Ahi Evran Üniversitesi Kırşehir Eğitim Fakültesi Dergisi (KEFAD)
Cilt 15, Sayı 1, Nisan 2014, Sayfa 53-63

9. Sınıf Öğrencilerinin Fonksiyon Kavramında Notasyonel Hataları ve Bazı Kavram Yanılgıları

Alattin URAL[1]

ÖZ

Bu çalışma, 9. sınıf öğrencilerinin "y=f(x)" sembolünü anlamalarına yönelik nitel bir araştırmadır. Araştırmaya, iki 9. sınıftan toplam 40 öğrenci katılmıştır. Verilerin analizinde betimsel analiz yöntemi kullanılmıştır. Öğrencilerin fonksiyon kavramının sembolik gösterimini anlamalarını tespit etmek için, öğrencilerden, "m, n'nin bir fonksiyonudur" ifadesini simgesel olarak göstermeleri, bir örnek vermeleri ve böyle bir fonksiyonun m' yi n' ye mi yoksa n' yi m' ye mi eşleyeceğini belirtmeleri istenmiştir. 2. soruda ise reel sayılarda tanımlı p=f(s)=s+1 ve k=g(s)=2s fonksiyonları verilerek, öğrencilerden p' yi k' nın fonksiyonu olarak yazmaları istenmiştir. Genel olarak bakıldığında, öğrencilerin fonksiyon kavramındaki notasyon ve ifadeleri anlama ve aralarındaki fonksiyonel ilişkileri kurmada önemli derecede başarısız oldukları ve çeşitli yanlış anlamalara sahip oldukları belirlenmiştir.

Anahtar kelimeler: fonksiyon kavramı, notasyonel hatalar, kavram yanılgıları.

Ninth Graders' Notational Errors in Function Concept and Some Misconceptions

ABSTRACT

This study is a qualitative research intented for ninth graders' understanding of the symbol "y=f(x)". A total of 40 students participated in the research. Descriptive analysis was used in analyzing the data. In order to determine the students' understandings of the symbolic representation of the function concept, the students were asked to write "m is a function of n" as symbolic, to give an example and to specify whether such a function maps m to n or n to m". In the second question, by giving the functions p=f(s)=s+1 and k=g(s)=2s, the students were asked to write p as a function of k. As result, it was determined that most of the students failed in understanding the notations and expressions in the concept of function, making connection the functional relationships between and also that they had various misunderstandings.

Keywords: concept of function, functional symbolism, notational errors.

GİRİŞ

Fonksiyon kavramı, gösteriminin ve yorumunun çeşitliliğiyle matematiğin temel ve önşart kavramlarından biridir. Sierpinska (1992) fonksiyon notasyonunu, insanların dünyadaki gözlenen ve yaşanan değişimlere uyum sağlama çabasının bir sonucu olarak görmektedir. Sierpinska, değişen objeleri x ve y sembolleriyle göstererek; f sembolünü, objeleri başka objelere dönüştüren bir işlem veya değişimler arasındaki bir bağıntı olarak tanımlamıştır.

---

[1] Yrd. Doç. Dr, Mehmet Akif Ersoy Üniversitesi, e-posta: altnurl@gmail.com

Fonksiyonlar, anlaşılmasında zorlukların olduğu bir kavramdır (Hauge, 93; Gaea, Orit ve Kay, 1990; Iaderosa ve Malara, 1999). Bunlar arasında en belirgin olanları Sierpinska (1992) tarafından belirlenen ve açıklanan epistemolojik zorluklardır. Bu zorluklar bir yandan matematiğin felsefesiyle, matematiksel metotlarla ve bilinçsiz yapılan düşünme stratejileriyle, diğer yandan da fonksiyon kavramı ve ilişkili olduğu terimlerle ilgilidir. Öğrencilerin fonksiyonlarla çalışırken yaşadığı en yaygın bilişsel zorluk, fonksiyon notasyonlarını kullanabilmeleriyle ilgilidir (Ural, 2006). Notasyonlar geniş çapta bir bilgiyi özetler nitelikte olduğu için anlamakta zorluk çekilir. Diğer taraftan, öğrenciler fonksiyonel değişkenleri göstermek için seçilen harflerin keyfiyetinin de farkında değildir (Herscovics, 1989). Ayrıca, fonksiyon kavramının anlaşılmasında "değişken" kavramının da anlaşılması oldukça önemlidir. Değişken kavramının anlaşılmasında da bir takım öğrenme zorlukları vardır. Wagner, değişken kavramının anlamsal, söz dizimsel ve matematiksel rolü kadar sembol, referans ve içerik şeklinde sınıflandırabilen diğer üç bileşeninin de önemli olduğunu vurgulamıştır (Akt. Thompson, 1994).

Fonksiyon yapısal olarak bir kavramı, işlemsel olarak ise bir işlem sürecini ifade eder ve fonksiyonların farklı iki yolla anlaşılması fonksiyon öğreniminde bir zorluk yaratır (Sfard, 1991). Sfard (1991)' a göre biri diğerine baskın gelmeyen bu iki anlama yolu aslında birbirini tamamlamakta ve tutarlı bir bütünlük oluşturmaktadır. Öğrenciler genellikle fonksiyonu taşıma eylemiyle ilişkilendirerek bir formül olarak algılarlar (Geuther & Mundy, 1990; Breidenbach, Dubinsky, Hawks ve Nichols, 1992). Bunun bir sebebinin, derslerde fonksiyonlarla ilgili problemlerin büyük bir kısmında öğrencilerin fonksiyonu bir formül olarak ele almalarının olabileceği belirtilmiştir (Even, 1993; Vinner ve Dreyfus, 1989). Böyle bir bakış fonksiyon kavramının yapısal temelde anlaşılmasını şüphesiz sınırlandıracaktır. Carlson (1998), Monk ve Nemirovsky (1994) ve Thompson (1994) öğrencilerin fonksiyonu genellikle sembolik ifadeler ve işlemsel teknikler olarak düşünerek, fonksiyonu eşleme perspektifinden kavramada yetersiz kaldıklarını belirtmiştir.

Öğrenciler için cebirsel notasyonların kullanımı önemli bir zorluktur (Booth, 1988; Herscovics, 1989; MacGregor and Stacey, 1997). Sierpinska (1992) fonksiyonel sembolizmin öğrencilerin kavramı anlamalarına yardım etmediğini belirtmiştir. Eisenberg (1991), notasyonel karmaşıklığın fonksiyon kavramını anlamayı zorlaştıran önemli bir unsur olduğunu tespit etmiştir. Eisenberg (1991) fonksiyonel sembolizmde karşılaşılan bazı notasyonel zorlukları sıralamıştır. Örneğin, $f(x)$ sembolünün hem fonksiyonun adını hem de f fonksiyonunda bir x elemanının görüntüsünü belirtmesinden dolayı kafa karıştırıcı olduğunu belirtmiştir. Buna ilavaten Dunham ve Osborne (1991), $f(x)$ sembolizminin öğrencilerin bir değişken olarak düşünmeye alışık olmadıkları bir semboller karmaşası olduğunu belirtmiştir. Çünkü çoğu öğrencinin bir değişkeni tek sembol olarak görmeye alışık olduğunu fakat $f(x)$ sembolünün dört sembolden oluştuğunu ifade etmiştir.

Oehrtman, Carlson ve Thompson (2008), öğrencilerin fonksiyon notasyonunu kullanarak fonksiyonel ilişkileri ifade edememelerinde fonksiyon kavramını yetersiz anladıklarını belirlemiştir. Çalışmalarında, öğrencilerin cebirsel olarak tanımlı bir fonksiyondaki sembollerin ne anlama geldiğini bilmede zayıflık sergiledikleri tespit edilmiştir. Örneğin, f(x)=3x gibi basit bir fonksiyon durumunda bile, çoğu öğrencinin parantezlerin girdileri göstermekte kullanıldığının, f(x)' in çıktıları gösterdiğinin, f' nin fonksiyonun adı olduğunun ve 3x' in bir x girdisinin f(x) ile nasıl eşleşeceğini belirttiğinin farkında olmadığını belirtmiştir. Carlson (1998), böyle zayıf anlamaların ve fazla prosedürel yönlendirmelerin öğrencilerin yetersizliklerini desteklediğini, çeşitli fonksiyonel temsiller arasında rahatça bir geçiş yapamamalarında etkili olduğunu ifade etmiştir.

Bu araştırmaya benzerlik açısından yurtiçi literatür araştırıldığında; Şandır (2006)' ın fonksiyon kavramı hakkında öğretmen adaylarının görüşlerini incelediği bir araştırmada "y=f(x)" ifadesinin nasıl anlaşıldığına da değinilmiştir. Bu araştırmada ise daha detaylandırılmış iki matematik sorusu verilerek doğrudan öğrencilerin bilgileri alınmıştır. Dolayısıyla bu araştırmanın, yurt içinde fonksiyon notasyonu üzerine yetersiz olan literatüre bir katkı yapması açısından önemli olduğu düşünülmektedir.

YÖNTEM

Bu çalışma, 9. sınıf öğrencilerinin fonksiyon kavramında geçen y=f(x) sembolünü anlamalarını araştırmak üzerine yapılmış nitel bir araştırmadır. Araştırmaya, iki 9. sınıftan toplam 40 öğrenci katılmıştır.

Veri Toplama Aracı

Öğrencilerin fonksiyon kavramının sembolik ifadesini anlamalarını tespit etmek için iki matematik öğretmeninin ve bir matematik eğitimi uzmanının görüşleri doğrultusunda "y=f(x)" ifadesini anlamalarını araştırmak sınırlılığında şu iki soru hazırlanmıştır: 1. soruda öğrencilerden "m, n'nin bir fonksiyonudur" ifadesini simgesel olarak göstermeleri, bir örnek vermeleri ve böyle bir fonksiyonun m' yi n' ye mi yoksa n' yi m' ye mi eşleyeceğini belirtmeleri istenmiştir. 2. soruda ise reel sayılarda tanımlı p=f(s)=s+1 ve k=g(s)=2s fonksiyonları verilerek, öğrencilerden p' yi k' nın fonksiyonu olarak yazmaları istenmiştir.

Verilerin Analizi

Yanıtların analizinde betimsel analiz yöntemi kullanılmıştır. Veriler incelenirken her bir öğrencinin verdiği yanıt ve yaptığı işlem kısaca ifade edilmiş ve tüm öğrenciler için bu işlem yapıldıktan sonra aynı yanıtı veya işlem sürecini yapan öğrencilerin yanıtları için ortak bir ifade belirlenmiştir. Daha sonra, bu ortak yanıtlara ilişkin frekans ve yüzdelikleri içeren tablolar verilmiştir. Yanıtların gruplanması işlemi, araştırmacı ve bir matematik eğitimi uzmanı tarafından ayrı ayrı yapılmıştır. Oluşturulan kategorilerin büyük oranda aynı olduğu görülmüştür. Farklılıklar üzerinde fikir alışverişinde bulunulmuş ve ortak bir yargıya varılarak gruplar tek bir şekilde ortaya konabilmiştir.

BULGULAR

Birinci Soruya İlişkin Bulgular

1. soruda öğrencilerden "m, n'nin bir fonksiyonudur" ifadesini simgesel olarak göstermeleri, bir örnek vermeleri ve böyle bir fonksiyonun m' yi n' ye mi yoksa n' yi m' ye mi eşleyeceğini belirtmeleri istenmiştir. Bu soruya ilişkin elde edilen bulgular aşağıda verilmiştir.

Öğrencilerin "m, n'nin bir fonksiyonudur" ifadesini simgesel olarak ifade etme biçimleri Tablo 1' de verilmiştir.

Tablo 1. *"m, n'nin bir fonksiyonudur" İfadesi İçin Kullanılan Notasyonlar*

Notasyon	*n*	%
m=f(n)	17	43
n=f(m)	7	17
n(m)	6	15
f:m→n	5	12
n=m(n)	2	5
Yanıtsız	3	8
Toplam	40	%100

Tabloya bakıldığında "m=f(n)" biçiminde doğru olarak ifade eden öğrencilerin oranının %43 olduğu görülmektedir. "m, n'nin bir fonksiyonudur" ifadesindeki fonksiyonun "m' yi n' ye mi yoksa n' yi m' ye mi eşlediği" sorusuna ise, 11 öğrenci (%28) "m' nin n' ye eşlendiğini", 26 öğrenci (%65) ise "n' nin m' ye eşlendiğini" belirtmiştir.

Diğer taraftan, m=f(n) veya n=f(m) notasyonunu kullanan 24 öğrencinin, bu fonksiyonun "m' yi n' ye mi yoksa n' yi m' ye mi eşlediği" sorusuna verdikleri yanıtlar incelendiğinde 17 (%71) öğrencinin eşlemenin yönünü doğru anladığı belirlenmiştir. Bu durumda, öğrencilerin bir fonksiyondaki eşleşmenin yönüne karar vermede, "a=f(b)" sembolik ifadesinde (%71), "a, b' nin fonksiyonudur" sözel ifadesine göre daha başarılı oldukları görülmektedir.

Öğrencilerin "a' nın b' ye eşlenmesi" ifadesinden "girdi-çıktı" süreci açısından ne anladıklarını belirlemek için "m, n'nin bir fonksiyonudur" ifadesine uygun bir fonksiyon yazmaları istenmiştir. Bu ifadenin "m' yi n' ye eşlediğini" belirten 11 öğrenciden 3' ü örnek vermiştir: n=f(m)=2m+1, f(m)=5-m, n(m)=m+2. Bu ifadenin "n' yi m' ye eşlediğini düşünen 26 öğrenciden 8' i örnek vermiştir. Verdikleri örnekler ise şunlardır: f(n)=m+1, f(n)=3n+5, f(n)=2m+4, f(m)=2n+1, n(m)=m+2, f(m)=4n+7, m=6n, f(n)=3m+4. Diğer taraftan, "n' yi m' ye eşleme temelinde verilen bu 8 örneğe bakıldığında 3 öğrencinin f(m) şeklinde yanlış bir sembol kullanarak fonksiyonun girdi kümesi olarak “n” değişkenini belirlemedikleri görülmektedir.

Genel olarak, öğrencilerin “a’ nın b’ ye eşlenmesi” durumunu göstermek için kullandıkları notasyonlar Tablo 2’ de verilmiştir. 6 öğrencinin yaptıkları işlemlerden bu yönde bir karara varılamadığından tabloda 34 öğrenciye ait sonuçlar yer almaktadır.

Tablo 2. *“a’ nın b’ ye Eşlenmesi” Durumunda Kullanılan Notasyonlar*

Notasyon	*n*	%
b=f(a)	17	50
a=f(b)	6	17
f: b→a	3	9
f:a→b	2	6
a(b)	2	6
b(a)	2	6
b=a(b)	2	6
Toplam	34	%100

Tablo 2’ ye bakıldığında öğrencilerin %56’ sının b=f(a) veya f:a→b şeklinde doğru bir notasyon kullandıkları görülmektedir. Diğer taraftan, a(b), b(a) ya da b=a(b) biçiminde notasyon kullananların genel anlamda y=f(x) notasyonundaki simgeler ile bu notasyonun ortaya koyduğu fonksiyonel ilişkiyi büyük oranda kavrayamamış oldukları açıktır.

İkinci Soruya İlişkin Bulgular

İkinci soruda, reel sayılarda tanımlı p=f(s)=s+1 ve k=g(s)=2s fonksiyonları verilerek, öğrencilerden p’ yi k’ nın fonksiyonu olarak yazmaları istenmiştir. Bu soruya ilişkin elde edilen bulgular Tablo 3’ de verilmiştir.

Tablo 3. f’ nin g’ nin Fonksiyonu Olarak Yazılması

Yapılan İşlem	Sonuç	n	%
Doğru İşlem	(k/2)+1	7	18
gof	2s+2	4	10
fog	2s+1	2	5
f=g eşitliği çözme	s=1	3	8
g’ yi f’nin fonksiyonu olarak yazma	2s-2	3	8
f+g	3s+1	2	5
Yanıtsız	-	19	46
Toplam		40	100

Öğrencilerin %18’ i doğru işlemleri yaparak p’ yi k türünden ifade etmişlerdir ancak hiçbirisi, p’ yi k’ nın fonksiyonu olarak yazarken p=h(k) gibi doğru bir notasyon kullanmamıştır. Bunun yerine “f(p)=s+1=(k/2)+1” şeklinde oldukça yanlış bir notasyon kullanmıştır. Doğru işlem yapmamış olanlar da ortaya konacak sonucun “p=h(k)” şeklinde olması gerektiğine yönelik doğru bir notasyon kullanmamıştır.

TARTIŞMA, SONUÇ ve ÖNERİLER

Her ne kadar doğru sonuca ulaşmamış olsalar dahi, 1. soruda “m, n’ nin fonksiyonudur” ifadesi için “m=f(n)” notasyonunu kullanan öğrencilerin 2. soruda “p’ yi k’ nın fonksiyonu olarak yazınız” sorusu için p=h(k) gibi doğru bir notasyonu kullanmaları beklenebilirdi. Ancak hiçbir öğrencinin bunu yapmadığı tespit edilmiştir. Bu durumun ortaya çıkmasında verilen ifadelerin farklı algılanması olabileceği gibi, 2. sorunun simgesel olarak daha karmaşık olması da etkili olmuş olabilir.

“y, x’ in fonksiyonudur” ifadesini y=f(x) şeklinde gösteren bir öğrencinin f fonksiyonunun x’ i y’ ye eşlediğini ayrıca “f fonksiyonunun x’ i y’ ye eşlediğini belirten bir öğrencinin de f fonksiyonunun bağımsız değişkeninin yani girdilerinin x olması gerektiğini her zaman bilemeyebileceği 1. sorudan elde edilen bulgular temelinde söylenebilir. Yani bu bilgilerden birinin bilinmesi diğerinin de bilinmesini gerektirmeyeceği söylenebilir. Bu durum, öğretim sürecinde bu ifadeler arası geçişe ilişkin yeterince ve anlamlı bir şekilde durulmamasından kaynaklanabileceği gibi genel olarak söylemek gerekirse öğrencilerin genellikle soyut sembolik ifadeleri anlamada ve bunlarla uğraşmadaki başarısızlıklarının ve isteksizliklerinin de bir yansıması olabilir.

p fonksiyonunun k fonksiyonunun bir fonksiyonu olarak yazılması sorusunda öğrencilerin %18’ i doğru işlemleri yaparak p’ yi k türünden ifade etmişlerdir. Ancak yanlış işlem yapan öğrenciler de dahil olmak üzere hiçbirisi p=h(k) gibi doğru bir bir notasyon kullanmamıştır. Diğer taraftan Tablo 3’ e bakıldığında; öğrencilerin “iki fonksiyon verildiğinde ve birinin diğerinin fonksiyonu olarak yazılması” kapsamında “iki fonksiyonun bileşkesinin alınması”, “iki fonksiyonun toplanması” ya da “iki fonksiyonun eşitlenmesi” şeklindeki algılamalarının birer kavram yanılgısı olduğu düşünülebilir. Bu noktanın daha detaylı olarak araştırılması gerekmektedir.

Diğer taraftan, öğrencilerin bu soruya ilişkin çeşitli kavram yanılgılarının olduğu görülmektedir. İki fonksiyon verildiğinde ve birinin diğerinin fonksiyonu olarak yazılması istendiğinde, “iki fonksiyonun bileşkesinin alınması”, “iki fonksiyonun toplanması” ya da “iki fonksiyonun eşitlenmesi” şeklinde işlemler yapılmaktadır.

Öğrencilerin %43’ ü “m, n’nin bir fonksiyonudur” ifadesini simgesel olarak doğru ifade edebilmiştir. Öğrencilerin %65’ i “m, n’nin bir fonksiyonudur” ifadesindeki fonksiyonun “n’ yi m’ ye eşlediğini” belirtmiştir. Ancak, böyle bir fonksiyon için m=f(n) veya n=f(m) notasyonunu kullanan toplam 24 öğrencinin yanıtları incelendiğinde; genel olarak ifade edilirse “a=f(b)” ifadesinden, 17 öğrencinin “b’ yi a’ ya eşlemeyi”, 6 öğrencinin ise “a’ yı b’ ye eşlemeyi” anladığı belirlenmiştir. Bu durumda öğrencilerin %70’ inin y=f(x) ifadesindeki fonksiyonun, x' leri y' lere eşlediğini bildiği görülmektedir. Diğer taraftan, öğrencilerin "a' nın b' ye eşlenmesi" durumunu göstermek için kullandıkları notasyonlar şunlardır: "a=f(b)" (6), "b=f(a)" (17), "a(b)" (2), "b(a)" (2), "f:a→b" (2), "f: b→a" (3) ve "b=a(b)" (2). Sonuçta öğrencilerin %56' sının b=f(a) veya f:a→b şeklinde doğru bir notasyon kullandıkları görülmektedir.

Öğrencilerin "a' nın b' ye eşlenmesi" ifadesinden "girdi-çıktı" süreci açısından ne anladıklarını belirlemek için "m, n'nin bir fonksiyonudur" ifadesine uygun bir fonksiyon yazmaları istenmiştir. Verilen örnekler incelendiğinde; örnek veren 8 öğrenciden 4' ü "a' nın b' ye eşlenmesi" durumunda "a" elemanlarını fonksiyonun girdi kümesi olarak belirlememiştir. Bu bulgu göz önüne alındığında "fonksiyon a' yı b' ye eşler" diyen öğrencilerin bu fonksiyonun girdileri kümesini "a" elemanları olarak anladıkları söylenemez. Diğer taraftan, örnek veren 8 öğrenciden 5' inin "f(a)" ifadesinin "a" değişkenine bağlı bir ifade olması gerektiğini bilmedikleri de görülmektedir.

Genel olarak bakıldığında, öğrencilerin "y=f(x)" notasyonu ile "y, x' in fonksiyonudur", "y' nin x' in fonksiyonu olarak yazılması", "y' nin x türünden yazılması", "fonksiyonun x sayılarını y sayılarına eşlemesi", "fonksiyonun girdilerinin kümesinin x olması" gibi durumlar arasındaki geçiş konusunda büyük bir çoğunluğunun başarı sağlayamadığı tespit edilmiştir. Okullarımızda fonksiyon kavramının çoğunlukla işlemsel tarafları verilip asıl önemli olan ve fonksiyonel düşünmeyi geliştiren yapısal, kavramsal, ilişkisel tarafları ve güncel yaşamdaki örnekleri pek verilmemektedir. Bu açıdan bakıldığında, öğretmenlerin öğrencilerin fonksiyon kavramını anlamalarını sağlamak için fonksiyonun sadece işlemsel değil aynı zamanda kavramsal taraflarını da vermesi gerekmektedir. Fonksiyon yapısal olarak bir kavramı, işlemsel olarak ise bir işlem sürecini ifade eder ve fonksiyonların farklı iki yolla anlaşılması fonksiyon öğreniminde bir zorluk yaratır (Sfard, 1991). Sfard'a (1991) göre biri diğerine baskın gelmeyen bu iki anlama yolu aslında birbirini tamamlamakta ve tutarlı bir bütünlük oluşturmaktadır. Breidenbach (1992), Even (1990), Moschkovich (1993), Schwarz&Yerushalmy (1992) ve Sfard (1992) fonksiyonların işlem ve kavram açısından cebir öğreniminde önemli olduğunu belirtmişlerdir (Akt. Moschkovich, 2004). Aynı şekilde, Dikici ve İşleyen (2003) öğrencilere etkili cebirsel düşünme yollarının öğretilmesi gerektiğini ve bunun için de işlemi yapmak kadar işlemin arkasındaki kavramı görmelerinin sağlanması gerekliğini belirtmiştir.

KAYNAKLAR

Breidenbach, D., Dubinsky, E., Hawks, J. & Nichols, D. (1992). Development of the process conception of function. *Educational Studies in Mathematics, 23(3),* 247-285.

Booth, L. R. (1988). Children's difficulties in beginning algebra. In A.F. Coxford & A. P. Schulte (Eds.), *The ideas of algebra, K-12, 1988 Yearbook,* (pp. 20-32), Reston, Va.: NCTM.

Carlson, M. P. (1998). A cross-sectional investigation of the development of the function concept. *Research in Collegiate Mathematics Education III*, *CBMS Issues in Mathematics Education,* 7, 114–163.

Dikici, R., & İşleyen, T. (2003). Bağıntı ve fonksiyon konusundaki öğrenme güçlüklerinin bazı değişkenler açısından incelenmesi. *Kastamonu Eğitim Dergisi, 12(1),* 105-116.

Dunham, P. H., & Osborne, A. (1991). Learning how to see: Students' graphing difficulties. *Focus on Learning Problems in Mathematics, 13(4)*, 35-49.

Eisenberg, T. (1991). Functions and associated learning difficulties. In D. Tall (Ed.), *Advanced Mathematical Thinking* (pp. 140-152). Dordrecht: Kluwer.

Even, R. (1993). Subject-matter knowledge and pedagogical content knowledge: prospective secondary teachers and the function concept. *Journal for Research in Mathematics Education*, 24(2), 94–116.

Gaea, L., Orit, Z. & Kay. S. (1990). Functions, graphs and graphing: tasks, learning, and teaching. *Review of Educational Research. 60(1),* 1-64.

Hauge, S. K. (1993). *Functions and relations: some applications from database management for the teaching of classroom mathematics*. (ERIC Document Reproduction Service No. ED 365 519).

Herscovics, N. (1989). Cognitive obstacles encountered in the learning of algebra. In Wagner, S. ve Carolyn, K. (Eds.), *Research issues in the learning and teaching of algebra*. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.

Iaderosa, R., Malara, N.A.: 1999, Analisi e valutazione delle difficoltà in un percorso di apprendimento nella scuola media finalizzato alla conquista del concetto di funzione nei suoi vari aspetti, to appear in *Atti del 3 Internuclei Scuola dell'obbligo,* (Vico Equense, Napoli, march 1999).

Geuther G. K. & Ferrini-Mundy, J. (1990). Functions and their representations. *Mathematics Teacher, 83(3),* 209-216.

MacGregor, M., & Stacey, K. (1997). Students' understanding of algebraic notation. *Educational Studies in Mathematics, 33*, 1-19.

Monk, S., Nemirovsky, R. (1994). The case of Dan: Student construction of a functional situation through visual attributes. *CBMS Issues in Mathematics Education: Research in Collegiate Mathematics Education,* 4, 139–168.

Moschkovich, J.N. (2004). Appropriating mathematical practise: a case study of learning to use and explore functions through interaction with a tutor. *Educational Studies in Mathematics, 55,* 49-80.

Oehrtman, M. C., Carlson, M. P., & Thompson, P. W. (2008). Foundational reasoning abilities that promote coherence in students' understandings of function. In M. P. Carlson & C. Rasmussen (Eds.), *Making the connection: Research and practice in undergraduate mathematics* (pp. 27-42). Washington, DC: Mathematical Association of America.

Sierpinska, A. (1992). On understanding the notion of function. (Ed. E. Dubinsky, G. Harel). *The Concept of Function: Aspects of Epistemology and Pedagogy, Mathematical Association of America* (M.A.A.) Notes, 25, (pp. 25–58).

Sfard, A. (1991). On the dual nature of mathematical conceptions: Reflections on process and objects as different sides of the same coin. *Educational Studies in Mathematics, 22*, 1–36.

Thompson, P. W. (1994). Students, functions, and the undergraduate mathematics curriculum. (ed. E. Dubinsky, A. H. Schoenfeld ve J. J. Kaput), *Research in Collegiate Mathematics Education, 1* (Issues in Mathematics Education. 4, 21-44). Providence, RI: American Mathematical Society.

Türkeli Şandır, Y. (2006). *Fonksiyon kavramı hakkında öğretmen adaylarınıngörüşleri üzerine bir fenomenografik çalışma*. Yayınlanmamış yüksek lisans tezi, Gazi Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Ankara.

Ural, A. (2006). Fonksiyon öğreniminde kavramsal zorluklar. *Ege Eğitim Dergisi*, 7(2), 75–94.

Vinner, S. ve Dreyfus, T. (1989). Images and definitions for the concept of function. *Journal for Research in Mathematics Education, 20(4)*, 356-366.

SUMMARY

Function is a concept that students have difficulties to understand (Hauge, 93; Gaea, Orit ve Kay, 1990; Iaderosa ve Malara, 1999). Epistemological obstacles described and explained by Sierpinska (1992) are the most explicit ones among those. These obstacles are on the one hand related to philosophy of mathematics, mathematical methods and unconscious reasoning strategies and the other hand function concept and concerning terms, notations. Notations are difficult to understand and use as they summarize a widespread knowledge (Booth, 1988; Herscovics, 1989; MacGregor and Stacey, 1997). Sierpinska (1992) indicated that the functional symbolism doesn't help students to understand the concept. Eisenberg (1991) determined that notational complexity is an important reason in preventing understanding the concept of function. Eisenberg (1991) chronicled some of the notational difficulties encountered in reference to functional symbolism. Because f(x) indicates both the name of function and image of an element x under f, it is confusing. In addition, Dunham and Osborne (1991) noted that the symbolism f(x) is a complex of symbols which students are not used to thinking of as a variable. They expressed that the complex, f(x), was not considered by many students to be a variable because a variable to them was a single symbol, but f(x) is composed of four symbols.

Oehrtman, Carlson and Thompson (2008) have specified that students' weak understandings of functions had been observed in their inability to express function relationships using function notation. They expressed that some students had also exhibited weaknesses in knowing what each symbol in an algebraically defined function means. Even in the case of a simple function such as f (x)=3x, many students were unaware that the parentheses serves as a marker for the input, that f (x) represents the output values, that f is the name of the function, and that 3x specifies how the input x was mapped to the output f (x). Carlson (1998) noted that such weak understandings and highly procedural orientations appeared to contribute to students' inability to move fluidly between various function representations.

This study is a qualitative research intented for ninth graders' understanding of the symbol "y=f(x)". A total of 40 students participated in the research. Descriptive analysis was used in analyzing the data. In order to determine the students' understandings of the symbolic representation of the function concept, the students were asked to write "m is a function of n" as symbolic, to give an example and to specify whether such a function maps m to n or n to m". In the second question, by giving the functions p=f(s)=s+1 and k=g(s)=2s, the students were asked to write p as a function of k.

For the expression "m is a function of n", the notations m=f(n) (43%), n=f(m) (17%), n(m) (15%) and f:m→n (12%) were used. 28% of the students specified that the function mapped m to n and 65% of them specified that the function mapped n to m.

On the other hand, the examples given by the students who indicated that expression mapped m to n are those: n=f(m)=2m+1, f(m)=5-m, n(m)=m+2, and the examples given by the students who indicated that expression mapped n to m are those: f(n)=m+1, f(n)=3n+5, f(n)=2m+4, f(m)=2n+1, n(m)=m+2, f(m)=4n+7, m=6n, f(n)=3m+4.

In the second question, by giving the functions p=f(s)=s+1 and k=g(s)=2s, the students were asked to write p as a function of k. 18% of the students was able to indicate "p" in terms of "k" by doing correct operations, but none of the students used an appropriate notation like "p=h(k)". Instead of this, incorrect notations like "f(p)=s+1=(k/2)+1" or "p=h(k)" were used.

On the other hand, it seemed the students had various misconceptions related that question. When two functions were given and asked to be written one of them as a function of the another, the operations of "composite function", "sum of the functions" or "finding the unknown by making the functions equal" were done.

When looked at the findings generally, it has been determined that most of the students have failed about making transition between the stutations like the notation of "y=f(x)", "y is a function of x", "writing y as a function of x", "writing y in terms of x", "that the function maps the elements "x" to the elements "y", "that the input of the function is x".

During the school mathematics, the concept of function is given in terms of operational features but conceptual learning doesn't tackled sufficiently. This situtation might be main reason for the weak understandings related to the function concept mentioned above.