

## **Mutlak Değer İçeren Denklem ve Eşitsizliklerin Öğretiminde Grafik Kullanımının Etkinliği**

**Alper ÇILTAŞ<sup>1</sup>**

### **ÖZET**

Bu araştırma, mutlak değer içeren denklem ve eşitsizliklerin öğretiminde, grafiksel kullanımının etkinliğini belirlemek için yapılmış deneysel bir çalışmadır. Araştırmanın örneklemini, 2009–2010 öğretim yılında Anadolu Öğretmen Lisesinde öğrenim görmekte olan 55, dokuzuncu sınıf öğrencisi oluşturmaktadır. Araştırmanın verileri 10 açık uçlu soru içeren bir başarı testinden oluşmaktadır. Araştırmada deney ve kontrol grupları oluşturulmuş ve deney grubuna müfredata uygun olarak dört ders saati boyunca mutlak değerde eşitlik ve eşitsizlik konuları grafik yöntemi ile kontrol grubuna ise bu konular düz anlatım yöntemi ile anlatılmış. Elde edilen veriler ışığında mutlak değerde eşitlik ve eşitsizlik konularının öğretiminde grafiksel yöntemin geleneksel yöntemle göre daha etkili olduğu görülmüştür.

**ANAHTAR KELİMELER:** Mutlak değer, grafik, eşitlik ve eşitsizlik

## **Efficacy of the Use of Graphics in Teaching of Equation and Inequality That Contain Terms with Absolute Value**

### **ABSTRACT**

This paper reports on an experimental study that examined efficacy of the use of graphics in teaching mathematical concepts of equality and inequality that contain terms with absolute value. The sample group consisted of 55 ninth-grade students of the Anatolian Teacher High School during the 2009–2010 academic year. Study data consist of an achievement test including 10 open-ended questions. Participants were divided into experimental and control groups and the subjects of equality and inequality in absolute value were taught to the experimental group in compliance with the curriculum via a graphical method; the control group was taught via direct instruction method.

**KEYWORDS:** Absolute value, graphical, equality and inequality

### **GİRİŞ**

Matematik eğitiminde görselleştirmenin kullanılması, anlama ve sezgisel bakış açısı geliştirme bakımından oldukça önemlidir (Krutetskii, 1976; Usiskin 1987).

---

<sup>1</sup> Araş.Gör.,Atatürk Üniversitesi, K. K. Eğitim Fakültesi, alperciltas@atauni.edu.tr

Zimmermann ve Cunningham (1991) görselleştirmeyi ister elle ister bilgisayarla çizili olsun matematikteki kavram, kural ve problemlerin geometrik veya grafik görüntülerinin oluşturma süreci olarak tanımlamışlardır. Owens ve Clements'e (1998) göre ise görselleştirme, problemi anlamada, problem çözme yöntemine yol göstermede önemli role sahiptir ve bilişsel yapıları önemli ölçüde etkilemektedir. Dolayısıyla görselleştirme, karmaşık ve soyut olan matematik konularının daha iyi anlaşılmasına olanak sağlar. Resimler ve şekiller, örneklerin gözlemlenmesi karmaşık işlemlerin sezgisel olarak anlaşılması veya soyut (uzamsal) ilişkiler kurma gibi zihinsel işlemleri harekete geçirir. Bundan dolayı resimler ve şekiller, anlama sürecine yardım eden araçtır (Özdemir, Duru ve Akgün, 2005). Unutulmamalıdır ki bilginin görsel olarak temsil edilmesi matematik eğitiminde, etkin bir temsil süreci olarak kabul edilmektedir (Hegarty ve Koshevnikov, 1999; Presmeg, 1986a, 1986b).

Geleneksel öğretim anlayışında, öğrenci kendisine sunulan matematiksel bilgileri ezberleyerek, pasif biçimde öğrenmeye çalışmaktadır (Pesen, 2006). Yani bilgiye oluşturma yerine, öğretmenin tarafından öğrencilere bilgi yükleme ve bu bilgileri ezberletme ön plandadır. Oysaki yapılandırmacı öğrenme yaklaşımında bilginin oluşturulması, öğrencinin aktif olarak deneyim ve etkileşim yoluyla kendi bilgilerini öğrenmesi ön plandadır. Yani bilginin daha kolay zihinlere nasıl yerleşeceği sorusuna cevap aranmaktadır. Bu açıdan bakıldığında öğretmenlerin tarafından öğrencilere matematiği nasıl öğretebilirim sorusundan çok, matematiğin öğretilmesi için öğrenciye nasıl yardımcı olabilirim sorusunu sorgulamalarının gerektiği düşünülmelidir (Pesen, 2006). Bu hususta öğretmenlere grafik kullanma yardımcı olacaktır. Grafik kullanımı fen ve matematik alanlarında oldukça çok kullanılması, bu araçların önemini her geçen gün artmaktadır (Bozdoğan, Taşdemir ve Demirbaş, 2006). Özellikle kavramsal çatinin oluşturulması ve konunun özetlenmesi için iki ya da daha fazla veri arasında karşılaştırma olanağı sunan grafikler, öğretiminde birçok avantaj sağlamaktadır. Günümüzde grafiklerin test kitaplarında yaygın olarak kullanılması da ne derece verimli ve etkili araçlar olduğunun bir göstergesidir (Bowen ve Roth, 2003; Testa, Monroy, ve Sassi, 2002).

Baykul (1987) matematikte kavramların kazanılması için bu kavramlarla ilgili şemaların, şekillerin yani kavramların görselleştirilmesinin, zihinde oluşması gerektiğini ve matematikte kavram öğrenmelerinin, bu alanın yapısı itibariyle birbirine çok sıkı şekilde bağlı olduğunu ifade etmektedir. Diğer bir deyişle matematiğin ön-şart oluş ilişkilerinin en güçlü olduğu alan olduğunu, bu bakımdan bir konunun öğretimine başlanılmadan önce bu konuyla ilgili bilgilerin, kazanılmış olması gereken davranışların öğrencilerde var olup olmadığına bakılması gerektiğini ifade etmiştir. Yeni bir konuya geçmeden önce, konu ile ilgili bazı ön-şart davranışların kazanılmaması yeni bilgilerin kanılmasını zorlaştırır. Ön-şart oluş ilişkilerinin güçlü olduğu kavramlardan biri de mutlak değer kavramıdır. Mutlak değer kavramı; seriler, diziler, yakınsaklık, iraksaklık, limit, türev gibi pek çok konunun temelidir (Şandır, Ubuz ve Argün, 2002).

Mutlak değer kavramının öğretilmesinde önkoşul olan cebirsel ifadeler ve denklemlerde öğrencilerin birçok anlama problemine sahip oldukları söylenmektedir (Tsamir ve Bazzini, 2004). Dolayısıyla, başlangıçta mutlak değer kavramını ilk defa öğrenme durumunda olan çoğu öğrenci karışıklık yaşamaktadır (Parish, 1992). Mutlak değer öğretimi için özellikle ilköğretim ve orta öğretim aşamasında yapılan çalışmalarda kararsızlık daha baskın olarak görülmektedir. Bu sorunu aşmak için grafiksel hesaplamalar, matematiksel anlamayı geliştirmede etkili olacağı düşünülmektedir (Horak, 1994).

Baştürk (2004), Türk-Fransız lise 1. sınıf öğrencilerinin mutlak değer kavramında karşılaştıkları zorlukları araştırdığı çalışmasının sonucunda; öğrencilerin mutlak değer kavramındaki hatalarının çok ve çeşitli olduğunu, öğrencilerin en yaygın yaptıkları hataların ise sanki mutlak değer yokmuş gibi soruyu çözmelerinden kaynaklanan hatalar olduğunu, belirlemiştir. Yenilmez ve Avcu'nun (2009) ilköğretim öğrencilerinin mutlak değerde karşılaştıkları zorlukların belirlenmesi adlı çalışmalarında 8.sınıftaki öğrencilere 10 tane açık uçlu sorudan oluşan bir test uygulamışlardır. Çalışma sonunda öğrencilerin harfli ifadelerin mutlak değerlerini ve mutlak değer içeren eşitlik sorularında güçlükler çektiklerini belirlemiştir.

Çiltaş, Işık ve Kar'ın (2010) ilköğretim matematik öğretmenliği birinci sınıf öğrencileri üzerinde yapmış oldukları mutlak değer kavramı ile ilgili işlemsel ve kavramsal bilgi değerlendirilmesi adlı çalışmalarında, 7 soruluk açık uçlu bir işlemsel ve 6 soruluk bir kavramsal bilgi test hazırlanarak 82 öğrenciye uygulamışlardır. Araştırmada elde edilen verilere göre, uygulamaya katılan öğrencilerin büyük bir çoğunluğunun mutlak değer kavramının, özellikle geometrik yorumunu yapamadıkları, liseden kalma ezber bilgilerin işlemsel testte öne çıktığı ve mutlak değer kavramı tanımını tam olarak kavrayamamış oldukları görülmüştür. Aynı zamanda bazı işlemsel ve kavramsal bilgi sorularında öğrencilerin başarı seviyeleri oldukça düşük olarak bulunmuştur.

Matematiğin diğer bilim dallarında ve günlük yaşamdaki önemi gittikçe artmasına rağmen, Türkiye'de yapılan sınavlarda öğrencilerin matematik başarılarına bakıldığında genelde düşük olduğu görülmektedir. Uluslar arası düzeyde yapılan bazı araştırmalarda da (PISA-2003, TIMSS-1999) bu açıkça görülmektedir. Bunun nedenlerini arasında eğitim sistemi, öğrenciler, öğretmenler, ders kitapları, öğrenme ortamları, ekonomik sıkıntılar gibi pek çok sebep sayılabilir. Diğer bir etmen de öğretim sürecinde öğrencinin aktif katılımını gerektiren öğrenci merkezli yöntemlere gerektiğince yer verilmemesidir. Matematik öğretiminin amaçlarından biri, kavramsal öğrenme süreci ile matematiksel yapı arasındaki karışıklığı gidermek için başlangıçta daha bilimsel ve teknik düşünme metotları oluşturmaktır (Wilhelmi, Godino ve Lacasta 2007). Bu amaçla bu çalışma 9. sınıf öğrencilerinin öğrenciler açısından öğrenilmesi zor olarak düşünülen mutlak değerde eşitlik ve eşitsizlik kavramlarının içselleştirilmesini sağlamak, öğrencilerin performanslarını ve

zorluklarını yakından incelemek ve böylece mutlak değer kavramının öğretilmesine bir katkı sağlamaktır.

## YÖNTEM

### *Araştırma Modeli*

Bu araştırmada, mutlak değer konusunda eşitlik ve eşitsizlik kavramlarının öğretiminde grafik kullanımının etkisini araştırmak için deneysel araştırma yöntemi kullanılmıştır. Deneysel araştırma yönteminde, bağımsız değişkenin bağımlı değişken üzerindeki etkisi incelenmektedir. Dolayısıyla bu çalışmada uygulanan yöntemin(bağımsız değişken) başarıya(bağımlı değişken) olan etkisi incelenecektir.

### *Örneklem*

Bu araştırmanın örneklemini 2009–2010 öğretim yılında Erzurum'daki bir Anadolu Lisesinde öğrenim görmekte olan 27'si deney grubu 28'i kontrol grubu toplam 55, 9. sınıf öğrencisi oluşturmaktadır.

### *Veri Toplama Aracı*

Çalışmada Horak (1994) tarafından “Investigate Absolute-Value Equations with the Graphing Calculator” adlı çalışmasından faydalanılarak hazırlanan 10 açık uçlu soru içeren “Mutlak Değer Eşitlik ve Eşitsizlik Testi”(MDEET) kullanılmıştır. MDEET 2009–2010 eğitim ve öğretim döneminde ön-test ve son-test olarak çalışmanın başında ve sonunda uygulanmıştır.

### *Verilerin Analizi*

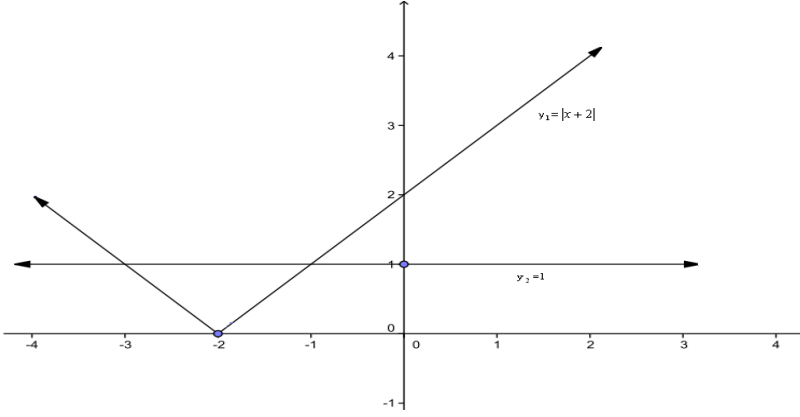
Öğrencilerin MDEET'ne vermiş oldukları cevaplar 100 puan üzerinden değerlendirilmiştir. Elde edilen veriler SPSS paket programında bağımsız t-testi yapılarak analiz edilmiştir.

### *Uygulama*

Deney ve kontrol grupları arasında çalışmayı etkileyebilecek farkların olup olmadığını kontrol etmek için, öğrencilerin mutlak değer konusundaki bilgi düzeylerini belirlemek amacıyla uygulamadan bir ay önce ön test olarak MDEET testi uygulanmıştır. Ayrıca deney ve kontrol gruplarının matematik derlerine giren öğretmenin görüşlerine de başvurulmuştur. Uygulama yapıldıktan sonra son test olarak yine MDEET testi deney ve kontrol grubundaki öğrencilere uygulanmıştır. Uygulama dört ders saati ile sınırlandırılmıştır. Bu süreçte konular deney grubuna grafik kullanımı ile kontrol grubuna ise düz anlatım yöntemi ile anlatılmıştır. Deney grubu öğrencilerine ilk ders olarak bir fonksiyonun grafiğinin ve daha sonra mutlak değerli bir fonksiyonun grafiğinin nasıl çizildiği anlatılmıştır. Daha sonraki üç derste ise aşağıdaki etkinlikler ışığı altında ders işlenmiştir.

**Etkinlik 1:**  $|x + 2| = 1$  eşitliğini sağlayan x değerlerinin toplamı nedir?

**Çözüm:** Bu sorunun grafik ile yapılan çözümünde;



Şekil 1.  $|x + 2| = 1$  sorusuna ait grafik çizimi

$y_1 = |x + 2|$  ve  $y_2 = 1$  alınarak, koordinat düzleminde çizimleri yapılmıştır. Bu iki grafiğin kesiştiği noktalar bu denklemin çözümüdür. Şekil 1 incelendiğinde  $y_1$  grafiğinin sol tarafında  $x$  değerleri negatif, sağ tarafı ise pozitif alacağından bu iki grafiğin ortak çözümü;

$$-x - 2 = 1 \quad \text{ve} \quad x + 2 = 1$$

$$x = -3 \quad \text{ve} \quad x = -1$$

olacaktır. Buradan denklemin

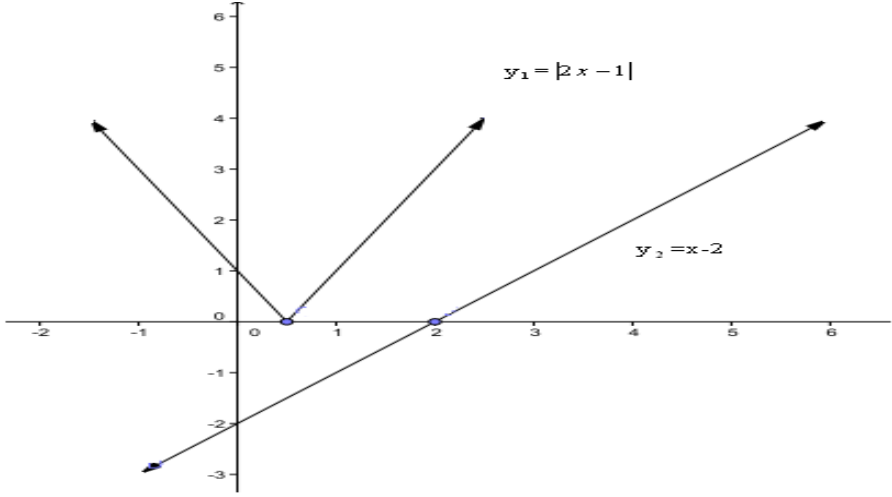
Çözüm Kümesi =  $\{-3, -1\}$  bulunur

ve  $x$  değerlerinin toplamı ise;

$$(-3) + (-1) = -4$$

**Etkinlik 2:**  $|2x - 1| = x - 2$  eşitliğini çözüm kümesini bulunuz?

**Çözüm:** Bu sorunun çözümünde;



Şekil 2.  $|2x-1|=x-2$  sorusuna ait grafik

$y_1=|2x-1|$  ve  $y_2=x-2$  fonksiyonlarının koordinat düzleminde çizimleri yapılmıştır. Şekil 2 incelendiğinde bu iki grafiğin kesim noktasının olmadığı görülecektir. Dolayısıyla denklemin Çözüm Kümesi= $\{ \}$  bulunur.

**Etkinlik 3:**  $|x-3|=|x+2|$  denklemini sağlayan x tam sayılarının çarpımı nedir?

**Çözüm:** Bu sorunun çözümünde;

$$-x+3=x+2$$

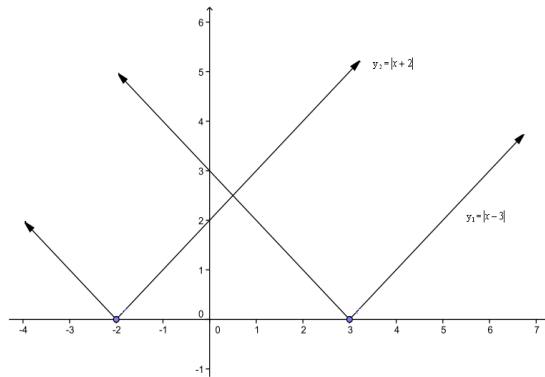
$$1=2x$$

$$\frac{1}{2}=x$$

olup buradan denklemin

Çözüm Kümesi= $\{ \frac{1}{2} \}$  bulunur.

Sonuç ise  $\frac{1}{2}$  yazılır.

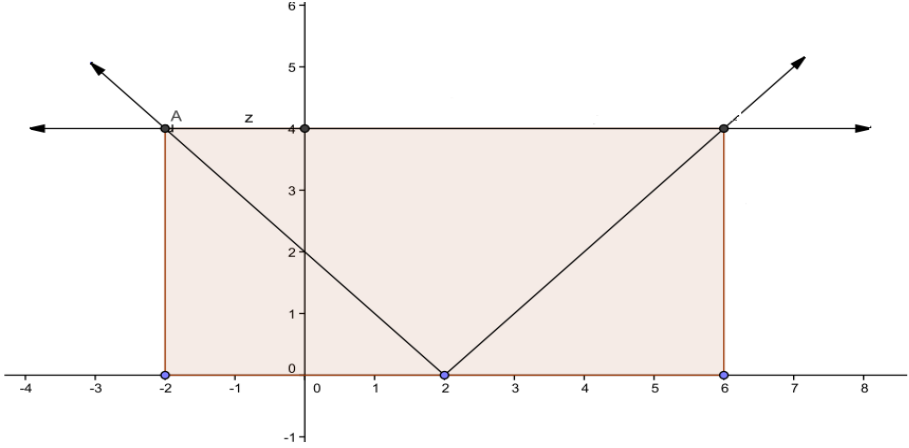


Şekil 3.  $|x-3|=|x+2|$  eşitliğine ait grafik

$y_1=|x-3|$  ve  $y_2=|x+2|$  fonksiyonlarının kesim noktalarını belirlemek için ortak çözüm yapılmış ve denklemin çözüm kümesi bulunmuştur.

**Etkinlik 4:**  $|x-2| \leq 4$  eşitsizliğine sağlayan kaç tane x tamsayısı vardır?

**Çözüm:** Bu sorunun çözümünde;



Şekil 4.  $|x-2| \leq 4$  sorusuna ait grafik çizimi

Şekil 4'de  $y_1=|x-2|$  ve  $y_2 \leq 4$  fonksiyonlarının koordinat düzleminde çizimleri yapılmış ve bu iki grafiğin ortak çözüm bölgesi oluşturulmuştur. Şekil 4 incelendiğinde çözümü sağlayan x tam sayı değerlerinin  $[-2, 6]$  aralığındaki değerler olduğu görülmektedir. Dolayısıyla denklemin Çözüm Kümesi =  $\{-2, -1, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6\}$  olup 9 tane x tam sayı değeri olduğu bulunur.

### BULGULAR

Araştırmada mutlak değer konusunda eşitlik ve eşitsizlik kavramlarının öğretiminde grafik kullanımının etkinliğini belirlemek amacıyla yapılan bu çalışmada öncelikle deney ve kontrol grubundaki öğrencilerin denk olup olmadıklarını belirlemek için MDEET testinden aldıkları ön test puanlarının analizi yapılmıştır. Daha sonra yöntemin etkinliğini belirlemek amacıyla her iki grupta yer alan öğrencilerin MDEET testinden aldıkları son test puanları analiz edilmiştir. Deney ve kontrol gruplarının ön test ve son testten almış oldukları puanlar ile ilgili veriler Tablo-1'de verilmiştir.

Tablo 1. Grupların ön test ve son test toplam puanlarının aritmetik ortalama, standart sapma ve t-değeri

Öğrenci Grupları	Denek Sayısı (N)	Aritmetik Ortalama ( $\bar{X}$ )	Standart Sapma (SS)	t-Değeri	Serbestlik Derecesi (Sd)	Anlamlılık Düzeyi (p)
<b>Ön test</b>						
Deney Grubu	27	10,9	6.29	0.46	53	0,789
Kontrol Grubu	28	11,74	6.53			
<b>Son test</b>						
Deney Grubu	27	55,77	19,7	3,85	53	0,001
Kontrol Grubu	28	36,17	13,94			

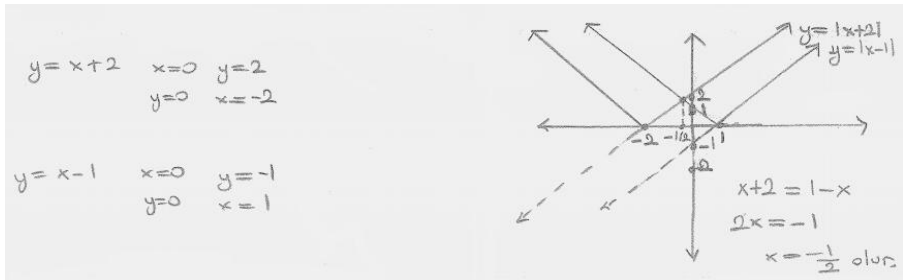
Tablo-1 incelendiğinde grupların ön test puanlarının aritmetik ortalamaları arasında 0.84 puanlık bir farkın olduğu görülmektedir. Farkın anlamlı olup olmadığını belirlemek amacıyla uygulanan bağımsız t-testi sonucuna ( $t(53)=0,46$ ;  $p=0,789$ ,  $p>0,05$ ) bakılmıştır. Bu sonuç grupların ön test puanlarının ortalamaları arasında istatistiksel bakımdan anlamlı bir fark olmadığını, dolayısıyla deney ve kontrol gruplarının homojen bir yapıya sahip olduğu görülmektedir.

Ayrıca Tablo-3 incelendiğinde deney ve kontrol grubundaki öğrencilerin son test puanlarının ortalamaları arasında ise, deney grubu lehine 19,6 puanlık bir fark olduğu görülmektedir. Bu farkın anlamlı olup olmadığını sınamak için uygulanan bağımsız t-testi sonucu ( $t(53)=3,85$ ;  $p=0,001$ ,  $p<0,05$ ) bulunmuştur.

Aşağıda deney grubu ve kontrol grubu öğrencilerinin MDEET’inde bulunan sorulara vermiş oldukları cevaplardan bir kaçını görmek mümkündür.

**Soru 4.**  $|x + 2| = |x - 1|$  eşitliğinin çözüm kümesi nedir?

Deney Grubu Öğrenci Cevabı;





Bu soruya kontrol grubu öğrencilerinden birinin cevabı;

4.  $|x+2| = |x-1|$  eşitliğinin çözüm kümesi nedir?

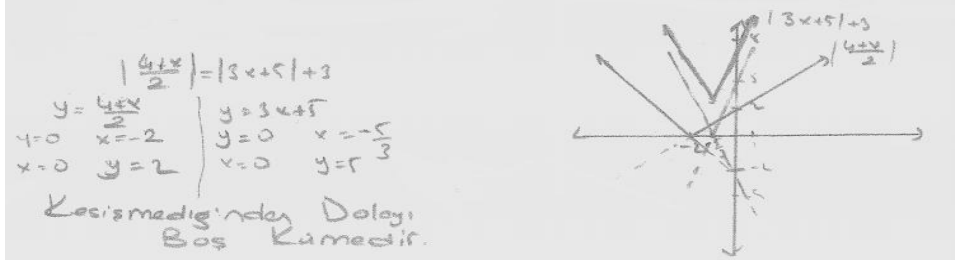
$$\begin{array}{l}
 \cancel{x}+2 = \cancel{x}-1 \\
 2 \neq -1
 \end{array}
 \left|
 \begin{array}{l}
 \cancel{x}+2 = -\cancel{x}+1 \\
 2x = -1 \\
 x = -\frac{1}{2}
 \end{array}
 \right.
 \left.
 \begin{array}{l}
 -\cancel{x}-2 = \cancel{x}-1 \\
 2x = -1 \\
 x = -\frac{1}{2}
 \end{array}
 \right\}
 \begin{array}{l}
 \cancel{x}-2_1 = \cancel{x}+1 \\
 -2 \neq +1
 \end{array}$$

$$C.K = \{ \emptyset, -\frac{1}{2}, -\frac{1}{2}, \emptyset \}$$

Bu iki öğrenci cevabı incelendiğinde deney grubu öğrencisinin soruyu grafik kullanımı ile başarılı bir şekilde çözdüğü fakat kontrol grubu öğrencisinin ezbere bir yol takip ettiği, sonucu doğru bulduğu fakat kümelerde sıkıntısı olduğundan dolayı çözüm kümesini yanlış ifade ettiği gözlenmiştir. Bununla birlikte diğer öğrenci cevapları incelendiğinde benzer yanlışlıkların belirlendiği ve öğrencilerin pratik çözüm teknikleri ile sonucu bulmaya gittikleri belirlenmiştir. Nitekim Çiltaş, Işık ve Kar (2010)'ın yapmış olduğu çalışmada benzer sonuçların çıkmış olması, öğrencilerin kavramsal öğrenmeden çok işlemsel öğrenme yönünden daha başarılı oldukları bulgusuna ulaştırmıştır.

**Soru 5.**  $\left| \frac{x}{2} + 2 \right| = |3x + 5| + 3$  eşitliğini sağlayan x değerlerinin toplamı nedir?

Deney grubu öğrenci cevabı;



Bu ve diğer deney grubu öğrenci cevapları incelendiğinde, öğrencilerin soruyu doğru olarak cevaplandıkları görülmüştür. Bu soruya kontrol grubu öğrencilerinden birinin cevabı ise aşağıdaki şekilde gerçekleşmiştir.

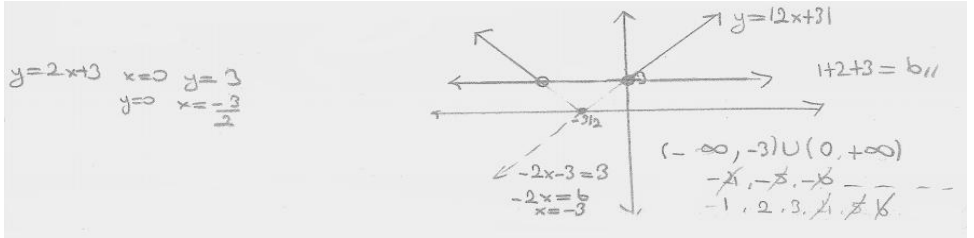
5.  $\left|\frac{x}{2} + 2\right| = |3x + 5| + 3$  eşitliğini sağlayan  $x$  değerlerinin toplamı nedir?

$$\begin{aligned} \frac{x+4}{2} &= |3x+5|+3 & \frac{x+4}{2} &= -3x-5-3 \\ \frac{x+4}{2} &= 3x+5+3 & x+4 &= -6x-20-3 \\ \frac{x+4}{2} &= 3x+8 & x+4 &= -6x-23 \\ x+4 &= 6x+16 & 7x &= -27 \\ -5x &= 12 & x &= -\frac{17}{7} \\ x &= -\frac{12}{5} \end{aligned}$$

Her iki çözüm incelendiğinde grafik kullanımının etkinliği açıkça görülmektedir. Problemin çözümünün boş küme olmasına rağmen, kontrol grubu öğrencisinin ezberle işlem yapması ve problemde mutlak değer dışındaki ifadenin de işaretinin değişebileceğini düşünmesine yol açmıştır. Bu soruda da öğrencilerin kavramsal olarak öğrenme gerçekleştirmedikleri açıkça gözlenmektedir.

**Soru 8.**  $|2x+3| > 3$  eşitsizliğini sağlayan  $x$  tam sayı değerlerinin toplamı nedir?

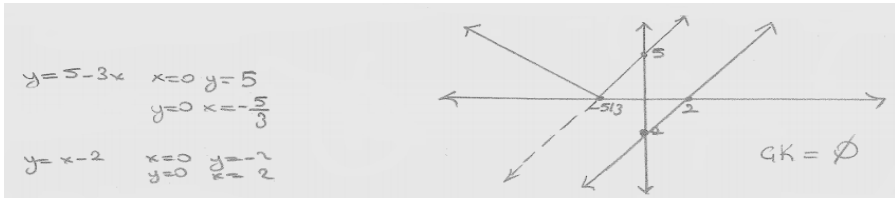
Deney grubu öğrenci cevabı;



Öğrencilerin genel itibariyle zorlandığı ve algılamakta güçlük çektiği bu soru çeşidinde kontrol grubu öğrencilerinin başarılı bir şekilde çözüme ulaştığı öğrenci cevaplarından gözlenmiştir.

**Soru 9.**  $|5 - 3x| = x - 2$  denklemini sağlayan kaç tane farklı  $x$  değeri vardır?

Deney grubu öğrenci cevabı;



Bu soruya kontrol grubu öğrencilerinden birinin cevabı ise aşağıda verilmiştir.

$$\begin{array}{l} 5-3x = x-2 \\ 2 = 4x \\ x = \frac{2}{4} \end{array} \quad \begin{array}{l} 5-3x = -x+2 \\ 3 = 2x \\ x = \frac{3}{2} \end{array}$$

$$x = \left\{ \frac{2}{4}, \frac{3}{2} \right\} \quad \text{çözüm}$$

Bu iki çözüm şekli incelendiğinde grafik kullanılarak anlatımın düz anlatım yöntemi ile anlatıma göre başarılı olduğunun açık bir göstergesi olarak karşımıza çıkmaktadır. Çünkü kontrol grubu öğrencisinin cevabı incelendiğinde, öğrencileri kavramın özünden çok pratik çözüm yolu tercih edilerek yanlış bir sonuç bulmaya itmiştir.

### SONUÇ ve TARTIŞMA

Bu araştırmalarda, grafik kullanımının etkinliği araştırılmış ve deney ve kontrol gruplarının ön testlerinde toplam başarı düzeyleri açısından anlamlı bir fark bulunamamıştır. Fakat uygulama sonrası deney grubundaki öğrencilerin son testten elde ettikleri ortalama puanların kontrol grubundaki öğrencilerden daha yüksek olduğu ve deney grubu lehine anlamlı bir farkın olduğu belirlenmiştir.

Geleneksel öğretmen merkezli öğretim modelinin terk edilememesi, yeni yaklaşımların öğretmen ve öğrenciler tarafından benimsenmesinin zaman alması, matematik öğretiminde karşılaşılan zorlukların çözüme ulaşmasını geciktirmektedir (Yenilmez ve Avcı, 2009). Matematik eğitimi ve öğretiminde artık şekiller, grafikler ve modeller öğrencilerin kavramları içselleştirmesinde önem arz etmektedir. Fakat Deblois'nın (2006) da ifade ettiği gibi, bu model ve şekilleri, araştırmacılar tarafından yaptıkları gözlemlere ve uygulamalara anlam vermek için sıklıkla kullanılmalarına rağmen, çok az öğretmen tarafından, eğitim ve öğretim durumlarına bağlı olayları anlamada ve özellikle öğrencilerinin öğrenme güçlüklerini yorumlamada kullanılmaktadır. Oysaki bu modeller, araştırmacılar kadar öğretmenler için de oldukça hayati öneme sahiptir. Çünkü öğretmenin mesleki gelişimini sağlayabilmesi, sınıf içinde karşılaştığı olayları anlamasına ve yaptığı öğretimin öğrencileri üzerindeki etkilerini yorumlayabilmesine bağlı olduğu herkes tarafından bilinen bir gerçektir (Baştürk, 2009). Öğretmenler matematiksel düşünmenin önemini vurgulayarak, kavramların mantıksal çıkarım yollarını ve alternatif çözüm yollarını öğrencilere sunmalıdırlar. Mutlak değer kavramı ile yapılan çalışmalarda geleneksel yöntemle anlatılan sınıflardaki öğrencileri sınıf düzeyleri ne olursa olsun benzer hataları yaptıkları belirlenmiştir (Baştürk, 2009; Çihtaş, Işık ve Kar, 2010; Parish, 1992; Şandır, Ubuş, ve Argün, 2002; Yenilmez, K. ve Avcı, T., 2009).

Bu hususta yapılacak en somut adım mutlak değer kavramının ne anlama geldiğinin öğrenciye iyice hissettirilmesi olacaktır. Yani kavramsal olarak mutlak değer ne anlama geldiği grafik kullanılarak anlatılmalıdır. Çünkü

mutlak değer kavramı grafik kullanılmasını gerektiren ve öğrenciler tarafından öğrenme güçlüklerinin yaşandığı ve ön-şart oluş ilişkilerinin güçlü olduğu kavramlardan biridir. Bunun için cebirsel gösterimden ziyade uygun şekil veya modelin çizilip ya da GeoCebra, Excel ve Cabri gibi öğretim programlarından faydalanılmalıdır. Böylece öğrenciler açısından öğrenilmesi zor olarak düşünülen bu kavram içselleştirilmiş olup, öğrenilmesinin daha kolay olacağı düşünülmektedir. MEB'nin da matematik öğretim programlarına bu amaca yönelik etkinliklerin katması öneriler arasındadır. Ayrıca mutlak değer kavramının günlük hayatla ilişkilendirilecek etkinliklere yer verilmesi, öneminin hissettirilmesi öğretim esnasında öğreticiye kolaylık sağlayacağı da düşünülmelidir.

### KAYNAKLAR

- Baştürk, S. (2009). Mutlak değer kavramı örneğinde öğretmen adaylarının öğrenci hatalarına yaklaşımları. *Necatibey Eğitim Fakültesi Elektronik Fen ve Matematik Eğitimi Dergisi (EFMED)*, 3(1),174–194.
- Baykul, Y. (1987). Matematik ve fen eğitimi yönünden okullardaki durum. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, C2, 154–168.
- Bowen, G. M. ve Roth, W. M. (2003). *Graph interpretation practices of science and education majors*. Canadian Journal of Science, Mathematics and Technology Education. 3(4), 499-512.
- Çıtaş, A., Işık, A. ve Kar, T. (2010). The concept of absolute value: evaluation of procedural and conceptual knowledge. *Journal of Institute of Mathematics & Computer Science*, 21(1), 131-139.
- Deblois, L. (2006). Influence des interprétations des productions des élèves sur les stratégies d'intervention en classe de mathématiques. *Educational Studies in Mathematics*, 62,307–329
- Hegarty, M. ve Kozhevnikov, M. (1999). Types of visual-spatial representations and mathematical problem solving. *Journal of Educational Psychology*, 91, 684-689.
- Horak, V. M. (1994). Investigate absolute-value equations with the graphing calculator. *The Mathematics Teacher*, 87(1), January, 9-11.
- Krutetskii, V. A. (1976). *The psychology of mathematical abilities in schoolchildren*. Chicago. University of Chicago Pres.
- Owens, K. D. ve Clements, M. A. K. (1998). Representations in spatial problem solving in the classroom. *The Journal of Mathematical Behaviour*, 17, 197-218.
- Özdemir, M. E., Duru, A. ve Akgün, L. (2005). İki ve üç boyutlu düşünme: iki ve üç boyutlu geometriksel şekillerle bazı özdeşliklerin görselleştirilmesi. *Kastamonu Eğitim Dergisi*, 3(2), 527-540.
- Parish, C.R. (1992). Inequalities, absolute value, and logical connectives. *The Mathematics Teacher*, 85(9), 756–757.
- Pesen, C. (2006). *Yapılandırmacı öğrenme yaklaşımına göre matematik öğretimi*. Ankara: Pegem-A yayıncılık, 3. baskı
- Presmeg, N. C. (1986a). Visualization and mathematical giftedness. *Educational Studies in Mathematics*, 17, 297–311.
- Presmeg, N. C. (1986b). Visualization in high school mathematics. *For the Learning of Mathematics*,6(3),42–46.

- Şandır, H., Ubuz, B., ve Argün, Z. (2002). Ortaöğretim 9. sınıf öğrencilerinin mutlak değer kavramındaki öğrenme hataları ve kavram yanlışları. *V. Ulusal Fen Bilimleri ve Matematik Eğitimi Kongresi*, ODTÜ, Ankara.
- Bozdoğan, A., E. Taşdemir, A, ve Demirbaş, M. (2006). Fen bilgisi öğretiminde işbirlikli öğrenme yönteminin öğrencilerin bilimsel süreç becerilerini geliştirmeye yönelik etkisi. *İnönü Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*,7(11), 23- 36.
- Testa, I., Monroy, G. ve Sassi, E. (2002). Students' Reading images in Kinematics: the case of real time graphs. *International Journal of Science Education*. 24 (3). 235–256.
- Tsamir, P. ve Bazzini, L. (2004). Consistencies and inconsistencies in student' solutions to algebraic single-value inequalities. *International Journal of Mathematics Education in Science and Technology*, 35(6), 793–812.
- Usiskin, Z. (1987). *Resolving the continuing dilemmas in school geometry*. In M. M. Lindquist ve A. P. Shulte (Eds.), *Learning and teaching geometry K-12*. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- Yenilmez, K. ve Avcı, T. (2009). İlköğretim öğrencilerinin mutlak değer konusunda karşılaştıkları zorluklar. *Dicle Üniversitesi Ziya Gökalp Eğitim Fakültesi Dergisi*, 12, 80-88.
- Zimmermann, W. ve Cunningham, S. (1991). *Editor's introduction: What is mathematical visualization?* In W. Zimmermann and S. Cunningham (Eds), *Visualization in teaching and learning mathematics*, 1-8, Mathematical Association of America, Washington DC.,America.
- Wilhelmi, M.R., Godino, J.D. ve Lacasta E. (2007). Didactic effectiveness of mathematics definitions the case of the absolute value. *International Electronic Journal of Mathematics Educations*, 2(2), 72–82.

## SUMMARY

Although the significance of mathematics is gradually increasing in other disciplines and daily life, examination results in Turkey indicate that students' performance in mathematics is generally low; similar results are also clearly demonstrated by a number of international studies (PISA–2003, TIMSS–1999). There are many reasons for this situation, including the educational system, students, teachers, course books, learning environments and economic problems etc. Another factor is that student-centred methods that require active participation of the student in the teaching process are not used as required. One of the objectives of mathematics teaching is to develop early scientific and technical analytical abilities in order to address any confusion between conceptual learning process and mathematical structure (Wilhelmi, Godino and Lacasta 2007).

Baykul (1987) determined that, in order to acquire concepts in mathematics, schemes related to these concepts should be created in the learner's mind; and "learning of concepts" in mathematics are closely connected with each other in respect of the structure of this discipline. In other words, mathematics is the discipline in which prerequisite relations are the strongest and, in this respect, before starting to teach a subject, it is necessary to examine whether the students have acquired the information and behaviours required for the subject. Failure to acquire prerequisite behaviours related to a subject makes it difficult to understand new information and to progress to a new subject. Another concept in which prerequisite relations are strong is the concept of absolute value. The concept of absolute value is the basis of many mathematical subjects such as series, sequences, convergence, divergence, limit, derivative etc. (Şandır, Ubuz and Argün, 2002).

It is expressed that students experience a lot of difficulty understanding algebraic expressions and equations, which are prerequisites for learning the concept of absolute value (Tsamir and Bazzini, 2004). For this reason, many students learning about absolute value for the first time were initially confused (Parish, 1992). In studies conducted at elementary and secondary school levels, that specifically examined the teaching of absolute value concept, uncertainty is seen more dominantly. It is considered that graphical calculations will be efficient in developing mathematical understanding in order to overcome this problem (Horak, 1994).

This paper reports on an experimental study that examined the efficacy of the use of graphics in teaching mathematical concepts of equality and inequality in absolute value. The sample group consisted of 55 ninth-grade students of the Anatolian Teacher High School during the 2009–2010 academic year. Study data consist of an achievement test including 10 open-ended questions. Participants were divided into experimental and control groups and the subjects of equality and inequality in absolute value were taught to the experimental group in

compliance with the curriculum via a graphical method; the control group was taught via direct instruction method.

Comparison of pre-test score showed no significant difference between the experimental (graphical method) and control groups (conventional method) in terms of overall scores. However, following the applications, the average post-test score of students in the experimental group was significantly higher than that of the control group.

Today, the use of figures, graphics and models are important for students' internalization of concepts in mathematics training and teaching. However, Deblois (2006) reported that although drawings are commonly used by researchers in order to understand their observations and applications, these drawings are only used by a few teachers in understanding events, depending on their training and education conditions, and their use is particularly limited in interpreting students' learning difficulties. However, these drawings are of vital importance for teachers as well as researchers. Because, it is well-known fact successful professional development among teachers depends on his/her understanding the events encountered in the class and interpreting the effects of his/her teaching methods on students (Baştürk, 2009). Teachers should emphasize the importance of mathematical thinking and present their students with methods for logical inference alternative solutions. In previous studies of absolute value, it was determined that, in classes where subjects are taught via conventional methods, students made similar mistakes regardless of their class levels (Baştürk, 2009; Çiltaş, Işık and Kar, 2010; Parish, 1992; Şandır, Ubuz, and Argün, 2002; Yenilmez, K. and Avcı, T., 2009).

The most important step in addressing this issue will be to ensure that students clearly understand what the concept of absolute value means. To achieve this, rather than use of algebraic expressions, the appropriate figure or model should be drawn; or teaching programs such as GeoGebra, Excel and Cabri should be used. Thus, this concept, which is considered difficult to learn by students, will be internalized and learned. In addition, it should be considered that carrying out activities that relate the concept of absolute value to daily life, helping students to understand its importance, would assist students during learning.