

## **Sınıf Öğretmeni Adaylarının Piramit Bilgileri: Tanım ve Örnekler Oluşturma\***

Behiye UBUZ<sup>1</sup>, Yasin GÖKBULUT<sup>2</sup>

### **ÖZ**

Bu araştırma, son sınıfta bulunan sınıf öğretmeni adaylarının piramit kavramına ilişkin bilgilerini, oluşturdukları tanım ve örneklendirmeleri inceleyerek ortaya çıkarmayı amaçlamaktadır. Nitel araştırma desenlerinden biri olan durum çalışması (örnek olay) kullanılmıştır. Araştırmanın çalışma grubunu, 2008–2009 eğitim-öğretim yılında Ankara ilindeki bir devlet üniversitesinde Sınıf Öğretmenliği Bölümü'nde son sınıfta öğrenim gören 2'si kız 2'si erkek toplam 4 öğretmen adayı oluşturmaktadır.

Araştırmada kullanılan veri toplama aracı, öğretmen adaylarının, piramide ait tanımlama ve örneklemelemlerini açığa çıkarabilmek için hazırlanan, örnek çizim, özelliklerin açıklanması, farklı piramit örnekleri çizimi, farklı piramit tanımlarının verilmesi ve piramidin günlük yaşamda kullanım örneklerinin verilmesinin gerekli olduğu beş açık uçlu sorudan oluşmuştur. Verilerin analizi betimsel analiz yöntemiyle değerlendirilmiş, piramide ait tanımlama ve örneklendirmeleri erişebilirlik, doğruluk, zenginlik ve genelleştirme kriterleri ile incelenmiştir.

**Anahtar kelimeler:** Tanımlama, örnekleme, kavram yanlışlıkları, öğretmen yetiştirme, piramit.

## **Primary Prospective Teachers' Knowledge on Pyramid: Generating Definitions and Examples**

### **ABSTRACT**

This study aimed to investigate last year prospective primary teacher's knowledge on pyramid by exploring the definitions and examples generated by them. Case study was used in this study. The study group were consist of 2 male and 2 female totally 4 teacher candidates which were at a state university in the academic year 2008-2009 in the province of Ankara in the last year studying in the Department of Primary Teacher Education.

The five open ended questions related to pyramid that require drawing a shape, explaining its properties, drawing different shapes, constructing different definitions, and providing examples from real life were used in the study as data collection tool. Definitions, shapes, and real life examples generated by the participants about pyramid were analyzed based on accessibility, correctness, richness, and generality criteria.

**Keywords:** Definitions, exemplify, misconceptions, teacher training, pyramid.

---

\*Bu makale, Yasin Gökbulut tarafından Prof. Dr. Behiye Ubuz danışmanlığında hazırlanan tez çalışmasının bir bölümünden oluşmaktadır.

<sup>1</sup> Prof. Dr., Orta Doğu Teknik Üniversitesi, Eğitim Fakültesi, ubuz@metu.edu.tr

<sup>2</sup> Yrd. Doç. Dr., Gaziosmanpaşa Üniversitesi, Eğitim Fakültesi, yasingkbulut@yahoo.com

## GİRİŞ

Kavramların oluşumunda tanımlama ve kavrama ait olan ve olmayan örneklerin sunumu büyük yer tutmaktadır (Gökbulut ve Ubuz, 2013). Klasik bakışla matematiksel kavramlar genellikle matematiksel teorilerin inşası için temel sağlayan ve bir biri ile matematiksel tutarlılığı sağlayan kesin tanımlara sahiptir. Formal kavram tanımı ile kişinin kavram tanımı arasında bir ayırım yapılabilir. Bir kavram tanımı o kavramın açıkça belirtildiği kelimelerin kullanıldığı bir oluşumdur (Tall ve Vinner, 1981). Bir formal kavram tanımı matematiksel bir komite tarafından kabul edilirken kişisel kavram tanımları veya tanımlarla ilgili kavram imajları bireysel olarak oluşturulabilir ve bu durum zamanla değişebilir. Kavram imajı terimi “kavram ile birleşen işlemleri ve özellikleri birleştiren bütün zihinsel resimleri içeren bilişsel yapıyı” tasvir etmek için kullanılır (Tall ve Vinner, 1981). Kavram imajı tam olarak düşüncelerin kümesini içerir. Düşüncelerin bazıları tanım ile uyuyurken diğerleri uyuyamayabilir. Örneğin bir fonksiyon formal olarak ilk kümedeki her elemanın ikinci kümede bir elemana karşılık gelmesi olarak tanımlanabilir. Buradan öğrenciler fonksiyonun karşılık getirilmez bir kuralı olduğunu düşünebilirler (Vinner, 1991) bu imaj tanım ile çelişmez fakat sınırlar, karşılık gelmenin keyfilikliğini eler. Diğer zamanlar kavram imajı, kavram tanımıyla çelişen ve uygun olmayan imajlar içerebilir. Örneğin eşkenar dörtgenin aynı zamanda bir paralelkenar olduğuna kişinin kavram imajı imkân vermezse kişi eşkenar dörtgeni paralelkenar olarak kabul etmeyebilir. Bir başka ifadeyle kişi kavrama ait cevaplar verirken kavram tanımlarına göre değil kavram imajlarına göre sezgisel cevaplar verebilirler (Vinner, 1991). Vinner (1991)’e göre sezgisel cevaplar günlük yaşamdaki alışkanlıkların oluşturduğu, cevap verenin formal tanıma danışmak zorunda olduğundan habersiz olduğu cevaplardır. Sezgisel bilgi genellikle deneyimlerden türeyen kişisel aşikâr ve ivedidir. (Fischbein, 1987). Kavram imajı ve kavram tanımı etkileşimi geometrik kavram oluşumunda büyük rol oynar (Vinner ve Herskowitz, 1980).

Matematikçilerin değer verdiği matematiksel tanımların özellikleri ve bunların içeriği Dormolen ve Zaslavsky (2003) tarafından matematik eğitimi literatüründe mevcutluk, eşdeğerlik, hiyerarşik, minimum-asgari, doğru kabul edilen (aksiyomatik) ve bozulma veya yozlaşma olarak tarif edilmiştir (Akt: Ubuz, 2006). Yukarıdaki ilkelere bakıldığında, bir kavram tanımlanırken kavrama ait tanımın tek olmadığı, tanımın keyfilikinden kavrama ait farklı tanımların da yapılabilirliğini göstermektedir. Örneğin kare tanımı için, “kenarları eşit ve kenarlar arasındaki açı doksan derece olan dörtgendir” ve “köşegenleri dik kesişen dörtgen karedir” tanımları birbirine denk iki tanımdır. Kavrama ilişkin durumlar arasındaki lojikal ilişkileri örnekleyerek, tanım durumuna bağlı bir denklik sınıfı kurulabilir. Bu sınıfa ait her bir durum keyfi olarak tanım seçildiğinde, diğerleri kavram için gerekli ve yeterli şartları kuran teoremlere dönüşür. Denklik sınıfının kurulduğu her bir durum tanım olarak seçilebilir. Matematiksel olarak, onlar arasında hiçbir fark yoktur (Winicki-Landman ve Leikin, 2000). Bir kavramın örneği, kavramın tanımlanması için gerekli ve yeterli şartları sağlayan yaygın özellikleri paylaşan örnekler veya modeller

olarak adlandırılabilir (Klausmeier ve Sipple, 1980; Smith, Shoben ve Rips, 1974; Smith ve Medin, 1981). Yani, geometrik kavramların gelişimi klasik bakış açısı ele alındığında kavrama ait olan örnekler kavramın kritik özelliklerinin hepsini sağlamalıdır. Öğrencileri tanımlar ve örneklerle ilk tanıştıran öğretmendir. Bu kapsamda bu çalışmada sınıf öğretmeni adaylarının piramit bilgileri tanım ve örnekler oluşturma kapsamında ele alınmıştır.

Piramit; tanımı ve örneği sunulabilecek zengin durumlar kümesine sahip olan bir kavram olmakla birlikte kavranması zor bir kavramdır. Ayrıca, piramitler öğretmenlerin günlük hayatta kullanımına somut örnekler sunabilecekleri bir kavram olarak geometri kavramları arasında önemli bir yer tutmaktadır. Bu bağlamda, piramit kavramının kavranmasında sınıf öğretmenlerinin tanımlamalarının ve örneklendirmelerinin araştırılması önem kazanmaktadır.

### **Geometrik Cisimler ve İlköğretim Programındaki Yeri**

Geometrinin uğraşı alanını cisimler ve şekilleri içermektedir. İnsan hayatında çok önemli yeri olan bu iki kavramla günlük hayatta sıkça karşılaşmaktadır (Pesen, 2006). Küçük çocukların çevre ile ilk etkileşimleri, daha konuşmayı öğrenmeden kısmen dokunma ve görme duyuları ile uzamsal deneyimleri üzerine temellenmiştir. Daha sonraları dil gelişimiyle birlikte fiziksel çevre çocuk için anlamlı olmaya başlar (Dickson, Brown ve Gibson, 1990). Çoğunlukla çocuklarımıza matematik sunmak için yaşattığımız deneyimlerimiz iki boyutlu olmasına rağmen içinde yaşadığımız dünya üç boyutludur. Çocukta uzamsal algının gelişmesini sağlayan bir başka deyişle iki boyutluluktan üç boyutluluğa geçiş sağlayan şey cisimlerdir (Dickson, Brown ve Gibson, 1990).

Kapalı yüzey ve içindeki noktaların oluşturduğu şekle cisim denir. Kapalı yüzeyin içi boş olmakla beraber, cismin içi doludur. Cismi kaplayan noktalar kümesi diğer deyişle cismin yüzü kapalı yüzeydir. Dikdörtgenler prizması, küp ve diğer prizmalar, küre, koni, piramitler birer kapalı yüzeydir, bunların içleri doldurulduğunda aynı adla adlandırılan geometrik cisimler elde edilir (Baykul, 2006).

Geometri hemen hemen her ülkenin öğretim programında yer alan bir öğrenme alanıdır. Bunun nedeni öğrencilerin uzamsal kavramlarla ilgili nasıl akıl yürüttüklerini anlamamıza yardımcı olan kuramsal bir bakış açısına artan ilgi önemli bir etkidir (Van de Walle, Karp ve Williams, 2010, Aktaran, Durmuş, 2012). Ülkemizde de geometrik cisimlerin öğretimi İlkokul (1-5) Öğretim Programı içerisinde sınıflara göre Tablo 1'deki kazanımlarla yer almaktadır (MEB, 2005);

Tablo 1. Geometrik Cisimler Konusunun İlköğretim Matematik Öğretim Programındaki Kazanımları

SINIF DÜZEYİ	KAZANIMLAR
1. SINIF Geometrik Cisimler	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Geometrik cisimlerden küp, prizma, silindir, koni ve küreye benzeyen nesnelere belirtir.</li> <li>2. Küp, prizma, silindir, koni ve küreyi kullanarak farklı modeller oluşturur.</li> </ol>
2. SINIF Geometrik Şekiller ve Cisimler	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Küp ve prizma modellerinde yüzeyleri köşeleri ve ayrıtları gösterir.</li> <li>2. Silindir, koni ve küre modellerinde yüzleri gösterir.</li> <li>3. Küp, dikdörtgen, kare ve üçgen prizması modellerinin yüzleri ile silindir ve koni modellerinin düz yüzeylerinin isimlerini belirtir.</li> <li>4. Karesel, dikdörtgensel, üçgensel bölgelerin ve dairenin sınırlarının isimlerini belirtir.</li> <li>5. Karenin, dikdörtgenin, üçgenin köşe ve kenarlarını gösterir.</li> <li>6. Kare, dikdörtgen, üçgen ve çember modelleri oluşturur.</li> </ol>
3. SINIF	<p>Geometrik cisimler alt öğrenme alanı bu sınıf düzeyinde yer almamaktadır. Fakat düzlem alt öğrenme alanında</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Küp, kare prizma, dikdörtgenler prizması, üçgen prizma, silindir, koni ve küre modellerinin yüzeylerini belirtir.</li> <li>2. Prizma, koni ve silindir modellerinin yüzeylerini düzleme açar ve bu modellerin her yüzünün birer düzlemsel şekil olduğunu gösterir.</li> </ol>
4. SINIF Geometrik Cisimler	<p>İzometrik kâğıttaki çizimleri eş küplerle oluşturur.</p>
5. SINIF Geometrik Cisimler	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Piramide örnekler verir ve yüzeylerini tasvir eder.</li> <li>2. Geometrik cisimlerin isimlerini belirterek özelliklerini açıklar.</li> <li>3. Küp ve dikdörtgenler prizmasının yüzey açılımlarını yapar, çizer ve yüzey açılımları verilen cisimleri oluşturur.</li> <li>4. İzometrik kâğıttaki çizimleri eş küplerle oluşturur.</li> <li>5. Eş küplerle oluşturulmuş yapıları izometrik kâğıda çizer.</li> </ol>

Kazanımlara bakıldığında geometrik cisimlerin öğretiminin 1., 2., 4. ve 5. sınıflarda aşamalı bir şekilde gerçekleştirildiği görülür. Ancak, düzlemsel şekillerin öğretimi geometrik cisimlerin yüzeylerini düzleme açarak gerçekleştirildiğinden, 3. sınıfta da geometrik cisimlerin özellikleri üzerinde durulmaktadır. Dolayısıyla, geometrik cisimlere ilköğretimin ilk beş sınıfında yer verildiği söylenebilir (Pesen, 2006)

## YÖNTEM

Sınıf öğretmeni adaylarının tanımlama ve örneklemelerinin incelendiği bu çalışmada, nitel araştırma metodolojisi desenlerinden biri olan durum çalışması (örnek olay) kullanılmıştır. Araştırmanın çalışma grubu, 2008-2009 eğitim-öğretim yılı Ankara ilindeki bir devlet üniversitesinde Sınıf Öğretmenliği Anabilim Dalı son sınıfta öğrenim gören 2'si kız 2'si erkek toplam 4 öğretmen adayından oluşmuştur. Araştırmanın çalışma grubu, matematik konu alan bilgilerinin ve öğretmenlik formasyon derslerini içeren derslerdeki lisans ortalamaları dikkate alınarak seçilen sınıf öğretmeni adaylarından aykırı durum örneklemesi yoluyla belirlenmiştir. Bu aykırı durum örneklemesi, en yüksek ve en düşük lisans başarısına sahip olan sınıf öğretmeni adayları arasından, gönüllülük ilkesi esas alınarak, en yüksek lisans başarısına sahip iki (Bahar, lisans ortalaması 90.67 ve Mustafa, lisans ortalaması 90.17) ve en düşük lisans başarısına sahip iki (Fatma, lisans ortalaması 69.83 ve Gürcan, lisans ortalaması 69.55) öğrenci olarak toplam dört sınıf öğretmeni adayı şeklinde olmuştur. Ayrıca, öğretmen adaylarının mezun oldukları lise türlerinin matematik konu alan bilgilerine etkisinin olabileceği düşünülerek, çalışma grubundaki öğretmen adayları lise mezuniyeti aynı tür olan öğretmen adaylarından oluşmuştur. Çalışma grubundaki öğretmen adaylarının hepsinin mezuniyet lise türü genel lisedir. Genel liseler, bir başka ifade ile düz liseler; Türk Milli Eğitiminin amaçları doğrultusunda, öğrencilere ortaöğretim seviyesinde asgari genel kültür veren ve yüksek öğretime öğrenci hazırlayan öğretim kurumlarıdır. Bu okulların öğretim süresi ilköğretim üzerine 4 yıl olup, sınavsız öğrenci almaktadır. Çalışma grubundaki öğretmen adayları lise eğitim öğretim hayatına başladıklarında liselerin ilköğretim üzerine öğretim süreleri 3 yıldır. Genel liselerde öğrenciler; Fen Bilimleri, Türkçe-Matematik, Sosyal Bilimler ve Yabancı Dil alanlarında öğrenim görebilmektedirler ([http://ogm.meb.gov.tr/gos\\_okbilgi.asp](http://ogm.meb.gov.tr/gos_okbilgi.asp)). Çalışma grubundaki sınıf öğretmeni adaylarından Bahar ve Fatma lisede Fen Bilimleri alanında öğrenim görmüş, Mustafa ve Gürcan ise Türkçe-Matematik alanında eğitim görmüştür. Çalışma grubundaki bütün katılımcıların lise mezuniyeti genel lise seçilerek katılımcılar arasında daha sağlıklı karşılaştırmalar yapılabileceği hale getirilmiştir.

### **Veri Toplama Aracı, Süreci ve Verilerin Analizi**

Veri toplama aracı olarak, araştırmacılar tarafından geliştirilen öğretmen adaylarının, piramide ait kavram tanımlarını ve bu tanımlara bağlı örneklendirmelerini açığa çıkarabilmek için hazırlanan ve işlem yapmayı gerektirmeden, ilk akla gelen cevaplarla cevaplayabilecekleri beş açık uçlu sorudan oluşan görüşme formu kullanılmıştır. 1. soru öğretmen adaylarının kavram imajının elde edildiği piramit örneği çizimi, 2. soru bir önceki sorudaki çizdiği çizim ile piramit tanımına ulaşma, 3. soru çizdiği piramit örneğinden farklı çizimler yapma, 4. soru piramide ait farklı tanımlar yapma ve 5. soru piramidin günlük yaşamda kullanımına örnek vermeye ilgilidir. Katılımcıların her biri ile ortalama 20 dakika süren yüz yüze görüşmeler yapılmıştır.

Görüşmeler katılımcıların da rızasıyla önce video kaydı altına alınmış ve sonra yazıya akıtarılmıştır.

Verilerin analizi, betimsel analiz yöntemiyle değerlendirilmiştir. Öğrencilerin verdikleri yanıtlardan ve literatürden faydalanarak piramide ait tanımlama ve tanımları örneklendirmeleri, Tablo 2’de belirtilen doğrultuda erişebilirlik, doğruluk, zenginlik ve genelleştirme kriterleri (Zazkis ve Leikin, 2008) ile incelenmiştir. Bu kriterler yardımı ile tanımın ve örneklendirmenin doğru yapıp yapılmadığının yanı sıra, katılımcıların cevaplama süreçleri ve yapılan tanımların ve örneklendirmelerin niteliği de tasvir edilebilmiştir.

Tablo 2. Tanımlama ve Örneklemede Kullanılan Kriterler

SORU KATEGORİLERİ	ANALİZDE KULLANILAN KRİTERLER			
	Erişebilirlik	Doğruluk	Zenginlik	Genelleştirme
Piramit çizebilme	✓	✓	✓	
Çizdiği şekil yardımıyla piramidin kritik özelliklerini açıklayabilme	✓	✓		✓
Önceki çizdiğinden farklı olan piramit çizimlerini yapabilme	✓	✓	✓	
Piramidin farklı tanımlarını yapabilme	✓	✓		✓
Piramidin günlük hayatta kullanımına farklı örnekler verebilme	✓	✓	✓	

Bu kriterlerin içeriği kısaca şu şekildedir:

**Erişebilirlik kriteri:** Bu kriter ile, öğretmen adaylarının kendilerine yöneltilen sorulara cevap verme süreçleri; sorulara cevap verip vermedikleri, cevaplamak için çaba sarf edip etmedikleri ve bunun yanında birbirinden farklı yaptıkları tanım ve örneklendirme sayıları göz önünde bulundurulmuştur. Soruları cevaplarken yapılan tanım ve örneklendirmede herhangi duraksama yaşamadan (bir yanlış fark ederek soruyu tekrar cevaplamak, cevaplamak için belli bir süre beklemek ya da sonra cevaplamak gibi) verilen cevaplar “kolay verilmiş cevap”, diğer durumlardaki cevaplar ise “zor verilmiş cevap” ve herhangi bir cevap verilmemişse, “cevap yok” şeklinde değerlendirilmiştir. Farklı tanım ve örneklendirme yapmaları istenilen sorularda yapılan tanım ve örneklerin sayısı, kendilerinden vermeleri beklenen sayılar ifade edilerek betimsel olarak verilmiştir.

Bir cevabın kolay verilmiş olması, o cevabın doğru cevap olduğu anlamına gelmemektedir. Eğer kavram kişide yanlış şekilde kavranmış ise kişi kavrama ait cevabı yanlışda olsa duraksamadan kolay verilmiş cevap olarak verebilir. Verilen cevapların doğruluğu aşağıda belirtilen doğruluk kriteri ele alınarak incelenmiştir.

**Doğruluk kriteri:** Bu kriterle yapılan tanım veya verilen örneklerin analizinde; “gerekli ve yeterli”, “gerekli fakat yetersiz”, “yeterli fakat gereksiz” ve “ne gerekli ne yeterli” olan lojikal yapılara bağlı kalınmıştır.

Öğretmen adaylarının yapmış olduğu tanımlardan ve verdikleri örneklerden, kritik olan özelliklerin hepsini içinde barındıranlar, gerekli ve yeter şart lojikal yapıda olduğu için uygun olan durum olarak sınıflandırılmıştır. Piramidin kritik özellikleri için aşağıdaki tanımlar esas alınmıştır:

**Piramit:** Tabanı bir çokgen, yanal yüzeyleri birer üçgen olan ve ortak bir köşe noktasında birleşen çok yüzlü (Olkun ve Toptaş, 2007).

**Piramit:** Tepeleri ortak bir noktada birleşen, tabanları da herhangi bir çokgenin birer kenarı olan bir takım üçgenlerden oluşmuş cisim (Olkun ve Toptaş, 2007).

**Piramit:** Piramit, yanal yüzeyleri tepe denilen noktadan başlayan ve bir poligonun kenarlarında biten üçgenlerin meydana getirdikleri bir katıdır (Atatürk, 2009, s,45).

**Piramit:** Tepeleri ortak bir noktada birleşen, tabanları da herhangi bir çokgenin birer kenarı olan birtakım üçgenlerden oluşmuş cisim (<http://www.tdkterim.gov.tr>).

Bu tanımların ışığında piramidin kritik özellikleri; *tabanlarının çokgen olması, tepeleri ortak bir noktada birleşmesi (çokgenin kenarları ile)* şeklinde belirlenmiştir.

Kritik özelliklerin eksik olduğu hatta kritik olmayan özelliklerin olduğu tanımlar ve örneklendirmeler ise gerekli fakat yetersiz lojikal yapıda olduğu için uygun olmayan durum içerisinde olup “yetersiz” olarak sınıflandırılmıştır. Buna ek olarak içerisinde hiçbir kritik özellik olmayan tanımlar ve örneklendirmeler ise ne gerekli ne de yeterli lojikal yapıda olmadığı için uygun olmayan durum içerisinde olup “yanlış” olarak sınıflandırılmıştır.

**Zenginlik kriteri:** Bu kriterle, örneklerin hangi tip örnek kategorisinde olduğu incelenmiştir. Yani, verilen örneğin uygunluğu, prototip olup olmaması göz önünde bulundurulmuştur. Uygun olan örneklerden prototip olmayanlar zengin örnek olarak dikkate alınmış, diğerleri zengin olmayan örnek olarak değerlendirilmiştir. İlköğretim 1-5. Sınıflar Matematik Dersi Öğretim Programları ve Kılavuzu kitapları (örn., TTKB, 2005) ve matematik öğretimi kitapları (Albayrak, 2010; Olkun ve Toluk-Uçar, 2007; Baykul, 2006; Altun, 2000) incelendiğinde piramidin öğretimi için üçgen ve kare piramidin piramit için kullanılan prototip örnekler olduğu görülmektedir. Tanımlamada ise doğrudan tanım verilemeyip örnekten tanım sezdirilmeye çalışıldığı için çalışmada tanımların prototipliğinden ziyade örneklerin prototipliğine odaklanılmıştır. Dolayısıyla bu kriterle sadece örneklendirmeler incelenmiştir.

**Genelleştirme kriteri:** Bu kriterle, kavrama ait yapılan tanımın bütün kritik özellikleri içine alan sadece o kavrama ait bir tanım mı yoksa diğer kavramları da içine alan genel bir tanım mı (tepe noktasına sahip her cisim piramittir

şeklinde koniyi de piramit olarak kapsayan tanım gibi) olduğu incelenmiştir. Piramidin bütün kritik özelliklerini içeren tanımlar “özel tanım”; sadece piramidi niteleyen ve bazı kritik özelliklerini içeren tanımlar “özele yakın” tanım ve hiç bir kritik özelliği içermeyen tanımlar ise “genel tanım” olarak değerlendirilmiştir. Piramit için çizim örneklerinde ve günlük yaşamda kullanım örneklemelerinde yukarıdaki mantık çerçevesinde genel örneklerin verilebilmesi mümkün olmadığından bu kriter ile sadece tanımların genelleştirme durumları incelenmiştir. Tablo 3’te verilerin analizinde kullanılan erişebilirlik, doğruluk, zenginlik ve genelleştirme kriterleri kategorik olarak sunulmuştur.

Tablo 3. *Kriterlerin Kategorileri*

<b>KRİTERLER</b>	<b>KATEGORİLER</b>
Eişebilirlik	Kolay verilmiş cevap Zor verilmiş cevap Cevap yok
Doğruluk	Doğru cevap Yetersiz cevap Yanlış cevap
Zenginlik	Zengin örnek Zengin olmayan örnek
Genelleştirme	Özel cevap Özele yakın cevap Genel cevap

### **Yapı Geçerliđi**

Yapı geçerliği çalışılan kavramlar için doğru işlemsel ölçümler kurmadır (Yin, 2003:34). Bu araştırmanın yapı geçerliği, veri toplama aracı oluştururken dikkatli bir literatür taraması yapılması, oluşturulan veri toplama aracının doğruluğunun aynı zamanda matematikçi olan araştırmacılar tarafından birinci elden kontrol edilebilmesi, veri toplama aracının oluşumunun ve analizinin her sürecinde (verilerin kodlanması ve temalaştırılması gibi) konu ile ilgili çalışmaları olan aynı zamanda nitel araştırma metodolojisine hakim, bu alanda yükseköğretim bazında lisans ve yüksek lisans dersleri veren ikinci araştırmacının görüşünün alınması ve toplanan verilerin birbirini destekler nitelikte olmasıyla yapı geçerliği sağlanmaya çalışılmıştır. Bu çalışmada, katılımcıların yaptıkları tanımların ve verdikleri örneklerin doğru olup olmamasının yanı sıra, verilen cevabın hangi şartlarda nasıl verildiği analizde kullanılan kriterler ile resmedilmeye çalışılmıştır.

## **BULGULAR**

Bu bölümde, bulgular veri toplama aracındaki açık uçlu sorular doğrultusunda teker teker ele alınmış ve yorumlanarak sunulmuştur.



### Piramit İçin Çizilen Örnek Çizim

Bu başlık altında katılımcıların, piramide örnek olarak oluşturdukları çizimler incelenmiştir. Katılımcılardan kendilerine boş bırakılan yere bir piramit örneği çizmeleri istendiğinde Bahar, Fatma ve Gürcan'ın piramidin öğretiminde prototip örnek olarak kullanılan kare piramit örneği, Mustafa'nın ise yine prototip örnek olan üçgen piramit örneğini çizdiği görülmüştür. Yapılan çizimler **erişebilirlik** açısından incelendiğinde, bütün katılımcıların çizimleri çaba sarf etmeden kolayca çizdikleri görülmüştür. Yapılan çizimler **doğruluk** açısından incelendiğinde, katılımcıların çizdiği örnekler gerekli ve yeterli lojikal yapıyı sağlayan, uygun örnek sınıfında olduğu görülmüştür. Yapılan çizimler zenginlik açısından incelendiğinde, bütün katılımcıların prototip örnek olan kare piramit ya da üçgen piramit örneği çizdikleri için çizilen çizimler zengin örnek olarak göz önünde bulundurulmamıştır. Bu sorunun amacı öğretmen adaylarının zihinlerindeki piramide ait kavram imgelerini resimlemek olduğu için elde edilen bu sonuç Fischbein (1993)'ü destekler niteliktedir. Fischbein (1993)'e göre öğrenenlerin zihinlerindeki kavram imgeleri prototip örneklerden ibarettir (Aktaran Tsamir, Tirosch & Levenson, 2008).

### Çizilen Şekil Yardımıyla Kritik Özellikleri Açıklama

Bu başlık altında katılımcıların, piramide örnek olarak çizdikleri çizimlerin neden piramit olduğu sorulduğundaki açıklamaları incelenmiştir. Katılımcıların piramide örnek olarak çizdikleri çizimlerin nedenleri aşağıda verilmiştir.

Bahar;

*Yüzey alanları bir noktada birleşiyor tepede, başka ne var piramit bu kadar. Bunun da yine bir hacmi var ama önemli olan tepe noktada birleşiyor olması yüzeylerinin.*

Fatma;

*Piramit deyince akla Mısır piramitleri geldi ondan dolayı çizdim. Hani öyle şey düşünmedim piramit deyince tek tek.*

Mustafa;

*Yani isim olarak Mısır piramitleri geliyor. Piramit tanımını yapmadan ezber olarak piramidi bu şekilde olarak hatırlıyorum. Bilgi olarak tabanı üçgen ve üç noktada birleşiyor. Üçgenleri çizdiğimiz zaman bir noktada birleşiyor üst kısmı.*

Gürcan;




*Mısır piramitlerine benzediği için çizdim.*

Yapılan açıklamalara bakıldığında katılımcıların genel olarak Mısır Piramitlerini hatırlayarak çizimlerini yaptıklarını ve piramidin tabanının kare ve üçgen olabileceğini düşündükleri görülmektedir. Verilen cevaplar **erişebilirlik** açısından incelendiğinde, bütün katılımcıların verdikleri cevabı çaba sarf etmeden kolayca verdikleri görülmüştür. Verilen cevaplar **doğruluk** açısından incelendiğinde, Bahar ve Mustafa'nın cevaplarının yüzeylerin tepe noktasında birleşmesi kritik özelliğinden bahsettiği fakat tabanının çokgen olması kritik özelliğinden bahsetmediği için gerekli fakat yetersiz yapıda olup, uygun olmayan yetersiz cevap sınıfında olduğu, Fatma ve Gürcan'ın cevaplarının ise içerisinde piramide ait hiçbir kritik özellik barındırmadığından ne gerekli nede yeterli bir

cevap olup, uygun olmayan yanlış cevap olduğu görülmüştür. Verilen cevaplar **genelleştirme** açısından incelendiğinde ise, Bahar'ın cevabının koniyi de içine alan genel fakat özele yakın bir cevap, Mustafa'nın cevabının tabanı sadece üçgen olan piramitlere indirgenmiş olduğu dolayısıyla Bahar'a göre daha özele yakın bir cevap verdiği görülmektedir. Gürcan ve Fatma'nın ise Mısır Piramitleri örneğine dayalı genel bir cevap verdikleri görülmektedir.

### Piramit İçin Farklı Örnek Çizimler

Bu başlık altında katılımcıların, birinci soruda çizdikleri piramit örneklerinden başka piramitlerin varlığını göstermek için oluşturdukları çizimler incelenmiştir. Katılımcılardan 1. soruda çizdikleri piramit örneğinden başka piramidin var olup olmadığı, eğer var ise onları da çizmesi, yok ise gerekçesinin açıklanması istenmiş ve katılımcılar piramide farklı örnek çizim olarak Şekil 1'deki çizimleri yapmışlardır.

BAHAR	FATMA	MUSTAFA	GÜRSCAN
		Farklı	Farklı
		Çizim	Çizim

Şekil 1. Piramit İçin Katılımcıların Farklı Örnek Çizimleri

Yapılan çizimler **erişebilirlik** açısından incelendiğinde, birçok farklı örnek çizim yapılabilecekken Bahar'ın bir, Fatma'nın iki ve Mustafa ile Gürcan'ın ise hiç farklı örnek çizim yapmadıkları ve katılımcıların bu cevaplarını zorlanmadan verdikleri görülmüştür. Yapılan çizimler **doğruluk** açısından incelendiğinde, piramidin bütün kritik özelliklerini içeren gerekli ve yeterli lojikal yapıda olan uygun örnek sınıfına giren bir farklı örnek çizimi Bahar'ın (üçgen piramit) iki farklı örnek çizimi ise Fatma'nın (üçgen ve dikdörtgen piramit) yaptığı görülmektedir. Katılımcıların piramidin tabanının çokgen olması kritik özelliğini bilmedikleri için Bahar'ın bir Fatma'nın iki, Mustafa ve Gürcan'ın ise hiç farklı örnek çizim yapmadıkları görülmüştür. Ayrıca katılımcılar piramidin tabanının çokgenliği kritik özelliğini bilmez iken tabanının sadece üçgen dikdörtgen ve kare olabileceği gibi kavram yanılgısına sahip oldukları görülmüştür. Bahar piramidin tabanının üçgen ve kare olabileceğine, Fatma üçgen, kare ve dikdörtgen olabileceğine, Mustafa sadece üçgen ve Gürcan ise sadece kare olabileceğine inanmaktadır. Bu ise katılımcıların piramit kavramını öğrenirken sadece prototip örneklerle sınırlı kaldıklarının bir göstergesidir. Yapılan çizimler **zenginlik** açısından incelendiğinde, Bahar ve Fatma'nın yapmış olduğu çizimler prototip örnek olan tipik dikdörtgen ve üçgen piramit örnekleri olduğu için zengin olarak göz önünde bulundurulmamıştır.

### **Piramit İçin Farklı Tanım Yapma**

Bu başlık altında katılımcıların yapabildikleri birbirinden farklı piramit tanımları incelenmiştir. Katılımcılardan birbirinden farklı tanım yapmaları istenmiş bu bağlamda araştırmacı ile katılımcılar arasında aşağıdaki diyaloglar yaşanmıştır.

**Bahar:** *Piramit: Yan ayrıtlarının tepede birleştiği, tepedeki noktada birleştiği ve yine tabanı olan bir katı cisim piramit.*

**Araştırmacı:** Piramit için bu yaptığın başka tanımın yapabilir misin?

**Bahar:** *Yok.*

**Fatma:** *Sanırım şey buda, bir noktada birleşen, bir noktada birleşen ve bir taban alanına sahip yan yüzeyleri eşit olandan oluşan şekil.*

**Araştırmacı:** Farklı bir tanım geliyor mu aklına?

**Fatma:** *Tanımı işte gelmiyor aklıma.*

**Mustafa:** *Tabanı üçgen olan, üçgenlerin üzerinden çıkarılmış ayrıtlar bir noktada birleşmesiyle oluşan üç boyutlu cisim.*

**Araştırmacı:** Farklı bir tanım yapabilir misin?

**Mustafa:** *Her tarafı üçgen olan üç boyutlu şekil.*

**Gürcan:** *Üç, üç yüzeyi var piramidin, üç yüzeyi üç kenarı var, tepede üçgenler dört tane üçgen biri tabanda olmak üzere üç tane üçgen bir noktada birleşiyor, üçgenin yüzeyleri böyle bir noktada dikilmiş.*

**Araştırmacı:** Başka tanım geliyor mu aklına?

**Gürcan:** *Mısır piramitleri.*

Yapılan tanımlar **erişebilirlik** açısından incelendiğinde, Mustafa'nın iki diğer katılımcıların ise bir tanım yapabildiği, Bahar ve Mustafa'nın tanımı zorlanmadan yapabildiği, Fatma'nın ise zorlanarak kendinden emin olmayarak yaptığı ve Gürcan'ın gözünde canlandığı üçgen piramidin özelliğine dayalı tanım yapmaya çalıştığı ve zorlandığı görülmüştür. Yapılan tanımlar **doğruluk** açısından incelendiğinde, Bahar'ın yaptığı tanımın piramit için kritik özelliklerden sadece tepede bir noktada birleşme özelliğini içerdiği için gerekli fakat yetersiz yapıda olup, uygun olmayan yetersiz tanım sınıfında olduğu, Fatma'nın yaptığı tanımın piramit için kritik özelliklerden sadece tepede bir noktada birleşme özelliğini içerdiği için gerekli fakat yetersiz yapıda olup, uygun olmayan yetersiz tanım sınıfında olduğu, Mustafa'nın yaptığı tanımın piramidin kritik özelliklerden sadece tepede bir noktada birleşme özelliğini içerdiği için gerekli fakat yetersiz yapıda olup uygun olmayan yetersiz tanım sınıfında olduğu, İkinci tanımın ise sadece üçgen piramidi kapsadığı için yeterli fakat gereksiz yapıda olup uygun olmayan yetersiz tanım sınıfında olduğu ve Gürcan'ın yaptığı birinci tanımın, piramidin kritik özelliklerden sadece tepede bir noktada birleşme özelliğini içerdiği için gerekli fakat yetersiz yapıda olup, uygun olmayan yetersiz tanım sınıfında olduğu, ikinci tanımın ise tanım olmayıp sadece bilindik örnek olduğu için ne gerekli nede yeterli yapıda olup uygun olmayan yanlış tanım sınıfında olduğu görülmüştür. Bunun yanında Fatma 3.

soruda dikdörtgen piramidi farklı piramit örneği olarak vermesine rağmen, burada yan yüzeylerin eşitliği durumundan bahsetmesi, Fatma'nın zihnindeki piramit kavramının sadece eşkenar üçgen ve kare piramit ile ya da tabanı düzgün çokgen olan piramit ile sınırlı olduğunu göstermektedir.

Yapılan tanımlar **genelleştirme** yönünden incelendiğinde, Bahar'ın koniyi de kapsayan fakat bütün cisimleri kapsamayan neredeyse özele yakın bir tanım yaptığı, Fatma'nın yan yüzeylerin eşitliğinden bahsettiği için sadece tabanı düzgün geometrik şekiller olan piramitleri kapsayan fakat diğer piramitleri kapsamayan kavramı daraltıcı yönde özele yakın bir tanım yaptığı, Mustafa'nın sadece üçgen piramidi kapsayan fakat diğer piramitleri kapsamayan kavramı daraltıcı yönde özele yakın bir tanım yaptığı ve Gürcan'ın sadece üçgen piramidi kapsayan fakat diğer piramitleri kapsamayan kavramı daraltıcı yönde özele yakın bir tanım yaptığı görülmüştür.

### Piramit İçin Günlük Hayat Örnekleri

Bu başlık altında katılımcıların piramidin günlük yaşamda kullanımına dair verdikleri birbirinden farklı örnekler incelenmiştir. Katılımcılardan piramidlerin günlük yaşamda kullanımına üçer örnek vermeleri istenmiştir, Katılımcıların piramidin günlük hayatta kullanımına verdikleri örnekler aşağıda verilmiştir.

**Bahar;** “Mısır piramitleri, piramit olarak başka bu kadar.”

**Fatma;** “Piramitle ilgili hiç, piramitle ilgili yine piramit şeklinde legolar olabilir, bir de şeyler olabilir fen bilgisi şeylerinde kullanılan”

**Mustafa;** “Piramide Mısır piramitlerini örnek verebilir miyim? Aklıma başka gelmiyor

**Gürcan;** “Bu bayanların yüzüklerindeki taşlar, üçgen piramit olanları var, sonra lambalar olabilir, bu süs eşyalarının içine su koyuyorlar süs eşyaları falan var onlar”

Verilen örnekler **erişebilirlik** açısından incelendiğinde, Bahar'ın istenilen sayıda örnek verebilmesi beklenirken sadece bir örnek verebildiği, onunda esasen günlük yaşamda kullanılmayan sadece bilinen örnek olan Mısır piramitleri olduğu, başka piramit örneği vermede zorlandığı görülmüştür. Fatma'nın istenilen sayıda örnek verebilmesi beklenirken önce hiç örnek veremediği sonra zorlanarak sadece iki örnek verebildiği görülmüştür. Bunun yanında, piramidin tanımlanmasında Mısır piramitlerinden bahsetmesine rağmen, esasen günlük yaşamda kullanım örneği olmayan Mısır piramitlerini Fatma'nın burada günlük yaşamda kullanıma örnek olarak göstermediği görülmüştür. Mustafa'nın istenilen sayıda örnek verebilmesi beklenirken sadece bir örnek verebildiği, onunda esasen günlük yaşamda kullanılmayan sadece bilinen örnek olan Mısır piramitleri olduğu, başka piramit örneği vermede zorlandığı ve hatta veremediği görülmüştür. Gürcan'ın istenilen sayıda örnek verebildiği ve zorlanmadan kolayca verdiği görülmüştür. Verilen örnekler **doğruluk** açısından incelendiğinde, Bahar, Mustafa ve Gürcan'ın verdiği örneklerin, piramit için gerekli ve yeterli lojikal yapıda olup, uygun örnek sınıfında olduğu görülmüştür. Fatma'nın verdiği örnekte ise araştırmacıların zihninde verilen örnekler

şekillenemediği için yorum yapılamamıştır. Verilen örnekler **zenginlik** açısından incelendiğinde, Mısır piramitleri esasen günlük yaşam örneği olmayıp piramidin öğretiminde prototip olarak kullanıldığı için zengin örnek olarak göz önünde bulundurulmamıştır. Bununla birlikte Gürcan'ın verdiği örnekler piramidin öğretiminde prototip örnek olan üçgen piramit olduğundan verilen örnekler zengin örnek olarak göz önünde bulundurulmamıştır.

## TARTIŞMA ve SONUÇ

Araştırmadan elde edilen bulgular Reed (1972), de Villiers (1998), Satlow ve Newcombe (1998) ve Tsamir ve arkadaşları (2008) ile paralellik göstermiştir. Öğretmen adayları kendilerinden piramide ait çizim örneği yapmaları istendiğinde daha çok prototip örneklerle sınırlı kalmış ve matematiksel tanım yapmada konu alan bilgilerindeki eksikliklerden dolayı zorluk yaşamışlardır.

Araştırmanın sonuçları *erişebilirlik* açısından ele alındığında, katılımcıların çizime dayalı cevapları kolay verirken, tanımlama işleminde zorlandıkları görülmüştür. Farklı piramit örneği çizimlerinde piramidin tabanının sadece üçgen ve kare olması gerektiği düşüncesinin katılımcılardan birçok farklı piramit örneği çizmeleri beklenirken onların sadece bir, bazılarının ise hiç farklı örnek çizememeleri ile sonuçlandırıldığı görülmüştür. Ayrıca piramidin günlük hayatta kullanımına katılımcıların neredeyse tamamının zorlanması dikkate değer başka bir sonuçtur. Buna ek olarak katılımcıların kendilerine yöneltilen sorulara kolay ya da zor cevap vermelerinin verilen cevabın uygun olup olmaması ile bir bağının olmadığı da görülmüştür. Verilen cevaplar *Doğruluk* açısından ele alındığında, katılımcıların piramidin tabanının çokgen olması gerektiği kritik özelliğini bilmedikleri fakat “tabanı üçgen ve kare olması gerekir” yönünde bir kavram yanlışlarının olduğu, bu kavram yanlışlarının yönlendirmesiyle yanlış tanım ve yanlış örnek verdikleri görülmüştür. Katılımcıların çizimlerde uygun çizim yaptıkları tanımlarda ise yetersiz tanım yaptıkları görülmüştür. *Zenginlik* açısından ele alındığında ise, katılımcılardan örneklendirmelerle ilgili elde edilen bulgulara göre zenginlik açısından, verdikleri ilk örneklerin prototip örnekler olduğu, derinlemesine araştırıldığında sonraki örneklerde ise “piramidin tabanının üçgen ve kare olması gerekir” şeklindeki kavram yanlışlarının yönlendirmesi ile ya örnekleme yapamadıkları ya da piramidin diğer bir prototip örneğini çizdikleri görülmüştür. Buna ek olarak piramidin günlük hayatta kullanımına sınırlı örnek verebildikleri ve bu örneklerin zengin örnek olmadıkları, örneklerin önde geleninin Mısır Piramidi olduğu görülmüştür. Oysaki Mısır Piramidi günlük yaşamda kullanılan bir örnek olmayıp meşhur bir örnektir. *Genelleştirme* açısından ele alındığında ise, katılımcılardan tanımlamayla ilgili elde edilen bulgulara göre, Mustafa ve Gürcan'ın sadece üçgen piramidi kapsayan daraltıcı yönde tanım yaptığı, Fatma'nın, yan yüzeylerin eşitliğinden bahsederek sadece tabanı düzgün geometrik şekiller olan piramitleri kapsayan bir tanım yaptığı ve Bahar'ın ise koniyi de kapsayan neredeyse özele yakın bir tanım yaptığı görülmüştür.

Araştırmanın sonuçlarına göre, katılımcıların matematiksel dili iyi kullanmadıkları, piramit tanımı için gerekli ve yeterli lojikal ilkeleri bilmedikleri, tanım oluşturmak için piramidin özelliklerinden gerekli ve yeterli olanları seçemedikleri ve lisans başarılarının, piramidi tanımlama ve tanımları örneklemede olumlu ya da olumsuz yönde bir etkisinin olmadığı görülmüştür.

Öğretmen adaylarının, piramide ait tanımlama ve tanımları örneklemede lisans başarılarının etkisinin olmaması, üniversitede verilen geometri eğitiminin tanımlama ve örnekleme konusunda öğrencilere yardımcı olmadığını göstermektedir. Hâlbuki Temel Matematik II dersi içeriğinde, temel uzay geometri bilgileri (küp, prizma, silindir, piramit, koni, küre, vb) Matematik Öğretimi II dersi içeriğinde ise temel geometrik kavramlar, tanımlar, özellikler ve öğretimi bulunmaktadır. Bu düşünce ile sınıf öğretmenliği bölümündeki matematik alan derslerinin içeriğinin tanımlama ve örnekleme açısından tekrar gözden geçirilmesinin gerektiği düşünülmüştür. Bununla birlikte öğretmen adaylarına bilinen kavramlar üzerinde tanımlama çalışmaları yaptırılarak, matematiksel dili kullanma becerileri geliştirilmelidir. Kavramın daha kolay kazanılması için tanımlama ve örnekleme çalışmaları beraber yürütülmelidir. Öğretmen adaylarına bir kavram tanımlatılırken tanımın matematiksel özellikleri (keyfi oluşu, isim verme olduğu, denk tanımların olabileceği vb) hissettirilmelidir.

## KAYNAKLAR

- Albayrak, M. (2010). *İlköğretimde matematik ve öğretimi-I*. Erzurum.
- Altun, M., (2000). *Eğitim fakülteleri ve ilköğretim öğretmenleri için matematik öğretimi 8. baskı*, Alfa, İstanbul.
- Atatürk, M. K. (2009), *Geometri, 3. baskı*, Ankara: Türk Dil Kurumu.
- Baykul, Y., (2006), *İlköğretimde matematik öğretimi (1-5 sınıflar için)*. 9. baskı, Pegem A Yayıncılık, Ankara.
- De Villiers, M. (1998). To teach definitions in geometry or teach to define?, A. Olivier & K. Newstead (Eds), *Proceedings of the 22nd International Conference of the International Group for Psychology of Mathematics Education* (Vol.2, 248-255) Univ Stellenbosch: South Africa.
- Dickson, L., Brown, M. & Gibson, O. (1990). *Children learning mathematics: A teacher's guide to recent research*, Cassell Educational Ltd, London.
- Fischbein, E. (1987). *Intuition in science and mathematics*. Dordrecht, the Netherlands: Reidel Publishing Company.
- Gökbulut, Y. & Ubuz, B. (2013). Sınıf Öğretmeni Adaylarının Prizma Bilgileri: Tanım ve Örnekler Oluşturma. *İlköğretim Online*, 12(2), 401-412.
- Klausmeier, H., & Sipple, T. (1980). *Learning and teaching concepts*. New York: Academic Press.
- MEB (2005). *İlköğretim matematik dersi 1-5 sınıflar öğretim programı*, Devlet kitapları müdürlüğü, Ankara.
- Milli Eğitim Bakanlığı Orta Öğretim Genel Müdürlüğü, Lise Türleri, [http://ogm.meb.gov.tr/gos\\_okbilgi.asp](http://ogm.meb.gov.tr/gos_okbilgi.asp) 04.04.2010
- Olkun, S. ve Toptaş, V., (2007). *Resimli matematik terimler sözlüğü*, Maya Akademi, Ankara.

- Oklun, S., ve Toluk Uçar, Z. (2007). *İlköğretimde etkinlik temelli matematik öğretimi*, Maya Akademi, Ankara.
- Pesen, C. (2006). *Yapılandırmacı öğrenme yaklaşımına göre matematik öğretimi 3. baskı*, Pegem A Yayıncılık, Ankara.
- Reed, S.K.(1972). Pattern recognition and categorization, *Cognitive Psychology*, 3, 382-407.
- Satlow, E., & Newcombe, N. (1998). When is a triangle not a triangle? Young children's developing concepts of geometric shape. *Cognitive Development*, 13, 547-559.
- Smith, E., Shoben, E., & Rips, L.(1974). Structure and process in semantic memory: A featural model for semantic decisions, *Psychological review*, 81, 214-241.
- Smith, E., & Medin, D.(1981). *Categories and concepts*. Cambridge, MA: Harvard University Press.
- Tall, D., & Vinner, S. (1981). Concept image and concept definition in mathematics, with special reference to limits and continuity. *Educational Studies in Mathematics*, 12, 151-169.
- Talim ve Terbiye Kurulu (TTKB) (2005). *İlköğretim Matematik Dersi Öğretim Programı ve Kılavuzu 1-5. Sınıflar*, M.E.B. Ankara.
- Tsamir, P., Tirosch, D. & Levenson, E. (2008). Intuitive nonexamples: the case of triangles *Educational Studies in Mathematics*. 69, 81-95.
- Türk Dil Kurumu Büyük Türkçe Sözlük, 01 Ocak 2010 da alınmıştır. <http://www.tdkterim.gov.tr/bts/?kategori=verilst&kelime=piramit&ayn=tam>
- Ubuz, B. (2006). Matematik eğitiminin psikolojisi. Ubuz, B. (Ed.), *Matematik Etkinlikler 2006*, Matematikçiler Derneği. <http://www.matder.org.tr/images/pdf/2006-matematik-etkinlikleri.pdf> alındı.
- Van de Walle, J.A, Karp, K.S. and Williams, J.M. (2010). *İlkokul ve ortaokul matematiği gelişimsel yaklaşımla öğretim yedinci baskıdan çeviri, Soner Durmuş (Çeviri Ed) "Geometrik düşünme ve geometrik kavramlar"*, Soner Durmuş (Hazırlayan) Nobel Akademik Yayıncılık, Ankara 2012, s. 399-435.
- Vinner, S.(1991). The role of definitions in the teaching and learning of mathematics. In D. Tall (Ed), *Advanced mathematical thinking* (pp. 65-81). Dordrecht, the Netherlands: Kluwer.
- Vinner, S., & Herskowitz, R. (1980). Concept images and common cognitive paths in the development of some simple geometric concepts. In R. Karplus (Ed), *Proceedings of the 4<sup>th</sup> PME International Conference* (pp. 177-184).
- Winicki-Landman, G. & Leikin, R.,(2000). On equivalent definitions: part 1. *For the Learning of Mathematics*. 20(1), 17-21.
- Yin, R.K., (2003). *Case study research: design and methods* / Robert K. Yin. 3<sup>rd</sup> ed, Applied social research methods series; v.5. United States of America.
- Zazkis, R. & Leikin, R. (2008). Exemplifying definitions: a case of a square, *Educational Studies in Mathematics*, 69,131-148.

## SUMMARY

In the concept formation, definitions and presentation of examples- non examples holds an important place (see Gökbulut & Ubuz, 2013). Related to definition, distinction can be made between formal concept definition and personal concept definition (Tall & Vinner, 1981). Personal concept definitions are pupils' concept image that contains the set of thoughts. Personal concept definitions could or could not match with formal definitions as visual representations, impressions and experiences make up the initial concept image; formal mathematical definitions are usually added at a later stage (Vinner & Herskowitz 1980). Characteristics of mathematical definitions, given value by mathematicians, have been described as equivalence, hierarchical, minimum, correctly accepted (axiomatic), and distortion or corruption by Dormolen and Zaslavsky (2003) (cited Ubuz, 2006). For example, square can be defined as "a quadrilateral with all sides equal and an angle of  $90^{\circ}$ " or "a rectangle with perpendicular diagonals". By examining the logical connections between the statements related to a concept, an equivalence class of definitions can be established. Although there are no differences mathematically between the statements, a statement that belongs to a concept may be chosen arbitrarily as a definition and other statements of this class are theorems that constitute necessary and sufficient conditions of the concepts.

The lack of understanding of the specific concept and its critical features or lack of understanding the definition of the concept itself (Klausmeier & Sipple, 1980; Smith, Shoben & Rips, 1974; Smith & Medin, 1981) creates difficulties in exemplifying concept definition. During the concept formation process, the teachers have an important role as definitions and examples of a concept are introduced to the students first by the teachers.

Pyramid is a difficult concept to grasp because it includes a rich set of cases. In addition, pyramid holds an important place in geometry concepts starting from the early years. So, investigating primary teachers' definitions and examples of pyramid is important step to help student develop their concept formations.

In this study two male and two female fourth year primary prospective teachers in the Department of Primary Teacher Education at a state university in Ankara participated. These participants were volunteer to take part in the study and two of them had highest cumulative grade point average and two had lowest cumulative grade point average in their undergraduate program.

The five open ended questions related to pyramid that require drawing a shape, explaining its properties, drawing different shapes, constructing different definitions, and providing examples from real life were used in the study as a data collection tool.



Using the five open ended questions interviews was conducted with each participant in the academic year 2008-2009, lasting approximately 20 minutes. The interviews were recorded and then transcribed. Definitions, shapes, and real life examples generated by the participants about pyramid were analyzed based on accessibility, correctness, richness, and generality criteria (Zazkis & Leikin, 2008).

When the research results are discussed in the terms of the *accessibility*, we have seen that participants give easy answers for drawing questions, and also they have difficulties in defining process. In drawing different pyramid examples, we have seen that participants knows pyramid base only could be triangle and square, while we expected from participants to draw many different pyramid sample some could one others couldn't draw any different samples of pyramid. Also all of the participants have difficulties to use daily life examples of pyramid this is another noteworthy results. In addition to this the participants answers' easily or not make no connection with its correctness. When given answers discussed in terms of the *correctness*, we have seen that participants don't know the critical features of pyramid that its base must have polygon but they have misconception like "base must be triangle or square" and with this misconception they give wrong definition and examples. We have seen that participants have appropriate drawings; in defining they give insufficient definitions. When taken in the terms of *richness*, we have seen that given first examples was prototype when deep analyzed previous examples we have seen that they couldn't give examples cause of their misconceptions or give the other prototype examples of pyramid. In addition this we have seen that in daily life use examples they give limited examples and these examples are not reach. When taken in terms of generality, we have seen that according to the findings of identifying, Mustafa and Gürcan have made only covering triangular pyramid reducer definition, Fatma talks about the equality of the side surfaces and then made only covering pyramids which have regular geometric shape bases and Bahar has made nearly general definition which covers cone.

The results of this study revealed that drawings the shape of pyramid were limited with the prototypical ones and the definitions provided did not include the critical feature of it. That is, knowing the necessary and sufficient conditions of a concept is important to be able to provide definitions and examples. These findings obtained from the current study showed parallelism with Reed (1972), de Villiers (1998), Satlow and Newcombe (1998), and Tsamir and et.al (2008) that students do not rely on defining features of a concept. Furthermore, it is noteworthy that participants' academic success did not make any difference in defining pyramid, and generating its shapes and real life examples.