Ahi Evran Üniversitesi Kırşehir Eğitim Fakültesi Dergisi (KEFAD)
Cilt 16, Sayı 2, Ağustos 2015, Sayfa 63-81

Ortaokul Matematik Öğretmenlerinin Kurdukları Problemlerin Güçlük Düzeyine Yönelik Görüşlerinin İncelenmesi

Tuğrul KAR[1], Cemalettin IŞIK[2]

ÖZ

Bu araştırmada, ortaokul matematik öğretmenlerinin kesirlerle toplama veya çıkarma işlemlerine yönelik kurdukları problemlerin güçlük düzeylerini belirlerken dikkate aldıkları ölçütlerin tespit edilmesi amaçlanmıştır. Ayrıca kurulan problemlerin kavramsal analizi yapılarak, olası hatalarının belirlenmesi de hedeflenmiştir. Araştırmaya, Erzurum il merkezinde görev yapan beş öğretmen katılmıştır. Araştırmada veriler, serbest problem kurma etkinliğine yönelik hazırlanan problem kurma testi ve odak-grup görüşme sürecinin video kaydının yapılması yoluyla toplanmıştır. Veriler öğretim için matematik bilgisi teorik çerçevesine göre analiz edilmiştir. Öğretmenlerin problemin zorluk düzeyini arttırmada genel olarak işlem yapısına odaklandıkları, buna karşın farklı ölçütleri dikkate almada sınırlı bir bakış açısına sahip oldukları belirlenmiştir. Bunun yanında bazı öğretmenlerin kurulan problemlerde hatalar sergiledikleri de tespit edilmiştir.

Anahtar kelimeler: problem kurma, kesirlerle toplama ve çıkarma, matematik öğretmenleri

The Investigation of Middle School Mathematics Teachers' Views on the Difficulty Levels of Posed Problems

ABSTRACT

The present study aimed to determine the criteria that middle school mathematics teachers considered in assessing the difficulty levels of problems they posed on the addition and subtraction of fractions. Furthermore, a conceptual analysis was made on the problems posed in order to identify potential errors. Five teachers from schools in the central districts of Erzurum participated in the study. Data were collected through video-recording the focus-group interviews, as well as the administration of the problem posing test designed for the free problem posing activity. Collected data were analyzed according to the theoretical framework of the mathematical knowledge for teaching. With respect to increasing the difficulty level of a problem, teachers were determined to focus on the structure of the operation in general and it was found that they had a limited perspective in considering different criteria. Some of the teachers were also identified to have errors in posing problems.

Keywords: problem posing, additon and subtraction with fractions, mathematics teachers

[1] Dr., Atatürk Üniversitesi, Eğitim Fakültesi, karrtugrul@gmail.com
[2] Doç. Dr., Erciyes Üniversitesi, Eğitim Fakültesi, cisik@erciyes.edu.tr

GİRİŞ

Matematik eğitimi araştırmalarında problem kurma önemli yere sahiptir. Bu önemin nedenleri arasında, problem kurmanın öğrencilere ve öğretmenlere sağladığı katkılar yer almaktadır. Problem kurma; muhakeme, problem çözme, iletişim ve yaratıcılık becerilerini geliştirmektedir (Abu-Elwan, 2002; Barlow ve Cates, 2006; Cai ve Hwang, 2002; English, 1998; Silver, 1994; Toluk-Uçar, 2009). Bunun yanında problem kurmanın önemini ortaya koyan diğer bir boyut ise güçlü bir değerlendirme aracı olarak görülmesidir (Işık ve Kar, 2012a; Kılıç, 2013a; Ticha ve Hospesova, 2009). Stoyanova (1998) öğrencilerin kurdukları problemlerin onların matematiksel yetenekleri hakkında ipuçları sunduğuna yönelik araştırmacılar arasında güçlü bir kabul olduğunu vurgulamıştır. Işık ve Kar (2012a) ise öğretmenlerin, öğrencilerin kurdukları problemlerden kavramsal eksikliklerini tespit edebildiklerini belirtmişlerdir.

Problem kurma veya oluşturma, verilen bir durum hakkında incelenecek veya keşfedilecek soruları ve yeni problemler üretmeyi içerir (Akay, 2006). Ulusal Matematik Öğretmenleri Konseyi'ne (NCTM: National Council of Teachers of Mathematics) (2000) göre ise, verilen bir durum ya da deneyimden yeni bir problem oluşturmaktır. Literatürde problem kurma etkinliklerinin sınıflandırılmasında farklı şemalar kullanılmaktadır (Örn., Christou et al., 2005; Contreras, 2007; Stoyanova ve Ellerton, 1996). Stoyanova ve Ellerton (1996) tarafından önerilen, *yapılandırılmış, yarı-yapılandırılmış* ve *serbest* şeklindeki şeklindeki sınıflama yaygın olarak kullanılanıdır. *Yapılandırılmış problem kurmada*, özel problem çözme stratejileri geliştirilir ve bu stratejileri çözümünde gerektiren problemlerin oluşturulması istenir. *Yarı-yapılandırılmış problem kurmada* açık-uçlu durumlar öğrencilere sunulur. Bu tür etkinlikler den hareketle problemler oluşturulması istenir. Denklemlere, aritmetiksel işlemlere, resimlere veya soru kökü içermeyen sözel hikayelere yönelik problem kurma faaliyetleri bu kategoride yer almaktadır (Örn., 36+25=? işlemiyle çözülebilecek bir problem kurunuz gibi). *Serbest problem kurmada* ise sınırlandırma olmaksızın verilen doğal duruma uygun problemler kurulması istenmektedir (Örn., alış-veriş problemi kurunuz gibi). Akay (2006) kavramların günlük yaşam durumlarıyla ilişkilendirilmesinde ve öğrenenlerin mevcut bilgi ve deneyimlerinin tespit edilmesinde serbest problem kurma etkinliklerinin önemli yere sahip olduğunu belirtmiştir.

Literatürde problem kurma üzerine yapılan çalışmalarda, problem kurmanın problem çözme ve yaratıcılık gibi farklı değişkenlerle olan ilişkisi (Cai ve Hwang, 2002; Kar, Özdemir, İpek ve Albayrak, 2010), problem kurma öğretiminin kavramsal anlamanın geliştirilmesine olan etkisi (Akay, 2006; Cankoy ve Darbaz, 2010; Toluk-Uçar, 2009) araştırılmıştır. Bunun yanında son yıllarda, kurulan problemlerde yapılan hataların analizi (Işık, 2011; Işık ve Kar, 2012b, 2012c; Işık, Öcal ve Kar, 2013; Kılıç, 2013a; Luo, 2009; McAllister ve Beaver, 2012; Osana ve Royea, 2011) ve kurulan problemlerin semantik yapılarına göre sınıflandırılması (Kılıç, 2013b; Luo, 2009) araştırılan önemli diğer boyutlardır. Bu tür çalışmaların öğrenci veya öğretmen adaylarıyla yürütüldüğü ve ağırlıklı olarak yarı-yapılandırılmış problem kurma etkinliklerine yer verildiği tespit edilmiştir.

Işık ve diğerleri (2013) sınıf öğretmeni adaylarının beşinci sınıf öğrencilerinin kesirlerle toplama işlemine yönelik kurdukları, kesir sayılarını uygun birimlerle ifade edememe, kesir sayılarının belirttiği miktarın referans alınan bütün ile ilişkilendirilememesi ve parça-bütün ilişkisini kuramama şeklindeki hataları belirlemede daha fazla güçlük yaşadıklarını belirlemişlerdir. Toluk-Uçar (2009) sınıf öğretmeni adaylarının kesirlerle toplama işlemine yönelik etkinliklerde doğal sayılarla işlemlere yönelik problemler kurduklarını tespit etmiştir. McAllister ve Beaver (2012) ise sınıf öğretmeni adaylarının kesirlerle işlemlere yönelik problemler kurarken günlük yaşam durumlarıyula ilişkilendirmede, uygun birimler kullanmada, doğal sayılarla olan farkını anlamada ve mantıksal olarak doğru cümleler oluşturmada güçlükler yaşadıklarını tespit etmişlerdir.

Kılıç (2013a) sınıf öğretmeni adaylarının serbest, yarı-yapılandırılmış ve yapılandırılmış problem kurma etkinliklerinde, kurdukları problemlerin problem durumu olmama, problem kurma durumunun yapısına bağlı sorunlar yaşama, problem kurma sırasında eksik veri kullanma ve problem kurma durumunu eksik bulma şeklinde sorunlar yaşadıklarını tespit etmiştir. Yine Cankoy (2013) beşinci sınıf öğrencilerinin serbest problem kurma becerilerinin gelişimini araştırdığı çalışmasında, öğrencilerden kelimeleri yan yana getirerek problemler kurmalarını ve kurulan problemleri sınıf içerisinde tartışmalarını amaçlayan bir öğrenme ortamı oluşturmuştur. Araştırmanın sonuçları, deney grubunda yer alan öğrencilerin geleneksel problem kurma öğretimi alan öğrencilere göre problem kurmada daha başarılı olduklarını göstermektedir. Diğer taraftan Kılıç (2012) sınıf öğretmeni adaylarının serbest, yarı-yapılandırılmış ve yapılandırılmış problem kurma durumlarındaki problem kurma nedenlerini araştırmıştır. Araştırmacı, ilköğretim öğrenci faktörünün her bir problem kurma durumunda ortak olduğunu, buna karşın sınav sitemi, önceki deneyim, duygusal faktörler ve problem kurma durumunun yapısının ise farklı problem kurma durumlarında ortaya çıktığını tespit etmiştir.

Öğretmenlerin sınıf ortamına getirdikleri problemler, öğrencilerin matematik öğrenimleri üzerinde önemli etkiye sahiptir (Crespo, 2003; Crespo ve Sinclair, 2008; Knott, 2010). Öğretmenlerin öğretim sürecinde kuracakları problemlerin hata içermemesi ve öğrenci seviyesine uygun olması, programda yer alan akıl yürütme, ilişkilendirme, iletişim ve problem çözme becerilerinin gelişimini etkileyecektir. Bu bağlamda araştırmada, ortaokul matematik öğretmenlerinin kesirlerle toplama veya çıkarma işlemlerine yönelik kurdukları problemlerin güçlük düzeylerini belirlerken dikkate aldıkları ölçütlerin tespit edilmesi amaçlanmıştır. Bu yüzden araştırmanın problemi, ortaokul matematik öğretmenlerinin kurdukları problemlerde güçlük düzeylerini belirlerken dikkate aldıkları durumlar nelerdir? şeklinde belirlenmiştir. Ayrıca kurulan problemlerin kavramsal analizi yapılarak, olası hatalarının belirlenmesi de hedeflenmiştir.

YÖNTEM

Araştırmanın Modeli

Araştırmada, nitel araştırma yaklaşımlarından durum çalışması modeli esas alınmıştır. Hancock ve Algozzine (2006) durum çalışmasını çoklu veri toplama araçları yardımıyla bir durumun derinlemesine incelenmesi şeklinde tanımlamışlardır. Bu araştırmada, açık-uçlu test ve video kaydı gibi farklı veri toplama araçları yardımıyla öğretmenlerin problem kurma becerilerinin derinlemesine incelenmesi amaçlandığından durum çalışması modeli kullanılmıştır.

Katılımcılar

Bu araştırma, Erzurum il merkezinde görev yapan beş ortaokul matematik öğretmeni ile yürütülmüştür. Ortaokul altıncı sınıflarda öğretim yapmış olmak ve problem kurma etkinliklerini kullanmış olmak öğretmenlerin belirlenmesinde ölçüt olarak alınmıştır. Öğretmenlere, $Ö_1$, $Ö_2$, $Ö_3$, $Ö_4$ ve $Ö_5$ şeklinde kodlar verilmiştir. Bu öğretmenlerden $Ö_3$ bayan olup, altı yıllık hizmet süresine sahiptir. $Ö_1$ ve $Ö_2$ sırasıyla beş ve dokuz, $Ö_4$ ve $Ö_5$ ise bir yıllık hizmet süresine sahiptir. Araştırmacıya ise A şeklinde kod atanmıştır.

Verilerin Toplanması ve Analizi

Bu araştırmada veri çeşitlemesi yoluna gidilmiştir. Veriler, serbest problem kurma etkinliğine yönelik hazırlanan Problem Kurma Testi (PKT) ve odak-grup görüşme sürecinin video kaydının yapılması yoluyla toplanmıştır.

Uygulama öncesinde öğretmenlerle öğretmenlere, PKT'nin uygulanacağı ve sonrasında kurulan problemler üzerinden odak-grup görüşmelerinin yapılacağı bildirilmiştir. Öğretmenlere testin yaklaşık olarak 40 dakika, odak-grup görüşme sürecinin ise bir saat 30 dakika sürebileceği ve sürecin herhangi bir bölümünde istedikleri takdirde çalışmayı bırakabilecekleri belirtilmiştir. Bu bilgilendirmenin ardından PKT uygulanmıştır. PKT'de öğretmenlerden kesirlerle toplama veya çıkarma işlemlerinden en az birini içeren günlük yaşam durumları ile ilişkili basit, orta ve zor olduğunu düşündükleri üç farklı problem kurmaları istenmiştir. PKT'nin uygulanmasından üç gün sonra ise öğretmenlerle odak-grup görüşmesi yapılmıştır.

Literatürde matematik öğretmenleri ve araştırmacı işbirliğiyle yürütülen birçok çalışma yer almaktadır (Anderson ve Hoffmeister, 2007; Barlow ve Cates, 2006; Saxe, Gearheart ve Nasir, 2001). Bu tür araştırmalarda öğretmen veya öğrenci yanıtlarının analizi yapılarak, grupların düşünme biçimleri ve görüşleri belirlenmektedir. Creswell (2007) birebir görüşmelerden yeterince bilginin çıkmayacağına yönelik tereddütler varsa ve katılımcılar arasındaki etkileşimin en iyi bilgiyi sunacağı düşünülüyorsa, odak-grup görüşmelerinin kullanılmasının uygun bir yaklaşım olduğunu vurgulamıştır. Bu bağlamda, araştırmada odak-grup görüşmeleri yoluyla öğretmenlerin *basit, orta* ve *zor* düzeyde problemler kurarken dikkate aldıkları ölçütlerin ve bu ölçütlere yönelik gruptaki diğer öğretmenlerin görüşlerinin belirlenmesi hedeflenmiştir. Araştırmacı, odak-grup görüşme sürecinde, alternatif sorularla süreci yönlendirmeye ve öğretmenlerin görüşlerini derinlemesine olarak almaya odaklanmıştır.

Bu araştırmada veriler, içsel ve dışsal kodlar kullanılarak analiz edilmiştir (Hatch, 2002). Öğretim için matematik bilgisi teorik çerçevesinin genel alan bilgisi ve içerik ve öğrenci bilgisi basamakları (Ball, Thames ve Phelps, 2008), araştırmadaki dışsal kodları oluşturmaktadır. Daha sonra her bir basamakta, analitik kodlamalar yapılarak (Creswell, 2007) içsel kodlar oluşturulmuştur. Bu süreçte veriler, iki araştırmacı tarafından analiz edilebilecek küçük birimlere ayrılmış, bu birimlerin analizleriyle kod ve kategoriler oluşturulmuştur.

Genel alan bilgisi, matematiksel kavram, sembol, terim ve kuralların doğru şekilde kullanılması olarak tanımlanmaktadır (Ball, Thames ve Phelps, 2008; Kieboom, 2013; Lee, 2011). Bu araştırmada ise genel alan bilgisi basamağında, öğretmenlerin gerek PKT'ne verdikleri yanıtlarda gerekse öğretim sürecinde yaptıkları açıklamalarda sergiledikleri kavramsal hatalara odaklanılmıştır. Bu amaçla kurulan problemler, araştırmacıların (Leung, 2013; Leung ve Silver, 1997; Silver ve Cai, 2005) kullandıkları analiz şemalarından yararlanılarak öncelikle problem ve problem değil şeklinde analiz edilmiştir. Bu tür bir analizle günlük yaşam durumları ile ilişkilendirilemeyen veya soru kökü içermeyen yanıtların belirlenmesi hedeflenmiştir. Bu araştırmada ise sadece soru kökü içermeyen yanıtlarla karşılaşıldığından problem değil kategorisi soru kökü içermeyen yanıtlarla sınırlandırılmıştır.

Problem kategorisindeki yanıtlar ise, geçerli problem olup olmamasına göre analiz edilmiştir. Literatürde araştırmacılar (Işık ve Kar, 2012b, 2012c; Luo, 2009; McAllister ve Beaver, 2012; Zembat, 2007), öğrencilerin veya öğretmen adaylarının kurdukları problemlerde birçok hata türü tespit etmişlerdir. İki araştırmacı, bu hata türlerini dikkate alarak öğretmenlerin kurdukları problemleri analiz etmişlerdir. Kurulan problemlerde iki hata türü tespit edilmiştir. Bu hata türleri şunlardır; i) parça-bütün ilişkisini kuramama (H_1), ii) bütünlerin özdeş olduğunun ifade edilmemesi (H_2). Bu yönüyle geçerli problem, bu iki hata türünü içermeyen yanıtları kapsamaktadır. Hata türlerine yönelik açıklamalara bulgular kısmında yer verilmiştir.

İçerik ve öğrenci bilgisi kategorisi, öğrencilerin matematiksel kavramlara yönelik sahip oldukları kavram yanılgılarının ve öğrencilerin seviyesine uygun ve onların ilgilerini çekecek aktivitelerin nasıl seçilebileceğinin bilinmesini de içermektedir (Ball ve diğ., 2008; Kieboom, 2013; Lee, 2011). Bu bağlamda araştırmada, öğretmenlerin basit, orta ve zor düzeyde problemler kurarken dikkate aldıkları ölçütlerin belirlenmesine yönelik analizlere bu kategori altında yer verilmiştir. Odak-grup görüşmeleri sürecinde yapılan açıklamalardan dokuz kod belirlenmiş ve daha sonra yapılan tartışmalar sonucunda bu kodlar, dört kategori altında toplanmıştır. Tespit edilen kod ve kategorilere ait açıklamalara bulgular kısmında yer verilmiştir.

BULGULAR

Öğretmenlerin Kurdukları Problemlerdeki Hataların Analizi

Öğretmenlerin basit, orta ve zor düzeyde kurdukları toplam 15 problem Ek 1'de verilmiştir. Kurulan bu problemlerin sınıflandırılmasına ait dağılım Tablo 1'de verilmiştir.

Tablo 1. *Basit, Orta ve Zor Düzeyde Kurulan Problemlerin Sınıflandırılmasına Ait Bulgular*

Kategoriler		$Ö_1$	$Ö_2$	$Ö_3$	$Ö_4$	$Ö_5$
Problem						
Geçerli Problem	B	+		+	+	+
	O		+	+	+	+
	Z		+		+	+
Geçersiz Problem	B		+			
	O	+				
	Z	+				
Problem değil	B					
	O					
	Z			+		

* Basit(B), Orta(O) ve Zor(Z)

Tablo 1'e göre, öğretmenlerin kurdukları toplam 15 problemin 11'i geçerli problem kategorisinde yer almaktadır. Bunun yanında üç yanıt geçersiz problem, bir yanıt ise problem değil kategorisindedir. $Ö_3$'ün basit ve orta düzeydeki yanıtları geçerli problem kategorisinde, zor düzeydeki yanıtı ise problem değil kategorisinde yer almaktadır. $Ö_3$ zor düzeydeki yanıtında soru kökünü oluşturamamıştır. $Ö_3$'ün soru kökünü oluşturamamasına yönelik odak-grup görüşme sürecinde yapmış olduğu açıklamalar şu şekildedir; *değişken sayısını arttırdım. Fakat bu durum işimi zorlaştırdı. Bu değişkenleri birbiriyle ilişkilendirerek soru köküyle bağlamayı başaramadım.* Bu açıklamalardan, $Ö_3$'ün değişken sayısını arttırma yoluna gittiği, fakat oluşan hikayenin karmaşıklığından dolayı soru kökünü oluşturamadığı anlaşılmaktadır.

$Ö_1$'in orta ve zor düzeylerdeki yanıtları geçersiz problem kategorisinde yer almaktadır. Orta düzeydeki problemde, kesir sayıları bütünün belli bir miktarı anlamıyla ele alınmıştır. Sütün $\frac{3}{4}$'ü içildiğinde geriye $\frac{1}{4}$'i kalacaktır. Bu durumda öğleden sonra yarısının içilmesi, mantıksal açıdan mümkün değildir. Benzer şekilde zor düzeydeki problemde belirtilen *üç tepsi baklavanın* $1\frac{3}{4}$'ü ifadesi, bütünden daha büyük bir miktarı temsil etmektedir. Bu yönüyle iki problemde de parça-bütün ilişkisi kurulamayarak H_1 hatası yapılmıştır. Odak-grup görüşme sürecinde bu hatalara yönelik yapılan tartışma şu şekildedir;

A: Problem hakkında ne düşünüyorsunuz?

Ö5: Problemde üç tepsi baklavanın $1\frac{3}{4}$*'ü* denilmiş. Baklavanın $1\frac{3}{4}$'ü bütünden fazladır.

Ö2: Ö5 şunu söylüyor; üç tepsi baklavanın $1\frac{3}{4}$'ü, $3x1\frac{3}{4} = 5\frac{1}{4}$ yapar. Yani üç tepsi baklavadan daha fazlası olur. Bu da mümkün değildir.

Ö4: "Üç tepsi baklavadan, Ahmet $1\frac{3}{4}$ tepsi, Levent $1\frac{1}{6}$ tepsi yemiştir" şeklinde yazsaydı doğru olurdu.

Ö1: Ben burada dediğiniz gibi yazmak istedim. *Üç tepsi baklavanın* $1\frac{3}{4}$*'ü* dedim. Yanlış ifade ettim. Aslında söylemek istediğim bu değildi. *Bir tepsi ve diğer bir tepsinin* $\frac{3}{4}$*'ü yenilmiştir* demek istedim. Bu durumu ifade ederken yanlış yaptım.

$Ö_2$: Süt probleminde de hata var. Toplamı yine birden büyük. Yani sabah ve öğleden sonra içtikleri bir kutu sütten daha fazla.

$Ö_5$: Aslında burada da benzer hata var. Var olandan daha fazlasını içmiş gibi bir anlam var.

$Ö_1$: Evet. Buna dikkat etmedim. Ben o anda kesirleri problem içerisinde ifade etmeye çalıştım. O yüzden buna dikkat etmedim. Ama şimdi bakınca hatalı olmuş.

$Ö_1$'in açıklamaları dikkate alındığında süt probleminde kesir sayılarının sözel ifadelere aktarılmasını problem kurulması için yeterli gördüğü söylenebilir. Buna karşın işlemin kavramsal boyutunu göz ardı ettiği anlaşılmaktadır. $Ö_1$'in baklava problemine yönelik yaptığı açıklamalar dikkate alındığında, *üç tepsi baklavanın* $1\frac{3}{4}$*'ü ifadesinden bir tepsi ve bir tepsinin* $\frac{3}{4}$*'ünün* anlaşılabileceğini düşündüğü görülmektedir. Bu yönüyle $Ö_1$'in, problemi kurarken düşündüklerini ifade etme boyutunda güçlükler yaşadığı da anlaşılmaktadır.

$Ö_2$'nin basit düzeydeki yanıtı geçersiz problem kategorisinde yer almaktadır. Problemde bahçelerin aynı alana sahip olduğu belirtilmemiştir. Bahçelerin alanlarının eşit olmaması durumunda, $\frac{1}{2} - \frac{1}{3}$ işlemi yapılamayacaktır. Bu yönüyle problemde, bütünlerin özdeş olduğunun ifade edilemediği H_2 hatası bulunmaktadır. Grup içerisinde yapılan tartışmalarda öğretmenler bu durumu ön plana çıkarmışlardır. Grup içerisinde yapılan tartışma şu şekildedir;

Ö5: Problemde bahçelerin alanları birbirine eşit midir?

Ö2: Evet. Zaten birden fazla bahçeden bahsettiğimiz zaman onların alanlarının eşit olduğunu kabul ediyoruz. Yoksa işlem yapamayız.

Ö3: Öğrenci dediğiniz şekilde anlamayabilir. Öğrenciler, kesir sayıları eşit bütünler üzerinden ifade edilmediğinde işlem yapılamayacağını anlamada güçlük yaşıyorlar. Biz de böyle yazarsak, anlaşılması daha da zorlaşacaktır.

Problemin Zorluk Düzeyinin Belirlenmesine Yönelik Bulgular

Öğretmenlerin basit, orta ve zor düzeyde problemler kurarken dikkate aldıkları ölçütler Tablo 2'de verilmiştir.

Tablo 2. *Öğretmenlerin Basit, Orta ve Zor Problem Kurarken Dikkate Aldıkları Kriterler*

Kategoriler	Ö$_1$	Ö$_2$	Ö$_3$	Ö$_4$	Ö$_5$
İşlem yapısı					
Paydaları eşit kesir sayılarını kullanma					+
Çözümünde kullanılan işlem sayısı	+	+	+	+	+
İşlem sonucunun bütünden büyük olup olmaması	+	+		+	+
Kesir sayılarının basit veya tam sayılı olması	+		+		
Model					
Problemin çözümünde kullanılan temsil			+		
Parça-bütün ilişkisini gösterebilme			+		
Sözel Hikâye					
Problemin fazla veri içermesi			+		
Günlük dil	+			+	
Kavram					
Problemde farklı matematiksel kavramlara yer verilmesi	+				

Tablo 2'ye göre, öğretmenlerin farklı güçlük düzeylerine yönelik problemler kurarken ağırlıklı olarak işlem yapısını dikkate aldıkları görülmektedir. Yine tablodan beş yıl ve üzeri hizmet süresine sahip öğretmenlerin problemin güçlük düzeyini belirlerken daha fazla ölçütü dikkate aldıkları anlaşılmaktadır. Ö$_1$ basit, orta ve düzeyde problemler kurarken *işlem yapısı*, *sözel hikaye* ve *kavram* kategorilerini dikkate almıştır. Ö$_1$'in basit, orta ve zor problem kurarken nasıl düşündüğüne yönelik açıklamaları şu şekildedir;

> *Basit düzeyde bütünü aşmayacak şekilde problem yazdım. Onun için kesirlerin basit kesir olmasına dikkat ettim. Tek işlem içeriyor. Ayrıca kesirleri yarım ve çeyrek gibi öğrencilerin alışkın oldukları kavramlardan seçtim. Orta düzeyde de kesirler basit kesir ve problemin çözümü tek işlem içeriyor. Fakat sonuç bir bütünden daha büyük. Zor düzeyde ise tamsayılı kesirlere yer verdim. İşlem sayısını arttırdım. Ayrıca oran gibi diğer matematiksel kavramları dâhil ettim.*

Ö$_1$, toplamın bütünden büyük olmasını basit ile orta düzey problemi ayıran ölçüt olarak değerlendirmiştir. Ö$_1$, işlem sayısını arttırma, tam sayılı kesirleri kullanma ve farklı matematiksel kavramları probleme dahil etme durumlarını, problemi zor bir problem yapan ölçütler olarak düşünmektedir. Bu açıklamalardan, $Ö_1$'in problemin güçlük düzeyini belirlerken işlem yapısına daha fazla odaklandığı anlaşılmaktadır. Grup içerisinde yapılan tartışmalarda diğer öğretmenlerde, sonucun tam sayılı kesir olmasının problemin güçlük düzeyini arttıran bir ölçüt olduğunu vurgulamışlardır. Grup içerisinde yapılan tartışma şu şekildedir;

$Ö_1$: Orta düzey için toplamın bütünden büyük olmasını dikkate aldım. Böylece problemin biraz daha zor olacağını düşündüm.
A: Bu durumda problem neden zorlaşmaktadır?
$Ö_1$: Çünkü sonucun yorumlanması daha zordur.
$Ö_4$: Modelleme süreci de zorlaşıyor. Sonucun basit kesir olduğu durumda toplamı bir şekil üzerinde gösterebilecek. Ama sonucun tamsayılı kesir olduğu durumda aynı bütünden bir tane daha alacak. Bu durum ise öğrenciye daha zor gelecektir.

Tablo 2'ye göre $Ö_3$ problemler kurarken, işlem yapısı, sözel hikaye ve model kategorilerini dikkate almıştır. $Ö_3$'ün basit düzeyde problem kurarken dikkate aldığı ölçütlere yönelik açıklamaları şu şekildedir;

> *Basit düzeyde bütün ve parçaların gösterilebilmesinin önemli olduğunu düşündüm. Öğrencinin sekiz parçaya ayrılmış pastayı $\frac{8}{8}$ şeklinde ifade edip edemeyeceğini görmek istedim.*

$Ö_3$'ün orta düzeyde problem kurarken dikkate aldığı kriterlere yönelik açıklamaları ise şu şekildedir;

> *Orta düzeyde ise probleme tamsayılı kesir ekledim, işlem sayısını arttırdım. Basit problemde alan modeli kullandım. Bu problemde ise sayı doğrusu modelinin kullanılabileceği bir problem kurmayı düşündüm.*

$Ö_3$, orta düzeydeki probleminde *10 dakika* ve *5 dakika* şeklindeki verilere de yer vermiştir. Buna karşın bu veriler, problemin çözümünde kullanılmamaktadır. Odak-grup görüşme sürecinde, bu duruma yönelik yapılan tartışmalar şu şekildedir;

$Ö_5$: Ö3'e bir soru sormak istiyorum. Problemde, *10 dakika* ve *5 dakika* ifadelerini neden kullandınız?
$Ö_3$: Öğrenciler genellikle çözüm yaparken bütün sayıları kullanmak istiyorlar. Dolayısıyla öğrenciler zorlanıyorlar. Bu tür veriler ekleyerek problemin zorlaşacağını düşündüm. Ayrıca bu tür bir problem ile öğrencilerdeki hataları görebilme fırsatı da bulabiliriz.
$Ö_4$: Bence de güzel olmuş. Öğrencilerin bu tür yanılgıya düşüp düşmedikleri de belirlenebilir.
$Ö_2$: Farklı amaçlara hizmet eden bir problem oldu.

$Ö_3$, problemde tam sayılı kesirlere yer verilmesini, fazla veri içermesini ve çözümünde farklı temsil çeşidinin kullanılmasını basit ile orta düzey problemi ayıran kriterler olarak değerlendirmiştir. Bunun yanında problemlerin zorluk düzeyinin belirlenmesinde çözümünde farklı temsil çeşitlerinin kullanılması sadece $Ö_3$ tarafından dikkate alınmıştır.

$Ö_2$ basit düzeyde kurduğu problemde, sonucun bütünden küçük olmasını dikkate aldığını belirtmiştir. $Ö_2$'nin açıklamaları şu şekildedir; *basit problemde sonucun bütünden büyük olmamasını dikkate aldım. Karşılaştırma türünde bir hikaye düşündüm* şeklindedir. Buna karşın $Ö_2$, orta düzeyde problem kurarken işlem sayısını arttırma yoluna gitmiştir. $Ö_2$, toplanan kesir sayılarından biri bütünün kalan kısmı üzerinden ifade edildiğinde, problemin zorlaştığını belirtmiştir. Bu yönüyle $Ö_2$, orta düzeydeki probleminde, toplanan kesir sayılarından birini bütünün kalan kısmı üzerinden ifade etmiştir. Grup içerisinde yapılan tartışma şu şekildedir;

$Ö_2$: Öğrenciler problem çözümünde en fazla güçlüğü, kesir sayılarından birinin bütünün kalan kısmı üzerinden oluşturulduğu durumlarda yaşıyorlar. Bilmiyorum arkadaşlarda böyle bir durum gözlemlemişler midir?

$Ö_1$: Evet. Daha fazla zorlanıyorlar.

$Ö_5$: Bence de.

$Ö_2$: Mesela, *bir yolun önce* $\frac{1}{3}$*'ünü sonra* $\frac{2}{5}$*'ini gidiyor. Yolun ne kadarını gitmiştir?* şeklindeki problemi sınıfın çoğunluğu çözebiliyor. Ama, *bir yolun* $\frac{1}{3}$*'ünü, sonra kalan yolun* $\frac{2}{5}$*'ini gidiyor. Toplamda ne kadar yol gitmiştir?* şeklindeki problemi daha az öğrenci çözebiliyor. Bende bu durumun problemi basit düzeydeki probleme göre daha fazla zorlaştıracağını düşündüm.

$Ö_2$, zor düzeydeki problemde kesir sayılarından birini bütünün kalan kısmı üzerinden ifade etmiştir. Bu yönüyle kurulan problem orta düzeydeki problem ile benzerlik göstermektedir. Orta düzeydeki problemden farklı olarak zor düzeydeki problemde, işlem sayısı arttırılmıştır. Bunun yanında problemde bütünün kalan kısmına sayısal değer de atanmıştır. Böylece öğrencilerin problemde geriye doğru da işlem yapmaları hedeflenmiştir. Grup tartışmasında bu tür bir yapının problemleri daha da zorlaştırdığı üzerinde fikir birliği sağlanmıştır. Grup içerisinde yapılan tartışmalar şu şekildedir;

$Ö_2$: İşlem sayısını arttırdım. Bunun yanında problemin sonunda da geriye kalan kısma sayısal değer verdim. Yani geriye doğru işlem de yapılacak. Dolayısıyla problem daha da zor hale geldi.

$Ö_4$: Sayısal değeri, başlangıçta mı yoksa sonda mı vermek problemi daha da zorlaştırır?

$Ö_3$: Bence kurulacak problemin yapısına bağlı. Ama bu problem için sonunda vermek daha zor olmasına neden olur.

Ö$_1$: Ben de öyle düşünüyorum. Çünkü öğrencilerin alışkanlıklarına aykırı bir durum. Çünkü başlangıçta bütünün miktarı verilirse, onunla işlemler yapacak. Bu tür problemlere kitaplarda da çoğunlukla yer veriliyor. Dolayısıyla sonuçta yer alması daha da zorlaştırır.

Ö$_5$: Zaten geriye doğru işlem yapıp bütünün miktarını bulduktan sonra problemin değerlendirilmesi aşamasında, bu sayı üzerinden tekrar işlemleri yaparak doğruluğunu kontrol edecek. Dolayısıyla sayısal değeri sonunda vermek daha kapsamlı bir süreci gerektirmektedir.

Ö$_2$: Kesinlikle katılıyorum.

Ö$_5$, basit, orta ve zor düzeylerde problemler kurarken sadece işlem yapısını dikkate almıştır. Ö$_5$, basit düzeyde sonucu basit kesir olan, paydaları eşit iki kesir sayısının toplamına yönelik problem yazmıştır. Ö$_5$'in açıklamaları, *basit problem olduğu için paydaları eşit aldım. Bütünü geçmemesine dikkat ettim* şeklindedir. Buna karşın orta düzeyde ise işlem sayısını arttırmıştır. Ö$_2$'nin yapmış olduğu açıklamalara benzer olarak, Ö$_5$'de orta düzeyde, kesir sayılarının bütünün geri kalan kısmını üzerinden ifade edilmesine yönelik problemler kurmuştur. Bu düşünceden hareketle problemde toplanan kesir sayılarından birini, bütünün kalan kısmı üzerinden oluşturmuştur. Bunun yanında basit düzeydeki yanıtından farklı olarak orta düzeyde, paydaları eşit olmayan kesir sayılarına da yer vermiştir. Ö$_5$'in basit ve orta düzeyde kurulan problemler arasındaki farka yönelik açıklamaları şu şekildedir;

> *Öğrenciler genel olarak kalanı değerlendiremiyorlar. Kalanın altıda biri denildiği zaman onu tam olarak kavrayamıyorlar. O şekilde problemin daha zor olacağını düşündüm ve kalanın ifadesini işin içine kattım. Basit problemden farklı olarak paydaları eşit olmayan kesir sayılarına da yer verdim. Böylece problemin daha zor olacağını düşündüm.*

Ö$_5$ zor düzeyde ise, orta düzeydeki problem yapısına benzer bir probleme yer vermiştir. Orta düzeydeki problem yapısından farklı olarak zor düzeyde, geriye kalan miktara sayısal değer atamıştır (Örn., *Depoda kalan benzin 20 litre ise gibi).* Ö$_5$, böylece işlem sayısının da arttırıldığını ve dolayısıyla problemin daha da zorlaştığını belirtmiştir. Ö$_5$'in açıklamaları şu şekildedir;

> *Problemin başında bütüne sayısal değer atamanın çözümü kolaylaştırdığını düşünüyorum. Onun için problemin sonundaki kalan miktara sayısal değer atadım. Geriye doğruda işlem yapabilmesi için değer verdim. İşlemi yaparken hep geri kalanın belli bir miktarının alınmasına dikkat ettim. B şehrinden C şehrine giderken harcanan benzin miktarını sordum. Bu durumda daha fazla işlem yapacak ve cevaba ulaşması daha da zorlaşacak.*

Ö$_4$, basit, orta ve zor düzeylerde problemler kurarken işlem yapısı ve günlük dil kategorilerini dikkate almıştır. Ö$_4$, basit düzeyde problem kurarken kesir sayılarının toplamının bütünü geçmemesine dikkat etmiştir. Bunun yanında toplanan kesir sayılarını, günlük yaşamda yaygın kullanıma sahip yarım ve çeyrek kavramlarıyla temsil etmiştir. Ö$_4$'ün açıklamaları, *basit soruda bütünü* *geçmemeye çalıştım. Ayrıca çeyrek ve yarım şeklindeki gündelik kavramlardan yararlandım. Çünkü bunlar çocuğun alışkın olduğu kavramlar* şeklindedir. $Ö_4$ basit düzeyde kurduğu problemden farklı olarak orta düzeyde, çözümde kullanılan işlem sayısını arttırdığını belirtmiştir. $Ö_4$'ün açıklamaları, *orta güçlükteki bir problem için işlem sayısını arttırdım. Toplama ve çıkarma var* şeklindedir. $Ö_4$ zor düzeydeki probleminde kesir sayılarını ilişkilendirerek işlem sayısını arttırmıştır. $Ö_4$ bu tür problemde her bir adımın bir önceki adıma bağlı olduğunu, dolayısıyla bir adımda yapılan hatanın diğer adımları etkileyeceğini düşünerek problemi zorlaştırdığını belirtmiştir. $Ö_4$'ün açıklamaları şu şekildedir;

> *Biraz daha alışılagelmişten farklı bir problem kurmaya çalıştım. Birbirine bağlı ifadeler oluşturdum. Mesela ikinci gün harcadığı, birinci gün harcadığının yarısı, üçüncü gün de ikinci gün harcanın da yarısı olsun dedim. Burada bir adımda yaptığı hata, diğer adımları da etkileyecek. Öğrencilerin bu problemde daha fazla zorlanacağını düşündüğüm için böyle oluşturdum.*

TARTIŞMA ve SONUÇ

Problem kurma, kavramsal anlama becerisinin belirlenmesinde, kavram yanılgıları veya hataların tespit edilmesinde değerlendirme aracı olarak görülmektedir (Işık, 2011; Işık ve Kar, 2012c; Stoyanova, 1998; Ticha ve Hospesova, 2009). Bu bakış açısından hareketle araştırmada ortaokul matematik öğretmenlerinin, kesirlerle toplama ve çıkarma işlemlerine yönelik serbest problemler kurabilme başarılarının yüksek olduğu tespit edilmiştir. Yine de bazı öğretmenlerin problemleri soru kökü içerecek şekilde tamamlayamadıkları veya kurdukları problemlerde hatalar sergiledikleri tespit edilmiştir. Matematiksel yapıların temsil edilmesi ve betimlenmesinde, matematiksel dilin doğru kullanılması ve anlaşılması öğretmenler ve öğrenciler için önemlidir (Tobias, 2012). Ortaokul Matematik dersi 5-8. Sınıflar Öğretim Programı'nda (MEB, 2013), matematiğin sembol ve terimlerinin etkili ve doğru kullanılması, matematiksel dilin matematiğin kendi içinde ve farklı disiplinlerde uygun ve etkili bir biçimde kullanılması ve günlük dil, matematiksel dil ve sembollerin ilişkilendirilmesi becerilerine önem verilmektedir. Bu bağlamda öğretmenlerin kurdukları problemlerde görülen eksikliklerin, öğretimin kalitesini ve dolayısıyla öğrenci başarısını olumsuz yönde etkileyebileceği düşünülebilir.

Araştırmacılar, problemlerin matematiksel zorluğunu belirlemenin bir yolunun da çözüm için gereken adım sayısının hesaplanması olduğunu vurgulamışlardır (Leung ve Silver, 1997; Liu ve Neber, 2012; Silver ve Cai, 2005). Benzer şekilde bu araştırmada da öğretmenlerin tamamı, problemin çözümünde kullanılan adım sayısını problemin zorluk düzeyini arttıran bir faktör olarak öne çıkarmışlardır. Bunun yanında problemde kullanılan kesirlerin veya çözüm sonucunda elde edilecek kesir sayısının tam sayılı kesir olup olmaması da problemin zorluk düzeyini arttırmada dikkate alınan diğer faktörlerdir. Buna karşın problemin zorluk düzeyini arttırmada işlem yapısı yanında farklı ölçütlerin dikkate alınması noktasında öğretmenlerin görüşlerinin sınırlı olduğu görülmüştür. Problemin zorluk düzeyini arttırmak için bir öğretmen çözümünde kullanılan temsil çeşidini ve diğer bir öğretmende içerdiği kavram sayısını ölçüt olarak düşündüklerini belirtmişlerdir. Bu görüşlerin dağılımları dikkate alındığında, beş yıl ve üzeri deneyime sahip öğretmenlerin, problemin zorluk düzeyini arttırmada daha fazla ölçütü aynı anda dikkate aldıkları tespit edilmiştir. Bu yönüyle bu öğretmenlerin öğrenciyi tanıma noktasındaki ve kesirlerle işlemlere yönelik öğretim faaliyetlerindeki deneyimlerinin böyle bir sonucun ortaya çıkmasında etkili olduğu düşünülebilir.

Sonuç olarak, öğretmenlerin kesirlerle toplama veya çıkarma işlemlerine yönelik problemler kurabildikleri, buna karşın bazı öğretmenlerin kurulan problemlerde hatalar sergiledikleri de tespit edilmiştir. Ayrıca öğretmenlerin problemin zorluk düzeyini arttırmada genel olarak işlem yapısına odaklandıkları, buna karşın farklı ölçütleri dikkate almada sınırlı bir bakış açısına sahip oldukları belirlenmiştir. Bu araştırma mevcut durumu ortaya koymak amacıyla yapılmıştır. Buna karşın görülen eksikliklerin giderilmesi ve problem yapılarına yönelik daha geniş bir bakış açısının oluşturulması için, öğretmen-araştırmacı işbirliği üzerinden profesyonel gelişim programları tasarlanmalıdır. Bu süreçte öğretmenlerin kurdukları problemler yanında, öğretim sürecindeki uygulama bölümlerinin tartışmaları da yapılabilir. Ayrıca bu tartışmalardan elde edilen sonuçlar, literatürde yapılan araştırmaların sonuçları ile karşılaştırılarak süreç desteklenebilir. Benzer araştırmaların farklı öğretmen gruplarıyla yürütülmesi, bu araştırmada tespit edilen sonuçların geçerliğine ve genellenebilirliğine katkı sağlayabilecektir. Bunun yanında araştırmanın sadece serbest problem kurma etkinliği ve kesirlerle işlemler üzerinden yürütülmesi, bir sınırlılık olarak görülebilir. Benzer araştırmaların matematikteki diğer konular ve farklı problem kurma etkinlikleri üzerinden yürütülmesi, öğretmenlerin problem kurma becerilerine yönelik daha geniş bir resmin ortaya konmasına yardımcı olabilecektir.

KAYNAKLAR

Abu-Elwan, R. (2002). Effectiveness of problem posing strategies on prospective mathematics teachers' problem solving performance. *Journal of Science and Mathematics Education, 25*(1), 56-69.

Akay, H. (2006). *Problem kurma yaklaşımı ile yapılan matematik öğretiminin öğrencilerin akademik başarısı, problem çözme becerisi ve yaratıcılığı üzerindeki etkisinin incelenmesi* (Yayınlanmamış doktora tezi). Gazi Üniversitesi, Ankara.

Anderson, R. C., & Hoffmeister, A. M. (2007). Knowing and teaching middle school mathematics: A professional development coursefor in-service teachers. *School Science and Mathematics, 107*(5), 193-203.

Ball, D. L., Thames, M. H., & Phelps, G. (2008). Content knowledge for teaching: What makes it special? *Journal of Teacher Education, 59*(5), 389-407.

Barlow, A. T., & Cates, J. M. (2006). The impact of problem posing on elementary teachers' beliefs about mathematics and mathematics teaching. *School Science and Mathematics, 106*(2), 64–73.

Cai, J., & Hwang, S. (2002). Generalized and generative thinking in US and Chinese students' mathematical problem solving and problem posing. *Journal of Mathematical Behavior, 21,* 401–421.

Cankoy, O. (2013). Interlocked problem posing and children's problem posing performance in free structured situations. *International Journal of Science and Mathematics Education, 1-20.*

Cankoy, O. ve Darbaz, S. (2010). Problem kurma temelli problem çözme öğretiminin problemi anlama başarısına etkisi. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 38*, 11-24.

Christou, C., Mousoulides, N., Pittalis, M., Pitta-Pantazi, D., & Sriraman, B. (2005). An empirical taxonomy of problem posing processes. *ZDM, 37*(3), 149 – 158.

Contreras, J. (2007). Unraveling the mystery of the origin of mathematical problems: Using a problem-Posing framework with prospective mathematics teachers. *The mathematics Educator, 17*(2), 15-23.

Crespo, S. (2003). Learning to pose mathematical problems: Exploring changes in preservice teachers' practices. *Educational Studies in Mathematics, 52,* 243–270.

Crespo, S., & Sinclair, N. (2008). What makes a problem mathematically interesting? Inviting prospective teachers to pose better problems. *Journal Mathematics Teacher Education, 11,* 395–415.

Creswell, W. J. (2007). *Qualitative inquiry and research design choosing among five traditions.* California: Sage Publications.

English, L. D. (1998). Children's problem posing within formal and informal contexts. *Journal for Research in Mathematics Education, 29*(1), 83-106.

Hancock, D. R. & Algozzine, B. (2006). *Doing case study research. A practical guide for beginning researchers.* Teachers College Press. New York.

Hatch, J. A. (2002). *Doing qualitative research in education settings*. Albany, NY: SUNY press.

Işık, C. (2011). İlköğretim matematik öğretmeni adaylarının kesirlerde çarpma ve bölmeye yönelik kurdukları problemlerin kavramsal analizi. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi, 41*, 231-243.

Işık, C. ve Kar, T. (2012a). Matematik dersinde problem kurmaya yönelik öğretmen görüşleri üzerine nitel bir çalışma. *Milli Eğitim Dergisi, 194,* 199-215.

Işık, C. ve Kar, T. (2012b). 7. sınıf öğrencilerinin kesirlerde toplama işlemine kurdukları problemlerin analizi. *İlköğretim Online, 11*(4), 1021-1035. [Online] http://ilkogretim-online.org.tr/, adresinden 30/05/2012 tarihinde indirilmiştir.

Işık, C. ve Kar, T. (2012c). İlköğretim matematik öğretmeni adaylarının kesirlerde bölmeye yönelik kurdukları problemlerde hata analizi. *Kuram ve Uygulamada Eğitim Bilimleri, 12*(3), 2289-2309.

Işık, C., Öcal, T. ve Kar, T. (2013). Analysis of pre-service elementary teachers' pedagogical content knowledge in the context of problem posing. *Paper presented at the meeting of Eighth Congress of European Research in Mathematics Education (CERME 8), Antalya, Turkey.*

Kar, T., Özdemir, E., Ipek, A. S. ve Albayrak, M. (2010). The relation between the problem posing and problem solving skills of prospective elementary mathematics teachers. *Social and Behavioral Sciences, 2*, 1577–1583.

Kieboom, L. A. V. (2013). Examining the mathematical knowledge for teaching involved in pre-service teachers' reflections. *Teaching and Teacher Education, 35,*146-156.

Kılıç, Ç. (2012). Investigating the problem posing reasons of pre-service primary school teachers in different problem posing contexts. *Mustafa Kemal Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü Dergisi, 9*(20), 347-356.

Kılıç, Ç. (2013a). Pre-service primary teachers' free problem-posing performances in the context of fractions: An example from Turkey. *The Asia-Pacific Education Researcher,* 1-10.

Kılıç, Ç. (2013b). İlköğretim öğrencilerinin doğal sayılarla dört işlem gerektiren problem kurma etkinliklerindeki performanslarının belirlenmesi. *Dicle Üniversitesi Ziya Gökalp Eğitim Fakültesi Dergisi, 20*, 256-274.

Knott, L. (2010). Problem posing from the foundations of mathematics. *TMME, 7,* 413-432.

Lee, J. E. (2011). *A study of pre-kindergarten teachers' mathematical knowledge for teaching* (Unpublished doctoral dissertation). University of Texas, Austin.

Leung, S. S. (2013). Teachers implementing mathematical problem posing in the classroom: challenges andstrategies. *Educational Studies in Mathematics,* 1-14.

Leung, S. K., & Silver, E. A. (1997). The role of task format, mathematics knowledge, and creative thinking on the arithmetic problem posing of prospective elementary school teachers. *Mathematics Education Research Journal, 9*, 5-24.

Liu, W., & Neber, H. (2012). Estimation skills of Chinese and polish grade 6 students on pure fraction tasks. *Journal of Mathematics Education, 5*(1), 1-14.

Luo, F. (2009). Evaluating the effectiveness and insights of pre-service elementary teachers' abilities to construct word problems for fraction multiplication. *Journal of Mathematics Education, 2*(1), 83–98.

McAllister, C. J., & Beaver, C. (2012). Identification of error types in preservice teachers' attempts to create fraction story problems for specified operations. *School Science and Mathematics 112*(2), 88-98.

Milli Eğitim Bakanlığı [MEB], (2013). *Ortaokul Matematik Dersi (5, 6, 7 ve 8. Sınıflar) Öğretim Programı.* Ankara: MEB Basımevi.

National Council of Teachers of Mathematics (NCTM). (2000). *Principles and Standard for school mathematics.* Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

Osana, H. P., & Royea, D. A. (2011). Obstacles and challenges in preservice teachers' explorations with fractions: A view from a small-scale intervention study. *The Journal of Mathematical Behavior, 30,* 333–352.

Saxe, G., Gearhart, M., & Nasir, N. S. (2001). Enhancing students' understanding of mathematics: A study of three contrasting approaches to professional support. *Journal of Mathematics Teacher Education, 4,* 55–79.

Silver, E. A. (1994). On mathematical problem posing. *For the Learning of Mathematics, 14*(1), 19–28.

Silver, E. A., & Cai, J. (2005). Assessing students' mathematical problem posing. *Teaching Children Mathematics, 12*(3), 129-135.

Stoyanova, E. (1998). Problem posing in mathematics classrooms. In A. McIntosh, & N. Ellerton (Eds.), *Research in mathematics education: A contemporary perspective* (pp.164-185). Perth: MASTEC Publication.

Stoyanova, E., & Ellerton, N. F. (1996). A framework for research into students' problem posing. In P. Clarkson (Ed.), *Technology in Mathematics Education (pp.518–525).* Melbourne: Mathematics Education Research Group of Australasia.

Ticha, M., & Hospesova, A. (2009). Problem posing and development of pedagogical content knowledge in pre-service teacher training. *Paper presented at the meeting of CERME 6,* Lyon.

Tobias, J. M. (2012). Prospective elementary teachers' development of fraction language for defining the whole. *Journal of Mathematics Teacher Education*, *16*(2), 85-103.

Toluk-Uçar, Z. (2009). Developing pre-service teachers understanding of fractions through problem posing. *Teaching and Teacher Education, 25*(1), 166-175.

Zembat, İ. Ö. (2007). Sorun aynı–kavramlar; kitle aynı-öğretmen adayları. *Elementer Education Online, 6*(2), 305-312, [Online]: http://ilkogretim-online.org.tr adresinden 12 Aralık 2011 tarihinde indirilmiştir.

SUMMARY

The problem cases that teachers introduce in the classroom involve a series of learning opportunities for students (Crespo, 2003; Crespo and Sinclair, 2008; Knott, 2010). When the problems posed by teachers within the teaching process do not contain errors and are appropriate to the levels of students, reasoning, relating, and problem solving skills as parts of the program are improved. In this respect, the present study aims to determine the criteria that middle school mathematic teachers consider in determining the difficulty levels of problems they pose on the addition and subtraction of fractions. Furthermore, a conceptual analysis was made on the posed problems in order to determine potential error types.

This study was conducted according to the case study model among the qualitative research approaches. Five teachers from schools in the central districts of Erzurum participated in the study. The sampling was selected according to the criterion sampling model among the purposeful sampling methods. Data were collected through the video-recording of the focus-group interviews as well as the administration of the Problem Posing Test (PPT), designed for the free problem-posing activity.

Collected data were analyzed according to the *common content knowledge* and *knowledge of content and students* phases within the theoretical framework of *mathematical knowledge for teaching*. Next, through the analytical coding applied to each phase, the codes and categories were created. Problems posed in the *common content knowledge* phase were analyzed in two categories as: *problem* and *not a problem.* Responses listed under the *problem* category were analyzed in terms of being a valid problem or not. Invalid problems were analyzed according to the types of errors they had. The analysis of the determination of the criteria that the teachers used in posing problems at *easy*, *medium* and *difficult* levels is given under the knowledge of content and students category. The explanations made during the focus-group interviews led to the creation of nine codes, which were later collected in four categories following the discussions.

Out of the 15 problems posed by the teachers, 11 were listed in the valid problem category. There were three problems in the invalid *problem* category and there was one problem listed under the *not a problem* category. These four problems were posed by teachers who had five years or more of experience. Problems posed by T3 under the easy and medium level categories belonged to the valid problem category, while the problem posed by the same teacher at the difficult level category was included in the not a problem category. The problems at the medium and difficult levels posed by T_1 were included in the invalid problem category. Problems posed by T_2 at the easy level belonged to the invalid problem category. Two types of errors were determined in the problems listed under the

invalid problem category. These were: *i) Failure in establishing part-whole relation (H_1), ii) failure to express that the wholes were identical (H_2).*

The criteria that were taken into account by the teachers in determining the difficulty levels of problems were listed under four categories. These were: i) *structure of the operation*, ii) *model*, iii) *verbal story*, and iv) *concept.* The criteria that teachers indicated under the structure of the operation category were as follows: i) *using fractions with equal denominators, ii) number of operations used in solution, iii) result of the operation being greater or less than the whole,* and iv) *using mixed or proper fractions.* Teachers considered the following criteria under the model category: i) *visual representation used in the solution of the problem,* and ii) *showing part-wole relationship.* Under the verbal story category the following criteria were taken into account: *inclusion of too many data in the problem* and *daily language*. The criteria that *the problem included diverse mathematical concepts* was taken into account for the concept category.

In this study, it was concluded that teachers had high achievement levels in terms of posing free problems on the addition and subtraction of fractions. However, some teachers were identified to pose problem statements without question roots or to make errors in the problems they posed. All teachers indicated the number of operations used in the solution of a problem as a factor increasing its difficulty level. Another factor increasing the difficulty level of a problem was identified as whether a mixed fraction is used in the problem or found in the result. On the other hand, in increasing the difficulty level of a problem, teachers were observed to have limited perspectives about taking diverse criteria into account other than the structure of the operation.

Ek 1. *Öğretmenlerin Basit, Orta ve Zor Düzeyde Kurdukları Problemler*

Ö$_1$	B	Bir kantinci yapmış olduğu tostların birinci teneffüs yarısını, ikinci teneffüs ise çeyreğini satmıştır. Buna göre kantinci yapmış olduğu tostların ne kadarını satmıştır?
	O	Bir kişi sabah almış olduğu sütün $\frac{3}{4}$’ünü içmiştir. Öğleden sonra ise yarısını içmiştir. Buna göre bu kişi toplam ne kadar süt içmiştir?
	Z	Üç tepsi baklavanın $1\frac{3}{4}$’ünü Ahmet, $1\frac{1}{6}$’sını Levent yemiştir. Toplam yenen baklavanın geriye kalan baklavaya oranını bulunuz.
Ö$_2$	B	Ahmet bahçesinin $\frac{1}{2}$’sine, Ali’de kendi bahçesinin $\frac{1}{3}$’ine çiçek ekmiştir. Ahmet, Ali’den ne kadar fazla alana çiçek ekmiştir?
	O	Bir araç bir yolun önce $\frac{1}{4}$’ini sonra kalan yolun $\frac{1}{2}$’ini gitmiştir. Bu araç toplamda bu yolun ne kadarını gitmiştir?
	Z	Ahmet parasının $\frac{1}{6}$’sı ile kalem, $\frac{1}{3}$’ü ile kitap alıyor. Kalan parasının $\frac{1}{2}$’sini de kardeşine veriyor. Ahmet’in cebinde 9 lira parası olduğuna göre, Ahmet’in başlangıçta cebinde kaç lirası vardır?
Ö$_3$	B	Zeynep bir doğum günü partisi yapmak istiyor. Annesi, Zeynep’in doğum günü için çikolatalı bir yaş pasta yapıyor. Pastanın $\frac{1}{8}$’ini Zeynep yiyor. Geriye pastanın ne kadarı kalır?
	O	Bir koşucu 5 dakikada $1\frac{1}{4}$ km yol koşuyor. Mola vererek 10 dakika dinleniyor. Moladan sonra 5 dakikada $2\frac{3}{4}$ km daha koşmuştur. Toplam koşması gereken yol 5 km olduğuna göre, koşması gereken kaç km yolu kalmıştır?
	Z	Ali odasının duvarlarının tabanla kesiştiği yerleri tahta şeritlerle kaplamak istiyor. Ali, iki farklı tahta şerit alma imkanına sahiptir. A tipindeki tahta şeridinin boyu $\frac{5}{4}$ metre, fiyatı ise 4 liradır. B tipindeki tahta şeridin boyu $\frac{3}{4}$ metre, fiyatı ise 2 liradır. Odasının tabanının boyu on, eni ise altı metredir.
Ö$_4$	B	Ali bir pastanın yarısını yemiştir. Daha sonra pastanın dörtte birini yiyor. Toplamda pastanın ne kadarını yemiştir?
	O	Mehmet tatile gitmek üzere İstanbul’dan yola çıkıyor. Arabasında yarım depo benzin bulunan Mehmet İzmir’e vardığında deposundaki benzinin yarısını kullanıyor. Daha sonra benzinin yetmeyeceğini anlayıp deposunun dörtte biri kadar daha benzin alıp tatil yöresine doğru ilerliyor. Deposunun üçte birini kullanarak istediği yere ulaşan Mehmet’in ne kadar benzini kalmıştır?
	Z	Doruk’un bir miktar parası vardır. Doruk ilk gün parasının ikide birini ikinci gün ilk gün harcadığının ikide birini, üçüncü gün ikinci gün harcadığı paranın ikide birini harcayarak dört gün boyunca aynı şekilde devam ediyor. Dördüncü gün sonunda kalan parası ilk günkü parasının kaçta kaçıdır?
Ö$_5$	B	Ayşe annesinin yaptığı pastanın önce 5’te 1’ini yiyor. Daha sonra 5’te 3’ünü yiyor. Ayşe pastanın kaçta kaçını yemiş olur?
	O	Buğra tarlasının 5’te 3’ünü pazartesi günü ekiyor. Buğra Salı günü ise kalan tarlanın 6’da 1’ini daha ekiyor. Bu iki günde Buğra, tarlasının kaçta kaçına

	ekim yapmamış olur?
Z	Deposu ful dolu olan bir araç A şehrinden B şehrine giderken deponun 3'te 2'sini harcıyor. B şehrinden C şehrine giderken ise kalan deponun 4'te 3'ünü harcıyor. Depoda kalan benzin 20 litre ise B şehrinden C şehrine giderken kaç litre benzin harcamıştır?