

GRAVİTE VERİSİNİN HİLBERT DÖNÜŞÜMÜ İLE BAZI YAPILARIN PARAMETRELERİNİN SAPTANMASI

Estimating the Parameters of Some Bodies in Gravity Method using Hilbert Transform

Mustafa AKGÜN*

ÖZET

İki boyutlu yapıların potansiyel alan anomalileri doğrudan kullanılarak, yapı parametreleri bulunabilir. Bunun için, aynı yapı parametrelerini içeren birden fazla denklem elde edilerek denklemlerin çözümleri yapılır. Birden fazla denklemin elde edilmesinde, analitik işlevlerin özellikleri ile karmaşık gradient ve Hilbert dönüşüm yöntemleri kullanılır.

Bu çalışmada, Hilbert dönüşümü ile bazı yapıların (yatay silindir, dayk, düşey fay, yatay tek tabaka ve diğ.) parametreleri, gravite anomalilerinden, doğrudan saptanmıştır. Hilbert dönüşümü, anomalinin karmaşık gradientleri arasında dönüşümü sağlamak için kullanılmıştır. Yapı parametreleri de elde edilen denklemlerin (gravite anomalisi, anomalinin karmaşık gradientleri, evre ve genlik işlevleri) çözümleri yapılarak sağlanmıştır. Hilbert dönüşümü, Fourier dönüşümü ve evrişim yöntemi kullanılarak iki ayrı şekilde yapılmıştır.

ABSTRACT

Structural parameters can be directly determined from the potential anomalies of the two-dimensional structure. In order to determine parameters, a system of equations which have more equations than the number of parameters are constructed. The special properties of analytical functions of the complex gradients and Hilbert transforms can be used to obtain the required equations.

The certain structural parameters of two-dimensional bodies such as horizontal cylinder, dike, vertical fault horizontal sheet were directly determined from gravity anomalies. Hilbert transforms were used to provide the transformation between the complex gradients of the potential anomaly. Structural parameters were then determined from the solutions of the constructed equations (potential anomaly, complex gradients, amplitude and phase functions). The Hilbert transforms were performed by using two different techniques namely Fourier transform and convolution methods.

GİRİŞ

Hilbert dönüşümünün (HD) jeofizik çalışmalarda kullanılma amacı, genel olarak, verinin karmaşık gradientleri yardımıyla aynı yapı parametrelerini içeren birden fazla denklem oluşturmaktır. Yapı parametrelerinin saptanmasında da elde edilen denklemlerin ortak çözümlerinden yararlanılır.

HD dönüşümleri, öncelikle manyetik yöntemde iki boyutlu yapıların oluşturduğu manyetik anomalilerin (toplam, yatay veya düşey) karmaşık gradientlerine uygulan-

rak yapı parametrelerinin araştırılmasında kullanılmıştır (Nabighian 1972, Green ve Stanley 1975, Rao ve diğ. 1981, Mohan ve diğ. 1982).

Sismik çalışmalarda da sismik izin HD ile karmaşık izi oluşturulmuş ve karmaşık izden yola çıkılarak yansıma kuvveti ve anlık fazlar zaman ortamında elde edilerek jeolojik yapıya ulaşılmıştır (Taner ve diğ. 1979).

Gravite yönteminde ise yalnızca düşey fay anomalisinin karmaşık gradientleri HD ile oluşturularak yapının bilinmeyen parametreleri bulunmuştur (Pınar 1985).

* DEÜ Müh. Fak., Jeofizik Müh. Bölümü, Bornova, İzmir.

Doğal potansiyel yönteminde de küre şekilli bir modelin yapı parametreleri HD kullanılarak saptanmıştır (Pınar ve Akçığ 1991).

Bu çalışmada, gravite yönteminde şimdiye kadar çözülmemiş model parametreleri HD kullanılarak saptanmıştır. HD uygulamaları evrişim ve Fourier dönüşüm (FD) yöntemleri kullanılarak, ayrı ayrı yapılmış ve sonuçlar karşılaştırılmıştır.

KURAM

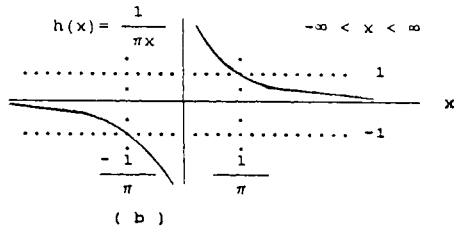
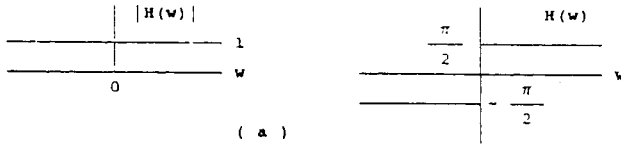
Hilbert dönüşümü herhangi bir sinyalin genliğini değiştirmeden sadece fazını doksan derece kaydıran matematiksel bir dönüşüm işlevidir. Bu tanımla HD uzunluk

$$f_{\text{tek}}(x) \leftarrow \text{HD} \rightarrow f_{\text{çift}}(x)$$

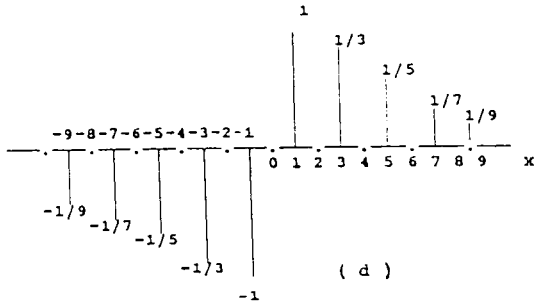
veya frekans ortamında oluşan eşit genlikli tek ve çift işlevleri

$$F_{\text{çift}}(w) \leftarrow \text{HD} \rightarrow F_{\text{tek}}(w)$$

birbirine dönüştüren doğrusal bir sistemdir.



$$f(x) \rightarrow \boxed{h(x)} \rightarrow f_1(x) = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{f(v)}{x-v} dv$$



Şekil 1. a) $H(w)$, b) $h(x)$, c) Hilbert dönüşümünün tanımı, d) normalize edilmiş Hilbert dönüşüm katsayıları..

Fig. 1. a) $H(w)$, b) $h(x)$, c) transformer, d) normalized Hilbert x domain operator.

HD doğrusal bir dizge olduğuna göre sistemin bir giriş sinyali, transfer fonksiyonu ve bir de çıkış fonksiyonu olması gerekir. Giriş olarak, $r = x + jz$ ortamında bir $f(r)$ fonksiyonu, HD süzgecinden geçirildiğinde bir $f_1(r)$ çıkışı elde edilir (Şekil 1c). Frekans bölgesinde, transfer fonksiyonu ise (Şekil 1a)

$$H(jw) = -j \text{sgn}(w) \quad (1)$$

$$\text{sgn}(w) = \begin{cases} 1 & w > 0 \\ 0 & w = 0 \\ -1 & w < 0 \end{cases} \quad (2)$$

ile verilir. $f(r)$ ve $f_1(r)$ in frekans spektrumları sırasıyla $F(w)$ ve $F_1(w)$ olmak üzere

$$F_1(w) = H(jw) \cdot F(w) = \begin{cases} -jF(w) & w \geq 0 \\ jF(w) & w < 0 \end{cases} \quad (3)$$

bağıntıları elde edilir. r ortamında ise $f(r)$ ve $f_1(r)$ arasında

$$g(r) = f(r) + jf_1(r) \quad (4)$$

bağıntısı vardır. (4) bağıntısına göre HD sisteminin $f(r)$ girişi ile $f_1(r)$ çıktısı r ortamında karmaşık bir fonksiyon oluşturur. Bu şekilde oluşturulan $g(r)$ karmaşık işlevi analitik fonksiyonlar olarak tanımlanır. Analitik fonksiyonların özellikleri ise aşağıdaki şekilde özetlenebilir. x ortamında gerçel ve sanal bileşenleri arasında Cauchy-Riemann koşulları geçerlidir.

$$\frac{df}{dx} = \frac{df_1}{dz}, \quad \frac{df}{dz} = \frac{df_1}{dx} \quad (5)$$

Frekans ortamında da (3) bağıntısı ile tanımlı özellik vardır.

HD işlevinin birim dürtüye tepkisini bulmak için (1) bağıntısının ters Fourier dönüşümü alınır ve

$$h(x) = F^{-1}(-j \text{sgn}(w)) \quad (6)$$

$$= 1/(\pi x) \quad (\text{tüm } x \text{ değerleri için}) \quad (7)$$

elde edilir. $(-\pi x)^{-1}$ işlevi normalize edildiğinde ise

$$(-\pi x)^{-1} = x^{-1}(1 - e^{j\pi x}) \quad (8)$$

denkleme ulaşılır (Rabiner ve Gold 1975). Bu işlevin uzunluk ortamındaki görünümü Şekil 1b de verilmektedir.

(6) bağıntısından yararlanılarak $f(x)$ ile $f_1(x)$ arasındaki HD x ortamında evrişim denklemi ile

$$f_1(x) = h(x) * f(x) \quad (9)$$

$$= \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{f(v)}{x-v} dv \quad (10)$$

olarak tanımlanır (Şekil 1c) ve ayrıca HD, (3) bağıntısından FD yardımıyla da yapılabilir.

(6) bağıntısından elde edilen sonuç HD süzgeçleri fiziksel olarak gerçekleştirilemeyen, ancak düşünce olarak varlığı kabul edilen süzgeçlerdir. Şekil 1a dan görüldüğü gibi HD, her frekans bileşenindeki genliklerin büyüklüğü-

nü aynen korurken evrelerinde doksan derecelik bir kayma oluşturur.

Jeofizikte gravite yönteminde, iki boyutlu ve bu özelliğe bağlı olarak karmaşık potansiyel oluşturan bazı yapılarda yapı parametrelerini bulmak için HD kullanılır. Bunun için potansiyel veya potansiyelin herhangi bir alan bileşenin, kompleks gradient işleci (11 bağıntısı) yardımıyla, yatay ve düşey gradientleri elde

$$\nabla = \left(\frac{d}{dx} + i \frac{d}{dz} \right) \quad (11)$$

edilir. Yatay ve düşey gradientler de (4) bağıntısındaki gibi analitik bir sinyal oluştururlar.

Jeofizik çalışmalar sonucunda giriş ($f(x)$) veya çıkış ($f_1(x)$) fonksiyonlarından ancak biri elde edilir. Diğer bileşen HD kullanılarak bulunur. HD ise evrişim veya FD yöntemi kullanılarak sağlanır. (4) bağıntısında verilen karmaşık fonksiyonun evre ve genliği

genlik

$$A(x) = [f(x)^2 + f_1(x)^2]^{1/2} \quad (12)$$

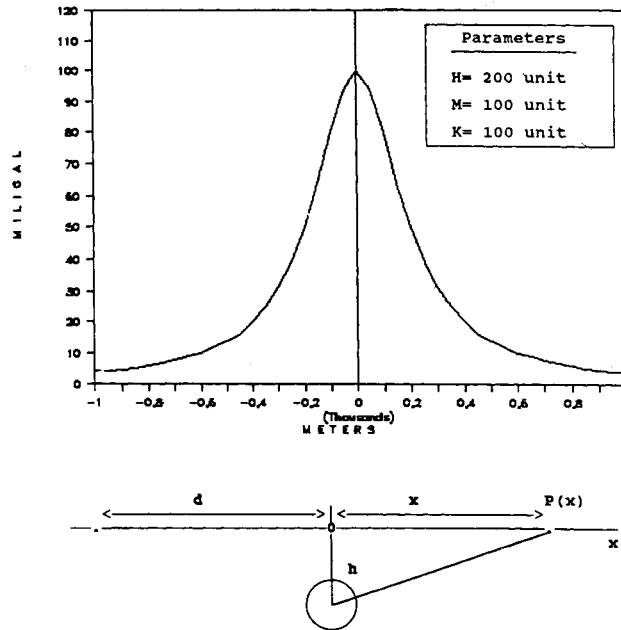
evre

$$\phi(x) = [\tan^{-1} [f_1(x)/f(x)]]$$

olarak tanımlanır.

Sonuçta aynı yapı parametrelerini içeren birden fazla denklem ($f(x)$, $f_1(x)$, genlik, evre) oluşturulur. Bu denklemlerin ortak çözümleri yapılarak yapı parametreleri elde edilir.

HD, evrişim veya FD ile yapılmaktadır. Ancak bu işlemleri



Şekil 2. Yatay sonsuz silindirin $g_z(x)$ anomalisi.

Fig. 2. The $g_z(x)$ anomaly of the horizontal infinite cylinder.

yaparken karşımıza bazı sorunlar çıkmaktadır. Kuramsal olarak yapılan çalışmalar sonucunda, evrişim veya FD yöntemleri ile yapılan HD işleminden önce, veri uçlarındaki süreksizliklerin giderilmesi gerekmektedir. Aksi halde kuramsal olarak HD sonucu beklenen çıkış ile evrişim veya FD sonucu bulunan çıkış değerleri arasında yatay ve düşey yönde kaymalar oluşmaktadır. Bu kaymalar nedeniyle, parametre değerlerinin bulunmasında kullanılan, anomalilerin kök değerleri ile ortak kesim noktalarında da kaymalar oluşmaktadır. Benzer şekilde evrişim işleminde kullanılan HD katsayılarının sayısına bağlı olarak, beklenen çıkış ile evrişim veya FD işlemleri sonucu bulunan çıkış değerleri arasında yatay ve düşey yönde kaymalar oluşmaktadır.

Uygulama

HD, gravite yönteminde, yatay sonsuz uzanımlı kesiti daire olan silindir, yatay yarı sonsuz levha, düşey fay ve derinliği genişliğinden büyük olan düşey dayk modellerine uygulanarak yapılara ait parametre çözüm denklemleri saptanmıştır. Yatay sonsuz uzanımlı silindir için potansiyelin ($U(x)$) ve $g_z(x)$ anomalisinin karmaşık gradientleri (11 bağıntısı) ayrı ayrı kullanılarak çözüme gidilmiştir. Diğer modellerde ise yalnızca $g_z(x)$ anomalisinin karmaşık gradientleri kullanılmıştır. Parametre çözüm denklemlerinin saptanması için ise HD sonucu bulunan bağıntıların ortak çözümleri yapılmıştır. HD, evrişim ve FD kullanılarak ayrı ayrı uygulanmıştır. Anomalilerin uç noktalarında oluşan süreksizlikler de çeşitli yöntemlerle giderilerek (baz indirgeme, pencereleme ve türev) FD yönteminde oluşacak hatalar azaltılmaya çalışılmıştır. Ayrıca tüm model bağıntılarında ortak olarak kullanılan tanımlamalar, $g_z(x)$; potansiyelin z yönündeki türevi, $g_x(x)$; potansiyelin x yönündeki türevi, $g_{zx}(x)$; $g_z(x)$ in x yönündeki türevi, $g_{zz}(x)$; $g_z(x)$ in z yönündeki türevi, G; Gravite çekim sabiti, d; anomali başlangıcının $x=0$ noktasına uzaklığı, A; $2GM$, t; kalınlık, $\rho_0 t$; yoğunluk farkı, M; kütle ve h, h_1 , h_2 ; derinlik şeklindedir.

Yatay Sonsuz Uzanımlı Silindir

Yatay sonsuz uzanımlı silindir şekilli bir yapı ve $g_z(x)$ anomalisi (Şekil 2)

$$g_z(x) = 2GMh / \{(x-d)^2 + h^2\} \quad (13)$$

bağıntısı ile tanımlanır (Telford ve diğ. 1987). Potansiyelin x yönündeki türevi ise

$$g_x(x) = 2GM(x-d) / \{(x-d)^2 + h^2\} \quad (14)$$

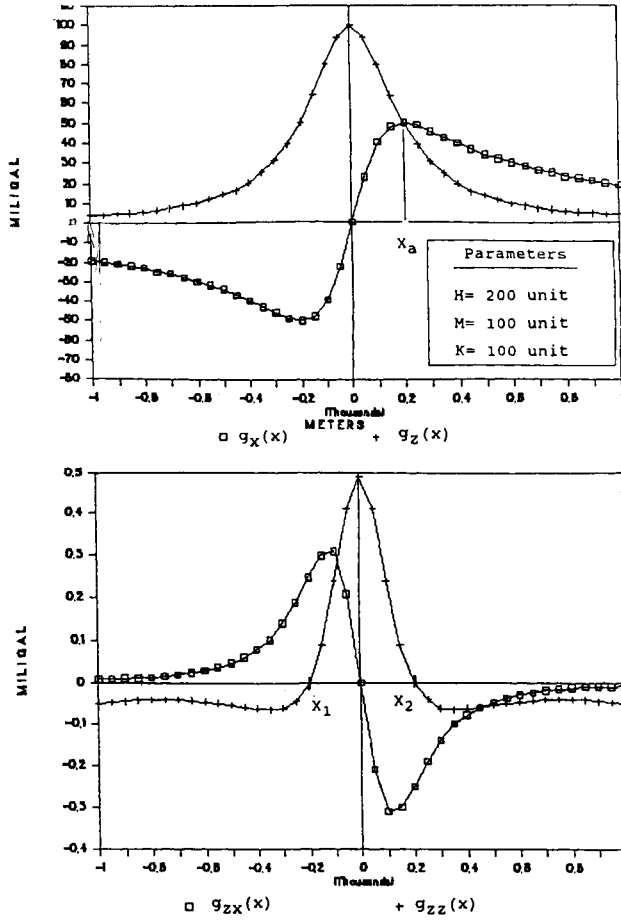
ile verilir (Şekil 3). Benzer şekilde $g_z(x)$ in karmaşık gradientleri (11 bağıntısı)

$$g_{zx}(x) = -4GMh(x-d) / \{(x-d)^2 + h^2\}^2 \quad (15)$$

$$g_{zz}(x) = 2GM \{ (x-d)^2 - h^2 \} / \{(x-d)^2 + h^2\}^2$$

denklem çifti ile tanımlanır (Şekil 3).

Silindirin bilinmeyen parametreleri derinlik (h), d uzaklığı ile M kütesidir. Potansiyelin ve $g_z(x)$ anomalisinin karmaşık gradientlerinin her ikisinde HD özelliklerine



Şekil 3. Yatay sonsuz silindirin a) potansiyelinin karmaşık gradientleri, b) $g_z(x)$ anomalisinin karmaşık gradientleri.

Fig. 3. a) The complex gradients of potential, b) the complex gradients of the $g_z(x)$ anomaly of the horizontal infinite cylinder.

uygun veriler oluşturur. Bu nedenle, parametre çözüm denklemlerinin bulunmasında hem (13) ve (14) hemde (15) denklem çiftleri kullanılarak aşağıdaki çözümler yapılır.

1) (13) ve (14) denklem çiftinden (potansiyelin gradientleri) yola çıkarak yapı parametrelerini bulmak için gerekli çözümler aşağıdaki izleneye göre yapılır.

a) d uzaklığı için (13 ve 14) denklemleri $x=d$ koşuluna göre çözüldüğünde

$$g_x(x=d) = [(2 GM)/h] = \text{maksimum değer} \quad (16)$$

$$g_x(x=d) = 0 = \text{anomalinin 0 noktası}$$

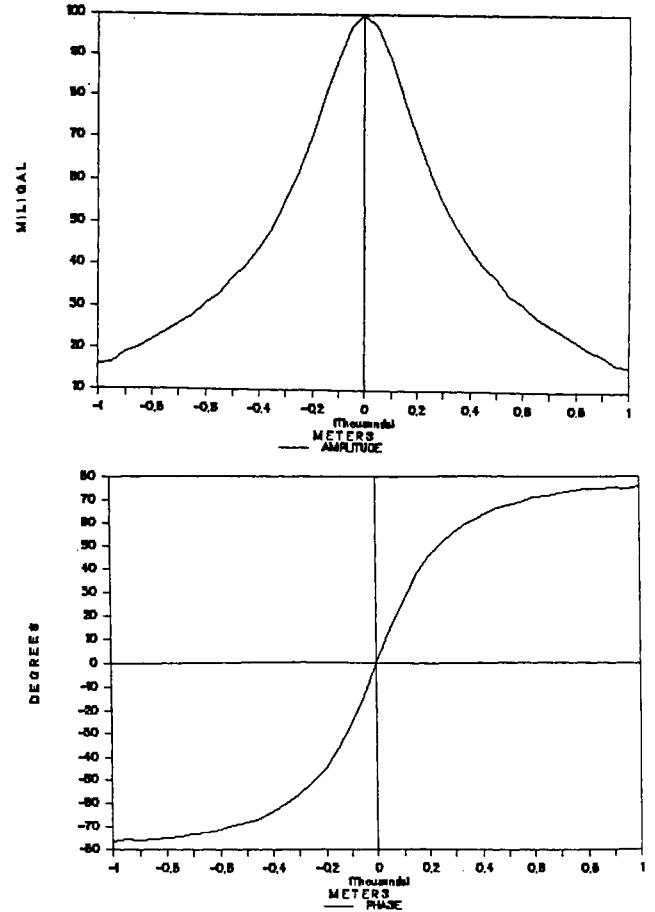
sonuçları bulunur (Şekil 3).

b) h parametresi için $g_z(x) = g_x(x)$ eşitliğinden

$$x_a = h \quad (17)$$

sonucuna ulaşılır (Şekil 3).

c) M parametresi bulunmasında (13) denklemi ile $x_a=h$ sonucu birlikte kullanılarak



Şekil 4. Yatay sonsuz silindirin potansiyelinin karmaşık gradientlerinin a) genliği, b) evresi.

Fig. 4. a) Amplitude, b) phase of the complex gradients of the potential of the horizontal infinite cylinder

$$M = \{g_z(x=h) h\}/G \quad (18)$$

elde edilir.

2) (15) denklem çifti ($g_z(x)$ in karmaşık gradientleri) kullanıldığında yapı parametreleri aşağıdaki çözümlerle bulunur.

a) d uzaklığının bulunmasında (15) denklem çiftinin $x=d$ çözümünde bulunan

$$g_{zx}(x=d) = 0$$

$$g_{zz}(x=d) = (-2 GMh)/(2)^{1/2} \quad (19)$$

sonuçları kullanılır (Şekil 3).

b) h derinliği (15) bağıntısının $g_{zz}(x) = 0$ çözümünden

$$x_{1,2} = \pm h \quad (20)$$

olarak elde edilir (Şekil 3).

c) M parametresi için (20) de bulunan " h " nin $g_{zx}(x)$ denkleminde yerine konması ile elde edilen

$$M = [g_{zx}(h) (2)^{1/2}] / (-4 Gh) \quad (21)$$

bağıntısı kullanılır.

Çizelge 1a. Yatay sonsuz silindir potansiyelinin karmaşık gradientlerine ait kuramsal HD sonuçları

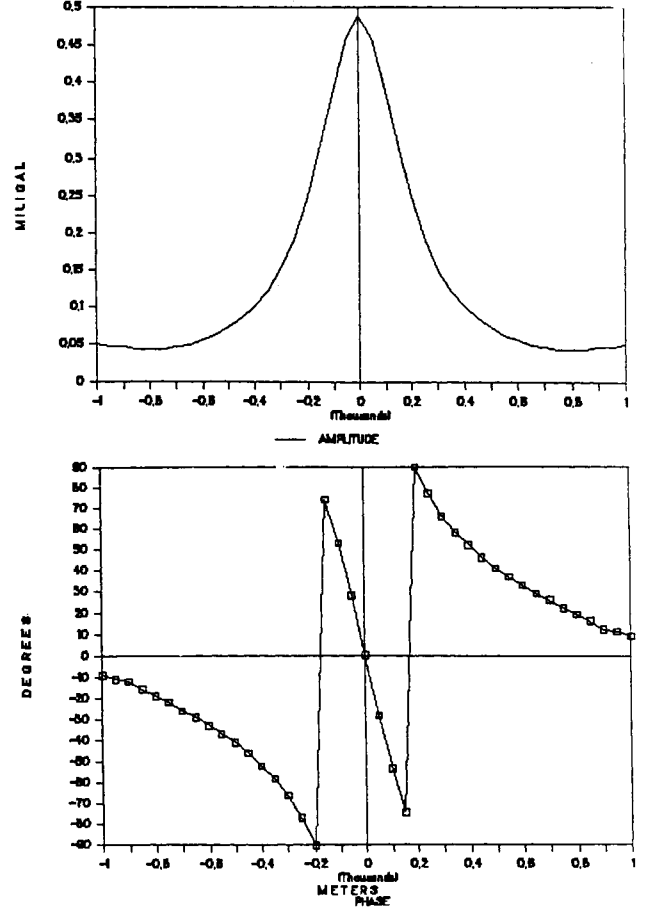
Table 1a. The results of HT of the theoretical complex gradients of the potential due to the horizontal infinite cylinder

Yapı Parametreleri		h	M	d
MODEL 1	Model Parametreleri	200	100	1000
	Evrişim ile HD	200	100	1000
	FD ile HD	200	100	1000
MODEL 2	Model Parametreleri	400	100	1000
	Evrişim ile HD	400	100	1000
	FD ile HD	400	100	1000
MODEL 3	Model Parametreleri	500	100	1000
	Evrişim ile HD	500	100	1000
	FD ile HD	500	100	1000

Çizelge 1b. Yatay sonsuz silindir $g_z(x)$ anomalisinin karmaşık gradientlerine ait kuramsal HD sonuçları

Table 1b. The results of HT of the theoretical complex gradients of $g_z(x)$ potential due to the horizontal infinite cylinder

Yapı Parametreleri		h	M	d
MODEL 1	Model Parametreleri	200	100	1000
	Evrişim ile HD	200	100	1000
	FD ile HD	200	100	1000
MODEL 2	Model Parametreleri	400	100	1000
	Evrişim ile HD	400	100	1000
	FD ile HD	400	100	1000
MODEL 3	Model Parametreleri	500	100	1000
	Evrişim ile HD	500	100	1000
	FD ile HD	500	100	1000



Şekil 5. Yatay sonsuz silindirin $g_z(x)$ anomalisinin karmaşık gradientlerinin a) genliği, b) evresi.

Fig. 5. a) Amplitude, b) phase of the complex gradients of the $g_z(x)$ anomaly of the horizontal infinite cylinder.

Ayrıca genlik ve evre fonksiyonları kullanılarak da parametreler aşağıdaki gibi saptanabilir (Şekil 4 ve 5).

$$\begin{aligned} A(x=0) &= \text{maksimum değer} \\ \varnothing(x=0) &= 90 \text{ derece} \\ \varnothing(x=h) &= 0 \text{ derece} \end{aligned} \quad (22)$$

Bu yapıya ait çeşitli model parametreleri kullanılarak yapılan kuramsal çalışmalar sonucu elde edilen bulgular Çizelge 1a ve 1b de verilmektedir.

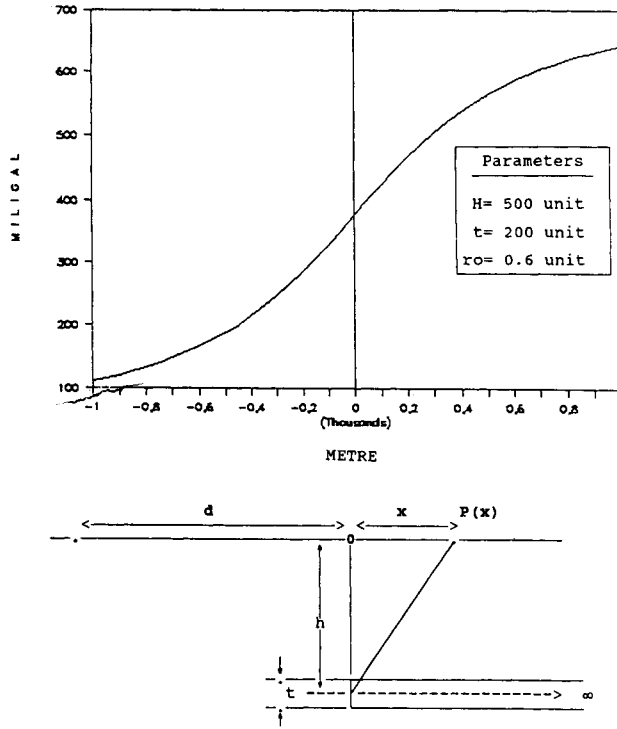
Yarı-Sonsuz Tek Yatay Tabaka

x yönünde 0 ile $+\infty$, y yönünde $-\infty$ ile $+\infty$ arasında yeralan bir levha ve oluşturacağı $g_z(x)$ anomalisi

$$g_z(x) = 2 G \rho_0 t \left[\frac{\pi}{2} + \tan^{-1} \frac{(x-d)}{h} \right] \quad (23)$$

denklemini (Şekil 6) ile verilir (Telford ve diğ. 1987).

$$g_{zx}(x) = 2 G \rho_0 t h / ((x-d)^2 + h^2) \quad (24)$$

Şekil 6. Yatay yarısonsuz levhanın $g_z(x)$ anomalısı.Fig. 6. The $g_z(x)$ anomaly of the semi-infinite horizontal sheet.

$$g_{zz}(x) = 2 G \rho_0 t [(x-d) / (x-d)^2 + h^2)] \quad (25)$$

bağıntıları ile (Şekil 7) tanımlanır. (23) bağıntısına göre yapının bilinmeyen parametreleri d uzaklığı, h derinliği ve $\rho_0 t$ (yüzey yük yoğunluğu) sabitidir. Bu parametrelerin HD yöntemine göre bulunması aşağıdaki şekilde yapılır.

a) d parametresi, (24) ve (25) denklemleri ile $A(x)$ genlik fonksiyonundan

$$g_{zx}(x=d) = 0 \quad (26)$$

$$g_{zz}(x=d) = \text{maksimum} \quad (27)$$

$$A(x=d) = \text{maksimum} \quad (28)$$

olarak elde edilir (Şekil 7).

b) h parametresi $g_{zx}(x) = g_{zz}(x)$ den

$$x_a = h \quad (29)$$

$$\varnothing(x=h) = \tan^{-1}(\infty) = 90 \text{ derece} \quad (30)$$

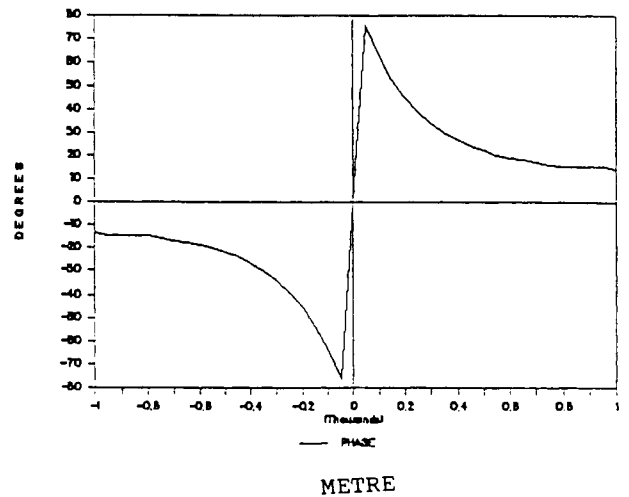
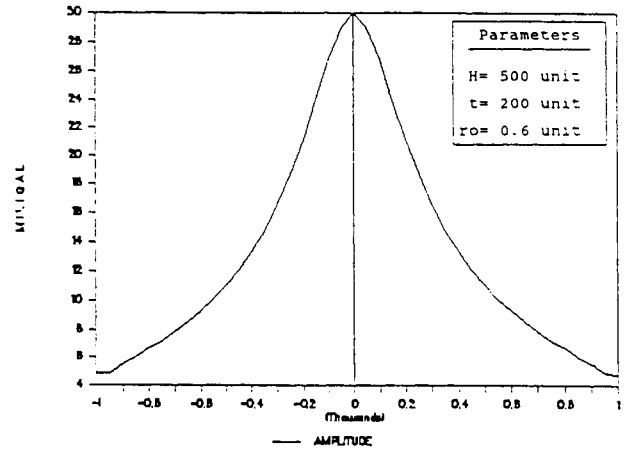
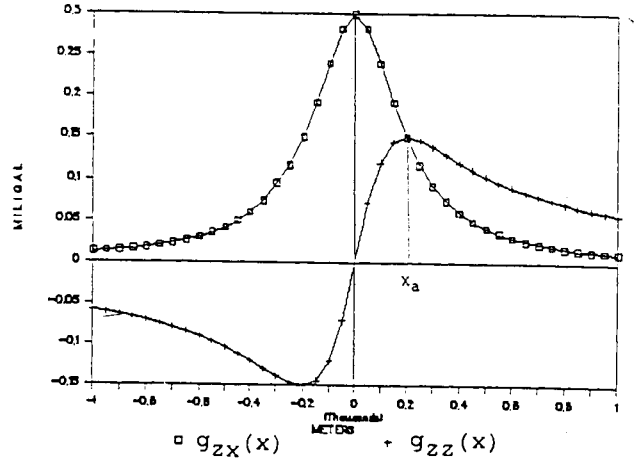
dir (Şekil 7).

c) $\rho_0 t$ değeri (yüzey yük yoğunluğu) (24) denkleminin $x=d$ için çözümünden

$$\rho_0 t = (g_{zx}(x=d)h) / (2 G) \quad (31)$$

olarak elde edilir.

Çeşitli parametre değerleri için yapılan kuramsal çalışmaların sonuçları Çizelge 2 de verilmektedir.

Şekil 7. Yatay yarısonsuz levhanın $g_z(x)$ anomalısının a) karmaşık gradientleri b) genliği, c) evresi.Fig. 7. a) Complex gradients, b) amplitude, c) phase of the $g_z(x)$ anomaly of the semi infinite horizontal sheet.

Çizelge 2. Yatay yarı sonsuz levhannın $g_z(x)$ anomalisinin karmaşık gradientlerine ait kuramsal HD sonuçları

Table 2. The results of HT of the theoretical complex gradients of $g_z(x)$ anomaly due to the horizontal semi-infinite cylinder

Yapı Parametreleri		h	$\rho_0 t$	d
MODEL 1	Model Parametreleri	200	30	1000
	Evrişim ile HD	200	30	1000
	FD ile HD	200	30	1000
MODEL 2	Model Parametreleri	500	60	1000
	Evrişim ile HD	520	60	1000
	FD ile HD	525	60	1000
MODEL 3	Model Parametreleri	500	120	1000
	Evrişim ile HD	520	120	1000
	FD ile HD	525	120	1000

Yarı -Sonsuz Yatay İki Tabaka (Düşey Fay)

İki yatay yarı sonsuz tabakadan yararlanılarak oluşturulan düşey atımlı bir fayın $g_z(x)$ anomalisi (Şekil 8).

$$g_z(x) = 2 G \rho_0 t \left[\pi + \tan^{-1} \frac{(x-d)}{h_1} - \tan^{-1} \frac{(x-d)}{h_2} \right] \quad (32)$$

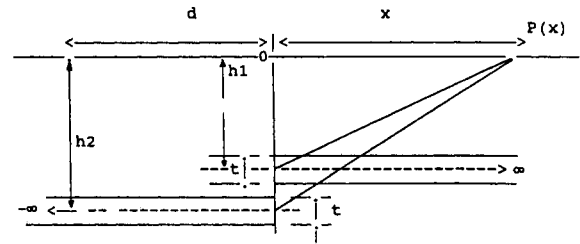
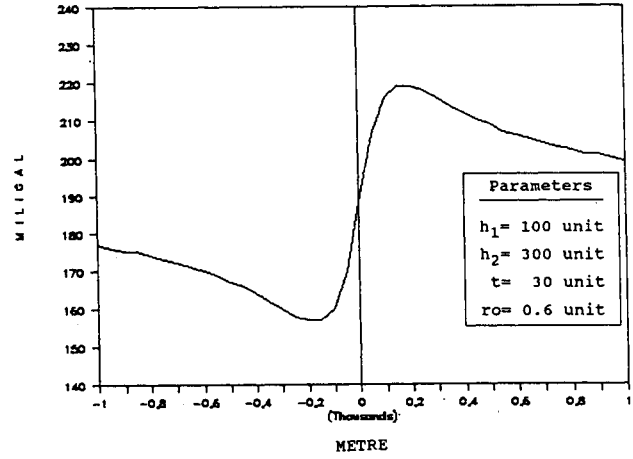
denklemi ile verilir (Telford ve diğ. 1987). $g_z(x)$ in karmaşık gradientleri (11 bağıntısı) ise

$$g_{zx}(x) = 2 G \rho_0 t \left[\frac{h_1}{(x-d)^2 + h_1^2} - \frac{h_2}{(x-d)^2 + h_2^2} \right] \quad (33)$$

$$g_{zz}(x) = 2 G \rho_0 t \left[\frac{(x-d)}{(x-d)^2 + h_1^2} - \frac{(x-d)}{(x-d)^2 + h_2^2} \right] \quad (34)$$

denklem çifti ile tanımlanır (Şekil 9). Parametre çözüm denklemleri de aşağıdaki şekilde bulunur.

a) d uzaklığı (34) bağıntısının $x=d$ için çözümünden



Şekil 8. Düşey fayın $g_z(x)$ anomalisi.

Fig. 8. The $g_z(x)$ anomaly of the vertical fault.

$$g_{zz}(x=d) = 0 \quad (35)$$

olarak elde edilir (Şekil 9).

b) h_1 ve h_2 parametreleri aşağıdaki sıra ile hesaplanır. (32) (33) ve (34) bağıntılarının x in değişik değerleri için çözümleri yapılır. Bu çözümler sonucunda

b₁) (33) denkleminde $x=d$ çözümü yapılarak

$$g_{zx}(x=d) = 2 G \rho_0 t \left[\frac{(h_2 - h_1)}{h_1 \cdot h_2} \right] \quad (36)$$

sonucu bulunur.

b₂) (33) denklemi sıfıra eşitlenerek ($g_{zx}(x) = 0$)

$$x_m = \pm (h_1 \cdot h_2)^{1/2} \quad (37)$$

kökleri elde edilir (Şekil 9).

b₃) (37) sonucu (36) da yerine konursa

$$g_{zx}(x=d) = 2 G \rho_0 t \left[\frac{(h_2 - h_1)}{x_m^2} \right] \quad (38)$$

elde edilir.

b₄) (32) denkleminin $x=d$ için çözümünden

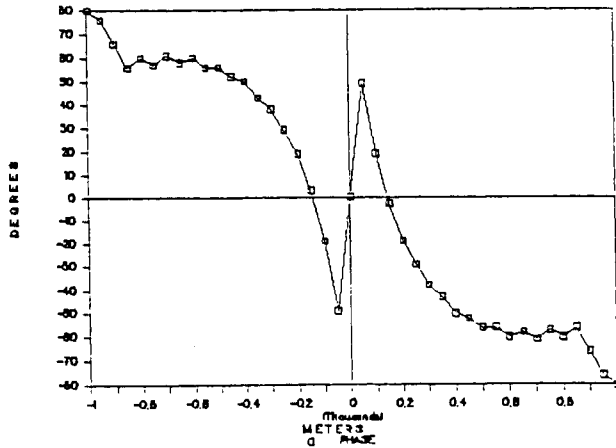
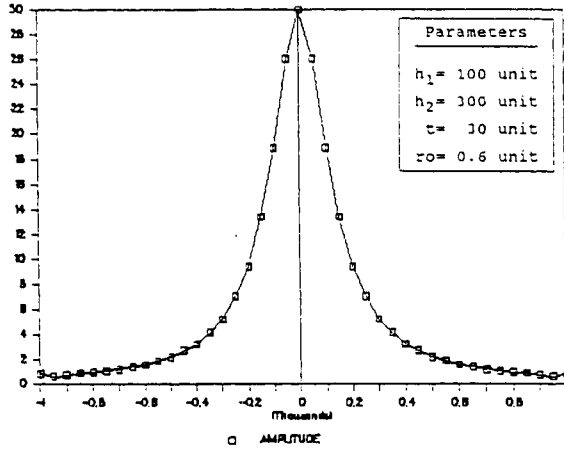
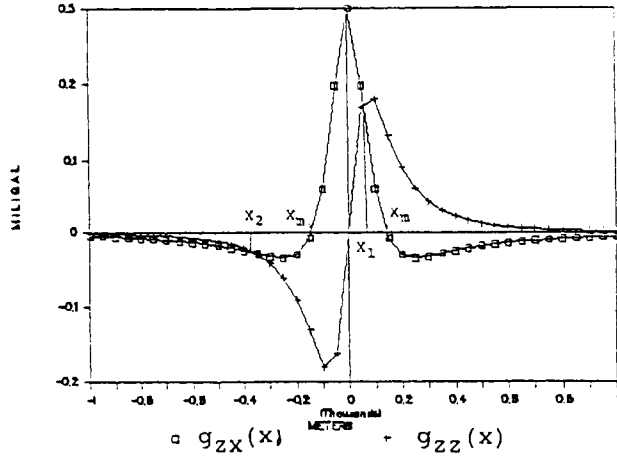
$$2 G \rho_0 t = g_z(x=d) \quad (39)$$

sonucu bulunur.

b₅) (39) bağıntısı ile (38) bağıntısının ortak çözümünden

$$h_2 - h_1 = \left[\frac{(x_m^2 g_{zx}(x=d))}{g_z(x=d)} \right] \quad (40)$$

elde edilir. Bu aşamada $h_2 + h_1$ oluşturulabilirse h_1 ve h_2 parametreleri ayrı ayrı bulunabilir. Bunun için



Şekil 9. Düşey fayın $g_z(x)$ anomalisinin a) karmaşık gradientleri b) genliği, c) evresi.

Fig. 9. Complex gradients, b) amplitude, c) phase of the $g_z(x)$ anomaly of the vertical fault.

$b_6)$ (33) ve (34) denklemlerinin ortak çözümünden ($g_{zx}(x) = g_{zz}(x)$)

$$x_1 = \{-(h_1 + h_2) + [(h_2 + h_1)^2 + 4(h_1 \cdot h_2)]^{1/2}\} / 2$$

$$x_2 = \{-(h_1 + h_2) - [(h_2 + h_1)^2 + 4(h_1 \cdot h_2)]^{1/2}\} / 2$$

kökleri saptanır. $(x_1 + x_2)$ toplamından

$$-(x_1 + x_2) = +(h_2 + h_1) \quad (41)$$

elde edilir. $(h_1 + h_2)$ ve $(h_2 - h_1)$ in ortak çözümünden (40) ve (41) ise

$$h_1 = -\frac{1}{2} [(x_1 + x_2) - \left(\frac{x_m^2}{g_z(x=d)} g_{zx}(x=d)\right)] \quad (42)$$

$$h_2 = -\frac{1}{2} [(x_1 + x_2) + \left(\frac{x_m^2}{g_z(x=d)} g_{zx}(x=d)\right)] \quad (43)$$

plakaların yüzeyden olan derinlikleri bulunur (Şekil 9).

c) $\rho_0 t$ (yüzey yük yoğunluğu) parametresi (32) bağıntısının $x=d$ noktasındaki çözümünden

$$\rho_0 t = g_z(x=d) / 2 G \quad (44)$$

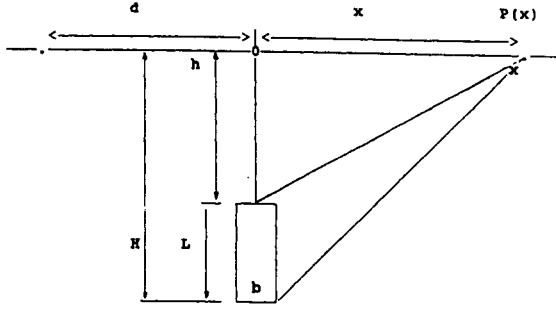
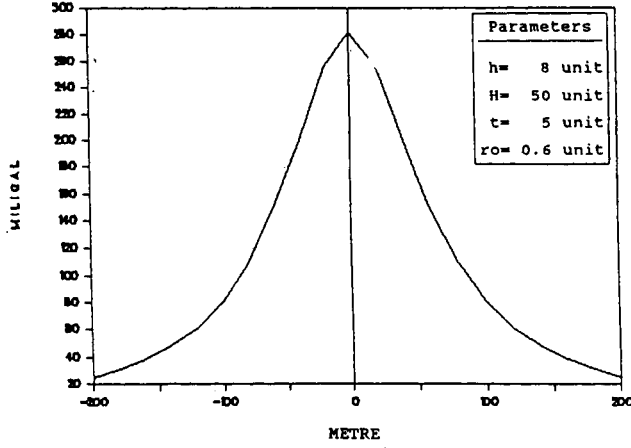
elde edilir.

Farklı parametre değerleri için elde edilen sonuçlar Çizelge 3 de verilmektedir.

Çizelge 3. Düşey fayın $g_z(x)$ anomalisinin karmaşık gradientlerine ait kuramsal HD sonuçları

Table 3. The results of HT of the theoretical complex gradients of $g_z(x)$ anomaly due to the vertical fault

Yapı Parametreleri		h1	h2	ro.b	d
MODEL 1	Model Parametreleri	100	200	30	1000
	Evrişim ile HD	98	196	30	1000
	FD ile HD	95	190	30	1000
MODEL 2	Model Parametreleri	200	400	30	1000
	Evrişim ile HD	199	397	30	1000
	FD ile HD	190	390	30	1000
MODEL 3	Model Parametreleri	100	300	30	1000
	Evrişim ile HD	98	298	30	1000
	FD ile HD	95	290	30	1000

Şekil 10. Düşey daykın $g_z(x)$ anomalisi.Fig. 10. The $g_z(x)$ anomaly of the vertical dike.

Düşey Dayk

Üst ucunun derinliği (h) genişliğine (b) göre çok büyük olan ($h \gg b$) düşey dayk ve bir P(x) noktasında oluşan $g_z(x)$ anomalisi

$$g_z(x) = M \ln \frac{[(x-d)^2 + H^2]^{1/2}}{[(x-d)^2 + h^2]^{1/2}} \quad (45)$$

ile (Şekil 10) tanımlanır (Dobrin 1974). Bu bağtıında $L = (H-h)$ daykın uzunluğu, $M = G\rho_0 b$ olarak tanımlanır.

$g_z(x)$ anomalisi HD özelliklerini kapsamasına karşın, parametre saptanmasına kolaylık getirmesi açısından (45 bağıntısı) anomalinin karmaşık gradientleri çözüm için kullanılmıştır. Bu durumda $g_z(x)$ in karmaşık gradientleri aşağıdaki denklem çiftini oluşturur (Şekil 11)

$$g_{zx}(x) = \{ [2M(x-d)] / [(x-d)^2 + H^2] - [(x-d)^2 + h^2] \} \quad (46)$$

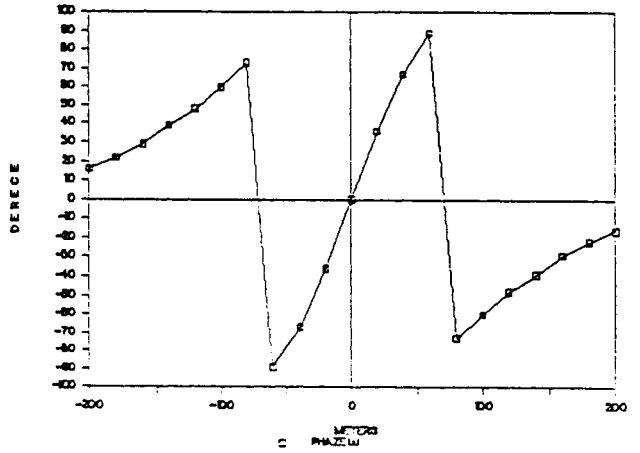
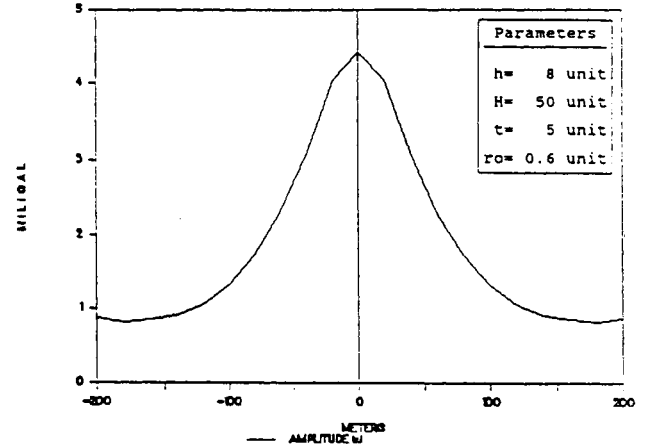
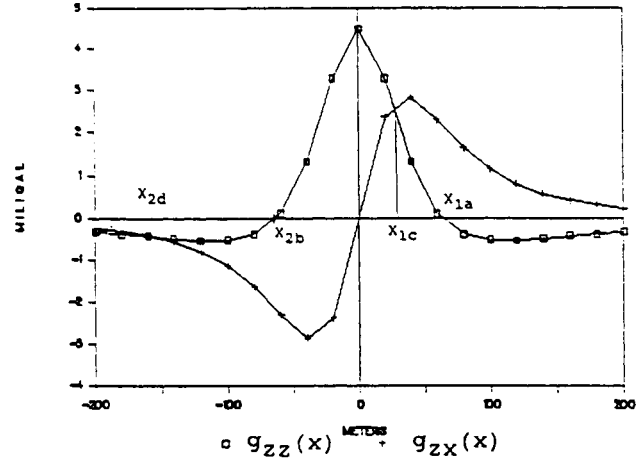
$$g_{zz}(x) = \{ 2M[H / ((x-d)^2 + H^2) - h / ((x-d)^2 + h^2)] \} \quad (47)$$

Bu yapıya ait bilinmeyen parametreler d, h, H ve ρ_0 b dir. Bu parametreleri bulunması için $g_z(x)$, $g_{zz}(x)$ ve $g_{zx}(x)$ arasında ortak çözümler yapılarak aşağıdaki adımlar sırası ile uygulanır.

a) (47) denklemi sıfıra eşitlenirse ($g_{zz}(x) = 0$)

$$x_{1a,2b} = \pm(hH)^{1/2} \quad (48)$$

kökleri bulunur (Şekil 11).

Şekil 11. Düşey daykın $g_z(x)$ anomalisinin a) karmaşık gradientleri, b) genliği, c) evresi.Fig. 11. a) Complex gradients, b) amplitude, c) phase of the $g_z(x)$ anomaly of the vertical dike.

b) (46) ve (47) nin ortak çözümünde ($g_{zx}(x) = g_{zz}(x)$)

$$x_{1c} = \{-(2h+L) + [L^2 + 8(x_{1a})^2]^{1/2}\} / 2 \quad (49)$$

$$x_{2d} = \{-(2h+L) - [L^2 + 8(x_{1a})^2]^{1/2}\} / 2 \quad (50)$$

kökleri elde edilir (Şekil 11).

c) Ayrıca (47) ve (45) nin çözümünde ($g_{zz}(x=0)$ ve $g_z(x=0)$ çözümleri)

$$g_{zz}(x=0) = 2 M (1/h - 1/H) \quad (51)$$

$$g_z(x=0) = M \log_e (h^2/H^2) \quad (52)$$

denklemleri oluşturulur. Yapıya ait parametreler (p , h , H , L ve ρ_o b) ise aşağıdaki bağıntılar kullanılarak elde edilir.

d) d uzaklığının bulunmasında (45), (46) ve (47) den elde edilen

$$g_z(x=d) = \text{maksimum}$$

$$g_{zz}(x=d) = \text{maksimum}$$

$$g_{zx}(x=d) = 0$$

özellikler kullanılır (Şekil 10 ve 11).

e) L parametresi x_{1a} (48), x_{1c} (49) ve x_{2d} (50) köklerinden

$$L = (x_{1c} + x_{2d})^2 - 8(x_{1a})^2 \quad (53)$$

elde edilir. Burada $x_{1c} + x_{2d}$ toplamı kökler arasındaki yatay uzaklıktır.

f) ρ_o b parametresi (48) ve (53) bağıntılarından

$$\rho_o b = \{[g_{zz}(x=0) \cdot (x_{1a})_2] / (4 L G)\} \quad (54)$$

olarak bulunur.

g) h parametresi (48) ve (52) bağıntılarından

$$h = \{(x_{1a})^2 [e^{(g_z(x=0)/\rho_o b)}]^{1/2}\}^{1/2} \quad (55)$$

şeklinde elde edilir.

h) H parametresini bulmak için ise (48) ve (55) den elde edilen

$$H = [(x_{1a})^2] / h \quad (56)$$

bağıntısı kullanılır.

Dayk modeline ilişkin çeşitli kuramsal model uygulama sonuçları Çizelge 4 de verilmektedir.

SONUÇLAR

Bu çalışmada elde edilen sonuçlar aşağıda sıra ile verilmektedir.

Kuramsal uygulama sonuçları Çizelge 1a, 1b, 2, 3 ve 4 te verilmektedir. Çizelgelerde görüldüğü gibi kuramsal olarak verilen parametre değerleri ile HD kullanılarak bulunan parametre değerleri birbirine yakındır.

Yapı parametrelerinin elde edilmesinde anomali ile anomaliye ait karmaşık gradientlerin kökleri ve ortak kesim noktaları kullanılmıştır. Bu nedenle parametre değerlerinin bulunmasında örnekleme aralığı kadar hata beklenmektedir. Hatayı azaltmak için örnekleme aralığının

olabildiğince küçük seçilmesi gerekir.

Sıfıra asimtot veya tanım aralığı dışında sıfır olmayan veriler çeşitli işlemlerle (baz indirgeme, pencereleme veya türev işlemleri) asimtot hale dönüştürüldükten sonra HD uygulanır. Ayrıca işlem kolaylığı açısından arctan ve logaritma işlevleri içeren yapılarda, HD uygulanmadan önce x yönünde türev alınarak bağıntı sadeleştirilir.

HD doğrudan bir çözüm yöntemidir ve her yapının parametre çözüm denklemleri farklıdır. Bu nedenle anomaliye ait yapı modellerinin HD ünden önce tanımlanması gerekir.

HD uygulaması FD ve evrişim yöntemleri kullanılarak yapılabilir. Ancak, Hilbert dönüşümü, Fourier dönüşümü ile sağlandığında anomalinin uçlarında oluşabilecek süreksizlikler köklerin ve ortak kesim noktalarının bulunmasında hatalara neden olmaktadır. Bunun önlenmesi için süreksizliklerin anomaliye, HD uygulanmadan önce giderilmesi gerekmektedir. Aynı şekilde evrişim işleminde de HD işleç boyuna bağlı olarak köklerde ve ortak kesim noktalarında kaymalar oluşmaktadır. Bu nedenle HD işleç boyu seçilirken dikkat edilmelidir.

Çizelge 4. Düşey fayın $g_z(x)$ anomalisinin karmaşık gradientlerine ait kuramsal HD sonuçları

Table 4. The results of HT of the theoretical complex gradients of $g_z(x)$ anomaly due to the vertical fault

Yapı Parametreleri		h	H	L	ro.b	d
MODEL 1	Model Parametreleri	8	50	42	3	1000
	Evrisim ile HD	8	50	40	3	1000
	FD ile HD	8	50	40	3	1000
MODEL 2	Model Parametreleri	50	80	30	3	1000
	Evrisim ile HD	50	80	30	3	1000
	FD ile HD	50	80	30	3	1000
MODEL 3	Model Parametreleri	80	130	50	3	1000
	Evrisim ile HD	80	130	50	3	1000
	FD ile HD	80	130	50	3	1000

KAYNAKLAR

- Bhattacharyya, B. B., and Roy, N. 1981, A note on the use of a nomogram for self potential anomalies, *Geophysical Prospecting* 29, 102-107.
- Dobrin, M.B. 1974, *Introduction to Geophysical Prospecting*, third edition, McGraw-Hill, New York.
- Green, R., and Stanley, J.M. 1975, Application of a Hilbert transform method to the interpretation of surface-vehicle magnetic data, *Geophysical Prospecting* 23, 18-27.
- Mohan, N.L., Sundararajan, N., and Rao, S.V.S. 1982, Interpretation of some two dimensional magnetic bodies using Hilbert Transform, *Geophysics* 47, 376-387.
- Nabighian, M.N. 1972, The analytic signal of two-dimensional magnetic bodies with polygonal cross-section: Its properties and use for automated anomaly interpretation, *Geophysics* 37, 507-517.
- Pınar, R. 1985, Karmaşık gradient yönteminin düşey süreksizliklere uygulanması ve bilgisayarlarla gerçekleştirimi, *E.Ü. Bilgisayar Araştırma ve Uygulama Merkezi Dergisi* 8, Sayfa 1-17.
- Pınar, R. ve Akçığ, Z. 1991, Hilbert dönüşümleri kullanılarak SP yönteminde küre parametrelerinin saptanması, 12. Jeofizik Kurultayı, s. 46.
- Rabiner, L., and Gold, B. 1975, *Theory and application of digital signal processing*, Englewood Cliffs, N.J., Prentice Hall.
- Rao, O.A., Babu, H.V.R. and Narayan, P.V.S. 1981, Interpretation of magnetic anomalies due to dikes: The complex gradient method, *Geophysics* 46, 1572-1578.
- Taner, M.T., Koehler, F. and Sheriff, R.E. 1979, *Complex seismic trace analysis*, *Geophysics* 44, 1041-1063.
- Telford, W.M., Geldart, L.P., Sheriff, R.E. Keys, D.A. 1987, *Applied Geophysics*, Cambridge University Press.