

NOKTA KART YÖNTEMİNİN SABİT DİK-KESİTLİ BİR MADEN YATAĞININ MANYETİK BELİRTİSİNİN DEĞERLENDİRİLMESİNDE KULLANIMI

The Use of the Dot Chart Method for the Calculation of Magnetic Field of a Mineral Deposit Having a Constant Cross-Section

İbrahim ONUR*

ÖZET

Bu çalışmada, yerçekimi belirtilerinin değerlendirilmesinde kullanılan nokta kart kısaca tanıtılmış ve sabit dik-kesit uzanımlı bir maden yatağının manyetik belirtisinin hesaplanmasında kullanılabilirliği araştırılmıştır.

Yöntem, Sivas ili Hekimhan ilçesinin kuzey batısına düşen Karakuz-Kaletepe civarında M.T.A. Enstitüsü tarafından demir yataklarının araştırılması için yapılan manyetik çalışmaya uygulanmıştır. Uygulama sonucu elde edilen veriler, ölçülen ve Çalın (1976) tarafından kuramsal yoldan hesaplanan manyetik veriler ile karşılaştırılmıştır.

ABSTRACT

In this study, after a brief introduction to the dot chart used for the interpretation of gravity anomalies, the applicability of the same dot chart for the calculation of magnetic anomaly of a mineral deposit having a constant cross-section along its longitudinal axis has been investigated.

The dot chart method has been applied to the magnetic survey carried out by the MTA for the investigation of iron mineralizations which are located in the area of Sivas province, Karakuz-Kaletepe situated on the north-west of Hekimhan county. The obtained data have been compared with both the observed magnetic data and the magnetic data computed by Çalın (1976).

GİRİŞ

Uzun zamandır bilinen nokta kart yöntemi, uygulamalı jeofizikte analitik çözüme imkan vermeyen yerçekimi ve manyetik potansiyel fonksiyonlarının integral çözümlerinde bir araç olarak kullanılabilir (Nettleton 1940, Helbig 1964). Bu yöntem, özellikle arazi verilerinin yerinde değerlendirilmesinde yerçekimi ve manyetik belirtilerin kolay ve hızlı bir şekilde hesaplanmasını sağlar.

Mıknatıslanma özelliği gösteren bir cismin manyetik alan bileşenleri, yerçekimi potansiyelinden, Poisson bağıntısı kullanılarak elde edilebilir (Ergin 1973). Bu

ilişkiden yararlanılarak yerçekimi etkisinin hesaplanması için kullanılan nokta kart, manyetik alanın hesaplanması için de kullanılabilir (Millett 1966).

Bir maden yatağının manyetik alan etkisinin hesaplanması için, bu maden yatağı için kabul edilen model dik-kesitinin içerdiği, belirli açısız ayrımlı ışınal (radial) çizgilerle belirli ölçekte çizilen yatay düzeylerin kesişmesinden oluşan alanları (solenoidleri) saymak (Hubbert 1948) yerine, noktalar sayılır (Millett 1966). Nokta kart üzerindeki her noktanın ölçü noktasına olan etkisi aynıdır. Bu etki değeri, dik-kesitin içerdiği nokta sayısı ile dik-kesitin belirli bir ölçekte mıknatıslanma yönünde kaydırılması durumunda sayılan nokta sayısı

* H.Ü. Zonguldak Mühendislik Fakültesi, Maden Mühendisliği Bölümü - ZONGULDAK

arasındaki fark ile çarpılarak; modelin ölçü noktasında meydana getireceği manyetik alan etkisi hesaplanmaktadır.

Nokta kart yönteminin en basit uygulaması, şüphesiz, iki-boyutlu olarak kabul edilen yeraltı yapıları içindir. Yöntem, nokta kartın üzerine bölücü daireler ve ek grafik ilavesiyle üç-boyutlu yeraltı yapıları için de geliştirilebilmektedir (Morgan ve Faessler 1972).

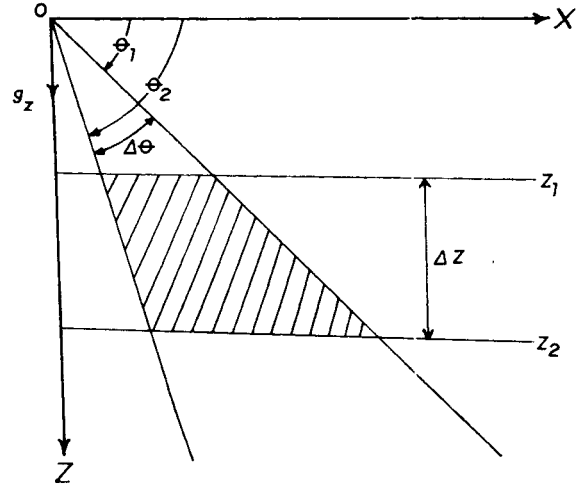
Sunulan yöntemin tek sınırlaması, model dik-kesitinin maden yatağının uzunluğu boyunca değişmemesi gerektiridir. Dik-kesit biçimi gelişigüzel olabilir. Nokta kart, maden yataklarının manyetik alanlarının hesaplanmasında kolaylıkla kullanılabilen, yararlı bir araçtır.

NOKTA KART TANIMI

θ_1 ve θ_2 ışınal çizgileri ile z_1 ve z_2 yatay düzeylerin arasında kalan alanın (solenoidin), yeryüzündeki bir (0) noktasından meydana getireceği düşey yerçekimi etkisi $\Delta g_z = 2 G \rho \Delta \theta \Delta z$ (1) olarak verilir (Şekil 1).

Burada, $\Delta \theta$ ışınal çizgilerin açısal ayırımını (derece), Δz yatay çizgilerin düşey ayırımını (m), G yerçekimi sabitini (6.67×10^{-8} cgs), ρ yoğunluğu (gr/cm^3) tanımlamaktadır. Bu ifade, Hubbert (1948)'in gratikülünün ve nokta kartın temelini oluşturmaktadır (Millet 1966).

Nokta kart çizimi için, sabit z yatay ve θ ışınal çizgilerinin belirli bir ölçekte çizilmesiyle bir $\Delta \theta \cdot \Delta z$ solenoidler mozayiki (gratikül) oluşturulur. Noktalar bu solenoidlerin köşelerine yerleştirilir. Bu şekilde hazırlanan bir nokta kartı Şekil 2'de gösterilmiştir. Kart sınırının dışında görülen n , ışınal çizgilerin sayısını gösterir. θ açısı, $\theta = n \cdot \Delta \theta$ ifadesiyle hesaplanır. Burada $\Delta \theta$, ışınal çizgilerin açısal ayırımıdır ve 1.5 derece olarak alın-



Şekil 1. $\theta_1 - \theta_2$ ve $z_1 - z_2$ düzeyleri ile sınırlanan alanın (solenoidin) yerçekimi etkisi.

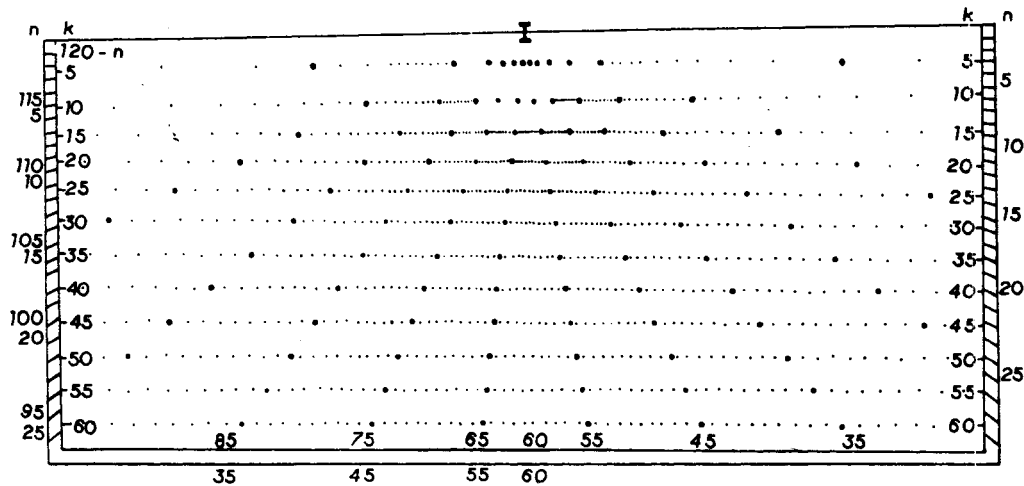
Fig. 1. The gravity effect of a solenoid confined by $\theta_1 - \theta_2$ and $z_1 - z_2$ lines.

mıştır. $\theta > 90$ derece veya $n > 60$ değerleri için, açı değerleri kartın sol kenarında $120 - n$ olarak gösterilir. Kartın iç kenarlarında k ile gösterilen sayılar ise yatay çizgileri belirler ve $z = k \cdot \Delta z$ ifadesiyle hesaplanır. Burada Δz , yatay çizgilerin düşey ayırımıdır. Çizilen nokta kartın Δz değeri, açısal ayırımı 1.5 derece olan bir $\Delta \theta \cdot \Delta z$ solenoidinin, 1 gr/cm^3 yoğunluk sabiti için kartın orijininde 0.01 miligal'lik bir yerçekimi etkisi oluşturacağı göz önüne alınarak hesaplanmıştır. (1) denklemin-den,

$$\Delta z = \frac{\Delta g_z}{2 G \rho \Delta \theta} = \frac{0.01 \times 10^{-3}}{2 \times 6.67 \times 10^{-8} \times 1 \times 0.026}$$

$$\Delta z = 2883.17 \text{ cm}$$

olarak bulunur. Burada, gr/cm^3 yoğunluk, $\Delta \theta = 1.5^\circ = 0.026$ radyan'dır. Böylece $\Delta \theta = 1.5^\circ$ açısal ayırımı



Şekil 2. Bir nokta kartı.

Fig. 2. A dot chart.

ve $1 \text{ cm} = 28.8317 \text{ m}$ ölçeğine göre çizilen düzeylerin her bir kesim noktası, hazırlanan nokta kartın orijininde 1 gr/cm^3 yoğunluk sabiti için 0.01 miligallik bir yerçekimi etkisi gösterecektir. Yerçekimi etkisi değeri her nokta için aynıdır. O zaman, yeraltında varlığı kabul edilen maden yatağı için önerilen modelin dik-kesitinin içereceği nokta sayısı N dikkate alınarak, (1) denklemi,

$$\Delta g_z = 2 G \rho \Delta \theta \Delta z N \quad (2)$$

olarak yazılabilir.

MANYETİK ALANIN HESAPLANMASI

Yerçekimi etkisinin hesaplanması için sunulan nokta kartın, manyetik alan verilerinin elde edilmesinde kullanılması, manyetik ve yerçekimi potansiyel ilişkisine dayanır. Düzgün ρ yoğunluklu bir cismin oluşturacağı yerçekimi potansiyeli u ise, cisim I mıknatıslanma şiddeti ile herhangi bir i yönünde düzgün olarak mıknatıslanmışsa, manyetik potansiyel Poisson bağıntısına göre aşağıdaki gibi tanımlanır:

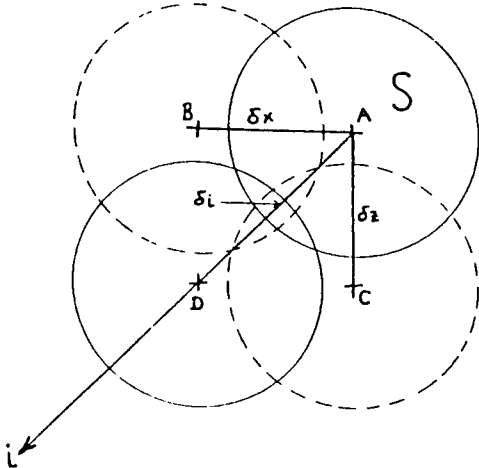
$$W = - \left(\frac{I}{\rho G} \right) \frac{\partial u}{\partial i} \quad (3)$$

Herhangi bir s yönündeki manyetik alan

$$F_s = - \frac{\partial W}{\partial s} = \frac{I}{\rho G} \frac{\partial}{\partial s} \left(\frac{\partial u}{\partial i} \right) \quad (4)$$

bağıntısıyla ifade edilir (Ergin 1973).

Millett (1966) tarafından, A noktasına yerleştirilmiş S dik-kesitli bir cismin manyetik alanının hesaplanabilmesi için grafik bir yöntem geliştirilmiştir (Şekil 3).



Şekil 3. Manyetik alanın hesaplanması için kullanılan grafiksel bir model (Millett, 1966'dan).

Fig. 3. A graphic model used for the calculation of magnetic field (Millett, 1966).

i yönünde düzgün bir mıknatıslanmanın olduğu varsayılırsa, Şekil 3'deki S dik-kesit şeklinin yuvarlak bir silindire kısıtlanması gerekmez, dik-kesit biçimi köşeli şekilde de olabilir ve Poisson bağıntısı kullanılabilir.

Şekil 3'de gösterilen δ_x , δ_z , ve δ_i büyüklükleri, sırası ile, A durumundaki dik-kesitin manyetik kuzey yönünde (+ x) B durumuna yer değiştirme mesafesini, düşey yönde (+ z) C durumuna yer değiştirme mesafesini ve i mıknatıslanma yönünde (+ i) D durumuna yer değiştirme mesafesini gösterirler. (4) bağıntısına göre, manyetik alanın düşey bileşeni

$$F_z = F_s = \frac{I}{\rho G} \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\partial u}{\partial i} \right) \quad (4)$$

şeklinde yazılabilir. Bu eşitlikteki $\partial/\partial z$ ($\partial u/\partial i$) kısmi türevi yaklaşık olarak bulunabilir. A'daki dik-kesitin i mıknatıslanma yönünde D'ye götürülmesiyle meydana gelecek yerçekimi potansiyelindeki değişiklik, aynı yol alındığından, ABD ve ACD yollarındaki yerçekimi potansiyellerine eşit ve $\partial u/\partial z = \Delta g_z$ olduğundan, (2) denklemi yardımıyla,

$$\frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\partial u}{\partial i} \right) = 2 G \rho \Delta \theta \Delta z (N_A - N_D)_z / \partial i \quad (6)$$

bulunur (Millett 1966). O zaman, manyetik alanın düşey bileşeni,

$$F_z = \frac{I}{\rho G} \frac{\partial}{\partial z} \left(\frac{\partial u}{\partial i} \right) = \frac{I}{\rho G} (2 G \rho \Delta \theta \Delta z (N_A - N_D)_z / \partial i) = 2 I \Delta \theta \Delta z (N_A - N_D)_z / \partial i \quad (7)$$

elde edilir. Burada, I mıknatıslanma şiddetini gösterir ve birimi cgs cinsinden alındığı zaman manyetik alanın birimi de cgs olur. Gama değerleri istenildiği takdirde, sonuçları 10^5 ile çarpmak gerekir. $\Delta \theta$, nokta kartın ışınal (radial) çizgilerinin açılal ayırımıdır. $\Delta \theta = 1.5^\circ = 0.026$ radyandır. Δz , yatay düzeylerin düşey ayırımıdır ve değeri 28.8317 metredir. N_A , S dik-kesiti A durumundayken, dik-kesit içinde sayılan nokta sayısını gösterir. $(N_A - N_D)$, S dik-kesiti D durumundayken dik-kesit içinde sayılan nokta sayısının, A durumunda S dik-kesiti içinde sayılan nokta sayısından çıkarıldığını ifade eder. Parantez dışındaki z , nokta kartın düşey yönde (+ z) yani $n = 60$ ($\theta = 90^\circ$) çizgisi yönünde alınacağını gösterir. δ_i ise A durumundaki dik-kesitin i mıknatıslanma yönünde D durumuna getirilmesi için alınan mesafeyi gösterir. Çalışmada δ_i mesafesi, 1 : 5000 kesit ölçeğine göre $1 \text{ cm} = 50 \text{ m}$ olarak alınmıştır.

Benzer şekilde hareket edilerek, i mıknatıslanma yönünde manyetik alanın yatay bileşeni

$$F_x = 2 I \Delta \theta \Delta z (N_A - N_D)_x / \delta_i \quad (8)$$

olarak bulunur (Millett 1966). Nokta kart kullanımı ile manyetik alanın yatay bileşenini bulabilmek için, kartın 90° döndürülmesi, $\theta = 90^\circ$ yani $n = 60$ çizgisinin + x eksenine yönünde alınması gerekir.

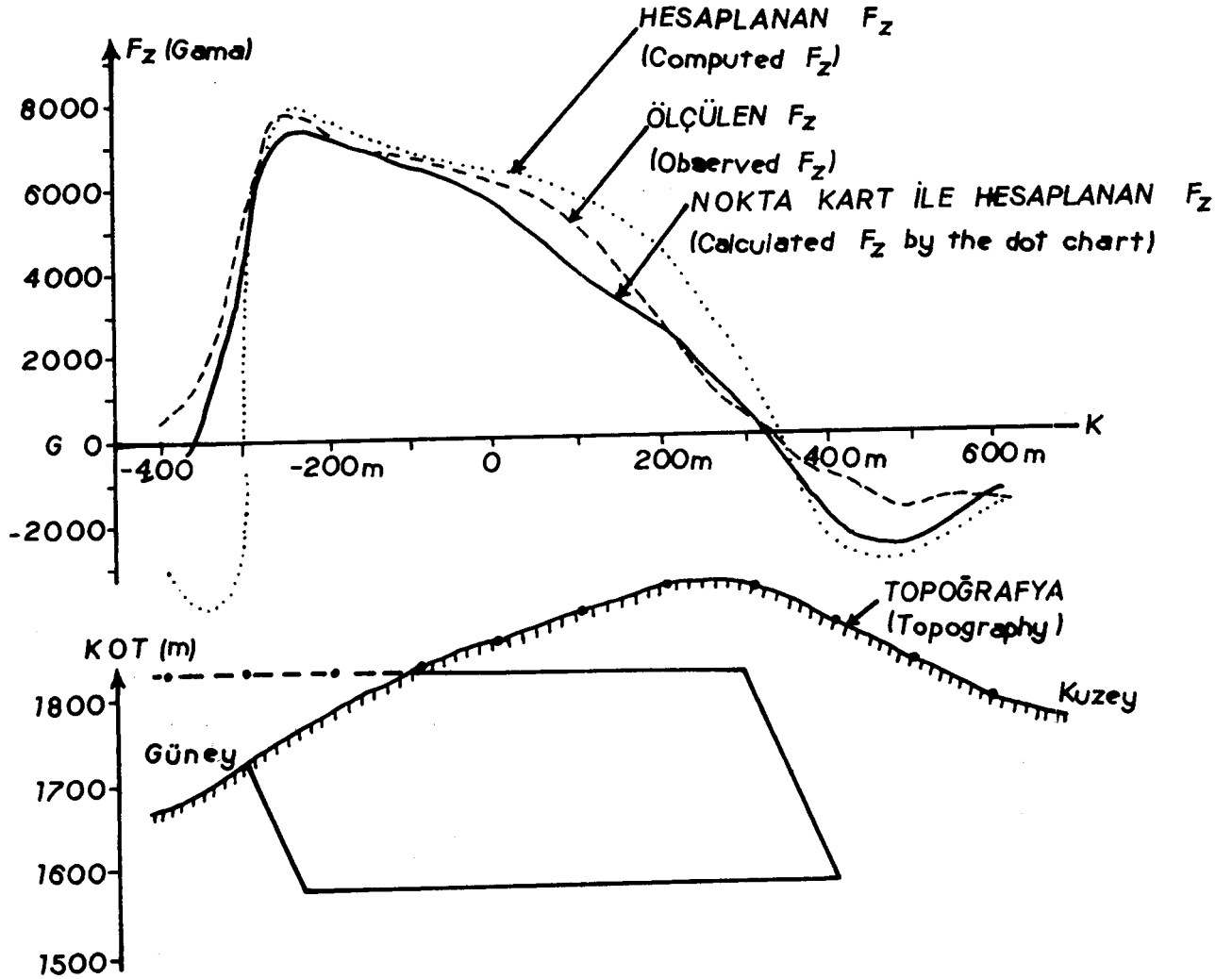
ARAZİ UYGULAMASI VE SONUÇLARI

Uygulama alanı, Sivas ili Hekimhan ilçesinin kuzey batısına düşen Karakuz-Kaletepe civarındır. Bu bölgede manyetit-hematit mineralleşmesi bulunmaktadır. Demir yatakları yeryüzünde yüzlek oluşturmaktadırlar ve şekil bakımından damar tipindedirler (Çalın 1976).

Çalın (1976) tarafından aynı alanın kuramsal hesaplamalarla değerlendirilmesi için bir model seçimi yapılmış ve bu modelin yaratacağı kuramsal manyetik düşey bileşen belirtisi hesaplanmıştır. Hesaplanan F_z belirtisi,

M.T.A. Enstitüsü'nce hazırlanan 1 : 5000 ölçekli manyetik düşey bileşen haritası üzerinden alınan, ölçülen F_z belirtisi üzerine çizilerek gösterilmiştir (Şekil 4).

Nokta kart yönteminin uygulanması için seçilen modelin dik-kesiti, Çalın (1976) tarafından seçilen modelin aynısıdır. Dik-kesit, araştırılan alanın topografik kesiti altına manyetik düşey bileşen haritasının ölçeğine uygun olarak çizilir. Ancak, yöntemin iyi sonuç verebilmesi için, araştırılan maden yatağının dik-kesit görünümünün uzunluğu boyunca değişmemesi gerekmektedir. Uygulamada, ölçü noktalarının topografik kesit üzerindeki izdüşüm noktaları göz önüne alınır. Nokta kartın ve dik-kesit çiziminin eksenleri birbirine paralel tutularak, belirlenen izdüşüm noktaları nokta kartın merkezine gelecek şekilde çakıştırılır. Bu çakıştırmada, dik-kesit nokta kartın üstüne taşıyorsa, Şekil 4'de görüldüğü gibi -400, -300 ve -200 ölçü noktalarına ait izdüşüm noktaları dik-kesitin üst çizgisi üzerinde alınır. Her bir ölçü



Şekil 4. Nokta kart yöntemi ile elde edilen manyetik belirtinin (düz çizgi), ölçülen (kesikli çizgi) ve hesaplanan (noktalı çizgi) manyetik belirtileri ile karşılaştırılması.

Fig. 4. Comparison of the magnetic anomaly (solid line) obtained by the dot chart method with the observed (dashed line) and computed (dotted line) magnetic anomalies.

noktası için, dik-kesitin içerdiği nokta sayısı N_A ve dik-kesitin düşey yönde, göz önüne alınan ölçüğe uygun olarak, $\delta_i = 50$ m mesafesi kadar yer değiştirmesi durumunda, dik-kesitin içerdiği nokta sayısı N_D sayılır. F_z verilerinin elde edilmesinde, Çalım'ın (1976) varsayımına uygun olarak, göz önüne alınan modelin mıknatıslanma kabiliyeti (süseptibilite) $k = 0.07126$ e.m.b. (cgs), eğim açısı (inklinasyon) $= 60^\circ$, toplam manyetik alan şiddeti $T = 38000$ Gama olarak alınmıştır. Bu verilere dayanarak, mıknatıslanma şiddeti

$$I = kT$$

bağıntısı ile

$$I = 0.07126 \times 38000 = 2707.88$$

olarak bulunur. (7) bağıntısından yararlanarak, manyetik alanın düşey bileşeni ise

$$F_z = (2 \times 2707.88 \times 0.026 \times 28.8317/50) \times (N_A - N_D)$$

ve

$$F_z = 81.19 (N_A - N_D)$$

olarak bulunur. Bu bağıntıya göre hesaplanan F_z verileri Çizelge 1'de sunulmuştur.

Nokta kart yöntemiyle hesaplanan verilere dayanarak çizilen manyetik alan düşey bileşen eğrisi, ölçülen ve kuramsal olarak hesaplanan F_z belirtileri ile birlikte Şekil 4'de gösterilmiştir. Nokta kart verilerinin, ölçülen

Çizelge 1. Nokta Kart Yöntemiyle Hesaplanan Manyetik Alan Verileri

Table 1. The Magnetic Data Calculated by the Dot Chart Method

İzdüşüm Noktaları X (m)	Nokta Sayısı		Nokta Sayısı Farkı ($N_A - N_D$)	$F_z = 81.19 (N_A - N_D)$ Gama
	N_A	N_D		
-400	113	121	-8	-649.52
-300	200	154	46	3734.7
-200	323	235	88	7144.72
-100	402	322	80	6495.2
0	406	337	69	5602.11
100	340	293	47	3815.93
200	285	252	33	2679.27
300	226	220	6	487.19
400	185	211	-26	-2110.94
500	113	145	-32	-2598.08
600	70	88	-18	-1461.42

ve Çalım (1976) tarafından hesaplanan manyetik alan verileri ile karşılaştırılabilmesi amacıyla Çizelge 2 hazırlanmıştır.

Çizelge 2. Nokta Kart Verilerinin Ölçülen ve Kuramsal Yoldan Hesaplanan Manyetik Alan Verileri ile Karşılaştırılması

Table 1. Comparison of the Dot Chart Data With the Observed and Computed Magnetic Data

İzdüşüm Noktaları X (m)	Nokta Kart F_z (Gama)	Ölçülen F_z (Gama)	Hesaplanan F_z (Gama)
-400	-649.52	500	-3000
-300	3734.72	5250	3800
-200	7144.72	7400	7700
-100	6495.2	6750	6900
0	5602.11	6100	6450
100	3815.93	5100	5850
200	2679.27	2850	4450
300	487.19	600	1500
400	-2111.94	-800	-2200
500	-2598.08	-1750	-2750
600	-1461.42	-1500	-1900

İstatiksel hesaplamalarda iki veri grubunun karşılaştırılabilmesi için aşağıda verilen ilişki katsayısı (correlation coefficient) ve ortak varyans (covariance) bağıntıları kullanılır:

$$r = \frac{S_{xy}}{S_x \times S_y} \quad (10)$$

$$S_{xy} = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x}_A)(y_i - \bar{y}_A) \quad (11)$$

Burada, r ilişki katsayısını, S_{xy} ortak varyansı, S_x nokta kart verilerinin standart sapmasını, S_y ölçülen ve hesaplanan verilerin standart sapmasını, n veri sayısını, x_i nokta verilerini, \bar{x}_A nokta kart verilerinin aritmetik ortalamasını, y_i ve \bar{y}_A ise, sırasıyla, ölçülen ve hesaplanan manyetik alan verilerini ve bunların aritmetik ortalamalarını gösterir.

İstatiksel hesaplama sonucunda, nokta kart manyetik alan verilerinin ölçülen manyetik alan verileri ile olan ortak ilişki katsayısı $r = 0.987$ (% 98), Çalım (1976) tarafından hesaplanan manyetik alan verileri ile olan ortak ilişki katsayısı ise $r = 0.968$ (% 96) olarak bulunmuştur. Bu değerler, veriler arasında iyi bir ilişkinin olduğunu açıkça göstermektedir.

SONUÇLAR

Nokta kart yöntemi, dik-kesiti gelişigüzel fakat sabit dik-kesit uzanımına sahip maden yataklarının manyetik alanlarının hesaplanmasında kolaylıkla uygulanabilir. Hesaplama kolaylığı ve zaman tasarrufu sağladığından arazi çalışmalarının yerinde değerlendirilmesinde diğer yöntemlere göre daha kullanışlıdır.

Nokta kart yöntemi ile elde edilen manyetik alan verilerinin ölçülen ve kuramsal yoldan hesaplanan manyetik alan verileri ile iyi bir uyum içinde olması, yöntemin kullanılabilirliğini açıkça göstermektedir.

KAYNAKLAR

Çalın, A. 1976, Hekimhan-Karakuz Bölgesi Demir Yataklarının Manyetik ve Gravite Metodları ile İncelenmesi, İstanbul Univ. Fen Fak., diploma tezi (yayınlanmamış).

Ergin, K. 1973, Uygulamalı Jeofizik, İ.T.Ü., İstanbul.

Helbig, K. 1964, Graticules for the complete determination of the Magnetic field of homogeneously magnetized cylindrical bodies with arbitrary cross-section and finite lateral extension, Geophysical Prospecting 12, 147-172.

Hubbert, M.K. 1948, A line-integral method of computing the gravitational effects of two dimensional masses, Geophysics 13, 215-225.

Millett, F.B. 1966, A Dot Chart for the calculation of gravitational bodies, Mining Geophysics 2, 642-657.

Morgan, N.A. and Faessler, C.W. 1972, A two and three dimensional gravity dot chart, Geophysical Prospecting 20, 363-374.

Nettleton, L.L. 1940, Geophysical Prospecting for Oil, Mc Graw-Hill, New York.