10^{-10}$ | 0.45 |
| 0.2 | 1.8 $10^{-5}$ | 1.6 $10^{-8}$ | 2.8 $10^{-11}$ | 0.08 |
| 0.25 | 1.3 $10^{-6}$ | 2. $10^{-10}$ | 2.7 $10^{-14}$ | 0.15 |

| | $h_1 = 50$ m | $h_2 = 114$ m | alfa = 40° L = 100 m | |
|---|---|---|---|---|
| w | $K_0(wh_1)$ | $K_0(wh_2)$ | $K_0(wh_1)*K_0(wh_2)$ | $K_0(wh_2)/K_0(wh_1)*100$ |
| 0.05 | 0.06505 | 1.7 $10^{-3}$ | 1.1 $10^{-4}$ | 2.6 |
| 0.1 | 0.00377 | 4.1 $10^{-6}$ | 1.5 $10^{-8}$ | 0.11 |
| 0.15 | 2.5 $10^{-4}$ | 1.1 $10^{-8}$ | 2.5 $10^{-12}$ | 4.$10^{-3}$ |
| 0.2 | 1.8 $10^{-5}$ | 3.1 $0^{-11}$ | 5.4 $10^{-16}$ | 1.6 $10^{-4}$ |
| 0.25 | 1.3 $10^{-6}$ | 9.1 $0^{-11}$ | 1.2 $10^{-16}$ | 7.$10^{-3}$ |

| | $h_1 = 50$ m | $h_2 = 146$ m | alfa = 75° L = 100 m | |
|---|---|---|---|---|
| w | $K_0(wh_1)$ | $K_0(wh_2)$ | $K_0(wh_1)*K_0(wh_2)$ | $K_0(wh_2)/K_0(wh_1)*100$ |
| 0.05 | 0.06505 | 3. $10^{-4}$ | 2 $10^{-4}$ | 0.46 |
| 0.1 | 0.00377 | 9.8 $10^{-8}$ | 3.6 $10^{-10}$ | 2.5 $10^{-3}$ |
| 0.15 | 2.5 $10^{-4}$ | 7.1 $0^{-11}$ | 1.7 $10^{-14}$ | 1.75 $10^{-12}$ |
| 0.2 | 1.8 $10^{-5}$ | 6.1 $0^{-14}$ | 1.08 $10^{-18}$ | 1.08 $10^{-16}$ |
| 0.25 | 1.3 $10^{-6}$ | 2.1 $0^{-17}$ | 2.6 $10^{-23}$ | 1.53 $10^{-21}$ |

dönüşüm denklemi bulunmuş olur. (40) no lu V(x) gerilim bağıntısının FD alınarak bulunan dalgasayısı ortamı denklemi ise,

$$V(w) = -2N\, K_0(wh_1) + 2N \cos(wa)\, K_0(wh_2) - i2N \sin(wa)\, K_0(wh_2) \quad (55)$$

olarak verilir (Akçığ ve Pınar 1993).

Buradan güç spektrumu E(w), gerek (54) gerekse (55) bağıntıları kullanılarak,

$$E(w) = 4N^2 [K_0^2(wh_1) - 2K_0 (wh_1) K_0(wh_2) \cos(wa) + K_0^2(wh_2)] \quad (56)$$

şeklinde bulunur.

Bilindiği gibi kosinüs işlevi (-1, +1) aralığında değişen bir işlevdir. (56) bağıntısındaki bu teriminin etkisini incelemek amacıyla $K_0(wh_1)$, $K_0(wh_2)$ ve E(w), w nın farklı değerleri için hesaplanmıştır (Çizelge 3). Çizelge 3 incelendiğinde $K_0(wh_1)$ ile $K_0(wh_2)$ nın çarpımının alabileceği en büyük değer yaklaşık olarak 0.0006 dır. Bu değerin cos(wa) nın alabileceği en büyük değerle (±1) çarpımının, E(w) üzerinde önemli bir etkisi olmayacağından bu terim yaklaşık sıfır olarak kabul edilebilir.

Bu yaklaşım kullanılarak güç spektrumu bağıntısı (56) düzenlenecek olursa,

$$E(w) = 4N^2 [K_0(wh_1) + K_0^2(wh_2)] \quad (57)$$

şeklini alır. (24) yaklaşımı kullanılarak (Abramowitz ve Stegun 1972) $h_1$ ve $h_2$ nin farklı değerleri için hesaplanan $K_0(wh_1)$ ile $K_0(wh_2)$ nin değişimi Çizelge 3 te verilmiştir. Çizelge 3 ten görüldüğü gibi (w) nın dolayısı ile (wh) ın değişimine bağlı olarak $K_0(wh_1)$ ve $K_0(wh_2)$ hesaplandığında, $K_0(wh_2)$ nin $K_0(wh_1)$ e oranla oldukça küçük olduğu ve güç spektrumu üzerindeki etkisinin oldukça az olduğu görülür. Dolayısı ile (57) bağıntısında $C=4N^2$ ile tanımlanıp logaritmaları alındığında,

$$\mathrm{Ln}\, E(w) = \mathrm{Ln}(C) + 2\, \mathrm{Ln}\, K_0(wh_1) \quad (58)$$

$$\mathrm{Ln}\, E(w) = \mathrm{Ln}(C) + 2\, \mathrm{Ln}\left[\frac{1.253}{(wh_1^2)^{1/2} e^{wh_1}}\right] \quad (59)$$

olarak yazılabilir. Bu ise

$$\mathrm{Ln}\, E(w) = \mathrm{Ln}(C) + 2\, \mathrm{Ln}(1.25) - \mathrm{Ln}(wh_1) - 2wh_1 \quad (60)$$

şeklinde yazılıp, terimler incelendiğinde eğime olan temel etkinin $-2wh_1$ teriminden kaynaklandığı, (27) bağıntısı ile derinlik bulma işleminin burada da başarı ile yapılabilirliği, Şekil 8 ve Çizelge 4 ten açıkça görülebilmektedir.

**Çizelge 4. Dayk modeline ait derinlikler ve hata oranları (potansiyel anomalisi).**
**Table 4. Depths and error rates for the dike models (potential anomaly).**

| POLARLANMA AÇISI | GERÇEK DER. (m) | HESAPLANAN DER. (m) | HATA ORANI % |
|---|---|---|---|
| ALFA = 20° | h = 100 | h = 96.6 | 3.4 |
| ALFA = 40° | h = 100 | h = 96.6 | 3.4 |
| ALFA = 70° | h = 100 | h = 96.6 | 3.4 |
| ALFA = 40° | h = 50 | h = 46.6 | 6.8 |
| ALFA = 40° | h = 100 | h = 96.6 | 3.4 |
| ALFA = 40° | h = 150 | h = 144.4 | 3.7 |

### Çubuk Biçimli Yapıların Türev Belirtisi ve Spektrumları

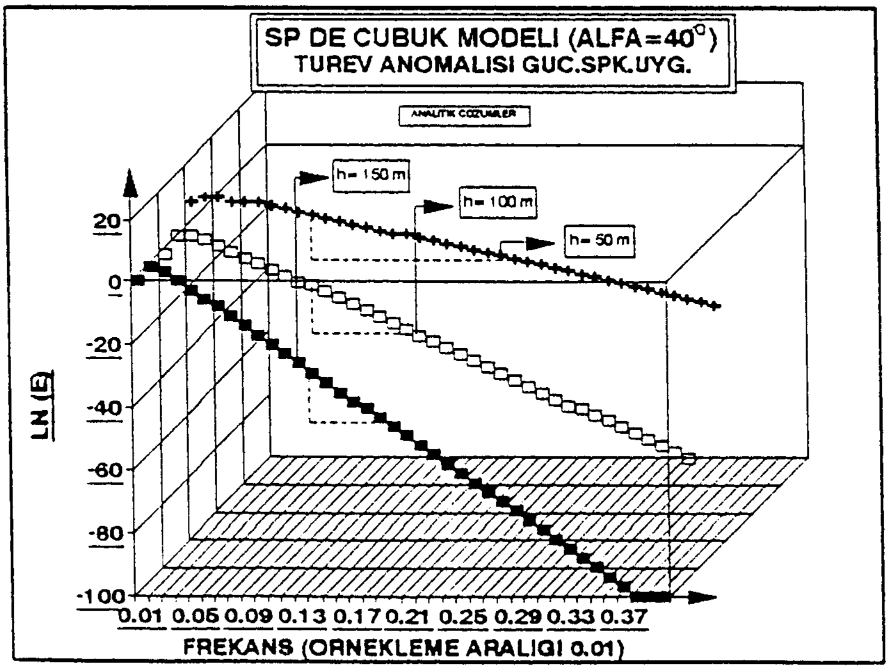
Bir çubuğun gerilim bağıntısından (40) yola çıkarak, x yönünde türevi alınacak olursa, aşağıda verilen türev bağıntısına ulaşılır (Heiland 1968).

$$T(x) = \frac{\rho I}{2\pi} \left\{ \frac{x}{(x^2+h_1^2)^{3/2}} - \frac{x-[(h_2-h_1)/\tan(\alpha)]}{\{[x-(h_2-h_1)/\tan(\alpha)]^2+h_2^2\}^{3/2}} \right. \quad (61)$$

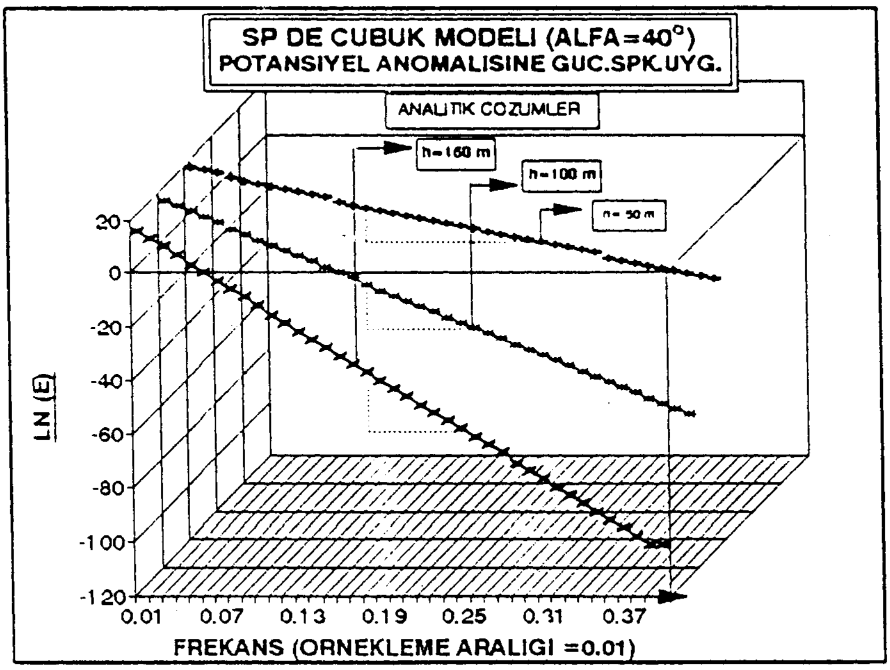
türev bağıntısı (61) tek ve çift fonksiyonlarına ayrılıp, (1), (3) ve (41) yaklaşımları kullanılıp, sabitler tümlev dışına alınarak HD alınacak olursa,

$$T(w) = \frac{N}{2} \int_{-\infty}^{\infty} \left\{ -\frac{(x-a)}{[(x-a)^2+h_2^2)^{3/2}} + \frac{(x+a)}{[(-x-a)+h_2^2]^{3/2}} \right\} \cos(wx)\, dx + \frac{N}{2} \int_{-\infty}^{\infty} \left\{ \frac{2x}{(x^2+h_1^2)^{3/2}} - \frac{(x-a)}{[(x-a)^2+h_2^2]^{3/2}} + \frac{(-x-a)}{[(-x-a)^2+h_2^2]^{3/2}} \right\} \sin(wx)dx \quad (62)$$

denklemi elde edilir. (62) bağıntısı, Erdelyi (1954) tümlev tabloları (bkz. Ek) ile (45), (47), (49) ve (51) tanımlamalarından faydalanılarak çözüldüğünde,




Şekil 8. Daykın derinliğine bağlı olarak güç spektrumunun değişimi (potansiyel anomalisi).
Fig. 8. The variation of the power spectra depending on the depth for a dike (potential anomaly).




Şekil 9. Daykın derinliğine bağlı olarak güç spektrumunun değişimi (türev anomalisi).
Fig. 9. The variation of the power spectra depending on the depth for a dike (derivative anomaly).

$$\int_{-\infty}^{\infty} - \frac{(x-a)}{[(x-a)^2+h_2^2)^{3/2}} \cos(wx)dx=2\sin(wa)wK_0(wh_2) \quad (63)$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{(x+a)}{[(-x-a)^2+h_2^2)^{3/2}} \cos(wx)dx=2\sin(wa)wK_0(wh_2) \quad (64)$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{2x}{(x^2+h_1^2)^{3/2}} \sin(wx)dx = 4\,w\,K_0(wh_1) \quad (65)$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} - \frac{(x-a)}{[(x-a)^2+h_2^2]^{3/2}} \sin(wx)dx =-2\cos(wa)wK_0(wh_2) \quad (66)$$

$$\int_{-\infty}^{\infty} - \frac{(-x-a)}{[(-x-a)^2+h_2^2]^{3/2}} \sin(wx)dx =-2\cos(wa)wK_0(wh_2) \quad (67)$$

olarak bulunur. (63), (64), (65), (66) ve (67) bağıntıları yardımıyla (62) tekrar düzenlenecek olursa,

$$T(w)= 2N\,w\sin(wa)\,K_0(wh_2) + 2N\,w\,K_0(wh_1) - 2N\,w\cos(wa)\,K_0(wh_2) \quad (68)$$

ifadesine ulaşılır. Benzer şekilde FD de,

$$T(w)= 2N\,w\sin(wa)\,K_0(wh_2) - i\,2N\,w\,[K_0(wh_1) - \cos(wa)\,K_0(wh_2)] \quad (69)$$

olarak verilir (Akçığ ve Pınar 1993).

Buradan güç spektrumu E(w) ise,

$$E(w)= 4N^2w^2\,[K_0^2(wh_1) - 2K_0(wh_1)\,K_0(wh_2)\cos(wa)+K_0^2(wh_2)] \quad (70)$$

olarak bulunur. Burada yine çubuk gerilim bağıntısı çözümlerinde cos(wa) li terim için kullanılan yaklaşım gözönüne alındığında (Çizelge 3), (70) bağıntısı

$$E(w)= 4N^2w^2\,[K_0^2(wh_1)+K_0^2(wh_2)] \quad (71)$$

şeklini alır.

(71) bağıntısında, Çizelge 3 den de görülebileceği gibi $K_0(wh_2)$ terimi etkisi çok az olduğu için gözardı edilebilir. Dolayısıyla bu yaklaşımlardan sonra, (71) bağıntısında $C=4N^2$ tanımlaması yapılıp logaritması alınırsa,

$$\mathrm{Ln}\,E(w)=\mathrm{Ln}(C)+2\mathrm{Ln}(w)+2\mathrm{Ln}(1.25)-\mathrm{Ln}(wh_1)-2wh_1 \quad (72)$$

bağıntısına ulaşılır. (72) no lu bağıntı incelendiğinde eğim üzerindeki temel etkinin $-2wh_1$ teriminden kaynaklandığı ve önceki bulgulara benzer şekilde burada da (27) yaklaşımı kullanılarak çubuğun üst yüzünün derinliğinin bulunabileceği saptanmıştır. Bu tür uygulamaya ilişkin bir örnek Şekil 9 ve Çizelge 5 de görülmektedir.

**Çizelge 5. Dayk modeline ait derinlikler ve hata oranları (türev anomalisi).**

**Table 5. Depths and error rates for the dike models (derivative anomaly).**

| POLARLANMA AÇISI | GERÇEK DER. (m) | HESAPLANAN DER. (m) | HATA ORANI % |
|---|---|---|---|
| ALFA = 20° | h = 100 | h = 97.3 | 2.7 |
| ALFA = 40° | h = 100 | h = 97.3 | 2.7 |
| ALFA = 70° | h = 100 | h = 97.3 | 2.7 |
| ALFA = 40° | h = 50 | h = 47.0 | 6.0 |
| ALFA = 40° | h = 100 | h = 97.3 | 2.7 |
| ALFA = 40° | h = 150 | h = 146.2 | 2.5 |

## SONUÇLAR

Yapılan çalışmalar neticesinde, SP yönteminde küre ve çubuk şekilli cisimlerin, gerilim ve türev bağıntılarından elde edilen güç spektrumları incelenmiş ve aşağıdaki sonuçlara ulaşılmıştır.

Küre modeli (gerilim ve türev) için yapılan çalışma sonucunda; küre yarıçapı (R) ve potansiyel farkı ($\Delta V$) nin spektrumun yalnızca genliğine etkimekte olduğu, polarlanma açısı ($\alpha$) nın alçak frekanslar dışında spektrum üzerinde herhangi bir etkisinin olmadığı, odak derinliği (h) ın ise spektrum eğrisinin eğimini denetlediği ve dolayısıyla da spektrum eğrisinin eğiminden derinliğin bulunabileceği saptanmıştır.

Çubuk modeli (gerilim ve türev) için yapılan çalışma sonucunda ise; ρI çarpanının yalnızca spektrumun genliğine etkidiği, çubuk boyunun ve dolayısıyla da çubuğun alt ucunun derinliğinin ($h_2$), spektrum üzerinde önemli bir etkisinin olmadığı, polarlanma açısı ($\alpha$) nın alçak frekanslar dışında etkisinin bulunmadığı, çubuğun üst ucunun derinliğinin ($h_1$) ise spektrumun eğimini doğrudan etkilediği ve dolayısıyla da spektrumun eğiminden çubuğun üst ucunun derinliğinin bulunabileceği saptanmıştır.

Yapılan kuramsal çalışmalar doğrultusunda saptanan derinliklerde maksimum hata oranının % 10 olduğu gözönüne alınırsa, HD yardımıyla güç spektrumu uygulamasının başarılı sonuçlar verdiği söylenebilir.

Uygulamada güç spektrumunun hesaplanmasında HD nün FD ne göre tercih edilmesinin temel nedeni; gerçel sayılarla yürütülen bir işlev olması ve FD ne göre çok daha hızlı işlem yapabilme özelliğidir.

## KAYNAKLAR

Akçığ, Z., Pınar, R., ve Ulugergerli, E. 1990, Güç spektrumunun SP yönteminde küre modeline uygulaması, Jeofizik 4, 37-40.

Akçığ, Z. ve Pınar, R. 1990, Gravite verilerine güç spektrumu yönteminin kayan pencereli uygulaması, Jeofizik 4, 41-48.

Akçığ, Z. ve Pınar, Z. 1993, Power spectrum applications on the self-potential methods, Geophysics (incelemede).

Bhattacharyya, B.K. 1965, Two dimensional harmonic analysis as a tool for magnetic interpretation, Geophysics 30, 829-857.

Bhattacharyya, B.K. 1966, Continuous spectrum of the total magnetic field anomaly due to a rectangular prismatic body, Geophysics 31, 97-121.

Bhattacharyya, B.K. 1971, Analysis of vertical dike infinitely deep, striking north by Fourier transform, Pure and Appl. Geophys. 89, 134-138.

Bracewell, R.N. 1983, Discrete Hartley Transform J. Opt. Am. 73, 1832-1835.

Bracewell, R.N. 1984, The fast Hartley transform. Proc. IEEE, 72, 1832-1835.

Canıtez, N. 1984, Jeofizikte Veri-İşlem, Cilt 1, İ.T.Ü. Yayınları, İstanbul.

Duhamel, P. and Vetterli, M. 1987, Improved Fourier and Hartley transform algorithms application to cyclic convolution of real data, IEEE. Trans. Acoust. Speech Signal Proces. Assp. 35, 818-824.

Erdelyi, A. 1954, Tables of Integrales Transforms, Vol 1, McGraw Hill Book Company, Inc., Newyork.

Hartley, R.V.L. 1942, A more symmetrical Fourier analysis applied to transmission problems, Proc. IRE 30, 144-150.

Heiland, C.A. 1968, Geophysical Exploration, Hafner Publishing Co., New York.

Sorenson, H.V. 1985, On computing the discrete Hartley trasform, IEEE. Trans. Acoust. Speech. Signal processing ASSP. 33, 1231-1238.

Spector, A. and Bhattacharyya, B.K. 1966, Energy spectrum and autocorrelation function of anomalies due to simple magnetic models, Geophysical Prospecting 14, 242-272.

Spector, A. and Grant, F.S. 1970, Statistical models for interpreting aeromagnetic data, Geophysics 25, 293-302.


## EK

1) $$g(y)= \int_0^\infty f(x)\cos(xy)\,dx \qquad f(x) = \frac{1}{(x^2+a^2)^{-v-1/2}}$$

$$g(y) = (1/2.y/a)^v \pi^{1/2}[\Gamma(V+1/2)]^{-1}K_v(ay) \qquad a>O,\ v>-1/2$$

(Erdelyi 1954, s. 11)

2) $$g(y)= \int_0^\infty f(x)\cos(xy)\,dx \qquad f(x) = \frac{x^{2m}}{(x^2+a^2)^{v+1/2}}$$

$$g(y)= \frac{(-1)^m a^{-v}\pi^{1/2}}{2^v\Gamma(v+1/2)} \frac{d^{2m}}{dy^{2m}} [y^v K_v(ay)] \qquad O\leq m<v+1/2$$

(Erdelyi 1954, s. 14)

3) $$g(y)= \int_0^\infty f(x)\sin(xy)\,dx \qquad f(x) = \frac{x}{(x^2+a^2)^{3/2}}$$

$$g(y) = yK_o(ay)$$

(Erdelyi 1954, s. 66)

4) $$g(y)= \int_0^\infty f(x)\sin(xy)\,dx \qquad f(x) = \frac{x^{2m+1}}{(x^2+a^2)^{n+1/2}}$$

$$g(y)= \frac{(-1)^{m+1}\pi^{1/2}}{2^n a^n\Gamma(n+1/2)} \frac{d^{2m+1}}{dy^{2m+1}} [y^n K_n(ay)] \qquad -2\leq 2m\leq 2n$$

(Erdelyi 1954, s. 67)

5) $$\Gamma(n+1/2)= \frac{1.3.5.7...(2n-1)}{2^n}\Gamma(1/2)$$

$$\Gamma(1) = 1,\ \Gamma(1/2) = \pi^{1/2}$$

(Abramowitz and Stegun 1972, s. 255)

6) $$\frac{d}{dx}[w^n K_n(wh)] = -hw^n K_{n-1}(wh)$$

(Abramowitz and Stegun 1972)

7) $0<x<2$

$$K_o(x) = -Ln(x/2)I_0(x) - 0.5772 + 0.4227(x/2)^2 - 0.2306(x/2)^4...$$

(Abramowitz and Stegun 1972, s. 379)

8) $2<x<\infty$

$$x^{1/2}e^x K_o(x) = 1.2553 - 0.0783(2/x) + 0.0218(2/x)^2 - 0.0106(2/x)^3...$$

(Abramowitz and Stegun 1972, s. 379)

9) $0<x<2$

$$xK_1(x) = xLn(x/2)I_1(x) + 1 + 0.15443(x/2)^2 - 0.67278(x/2)^4...$$

(Abramowitz and Stegun 1972, s. 379)

10) $2<x<\infty$

$$x^{1/2}e^x K_1(x) = 1.2553 - 0.2349(2/x) - 0.0365(2/x)^2 + 0.01504(2/x)^3...$$

(Abramowitz and Stegun 1972, s. 379)