JEOFİZİK 4, 37-40, 1990

GÜÇ SPEKTRUMUNUN SP YÖNTEMİNDE KÜRE MODELİNE UYGULANMASI

Application of Power Spectrum to a Sphere Model in the Self-Potential Method

Zafer AKÇIĞ*, Rahmi PINAR* ve E. Uğur ULUGERGERLİ*

ÖZET

Potansiyel alan verilerinin (gravite ve manyetik) dalgasayısı ortamında değerlendirilmesi için süzgeçleme ve güç spektrumu teknikleri kullanılmaktadır. Uzun yıllardan beri güç spektrumu yönteminde yapılan araştırmalar, anomaliye neden olan yapı parametrelerinin spektrum üzerindeki etkilerinin belirlenmesi ve bu parametrelerin saptanmasına yöneliktir.

Son yıllarda gelişen SP yöntemine, güç spektrumu uygulaması ise bu çalışmanın konusunu oluşturmaktadır. Bu amaca yönelik olarak küre şekilli bir cismin analitik bağıntısından yararlanarak kuramsal spektrumu hesaplanmıştır. Elde edilen bağıntıdan, küre şekilli yapının parametrelerinin spektrum üzerindeki denetimleri araştırılmış ve spektrum eğrisinin eğiminden yararlanarak da anomaliye neden olan kaynağın derinliğinin saptanabileceği gösterilmiştir.

ABSTRACT

Filter and power spectra techniques are used to interpret the potential field data (gravity and magnetics) in the frequency domain. Investigation on the power spectrum techniques have up to now, been on the determination of the influence of the causative body parameters on the power spectrum and determination of such parameters.

Power spectrum is applied to the recently improved self-potential method in this study. Theoretical power spectrum was calculated for a sphere from the analytical equations developed for this purpose. The influence of the sphere shaped structures, on the spectrum parameters is investigated using the equations developed for such structures and the depth of the spherical body is estimated from the slope of the spectrum curve.

GİRİŞ

Günümüze değin yapılan çalışmalar sonucu, potansiyel alan verilerinin (gravite ve manyetik) dalgasayısı ortamı davranışları ortaya konmuştur. Elde edilen bulgulardan yararlanılarak, bu davranışları denetleyen yapı parametreleri ve özellikleri saptanmıştır. Bu özellikler yardımıyla anomaliye neden olan yapının parametrelerinin (derinlik, kalınlık vb.) bulunabileceği gösterilmiştir. Bu konuya ilişkin yayınlar günümüzde yaygın bir kaynakça oluşturmaktadır (Dean 1958, Bhattacharya 1965 ve 1966, Spector ve Bhattacharya 1966, Spector ve Grant 1970, vd.).

Gerek uygulama kolaylığı, gerekse sonuçlardaki başarısı nedeni ile doğal gerilim (SP) yöntemi, son yıllarda geniş bir uygulama alanı bulmuştur. Yöntem özellikle jeotermal alanlarda, su aramalarında (tatlı-tuzlu su girişimlerinin saptanmasında) ve sülfürlü minerallerin aranmasında yaygın olarak kullanılmaktadır.

Yöntem; ucuzluğu ve uygulama kolaylığı açısından arazi çalışmalarında uygulanan ilksel bir yöntem olma özelliğini taşımaktadır. Bu nedenle SP anomalilerinin değerlendirilmesi amacına yönelik çalışmalar son on yılda artmıştır. Araştırmacılardan Bahattacharya ve Roy (1981) küre ve silindir model anomalilerinin parametrelerinin hesaplanabilmesi için nomogram yöntemini geliştirmiştir. Dilim ve silindir şeklindeki bir yapının SP anomalisinin değerlendirilmesi için benzer nomogram ise Murty ve Haricharan (1985) tarafından hesaplanmıştır. SP belirtilerinin değerlendirilmesinde, Babu ve Rao (1987) değişik bir yaklaşım getirmişlerdir. Sözkonusu araştırmacılar, Marquardt (1963) algoritmasını kullanarak küre, silindir ve dilim şekilli yapıların parametrelerini saptamışlardır.

Bu çalışmada ise doğal gerilim SP verilerinin, dalgasayısı ortamı davranışlarının araştırılması amaçlanmaktadır. Bu amaç doğrultusunda küre şekilli bir cismin oluşturacağı gerilimin, kuramsal bağıntısından yararlanarak dalgasayısı ortamı çözümlemeleri yapılmıştır. Bu çözümlemelerin ışığı altında, anomaliye neden olan yapı parametrelerinin etkileri araştırılmış ve elde edilen sonuçlar tartışılmıştır.

* D.E.Ü. Müh. Mim. Fak. Jeoloji Müh. Böl. Bornova-İZMİR

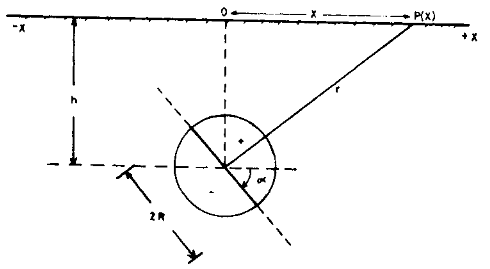
KÜRE BİÇİMLİ YAPILARIN DOĞAL GERİLİM BELİRTİLERİ VE SPEKTRUMLARI

Merkez derinliği h, yarıçapı R olan kürenin (Şekil 1) yeryüzündeki izdüşümünden x uzaklığında oluşturacağı gerilim

$$v(x) = \frac{\Delta V R^2}{2}\left[\frac{h\cos\alpha + x\sin\alpha}{\left(x^2+h^2\right)^{3/2}}\right] \qquad (1)$$

bağıntısı ile verilir (Heiland 1968) . v (x) gerilim bağıntısının Fourier dönüşümü, (1) bağıntısında

$$N = \frac{\Delta V R^2}{2}$$



Şekil 1. SP yönteminde küre şekilli bir yapının parametreleri

Fig. 1. Parameters of the sphere shaped bodies in SP method

tanımlaması yapılıp, sabit olduğu için tümleme dışına alınarak

$$V(w) = N\int_{\infty}^{\infty}\left(\frac{h\cos\alpha + x\sin\alpha}{\left(x^2+h^2\right)^{3/2}}\right)e^{-iwx}\,dx \qquad (2)$$

eşitliği ile tanımlanır. (2) bağıntısını iki ayrı terimin toplamı şeklinde yazıp, tümlev sabitlerini tümlev dışına alırsak

$$V(w) = N h.\cos\alpha\int_{-\infty}^{\infty}\frac{e^{-iwx}}{\left(x^2+h^2\right)^{3/2}}\,dx$$

$$+ N\sin\alpha\int_{-\infty}^{\infty}\frac{xe^{-iwx}}{\left(x^2+h^2\right)^{3/2}}\,dx \qquad (3)$$

denklemi elde edilir. Euler bağıntısı kullanıldığında, birinci terim

$$\int_{-\infty}^{\infty}\frac{e^{-iwx}}{\left(x^2+h^2\right)^{3/2}}\,dx = \int_{-\infty}^{\infty}\frac{\cos wx - i\sin wx}{\left(x^2+h^2\right)^{3/2}}\,dx \qquad (4)$$

$$= \int_{-\infty}^{\infty}\frac{\cos wx}{\left(x^2+h^2\right)^{3/2}}\,dx - i\int_{-\infty}^{\infty}\frac{\sin wx}{\left(x^2+h^2\right)^{3/2}}\,dx \qquad (5)$$

durumuna gelir. Aynı yaklaşım (3) bağıntısının ikinci terimine de uygulanırsa

$$\int_{-\infty}^{\infty}\frac{xe^{-iwx}}{\left(x^2+h^2\right)^{3/2}}\,dx = \int_{-\infty}^{\infty}\frac{x\cos wx}{\left(x^2+h^2\right)^{3/2}}\,dx - i\int_{-\infty}^{\infty}\frac{x\sin wx}{\left(x^2+h^2\right)^{3/2}}\,dx \qquad (6)$$

elde edilir.

Bu işlemler, Erdelyi (1954) tümleme tabloları (bkz. Ek) kullanılarak çözüldüğünde (5) bağıntısındaki tümleme

$$\int_{-\infty}^{\infty}\frac{e^{-iwx}}{\left(x^2+h^2\right)^{3/2}}\,dx = 2\left[\frac{w}{h}K_1(wh) + \frac{w}{h}K_1(wh)\right] \qquad (7)$$

olarak bulunur. Benzer şekilde (6) bağıntısındaki tümlemede çözülürse,

$$\int_{-\infty}^{\infty}\frac{xe^{-iwx}}{\left(x^2+h^2\right)^{3/2}}\,dx = 2\left[\frac{i}{h}\frac{d}{dw}\left(wK_1(wh) - iwK_0(wh)\right)\right] \qquad (8)$$

elde edilir. K_n (wh) Modifiye Bessel işlevidir. (8) bağıntısındaki Bessel işlevinin türevi ise

$$\frac{d}{dw}\left[wK_1(wh)\right] = -hwK_0(wh) \qquad (9)$$

olarak bilinir. (8) bağıntısı, (9) bağıntısı kullanılarak yeniden yazılırsa

$$\int_{-\infty}^{\infty}\frac{xe^{-iwx}}{\left(x^2+h^2\right)^{3/2}}\,dx = -2i\left[wK_0(wh) + wK_0(wh)\right] \qquad (10)$$

elde edilir. (7) ve (10) bağıntısı yardımıyla, (3) bağıntısı tekrar düzenlenirse

$$V(w) = 4Nw\cos\alpha\, K_1(wh) - i\,4Nw\sin\alpha\, K_0(wh) \qquad (11)$$

elde edilir.

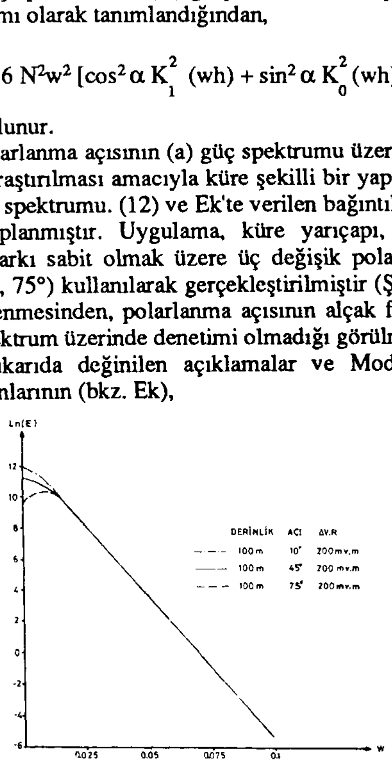
Güç spektrumu E (w) gerçel ve sanal bileşenlerin kareleri toplamı olarak tanımlandığından,

$$E(w) = 16N^2w^2\left[\cos^2\alpha\, K_1^2(wh) + \sin^2\alpha\, K_0^2(wh)\right] \qquad (12)$$

olarak bulunur.

Polarlanma açısının (a) güç spektrumu üzerindeki denetiminin araştırılması amacıyla küre şekilli bir yapının SP anomalisinin spektrumu. (12) ve Ek'te verilen bağıntılar kullanılarak hesaplanmıştır. Uygulama, küre yarıçapı, derinlik ve gerilim farkı sabit olmak üzere üç değişik polarlanma açısı (10°, 45°, 75°) kullanılarak gerçekleştirilmiştir (Şekil 2). Şeklin incelenmesinden, polarlanma açısının alçak frekanslar dışında spektrum üzerinde denetimi olmadığı görülmektedir.

Yukarıda değinilen açıklamalar ve Modifiye Bessel fonksiyonlarının (bkz. Ek),



Şekil 2. Polarlanma açısına bağlı olarak güç spektrumunun değişimi

Fig. 2. The variations of the power spectrum depending on the polarization angle

$wh \geq 2,\ Ko \cong K_1 = K$

$$K = \frac{1.253}{(wh)^{1/2}\ e^{wh}} \qquad (13)$$

özellikleri (Abramowitz ve Stegun 1972) gözönüne alınarak (Şekil 3), (12) bağıntısı tekrar düzenlenirse

$$\begin{aligned} E(w) &= 16\,N^2 w^2 [\mathrm{Cos}^2\alpha\, K^2(wh) + \mathrm{Sin}^2\alpha\, K^2(wh) \\ &= 16\,N^2 w^2 K^2(wh)\,[\mathrm{Cos}^2\alpha + \mathrm{Sin}^2\alpha] \\ E(w) &= 16\,N^2 w^2 K^2(wh) \qquad (14) \end{aligned}$$

şeklini alır. (14) bağıntısında

$C = 16\,N^2$

konarak

$$E(w) = C.\,w^2.\,K^2(wh) \qquad (15)$$

bağıntısı elde edilir. (15) bağıntısının doğal logaritması alınırsa

$$\mathrm{Ln}\,E(w) = \mathrm{Ln}\,C + 2\,\mathrm{Ln}\,w + 2\,\mathrm{Ln}\,K(wh) \qquad (16)$$

bulunur. (16) bağıntısı (13) yaklaşımı kullanılarak tekrar düzenlenirse

$$\mathrm{Ln}\,E(w) = \mathrm{Ln}\,C + 2\,\mathrm{LN}\,w + 2\,\mathrm{Ln}\,1.25 - \mathrm{Ln}\,wh - 2\,wh \qquad (17)$$

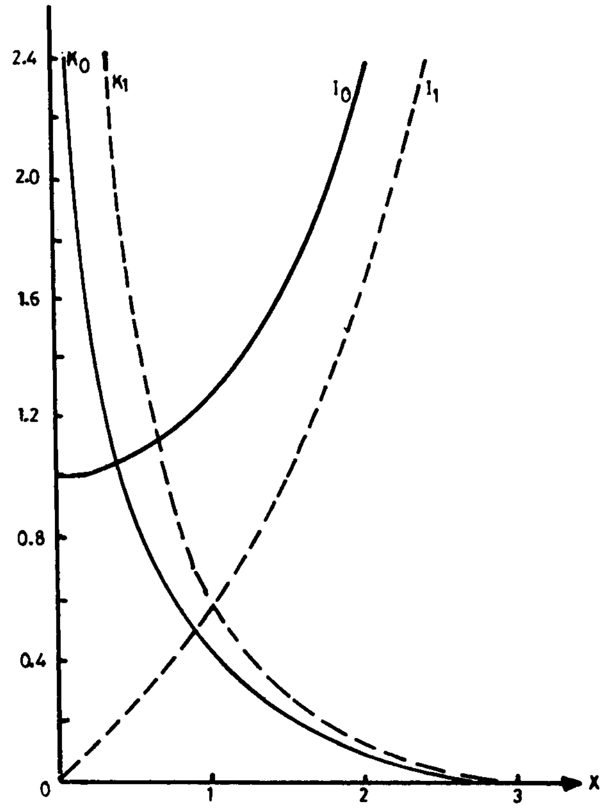
elde edilir. (17) bağıntısı incelendiğinde 1 ve 3. terimler spektrumun genliğine, diğer terimler (2, 4, 5) ise spektrumun eğimine etki etmektedir. Eğimi denetleyen bu terimler incelendiğinde; 2 ve 4. terimlerin, w nin değişimine bağlı olarak, spektrumun eğiminin denetimindeki etkilerinin az olduğu açıkça anlaşılmaktadır (Çizelge 1). Bu durumda spektrumun eğimi üzerindeki temel etki – 2 wh teriminden kaynaklanmaktadır. Gerek buradaki yaklaşımlar gerekse benzer şekilde aynı yöntemin gravite ve manyetik uygulamalarındaki yaklaşımlar (Spector ve Grant 1970, Green 1972, vd) gözönüne alındığında; yaklaşık olarak

$$\text{Eğim} = -2h \qquad (18)$$

bağıntısı yazılabilir ve bu bağıntıdan anomaliye neden olan küre şekilli cismin derinliği saptanabalir.

Çizelge 1. Modellere ait derinlikler ve hata oranları
Table 1. Depths and error rates for the models

Model No	Gerçek derinlik (m)	Hesaplanan derinlik (m)	Hata oranı (%)
1	50	48	4
2	150	148	2
3	250	245	2

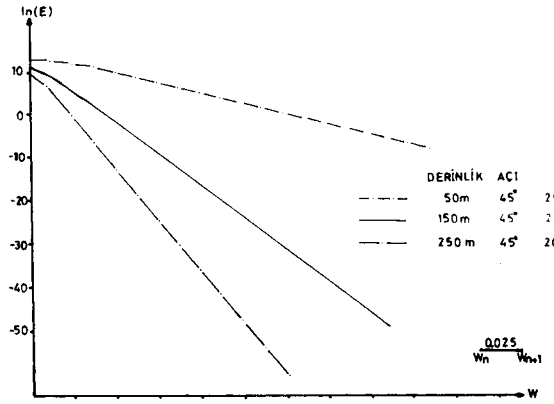


Şekil 3. I_0 (x), K_0 (x), I_1 (x) ve K_1 (x) fonksiyonlarının değişimi (Abramowitz ve Stegun 1972'den)

Fig. 3. The variation of I_0 (x), K_0 (x), I_1 (x) and K_1 (x) functions (After, Abramowitz and Stegun 1972)

UYGULAMA

Şekil 1'de görülen küre şekilli bir cismin oluşturacağı SP anomalisinin güç spektrumu (12) ve Ek'teki bağıntılar kullanılarak hesaplanmıştır. Uygulama, polarlanma açısı, küre yarıçapı ve gerilim farkı sabit olmak üzere üç değişik derinlik için gerçekleştirilmiştir. Elde edilen sonuçlar ve yapılara ilişkin parametreler Şekil 4'te verilmektedir.



Şekil 4. Derinliğe bağlı olarak güç spektrumunun değişimi

Fig. 4. The variation of the power spectrum depending on depth

Şekil 4'ten, spektrum eğrisinin eğiminin, yapının derinliğine bağlı olarak değişimi açık bir şekilde görülmektedir. Bu değişim, (18) bağıntısından yararlanarak hesaplanan derinlik değerleri ve hata miktarları Çizelge 1'de sunulmaktadır.

Elde edilen sonuçlar incelendiğinde gerçek derinlikler ile hesaplanan derinlikler arasında oldukça iyi bir uyumun varlığı görülmektedir. Ayrıca izlenen diğer bir özellik ise derinlik tayininde, (17) bağıntısında, w nın değişimine bağlı olarak 2 ve 4 nolu terimlerin etkilerinin az olması nedeniyle gözardı edilebilecekleri savının desteklenmesidir.

SONUÇLAR

Gerçekleştirilen bu çalışma sonucunda SP yönteminde küre şekilli bir cismin gerilim bağıntısından yararlanarak, kuramsal spektrumu hesaplanmıştır.

Elde edilen spektrum bağıntısı yardımıyla küre şekilli yapı parametrelerinin, spektrum üzerindeki denetimleri araştırılmıştır.

(12), (13), (15) ve (16) nolu denklemlerin irdelenmesinden; küre yarıçapının (R) ve potansiyel farkının (ΔV) spektrumun genliğini, kürenin derinliğinin (h) spektrumun eğimini denetlediği, bunlara karşın polarlanma açısının (a) ise, Modifiye Bessel fonksiyonlarının özellikleri gözönüne alınarak, alçak frekanslar dışında spektrum üzerinde denetimi olmadığı saptanmıştır.

Kürenin derinliği, spektrumun eğiminden gravite ve manyetikteki uygulamalara benzer şekilde hesaplanabilmektedir.

KAYNAKLAR

Abramowitz, M. and Stegun, I.A. 1972, Handbook of Mathematical Functions, Dover Publications, Inc., New York.

Babu, H.V.R. and Rao, D.A. 1988, Inversion of self-potential anomalies in mineral exploration, Computers and Geosciences 3, 377-387.

Bhattacharyya, B.K., 1965, Two dimensional harmonic analysis as a tool for magnetic interpretation, Geophysics 30, 829-857.

Bhattacharyya, B.K. 1966, Continuous spectrum of the total magnetic field anomaly due to a rectangular prismatic body, Geophysics 31, 97-121.

Bhattacharyya, B.B. and Roy, N. 1981, A note on the use of nomogram for self-potential anomalies, Geophysical Prospecting 29, 102-107.

Dean, W.C. 1958, Frequency analysis for gravity and magnetic interpretation, Geophysics 23, 97-127.

Erdelyi, A. 1954, Tables of Integral Transforms, Vol. 1, Mc Graw-Hill Book Company, Inc., New York.

Green, A.G. 1972, Magnetic profile analysis Geophys. J. R. Astr. Soc. 30, 393-403.

Heiland, C.A. 1968, Geophysical Exploration, Hafner Publishing Co., New York.

Marquardt, D.W. 1963, An algoritm for least-squares estimation of non linear parameters, Journal Society Industry Applied Mathematic 2, 431-441.

Murty B.V.S. and Haricharan, P. 1985, Nomogram for the complete interpretation of spontaneous potential profiles over sheet-like and cylindrical two-dimensional sources, Geophysics 50, 1127-1135.

Spector, A. and Bhattacharyya, B.K. 1966, Energy spectrum and autocorrelation function of anomalies due to simple magnetic models, Geophysical Prospecting 14, 242-272.

Spector, A. and Grant, F.S. 1970, Statistical models for interpreting aeromagnetic data, Geophysics 35, 293-302.

EK

1)

$$g(y) = \int_0^\infty f(x)\cos(xy)\,dx$$

$$f(x) = (x^2 + a^2)^{-V-1/2}$$

$$g(y) = (1/2\,y/a)^V \pi^{1/2} [\,\Gamma(V + 1/2)]^{-1} K_V(ay) \quad a>0,\ V> -1/2$$

(Erdelyi 1954, S. 11)

2)

$$g(y) = \int_0^\infty f(x)\cos(xy)\,dx$$

$$f(x) = \frac{x^{2m}}{(x^2 + a^2)^{V+1/2}}$$

$$g(y) = \frac{(-1)^m a^{-V} \pi^{1/2}}{2^V \Gamma(V + 1/2)} \frac{d^{2m}}{dy^{2m}} \left[y^V K_V(ay) \right] \quad 0 \le m < V+1/2$$

(Erdelyi 1954, S. 14)

3)

$$g(y) = \int_0^\infty f(x)\sin(xy)\,dx$$

$$f(x) = x\,(x^2 + a^2)^{-3/2}$$

$$g(y) = y\,K_0(ay)$$

(Erdelyi 1954, S. 66)

4)

$$g(y) = \int_0^\infty f(x)\sin(xy)\,dx$$

$$f(x) = \frac{x^{2m+1}}{\left(a^2 + x^2\right)^{n+1/2}}$$

$$g(y) = \frac{(-1)^{m+1} \pi^{1/2}}{2^n a^n \Gamma(n + 1/2)} \frac{d^{2m+1}}{dy^{2m+1}} \left[y^n K_n(ay) \right] \quad -2 \le 2m \le 2n$$

(Erdelyi 1954, S. 67)

5)

$\Gamma(1) = 1$, $\Gamma(1/2) = (\pi)^{1/2}$, $\Gamma(3/2) = 1/2\,(\pi)^{1/2}$

(Abramowitz ve Stegun 1972, S. 255)

6)

$0 < x < 2$

$K_0(x) = -\ln(x/2)\,I_0(x) - 0.5772 + 0.4227\,(x/2)^2 + 0.2306\,(x/2)^4 \ldots$

(Abramowitz ve Stegun 1972, S. 379)

7)

$2 < x < \infty$

$x^{1/2} e^x K_0(x) = 1.25331 - 0.0783\,(2/x) + 0.0218\,(2/x)^2 - 0.0106\,(2/x)^3 \ldots$

(Abramowitz ve Stegun 1972, S. 379)

8)

$0 < x < 2$

$x K_1(x) = x \ln(x/2)\,I_1(x) + 1 + 0.15443\,(x/2)^2 - 0.67278\,(x/2)^4 \ldots$

(Abramowitz ve Stegun 1972, S. 379)

9)

$2 < x < \infty$

$x^{1/2} e^x K_1(x) = 1.2533 + 0.2349\,(2/x) - 0.0365\,(2/x)^2 + 0.01504\,(2/x)^3 \ldots$

(Abramowitz ve Stegun 1972, S. 379)