Platon'un "Geometri Bilmeyen Girmesin" Sözü ve Popper'in Bununla İlgili Kestirimi*

*Yasin KARAMAN***

Makale Geliş / Recieved: 15.01.2021
Makale Kabul / Accepted:30.03.2021

Öz

Popper, Platon'un "geometri bilmeyen girmesin" sözünün sanki Platon matematik çalışmalarının felsefe açısından faydalı olacağını söylemiş gibi düzanlamıyla ya da yalnızca Platoncu öğretiyi göz önünde bulundurarak geometrinin idealar kuramı için bir mihenk taşı vazifesi gördüğü biçiminde anlaşılmaması gerektiğini söyler. Bu yorumlar kısmen doğru olsalar da Popper bu sözün daha kapsamlı bir yorumu hak ettiğini iddia eder ve bir kestirimde bulunur. Ona göre irrasyonel sayıların keşfinin ardından doğal sayılara dayanan Pythagorasçı aritmetik artık yeterli değildi. İrrasyonel doğru ve sayılarla meşgul olan geometri bundan böyle en temel bilimdi. Platon bu olguyu görmüş ve Timaios'ta geometriye dayalı bir kozmoloji inşa etmeye uğraşmıştı. Bu kozmoloji aynı zamanda Platon'un Pythagorasçı düşünce mirasını irrasyonel sayı ve doğrular aracılığıyla geliştirerek aşması anlamına geliyordu. Bu yazıda amacım Popper'in Platon'un sözüne ilişkin görüşlerini detaylı biçimde ele almak olacak.

Anahtar Kelimeler: Platon, Karl Popper, Geometri, Pythagorasçılık, Eşölçülemezlik, İrrasyonel Sayılar, Daireyi Kareleştirme, Timaios.

---

* Bu makale 2019 yılında Ankara Üniversitesi, Sosyal Bilimler Enstitüsü'nde tamamladığım "Ontolojinin Sınırları: Platon'un Khôra Kavramı" başlıklı doktora tezinden geliştirilerek türetilmiştir. Hakemlere, ayrıca Dr. Öğr. Üyesi İrem Aslan Seyhan'a (Bartın Üniversitesi) ve Dr. Öğr. Üyesi Ömer Aygün'e (Galatasaray Üniversitesi) önemli eleştiri ve önerileri için teşekkür ederim.

** Arş. Gör. Dr., Bilecik Şeyh Edebali Üniversitesi, Felsefe Bölümü, yasinkaraman85@gmail.com, ORCID: 0000-0002-7092-0166.

Künye: KARAMAN, Yasin, (2021). Platon'un "Geometri Bilmeyen Girmesin" Sözü ve Popper'in Bununla İlgili Kestirimi, *Dört Öge*, 19, 75-94. http://dergipark.gov.tr/dortoge.

Plato's Maxim "Let No One Ignorant of Geometry Enter" and Popper's Conjecture About It

Abstract

Popper says that Plato's maxim "let no ignorant of geometry enter" should not be understood as if Plato said that mathematical studies are beneficial for philosophical education. Neither should it be understood as such that, merely considering Plato's doctrine, geometry is a cornerstone for the theory of ideas. Even though these interpretations are true to some extent, Popper claims that this maxim deserves a more profound interpretation. Hence he makes a conjecture: As a result of the discovery of irrational numbers, the natural numbers-based Pythagorean arithmetic was not enough anymore. Geometry which dealing with irrational lines and numbers was hereafter the most fundamental science. Plato observed this fact and sought to erect a geometrically based cosmology in Timaeus. This cosmology also denotes that Plato goes beyond the Pythagorean legacy by developing it through irrationals. My aim here is to scrutinize Popper's views about Plato's maxim.

Keywords: Plato, Karl Popper, Geometry, Pythagoreanism, Incommensurability, Irrational Numbers, Squaring Circle, Timaeus.

Ageometretos medeis eisito

ἀγεωμέτρητος μηδεὶς εἰσίτω

Platon

Merhum Prof. Dr. Cem Tezer'e,

1. Giriş

Platon'un yaşadığı dönemdeki matematiksel gelişmelerle yakın ilişkisi iyi bilinir. *Devlet*, *Menon*, *Theaitetos*, *Timaios* gibi diyaloglarında gözlemlenebilir olan bu yakınlığa özlü bir biçimde işaret edilmek istendiğinde Akademia'nın girişinde olduğu söylenen "Geometri bilmeyen girmesin" sözü hatırlatılır. Platon'un bununla ne demek istediği genellikle iki yönde açıklanır: Platon bunu Akademia'nın girişine yazdırmakla ya felsefe ve ruhsal eğitim açısından matematiğin önemine dikkat çekmek istemiştir ya da özgün öğretisi özelinde, idealar kuramı üzerinde çalışmaya başlamadan evvel belli bir matematiksel donanıma sahip olmayı şart koşmaktadır.[1]

1 Bugün belirli bir gönderimi olan *mathemata* en başta sadece "öğrenme konuları" anlamına geliyordu. *Yasalar* 819c'de görüleceği gibi tüm özgür yurttaşlara matematiksel disiplinlerde çalışmaları için çağrı yapan ilk kişi Platon'du (Gaiser, 2012, s. 85).

Elbette her iki yorum da belli bakımlardan doğru kabul edilebilir. Gelgelelim iki açıklama da Platon'un orada neden aritmetik, matematik, vs. demediğini, bilhassa "geometri" diye vurguladığını göz ardı eder. Karl Popper "Neden geometri?" sorusu ışığında bir kestirimde bulunur, kestiriminin *Timaios*'ta önerilen geometrik-kozmolojik modele ilişkin daha önce açıklanmadan bırakılmış bazı olguları da açıklığa kavuşturduğunu öne sürer. Kestirimi esasen şu iki iddia üzerine kuruludur: 1) Bir karenin kenarıyla köşegeninin eşölçülemez (*incommensurable*) olduğunun ortaya çıkmasının ardından tam sayı aritmetiği üzerine inşa edilmiş Pythagorasçı düşüncenin yetersiz kaldığının ortaya çıkması ve bu yetersizliğin yarattığı sorunlarla baş etmek için geometriye ağırlık verme kararında Platon'un rolü; 2) Dairenin çapı ile çevresi arasındaki ilişkinin (π) Platon'un döneminde irrasyonel sayılar temelinde kavranabileceği. Kestirime temel olan ikinci iddia Popper'ın açıklamaları ve yazının sonunda yer verdiğim geometrik çiziminden anlaşılacağı üzere "dairenin kareleştirilmesi" problemini aydınlatıcı bir çözüm önerisi de olduğu için bağlantıyı berraklaştırma niyetiyle bu antik problemi genel hatlarıyla tanıtan bir giriş yapmayı uygun gördüm. Başlı başına incelemeye değer olduğunu düşünmemin yanı sıra Popper'ın ilgi çekici kestirimini ele almamın başka bir nedeni, yeri geldikçe isimlerini anacağım Stephen Toulmin, June Goodfield, David Park, Reinhold Remmert, W. M. Priestley, David S. Richeson gibi düşünürlerin de ilgisine mazhar olmuş olmasıdır. Umarım yazının yazılma amacına dair sunduğum bu ikincil neden Platon'u kızdırma pahasına bir *argumentum ad verecundiam* olarak görülmez.

2. Dairenin Kareleştirilmesi Problemi

Antik Yunan matematikçilerini epey meşgul etmiş "üç klasik problem" vardır: Bir açının üçe bölünmesi, dairenin kareleştirilmesi/dörtgenleştirilmesi (*tetragonizein, quadratura, squaring circle, terbiî daire*) ve "Delos problemi" olarak da bilinen, bir küpün hacminin iki katına çıkarılması (Heath, 1921a, s. 218; Tekeli, 1966, s. 87).[2] Bunlardan en ünlüsü olan dairenin kareleştirilmesi problemini çözmek adına farklı düşünürler farklı yöntemler kullanmıştır. Örneğin tüketme yöntemi (*the method of exhaustion)* MÖ V. yüzyılda ilk kez Antiphon tarafından dairenin alanını ölçmek için kullanılmış yöntemdir. Buradaki amaç dairenin içine sırayla kare, sekizgen ve onaltıgen vs. olmak üzere her seferinde kenar sayıları iki katına çıkarılan bir çokgen yerleştirerek dairenin iç alanını tüketmek, mevcut alanına her defasında biraz daha yaklaşan bir değer bulmaya çalışmaktır. Temel varsayım kenar sayılarını yeterince artırarak sonunda alanı dairenin alanına eşit (*ison*) bir çokgene ulaşılaca-

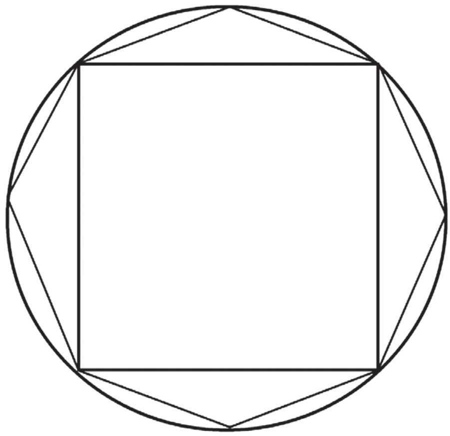
2 Platon'un Delos problemini çözdüğü bile iddia edilir (Hegel, 2019, s. 11). Thomas Heath'e göre bu hatalıdır (Heath, 1921a, s. 255). Heath, matematikte çok az özgün çalışma yapmış olmasına rağmen Platon'un matematiğin tüm dallarındaki konulara duyduğu heves ve sisteminde ona verdiği önemin, yaşadığı dönemde ve sonrasında matematiğin gelişmesine müthiş etkide bulunduğunu söyler (Heath, 1921a, s. 316). Platon'u sevelim, ama hakikati daha çok sevelim.

ğıdır. Thomas Heath, Antiphon'un yönteminden haberdar olmamızı Aristoteles'e ve onun yorumcularına borçlu olduğumuzu söyler (Heath, 1921a, s. 221).

Kronolojik olarak daha geriye gidildiğinde dairenin kareleştirilmesi probleminden, ilk kez, sayesinde Antik Mısır'daki matematiğin durumuyla ilgili bilgilere ulaştığımız Rhind papirüsünde (MÖ 1650) "verilmiş bir çembere eşdeğer bir kare çizmek" ifadesiyle bahsedildiğini görürüz (Boll, 2014, s. 78). Papirüsün yazarı Ahmes şöyle der: "Çapın $\frac{1}{9}$'unu kes ve kalanın üzerine bir kare inşa et. Bu, çemberin alanıyla aynıdır". Böylece bugün π ile simgelenen oranın sayısal değerinin o dönem Mısırlılar tarafından $\frac{256}{81}(= 3{,}16\ldots)$ olarak bilindiği ortaya çıkmıştır (Smith, 1895, s. 349).[3] Gelgelelim Yunanların geometriyi Mısırlı kâtiplerin, başta yüzey ve hacim ölçmeye yarayan jeodezi olmak üzere pratik sorunları çözmek için geliştirdikleri tüm uygulamalı matematik dallarının ötesine taşıdıkları, onu soyut düzgün şekillerin bilimi haline gelecek biçimde geliştirmeyi başardıkları tezi bugün bilim ve felsefe tarihçileri tarafından yaygın kabul gören bir olgudur. Üstelik geometri antik Yunanlarda amacını kendi içinde taşıyarak yalnızca kendisi uğruna incelenmiş bir bilim dalı olmanın yanı sıra kozmolojik sistemler inşa etmelerinde kurucu işlevi de görmüştür. Örneğin Popper'a göre Öklidyen geometri yaygın biçimde kabul edildiği gibi soyut, aksiyomatik matematiğe ilişkin bir deneme değil, daha ziyade *kozmolojiye* dair bir denemedir. Başka bir deyişle kozmos kavrayışını tamsayılar üzerine inşa etmiş Pythagorasçı kozmoloji içerisinde irrasyonel sayıların keşfinin ortaya çıkardığı problemi çözmek adına geliştirilmiştir. Nitekim Aristoteles "tek ve çift"le ilgilenen aritmetiğe karşıt olarak geometrinin irrasyonellerle ilgilenen kuram olduğunu defalarca belirtmiştir (Popper, 1967, s. 18; aşağıda Popper'ın bu görüşünü daha ayrıntılı ele alacağım).[4]

3 Tevrat'ta (I *Krallar*, 7:23, II *Tarihler*, 4:2) π =3 alınır: "Hiram dökme tunçtan on arşın çapında, beş arşın derinliğinde, çevresi otuz arşın, yuvarlak bir havuz yaptı" (Smith, 1895, s. 349). Robert Osserman'a göre bu sözler Kitab-ı Mukaddes'te π'nin 3 olduğu kabul edilmiş gibi anlaşılmamalıdır, zira o çağda da olağan tavır ölçüm sonucunu belli bir amaca yönelik kesinlik derecesine "yuvarlamak"tı. (Osserman, 2003, s. 214) Gelgelelim Spinoza Hz. Süleyman'ın matematikçi olduğuna inanmak zorunda olmadığımızı, onun çember ile çap arasındaki ilişkiden habersiz olduğunu söyler: Tüm işçileriyle birlikte o da bu oranın 3'e 1 olduğuna inanıyordu (Spinoza, 2008, s. 74).

4 *İkinci Çözümlemeler*: "Sözgelişi aritmetik çiftin, tekin, dörtgenin, karenin; geometri orantısızlığın, eğimin veya dönüşün imlediklerini kabul eder" (Aristoteles, 2015, s. 22, 76b). "Ne tek ne de çift" olan ikinin karekökünün irrasyonelliğinin *reductio ad absurdum* yöntemiyle mükemmel ispatı için (Heath, 1921a, s. 204-205). Feyerabend bir karenin kenarının onun köşegeni ile eşölçülemezliğinin (*incommensurability*) Pythagorasçılar üzerinde sarsıcı bir etkide bulunduğunu, karşılarına tamsayı ilişkileri ile açıklanamayan bir durumun çıktığını, o dönem bu kritik durumun tıpkı bugün bazı bilimsel olguların matematiksel olarak ifade edilememesi olasılığıyla eşdeğer bir skandal olduğunu söyler. Fakat *Theaitetos*'ta görüleceği gibi bunun matematiksel ispatı iki nesil içerisinde yaygınlaşmış, dahası bu problem diyalogda başka bir meseleyi örneklemek için kullanılacak rahatlığa erişilmiş, nihayetinde bilim bununla nasıl baş edeceğini öğrenmiştir (Feyerabend, 2015, s. 83-84). *Logistikê* ve *arithmêtikê* ayrımı bağlamında Platon'un metinlerinde sayının kavranışını genel hatlarıyla ele alan bir yazı için (Güven, 2015).

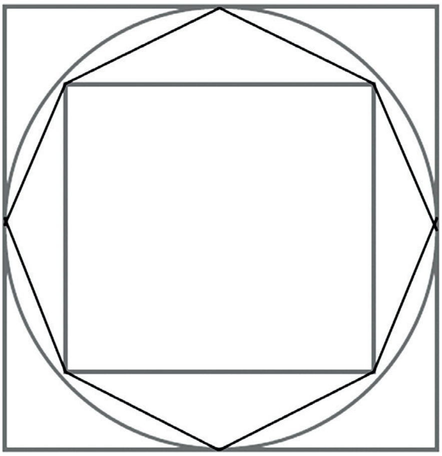


Şekil 1:
Antiphon'un Kareleştirme Yöntemi

Wilbur R. Knorr, Antiphon'un kareleştirme düşüncesinin temelindeki atomculuk etkisine dikkat çeker. İçine çizilen çokgenin kenarlarına uyacak (*epharmozein*: *to conform, to adapt*) biçimde çember yayının esnetilmesi adımı, antik atomcuların ortaya koyduğu kavramlaştırmadan türetilir. Atomculara göre atomik gerçekliğin mikroskobik dünyası duyularımızla algılayabildiğimiz makroskobik dünyadan nitelik olarak tamamen farklıdır. Bunu önümüzdeki meseleye uyarladığımızda fiziksel sergileniş bakımından teğet ve çember küçük bir çember hattı boyunca birbirine temas ediyor gibi görünse de bu tasarımın soyut kavramlaştırması sonucunda teğet, çembere tek bir noktada temas ediyormuş gibi kabul edilir. Bu problem atomcu Demokritos'un yanı sıra başta Protagoras gibi kimi sofistler tarafından da tartışılmış, dahası Afrodisyaslı Aleksandros, Antiphon'un yanıltıcı kareleştirme teşebbüsünün kökeninde bu ilkenin (çemberin teğet doğrusuyla yalnızca tek bir noktada temas etmesi) ihlal edilmesinin yattığını gözlemlemiştir (Knorr, 1993, s. 27-28).

Herakleali Bryson (MÖ 450?-390?), çemberin içine çizilen (*engraphein*) çokgenlerin yanı sıra dışını da kenarları teğet noktalarından çevreleyecek/sınırlayacak (*perigraphein*) biçimde çokgenler yerleştirerek Antiphon'un yöntemini geliştirdiği ve şöyle kritik bir varsayımda bulunduğu söylenir: "Dairenin içindeki çokgenden daha büyük ama dışındaki çokgenden daha küçük, alanı dairenin alanına eşit, doğrusal (*rectilinear*) bir şekil vardır" (Philoponus'tan aktaran Wasserstein, 1959, s. 98). Wasserstein'a göre, Aristoteles *Sofistçe Çürütmeler* (171b-172a) ile *İkinci Çözümlemeler*'de (75b) Bryson'un dairenin kareleştirilmesi önerisini "sofistçe" ve "eristik" bularak eleştirmiştir (Wasserstein, 1959, s. 95; Heath, 1921a, s. 223):

"Bulunduğu tanıtlanabilen bir yüklenen yüklendiğinin kendi olması bakımından bulunuyorsa, açık ki her şey ancak kendi ilkelerinden tanıtlanabilir; buna göre doğru, tanıtlanamaz ve doğrudan öncüllerden yapılan bir tanıtlama bile bilgi sağlayamaz. Böyle tanıtlamalar Bryson'un çemberi dörtgenleştirme uslamlaması gibi olur. Nitekim böyle uslamlamalar tanıtlamalarını başka bir nesnede de bulunabilen ortak bir özelliğe [*a common middle term*-benim notum] göre yaparlar, onun için bu uslamlamalar eşcinsten olmayan nesnelere de uygulanır. Demek ki nesnenin kendi olması bakımından nesnede bulunanı değil de ilineksel olarak bulunanın bilgisini sağlarlar, yoksa tanıtlamaları başka bir cinse uygulanamazdı" (Aristoteles, 2015, s. 20-21).[5]



Şekil 2:
Bryson Kareleştirme Yöntemi

Florian Cajori'ye göre Bryson çokgen ve daire arasında alan bakımından bir çakışmayı garanti altına aldığını iddia etmemiş, dışa ve içe çizilen çokgenlerin aritmetik ortalamasının tam olarak dairenin alanına eşit olacağını varsayarak bir hata yapmıştır (Cajori, 1930, s. 58).[6] Burada en büyük sorunun "dairenin alanına

5 Spinoza, Tschirnhaus'a mektubunda (60. Mektup) birebir aynı gerekçeyi sunar: "Örneğin, bir çemberin özelliklerini soruşturmak için çembere ilişkin şu fikirden, yani bir çemberin sonsuz sayıda dörtgenden oluştuğu fikrinden hareketle çemberin bütün özelliklerine ulaşıp ulaşamayacağımı... [s]oruyorum. Mahut fikir bunu içermediğinden ben de başka bir neden arıyorum ve çemberin bir noktası sabit, diğeri ise hareketli olan bir doğru parçasıyla çizilen yer olduğu fikrine yöneliyorum. İşte bu tanım etkin nedeni ifade ettiği için, buradan çemberin bütün özelliklerine vs. ulaşabileceğimi biliyorum" (Spinoza, 2014, s. 301).

6 Aynı yöntemi, yani iç ve dış çokgenlerin alanlarının aritmetik ortalamasını almayı daha sonra Arkhimedes (MÖ 287-212) tekrarlamış, ancak o bunu verili çemberin çevresini, dolayısıyla π sayısının değerini *yaklaşık olarak* hesaplamak için kullanmıştır (Boll, 2014, s. 47). Tobias Dantzig,

eşit" varsayımından kaynaklandığı tahmin edilebilir. Feyerabend, Aristoteles'in Bryson'a yönelik eleştirisini alıntılar: "Zira büyük ya da küçük olmayan her şey eşit olan değildir, yalnızca doğası gereği bu niteliklere sahip olanlar eşittir. O halde eşit, büyük ya da küçük olan değil; doğası gereği ya büyük ya da küçük olma niteliğine sahip olandır" (*Metafizik*, 1056a23). Aristoteles'e göre Bryson hem daireden hem de çokgenden soyutlayıp yalıtarak "alan" kavramına ortak bir orta terim muamelesi yapar, fakat bu "alan" kavramının karşılaştırmaya engel oluşturacak başka niteliklerle birlikte bulunup bulunmadığını hiç sorgulamaz (Feyerabend, 2012, s. 261). Afrodisiaslı Aleksandros, Aristoteles'in eleştirisini onaylar ve açıklayıcı bir örnek verir: Aynı şeyden küçük veya büyük olan iki şeyin birbirine eşit olacağı varsayımı geometrik büyüklüklerin yanı sıra sayılar, sıcaklık, renk vs. gibi çeşitli başka alanlara da uygulanabilir olmasının ötesinde şu açıdan da açıkça hatalıdır: Örneğin 8 ve 9, 7'den büyük ve 10'dan küçüktür, fakat bunlar birbirine eşit değildir (Heath, 1921a, s. 223).

Son olarak, dairenin kareleştirilmesi problemini çözmeye yönelik en dikkat çekici teşebbüslerden biri olan Sakızlı Hippokrates'in (*Hippocrates of Chios*, MÖ V. yüzyıl) yarım aylar/hilaller (*lunules*) yönteminden bahsedilmelidir. Hippokrates, Thales teoremini (çapı gören çevre açı dik açıdır) ve Pythagoras teoremini kullanarak (bir dik üçgende dik açı oluşturan kenarların karelerinin toplamı hipotenüsün karesine eşittir; hemen aşağıdaki şekilden görülebilir) iki yarım ayın alanlarının toplamının yarım daire içinde inşa edilen ikizkenar dik üçgenin alanına eşit olacağını kanıtlar (ayrıntılar için Heath, 1921a, s. 185 vd). Aristoteles *Sofistçe Çürütmeler*'de (171b2-20) Bryson ile Hippokrates'in yöntemini karşılaştırır. Ona göre evetleme ve değilleme eyleminin bir şey öne sürenin değil, esasen bunları sorgulayan kişinin işi olduğunu söyler ve sorgulama ile diyalektik arasında bir ayrım yapar. Aslında sorgulama da bir diyalektik türüdür ve bilen kişiyi değil, biliyor gibi görüneni inceler. Bir konu hakkındaki ortak ilkeleri araştıran kişi diyalektikçi, öyle yapmadığı halde öyleymiş gibi görünen kişi sofisttir. Soruşturma (*peirastik*) yönteminin en uygun diyalektik yöntem olduğu bir konu hakkında eristik ve sofistçe çıkarım, sonucu doğru bile olsa sadece görünüşte çıkarımdır (neden konusunda bizi yanlışa sürükler). Buna ek olarak özel bir konuya uygun inceleme yordamına ait olmayan, buna rağmen ilgili sanata uygun olduğu zannedilen safsatalar da vardır. Aristoteles'e göre doğru bir sonuca ulaştıracak

---

Arkhimedes'in sonsuz küçükler analizinin kurucusu olduğunu öne sürer. Ona göre mesele bir tanımlama sorunudur: Bir çokgenin alanının hesaplanmasından kesin ifadelerle bahsedebiliriz, ancak bir eğrinin altında kalan bir alandan bahsederken onun içine ve dışına çizilen çokgenlerle birlikte sadece alt ve üst sınırlarından bahsedebiliriz. Alanın kendisi *limit* ve *sonsuz işlem* olmadan tanımlanamaz. Sonlu adımda doğru ve eğriyi eşleyemeyiz, sonsuz kavramının işe koşulması gerekir. Arkhimedes bu yolla π sayısının $\frac{22}{7}$ ile $\frac{223}{71}$ arasında olduğunu göstermiştir. (Dantzig, 2011, s. 110, s. 119-20). Heath'e göre çember, içerisine çizilmiş ve kenarlarının sınırsız sayıda arttırılması ilkece mümkün olan çokgenin *limitidir* (Heath, 1921a, s. 222).

olanlar da dâhil, yanlış çizimler *eristik* değildir, zira bu tür safsatalar ilgili tekniğe uygun düşmektedir. Örneğin Sakızlı Hippokrates'in yarım aylara dayanan kareleştirme yöntemi bu türden yanlış çizimlere örnek gösterilebilir. Bryson'un tüketme yöntemi ise (daire sahiden kareleşmiş olsa dahi) konuya uygun düşmemesi nedeniyle sofistçe bir öneridir (Aristoteles, 2019, s. 47). Aristoteles'e göre Sakızlı Hippokrates'in yarım aylar çizerek kareleştirme yöntemi "eristik" değildir, zira geometrinin kendi ilkelerinden yola çıkmakta ve geometri dışında bir alana taşınması (*metaphorein*) söz konusu olmamaktadır. Fakat Bryson'un argümanları eristiktir, zira incelenen konuda neyin olanaklı neyin olanaksız olduğundan habersiz, bilgisiz kişilere karşı kullanılabilir, ayrıca her şeye uyarlanabilir durumdadır (Aristoteles, 2019, s. 49, 172a1). Kısacası Bryson'un tüketme yöntemi gerek doğrudan doğruya dairenin alanıyla uğraşmadığı için (*Sofistçe Çürütmeler*, 171b17) yöntem bakımdan hatalı gerekse ele aldığı konuyu tümüyle gözden kaçırmış olduğundan, iki kat yanıltıcıdır (Feyerabend, 2012, s. 261).

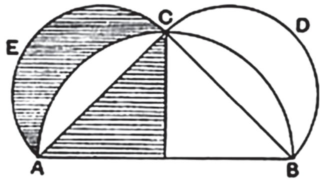


Fig. 2.

Şekil 3: Sakızlı Hippokrates'in Kareleştirme Yöntemi
(Ernest William Hobson'un *Squaring The Circle: A History of The Problem* (1913) eserinde yer alan bu görsel https://en.wikiquote.org/wiki/Hippocrates_of_Chios adresinden alınmıştır. Son erişim: 12.01.2021)

3. Popper'in "Geometri Bilmeyen Girmesin" Yorumu

Dairenin kareleştirilmesi hakkında, Popper'ın argümanlarını desteklemek için eklediği görsel kanıtı daha iyi anlamamızı sağlayacak genel bir çerçeve çizdikten sonra artık Platon'un ünlü sözünün Popper tarafından yorumlanışına geçebiliriz. Platon'un yazıya dökülmemiş, gizli bir öğretisi (*agrapha dogmata*) olduğu varsayımı[7] ekseninde yaptıkları çalışmalarla tanınan "Tübingen ekolü" temsilcilerinden Konrad Gaiser'e göre Platon felsefesinde matematiğin ontolojik statüsü çok açıktır: Matematiksel bilimler felsefi düşünmenin istikametinin göstergesi olmanın yanı sıra idealar dünyasının bir yönüyle görüntülerini de sağlarlar. Platon di-

7 Aristoteles bundan *Fizik*'te (209b15) bahseder: "Gerçi [Platon] burada 'Yazıya Dökülmemiş Görüşler'deki 'şekil verilebilir olan'dan başka biçimde tanımlıyorsa da yine de yeri ve uzamı aynı şey kabul ediyor" (Aristoteles, 2014, s. 141). Tübingen Okulu'nunki dahil olmak üzere Platon diyaloglarının tarih boyunca çeşitli okunma-yorumlanma tarzlarının eleştirisi için (Aygün, 2018).

yaloglarındaki çeşitli ifadelerden de anlaşılacağı gibi matematiksel yasalar varlığın yapısını betimlemede model işlevi görmektedir (Gaiser, 2012, s. 88; Platon, 2006, s. 247, 527b: "Geometri hep varolanı bilmeye yarar, doğup öleni bilmeye değil"). Örneğin Platon, detaylı biçimde Theaitetos'un incelediği irrasyonel doğrular (*irrational lines*) sisteminde idealar ile görünüşler arasındaki pay alma (*metheksis*) ve ayrışma (*khorismos*) ilişkisini aydınlatan ontolojik bir model bulmuştur (Gaiser, 2012, s. 89).[8] Ivor Bulmer-Thomas, Platon'un matematiksel nesnelere ilişkin metafizik görüşlerinin kökeninde Akademi'deki pratik matematikçilerin tamsayı araştırmalarının olduğunu söyler (Bulmer-Thomas, 1983, s. 384). Platon'la ilgili bir anekdot bu görüşleri desteklemeye yardım edebilir: Aristoteles'in öğrencisi Aristoksenos'un *Harmonika Stoikheia* (Elementa harmonica) eserinin ikinci cildinde aktardığına göre günün birinde Platon'un iyi (*agathon*) hakkında bir ders vereceği duyurulur. Dinleyicilerin her biri kendilerince iyi olduğunu düşündükleri zenginlik, sağlık, güç, mutluluk vs. üzerine ders dinleme umuduyla Akademi'ye gelirler. Fakat Platon matematik, sayılar, geometri, astronomi ve sonunda iyiliğin birliğine dair konuşmaya başladığında anlatılanlardan hiçbir şey anlamadıkları için öfkeyle yakınırlar. Aristoksenos'un aktarımıyla, Aristoteles bu hayal kırıklığına halkın sırf "iyi" kavramına bakıp aldanmalarının değil de konuşmasına başlamadan önce dersinin neyi içereceğine dair kısa bir açıklama yapmayan hocası Platon'un neden olduğunu söyler. Aristoteles'e göre şayet Platon öyle yapmış olsaydı geriye yalnızca dersle sahiden ilgilenenler kalacaktı (Cherniss, 1962, s. 1). Bu bağlamda felsefi düşünmenin çoğu zaman çağının bilimsel keşiflerinin ardından harekete geçtiği, bu bilimsel bulgular üzerinde yoğunlaşarak felsefi çıkarımlar ürettiği öne sürülebilir.

Tamsayılar, rasyonel ve irrasyonel sayılar söz konusu olduğunda Platonculuğun bu üç aritmetik nesneler kümesiyle ilişkisinin epey tartışmalı olduğu, konuyla ilgili geniş literatüre hızlıca bir göz atıldığında bile anlaşılabilir. Karl Popper, *The Open Society and Its Enemies*'in (*Açık Toplum ve Düşmanları*, ilk baskı tarihi: 1945) "Totaliter Adalet" adlı altıncı bölümünün dokuzuncu notuna yaptığı 1957 tarihli uzun bir ekte, ayrıca daha sonra *Conjectures and Refutations* (1963) eserinde tekrar yer vereceği "The Nature of Philosophical Problems and Their Roots in Science" (1952) başlıklı makalesinde Pythagoras kökenli tamsayı aritmetiğinin Pla-

---

8 Gaiser (2012, s. 114) irrasyonel büyüklüklerin sayısal oranları ve ilişkilerinin sistemli bir incelemesinin Eudoksus tarafından tamamlanmış genel oranlar kuramı dahilinde başarıldığından bahseder (Öklid'in *Elemanları*, V. Kitap). Ona göre bu teorik başarının *(Wechselwegnahme,* yani "Öklid Algoritması" olarak da bilinen *anthyphairesis)* temelini oluşturan, kronolojik bakımdan kendisinden önceki *tüketme yöntemidir*. Gaiser, 2012, s. 114). *Anthyphairesis* (ya da *antanairesis*) için *Öklid'in Elemanları*, VII. Kitap, 1. Önerme: "Eşit olmayan iki sayı alındığında, sürekli olarak sırasıyla küçük olan büyük olandan çıkarıldığında, eğer birim kalana kadar hiçbir kalan sayı bir öncekini ölçmüyorsa ilk sayılar aralarında asal olacaktır" (Szabó, 1978, s. 136n70). *Öklid'in Elemanları*, VII. Kitap, 2. Önerme, aralarında asal olmayan iki sayı verildiğinde bunların ortak ölçüsünü bulma yöntemini gösterir.

ton düşüncesiyle karmaşık, daha ziyade olumsuz tarzdaki ilişkisinden yola çıkar.[9] Popper'ın kendisi de tezinin kesinlikten yoksun, tarihsel bir varsayım olarak görülebileceği konusunda okuru baştan uyarsa da (Popper, 1974, s. 249) Pythagorasçı tamsayı kuramı ile Platon felsefesi arasındaki bağlantıya dair kendinden evvel öne sürülenlerden daha fazla metinsel olguyu açıklayıcı bazı varsayımlar sunar.[10]

Popper'a göre Platon'un Akademisi'nin girişindeki ünlü "geometri bilmeyen girmesin" uyarısı matematik çalışmalarının eğitim (*paideia*) açısından önemine dikkat çekmenin özlü ifadesi gibi anlaşılmanın ya da matematiksel olanların (*ta mathematika*)[11] Platoncu idealar kuramıyla yakın ilişkisini vurgulamanın ötesinde çok daha kapsamlı bir yorumu hak eder: "Aritmetik, yani daha kesin anlamıyla Pythagorasçı tamsayı kuramı artık yeterli değildir, geometri de bilmek gerekir" (Popper, 2017, s. 242). Popper buradan hareketle cümlenin ikinci kısmının niçin "Platon'un bilime yaptığı en önemli katkı" olarak görülmesi gerektiğini açıklar. Popper'a göre Pythagorasçılığın geometriyi ele alışı günümüzde "aritmetikleştirme" olarak bilinen yönteme çok benziyordu: Geometri tamsayılardan, yani bölünmez birimlerden, *monad*'lardan kurulu sayılar kuramının ve onların akla uygun, "rasyonel" (*logoi*), yani birbirleriyle ölçülebilir oranlarının bir parçası olarak anlaşılıyordu (Popper, 2017, s. 242).[12] Bunu Pythagoras'ın 3:4:5, 5:12:13 gibi sadece tamsayılara bağlı oranlara uygun kurulabilen dik üçgenlerinden de görebiliriz.[13] Platon'un *Büyük Hippias*'ta (303b) ve *Menon*'da (82b) ele aldığı ikinin karekökünün

9 *The Open Society and Its Enemies*'teki bu not daha sonra Popper'in şu kitabında da olduğu gibi yer almıştır: *The World of Parmenides: Essays on The Presocratic Enlightenment*, Londra ve New York: Routledge, 1998, s. 251-58.

10 *The Open Society and Its Enemies, Vol. 1: The Spell of Plato* (Londra: Routledge&Kegan Paul, 1974)'teki Platon'un π sayısına epey yaklaştığı iddiasını ele alan bu nota ilk kez David Richeson'un blog yazısında rastladım. https://divisbyzero.com/2012/06/20/platos-approximation-of-pi/ (Erişim: 21.10.20). Richeson bunu daha sonra şu kitabında da alıntılar: *Tales of Impossibility: The 2000-Year Quest to Solve the Mathematical Problems of Antiquity*, Princeton ve Oxford: Princeton University Press, 2019, s. 378. Popper'ın bu olguya farklı bir bağlamda dikkatini ilk çeken kişi ise Wilhelm Marinelli'ymiş (Popper, 1974, s. 252; Popper, 1998, s. 256).

11 "Matematik" kavramı Pythagorasçı okul içerisinde üretilmişti ve Skolastik'te *quadrivium* olarak adlandırılan dört kola ayrılıyordu: aritmetik, geometri, müzik ve astronomi (optiği de dahil edebiliriz, *İkinci Çözümlemeler*, 75a, 79a) (Waszkiewicz, 1980/81, s. 97). Burada Popper'ın niyetinin Platon'un neden aritmetik, matematik vs. değil de bilhassa "geometri" dediğini araştırmak olduğu tekrar vurgulanmalıdır.

12 Aritmetikleştirme ölçülebilir hale getirmektir. Husserl, geometrinin aritmetikleştirilmesinin neredeyse otomatik olarak onun anlamının boşaltılmasına yol açtığını söyler. Saf sezgilerin ortak yönergesi altındaki geometrik düşünmede temsil edilen edimsel uzam-zamansal ideallikler saf sayısal konfigürasyonlara, cebirsel yapılara dönüştürülürler (Husserl, 1970, s. 44). Husserl zaten *Ideen I*'de "saf geometrici"yi cebirin yöntemleri olmadan da yapabilen kişi olarak tanımladığı bir yerde, biçimsel cebirleştirmenin geometrinin kökensel anlamı ve "açıklığı" için bir tehdit oluşturduğunu söylemişti (Husserl'den aktaran Derrida, 1989, s. 126-127n145).

13 Pythagoras'a atfedilen formül şudur: 2n+1, 2n(n+1), 2n(n+1)+1. Popper, Pythagoras teoremine uyan 8-15-17 üçgeninin bu formüle uymadığına dikkat çeker (Popper, 1974, s. 248-49; Popper, 1998, s. 252).

(modern notasyonla $\sqrt{2}$) irrasyonelliğinin keşfi, Pythagorasçılığın geometriyi aritmetik prosedürlere uyarlama programını, dahası okulun bizzat kendisini yıkıma uğratmıştır. Popper'a göre bu keşfin bir sır olarak kabul ediliyor olması Platon'un *Büyük Hippias*'ta (303b-c) ve *Devlet*'te (546c) irrasyoneli "sözü edilemez [sır]" (*arrhetos*) olarak ifade etmesinden de açıkça görülmektedir (Popper, 2017, s. 242).[14] *Büyük Hippias*'taki (303b) ifade şöyledir: "Herhangi iki şey çift sayılı olduğunda bunlardan her biri ya tek sayılıdır yahut belki çift sayılı. Yine, bunların her biri ifade edilemez olduğunda ikisi beraber ifade edilebilir olur, ya da belki ifade edilemez" (Plato, 1997, s. 920).[15] *Devlet* (546c) ise çok daha karmaşık bir hesaplamayı içerir:

> "Buna karşılık, insan doğuşları için her biri üçer çarpan ve dört terimle birbiri ardı sıra giden bazı temel ve ek sayıların çarpımları sonucunda ve her çeşit *benzeştirme* ve *ayrılaştırma*, artırma ve azaltma yollarıyla bütünün parçaları arasında rasyonel olarak gösterilebilen bir karşılaştırma kuracak en küçük bir sayı bahis konusudur. Bu çarpımlara ait bir dik üçgenin dikey kenarları beş sayıyla birlikte alınıp, elde olunacak çarpım üç kere daha kendisiyle çarpılırsa iki armoni bulunur. Bunlardan biri iki eşit sayı çarpımıyla yüz kere yüzün çarpımından ibarettir. Diğeriyse birer çarpanları eşit, diğer çarpanları ayrı çarpımların çarpımından, yani beşin rasyonel diyagonal sayısı karesinin bir noksanının yüz katının (veya beşin irrasyonel diyagonal sayısı –burada kastedilen $5\sqrt{2}$' dir; *benim notum*- karesinin iki noksanının yüz katının) üçün küpünün yüz katıyla çarpımından ibarettir. İşte iyi ve kötü doğumların sırrı bu sayıda saklıdır" (Platon, 2006, s. 270-71).[16]

Popper, Öklid'in aksiyomatik yönteminin esasen irrasyonelliğin keşfiyle birlikte hem Pythagorasçı geometrinin tümüyle tamsayılara ve onların oranlarına

---

14 *Tractatus Logico-Philosophicus*'un Wittgenstein'ını inanmış bir Pythagorasçı olarak hayal edebiliriz gibi geliyor: "Üzerine konuşulamayan konusunda susmalı". Popper, Erwin Schrödinger'in buna verdiği yanıtı alıntılar: "Ama konuşmanın ilginç olduğu yer de yalnızca orası" (Popper, 1952, s. 129).

15 Plato, *Complete Works* (1997)'de aynı sayfadaki notta *inexpressible number* ile kastedilenin tamkare olmayan bir sayının karekökü olduğu ve iddianın kısmen yanlış olduğu belirtiliyor: İrrasyonel iki sayının toplamı bir tamsayı olamaz. Popper ise bunun $2—\sqrt{2}+\sqrt{2}$ ifadesinin yine rasyonel olacağı yönünde de anlaşılabileceğine dikkat çeker (Popper, 1974, s. 251; Popper, 1998, s. 255; ayrıca Heath, 1921a, s. 304).

16 Burayı açıklamak için hem Platon (2006, s. 271)'daki Prof. Dr. Hâmit Dilgan'ın dipnotundan hem de *Complete Works* (1997, s. 1158)'deki *Republic* çevirisinde yukarıdaki pasajı açıklayan John M. Cooper'ın notundan faydalandım. Yapılan işlem 3, 4, 5 sayılarının oluşturduğu Pythagoras üçgeninin oranlarının çarpımının dört kere tekrarlanmasıdır: $(3\times4\times5)^4$ = 12,960,000. Bu sayı 3600'ün karesidir, istenirse kenarları 3600 birim olan bir kare olarak düşünülebilir ve 36×36×100×100 biçiminde yazılabilir. Aynı sayı (3×3×3)(5×4×5)(4×3×4)(5×4×5) biçiminde yazılabilir ve aynı zamanda kenarları 2700 ile 4800 olan bir dikdörtgen olarak da düşünülebilir. 4800 sayısı ise ya $(7^2—1)\times100$ ya da $((5\sqrt{2})^2—2)\times100$ olmak üzere iki türlü ifade edilebilir. Böylece 5'in diyagonal sayısının karesi $\sqrt{50}$ olduğundan, ikinin kareköküyle ilişkili bir *irrasyonel sayıyla da* gösterilebilmiş olur. Aristoteles'in terimcesiyle dikdörtgen şekil güç-kuvve (*dynamis*) halde bulunan irrasyoneli fiile (*energeia*), Kant'ın terimcesiyle görünüşe getirir (*Erscheinung*) diyebilir miyiz? *Theaitetos*'ta (148b) Sokrates karekökleri tam sayı olmayan sayılara dikdörtgen sayılar (*dynamis*) adını verir.

bağımlı, aritmetik-temelli yapısının çöküşünden kurtulabilecek olanları kurtarma hem de geometrinin aritmetiğe indirgenemezliğini ispatlama amacını kapsayan yeni bir yöntem olarak çıktığını öne sürer. Ayrıca bu süreçte Pythagorasçı düşünce mirasından kurtarılmaya değer olanları kurtarma ve çöküşün ardından ortaya çıkan entelektüel krizin önüne bir nebze geçebilmek uğruna böyle yeni bir geometrik yöntem geliştirme sürecinde bizzat Platon'un rolünün hayli önemli olduğuna vurgu yapar (Popper, 1974, s. 249; Popper, 1952, s. 146).

Popper'ın varsayımlarından biri *Timaios*'taki temel cisimler kuramının bu krize yönelik bir çözüm olduğudur. Platon, *Timaios* (55d-56c)'ta geometrik-matematiksel atomculuğunu şöyle beyan eder:

> "Şimdi tüm bunları göz önünde bulunduran ve sonsuz sayıda mı yoksa sonlu sayıda mı dünya olduğunu söylemenin uygun olacağını merak eden birini varsayalım... [F]akat bu araştırmayı bırakıp düşüncemizde türetilmiş öğeleri birer birer ateş, toprak, su ve havaya tayin edelim. Toprağa kübik biçimi verelim, çünkü dördü arasında toprak en hareketsiz ve en biçim verilebilir olandır. Zorunluluk gereği en sağlam tabanlar bu tarz bir doğadan olmalıdır. Başta varsaydığımız temel üçgenlere gelince, iki eşit kenardan oluşan yüzey (ikizkenar üçgen), eşitsiz kenarlardan oluşana göre (eşkenar üçgen) doğası gereği daha sağlamdır. Bu iki tür üçgenden meydana gelen düzgün yüzeylere baktığımızda, düzgün eşkenar dörtgen (*isopleuron isopleurou tetragonon*) zorunlu olarak hem parçalarda hem de bütün olarak eşkenar üçgenden daha sağlam bir tabana sahiptir. O nedenle bu bahsettiğimiz şekli toprağa, geriye kalanlardan en hareketsizini suya, en hareketlisini ateşe, aracı şekli (*to de meson*) havaya tayin ederek doğru yapıyoruz. Ayrıca en küçük cismi ateşe, en büyüğü suya, büyüklüğü arada kalanı havaya; yine sırayla en keskin olanı ateşe, ikinciyi havaya ve üçüncüyü suya. Tüm bu şekilleri göz önünde bulundurarak, en az tabanı olan zorunlu olarak en hareketli olmalı, zira o her yönden en keskin ve içe işleyici olandır. Ayrıca en az sayıda aynı parçadan oluştuğu için en hafifidir. Aynı niteliği haiz ikinci cisim ikinci sırayı, üçüncü cisim üçüncü sırayı alır. Böylece düzgün düşünmeye ve olası olana bakılınca (*kata ton orthon logon kai kata ton eikota*), piramit şeklini alan cisim ateşin öğesi ve tohumu olmalı, türetilme sırasına göre ikinci olan havanın ve üçüncü de suyun öğesi. Tüm bunların öyle küçük oldukları düşünülmeli ki (*dianoeisthai*), kendi türünde her biri tek olarak alındığında göze görünmemeli, pek çoğu bir yığın oluşturacak biçimde bir araya geldiğinde gözle görülebilmeli" (çeviri ve parantezler bana ait).[17]

17 Platon atomculuğu için hatırlatma: "Platon'un *Timaios*'undaki temel parçacıklar nihayetinde maddi tözler değil, matematiksel şekillerdir" (Heisenberg, 1958, s. 71). *Timaios*'ta Empedoklesçi dört öğeden adlarını alan temel geometrik yapılar dörtyüzlü (*tetrahedron*: ateş), küp (özel bir altıyüzlü [*hexahedron*] olarak: toprak), sekizyüzlü (*octahedron*: hava) ve yirmiyüzlü (*icosahedron*: su)'dür. Onikiyüzlü (*dodecahedron*), kusursuz biçim olan küreye en benzeyen olduğundan evrenin yapısını oluşturan cisimdir (*Timaios*, 55c). *Öklid'in Elemanları*'nın nihai amacı "Platoncu cisimler" diye bilinen bu beş çokyüzlünün nasıl inşa edileceklerini göstermektir (Pohle, 1971, s. 36). Florian

Bu çözüm önerisi sayesinde hem Demokritos ve Leukippos tarafından temsil edilen atomculuk ile Pythagorasçılığın atomik öğretisi ayrı ayrı muhafaza edilmekte hem de mevcudiyeti artık göz ardı edilemez hale gelmiş irrasyonelliğe (*alogon*), bilhassa ikinin ve üçün irrasyonelliğine (yani bu sayıların kareköklerine) doğa anlayışında yer açılabilmektedir. Platon bu senteze farklı türde iki üçgeni birlikte kullanarak ulaşır: Bunlardan biri karenin yarısı olan ikizkenar üçgen olup ikinin kareköküyle bağlantılıdır. Diğeri eşkenar üçgendir ve üçün karekökünü geometrik olarak ifade etmektedir. *Timaios*'un temel fiziksel-matematiksel öğretisi bu iki üçgenin artık daha temel herhangi bir şeye indirgenemeyecek öğeler olup, tüm fiziksel cisimlerin sınırlarını ya da formlarını oluşturdukları yönündedir (Popper, 1974, s. 253; Popper, 1952, s. 149): "O dört çeşit cisim bize birbirinden doğmuş gibi geliyordu; bu yanlış bir görünüştü. Bizim seçtiğimiz üçgenler gerçekten dört cismi doğuruyor, halbuki üçü (ateş, su ve hava-*benim notum*) bir tek üçgenden, kenarları eşitsiz olandan çıkıyor (eşkenar üçgen-*benim notum*), yalnız dördüncüsü (toprak-*benim notum*) iki kenarı eşit üçgenden yapılmıştır" (*Timaios*, 54c).[18]

Popper, Akademia'nın alınlığındaki uyarıya ilişkin özgün yorumunu, yani bu sözün aritmetiğin kendi başına artık yeterli gelmeyeceği, geometri de bilmenin gerekliliğini vurguladığı iddiasını kanıtlayacak, belki de en önemli varsayımını sona saklamıştır: Her ne kadar Popper, Platon diyaloglarında buna dair "doğrudan" bir kanıt (*direct proof*) bulamadığını baştan kabul etmiş olsa da (Popper, 1974, s. 253) *$\sqrt{2}$'nin ve $\sqrt{3}$'ün toplamının π sayısına çok yaklaşması olgusu*. Bu iki irrasyonel sayının toplamıyla π sayısı arasındaki fark 0.0047...'den, yani binde 5'ten daha az olup, bundan daha yaklaşık bir oranın günümüzde de bulunamadığı söylenebilir (Popper, 1974, s. 252). Popper'e göre bir dairenin dışına çizilen bir altıgenle içine çizilen bir sekizgenin alanlarının toplamının aritmetik ortalamasının o dairenin alanına oldukça iyi bir yaklaşma imkanı sağladığı olgusu bu yaklaşıklığı başka bir biçimde açıklamaktadır.[19] Popper, Platon'un Heraklealı Bryson'un kullandığı tüketme yöntemini iyi bilmesi, buna ek olarak *Büyük Hippias*'ta yazdıklarından yola çıkarak onun irrasyonellerin toplamlarıyla ilgilendiği olgularını bir araya getirir ve

---

Cajori'ye göre *Elementler*'in amacına dair Proklos'a ait bu iddia bariz biçimde hatalıdır. (Cajori, 1930, s. 65). Popper'in -Cajori'nin hilafına- Proklos'un iddiasını benimsediği söylenebilir.

18 Eşkenar üçgene "kenarları eşitsiz" denmesinin nedeni tepe noktasından taban kenarını ikiye bölecek bir kenarortay çizildiğinde iki üçgenin ortaya çıkması, bunların her birinin kenar uzunluklarının da $1:\frac{1}{2}:\frac{\sqrt{3}}{2}$ birimle orantılı olacak biçimde sıralanmasıdır.

19 David Richeson'a göre bir birim çemberin dışına çizilen altıgenin alanı $2\sqrt{3}$ içine çizilen sekizgenin alanı ise $2\sqrt{2}$ olacağı için bu ikisinin aritmetik ortalaması sahiden $\sqrt{2}+\sqrt{3}$ olacaktır. https://divisbyzero.com/2012/06/20/platos-approximation-of-pi/ (Ayrıca Popper, 1952, s. 150). Stephen Toulmin ve June Goodfield, *The Architecture of Matter*'da Popper'in (1952)'deki varsayımıyla ilgilenmiştir (Toulmin ve Goodfield, 1962: 80). David Park da Popper'in kestirimini önemli bulduğundan *The How and The Why: An Essay on the Origins and Development of Physical Theory*'de bahseder (Park, 1990, s. 37). Reinhold Remmert de π'ye yaklaşma örneklerini incelerken Popper'ın varsayımını aktarmaya değer bulur (Remmert, 1991, s. 126).

Platon'un $\sqrt{2}+\sqrt{3}=\pi$ eşitliğini bulmuş olabileceğini, ama bunun yaklaşık bir sonuç mu yoksa kesin bir eşitlik mi olduğu meselesini [Platon'un] kanıtlayamamış olduğunu öne sürer (Popper, 1974, s. 252-53).[20] Popper yazının sonundaki şekillerden daha iyi anlaşılacağı üzere Platon'un *Timaio*s'ta neden temel karesini ikiye bölüp iki tane ikizkenar üçgenle yetinmek yerine dörde böldüğünü, yine aynı biçimde temel eşkenar üçgenini ikiye bölmek yerine niçin altı üçgenden oluşacak biçimde "şeylerin sayısını gereksiz biçimde çoğalttığı" eleştirilerine makul bir yanıt vermektedir.[21] Temel kare ile eşkenar üçgen r yarıçaplı bir daireye yerleştirildiğinde bu iki şeklin taban kenarlarının (yazının sonundaki geometrik çizimden görülebileceği gibi) toplamının πr'ye yaklaştığı, başka bir deyişle bize dairenin kareleştirilmesinin-dörtgenleştirilmesinin en yalın (yaklaşık) çözümlerinden birini sunduğu açıkça görülebilir (Popper, 1974, s. 252; Popper, 1998, s. 258). Kendi kestirimini özetlemeyi yine Popper'ın kendisine bırakalım:

> "İrrasyonel sayıların keşfi kozmolojiyi (ve geometriyi) doğal sayılar aritmetiğinden türeten Pythagorasçı programı yıkmıştır. Platon bu olguyu fark etti ve aritmetik dünya teorisini geometrik dünya teorisiyle değiştirmeye çalıştı. Akademisinin kapısının üstündeki ünlü yazı tam olarak söylediği şeyi kastediyordu: Aritmetiğin yeterli olmadığını ve geometrinin temel bilim olduğunu. Evvelki aritmetik atomculuğa karşıt olarak Platon'un *Timaios*'u, içindeki bütün temel parçacıkların, kenarları iki ve üçün (irrasyonel) karekökü olan iki üçgenden inşa edildiği geometrik bir atom teorisini barındırır. Platon problemini takipçilerine miras bıraktı, onlar da bunu çözdü. Öklid'in *Elemanlar*'ı Platon'un programını tamamladı, zira onda geometri özerk biçimde, yani "aritmetik" eşölçülebilirlik [*commensurability*] veyahut oranlanabilirlik [*rationality*] varsayımı olmadan geliştirilir. Platon'un büyük ölçüde kozmolojik problemleri Öklid tarafından öyle başarılı biçimde çözülmüşlerdi ki, unutulmuşlardı: *Elemanlar* kozmoloji incelemesi olmaktansa -ki ben öyle olduğuna inanıyorum- saf tümdengelimsel matematiğe dair ilk ders kitabı olarak kabul edilir" (Popper, 1967, s. 19, çeviri ve köşeli parantezler bana ait).

---

20 Popper'ın bunu geometrik olarak nasıl gösterdiği aşağıdaki şekilleri inceleyerek rahatlıkla görülebilir. Türkçe baskıda (2017) yer verilmesine gerek görülmemiş şekiller (Popper, 1974, s. 252)'den alınmıştır.

21 Platon'un niçin üçgen enflasyonu yarattığını soran Francis Cornford'dur: "İki ana problem, Cornford'un çözmeyi umduğu büyük yapbozlar olarak burada birleştirilmiştir... [B]ilhassa, (Platon) niçin tam şekiller yerine temel öğeler olarak ikizkenar ve eşkenar üçgeni seçmişti? İkinci problem, açıkça dışta bırakılmış bu gerekçe hakkında birbiriyle yakından ilişkili bir dizi soruyu içeriyor: Platon neden temel üçgen öğelerini "en iyi" dik üçgenler olarak düşündü ve tam şekilleri oluşturmak adına niçin onları (çifter çifter gruplamak yerine) sırasıyla 4'lü ve 6'lı kümeler halinde gruplandırdı?" (Pohle, 1971, s. 37; ayrıca Cornford, 1997, s. 216-218). Cornford'a yanıt veren Popper açısından bu üçgen bolluğu lüzumsuz değil, bilakis yazının sonunda görüleceği gibi zorunlu ve anlamlıdır.

4. Sonuç

Plato said God geometrizes continually.
Platon, Tanrı durmaksızın geometrileştirir demişti.[22]
Plutarkhos, *Convivialium disputationum*, liber 8, 2

Popper'ın kestirimine dair yapılacak ilk itiraz bunun anakronik bir öneri olduğu yönünde olacaktır: Madem Platon'un döneminde irrasyonel iki sayının toplamının π'ye eşit olduğu (ya da yaklaştığı) ile ilgili bilgi zaten mevcuttu, o halde niçin aradan neredeyse yüz yıl geçmiş olmasına rağmen Arkhimedes hâlâ Bryson'un "eski" yöntemiyle, üstelik rasyonel sayıları kullanarak π'ye yaklaşmaya çalışıyordu?[23] π'ye yaklaşma meselesine dair başka bir itiraz bilhassa Popper'ın görsel kanıt-önerisine yöneltilebilir: (Dr. İrem Aslan Seyhan'ın da hatırlattığı üzere) Antik Yunanların ilke olarak üç klasik problemin çözümünde "paslı pergel ve taksimatsız cetvel kullanarak" yapılanlar dışındaki pratik önerileri çözüm olarak kabul etmiyorlardı. Hatta Plutarkhos'un tanıklığına güvenilirse bizzat Platon, Delos problemine dair Eudoksus ve Arkhytas'ın "mekanik" çözüm önerilerini geometriyi bozdukları gerekçesiyle eleştiriyordu:

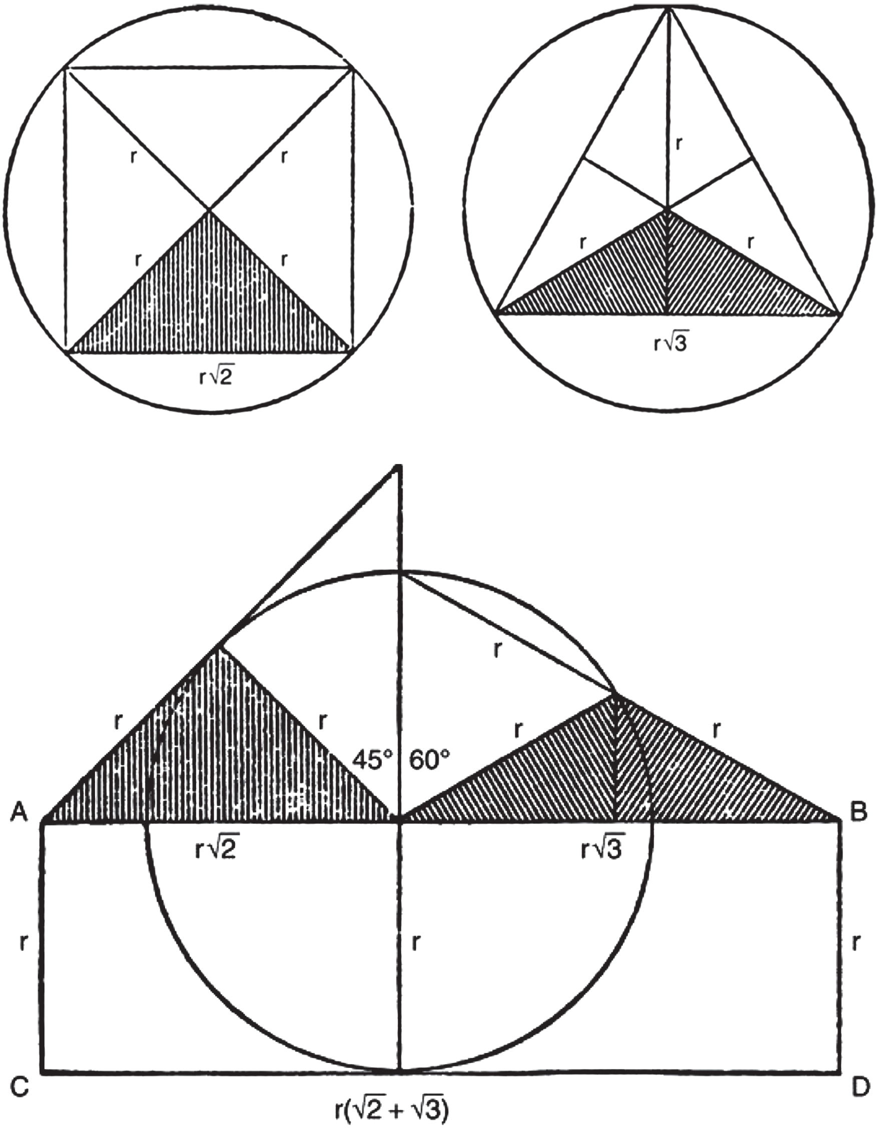
> "Geometriyi kurnazlıkla süsleyen Eudoksus ve Arkhytas kanıtlamayla kolayca çözülemeyen *problemleri* söylemsel argüman ve diyagramla destekleyerek, duyusal ve pratik illüstrasyonlar aracılığıyla bu hayli saygın ve ünlü mekanik sanatını başlattılar. Örneğin, her iki düşünür de çoğu geometrik figürde yer alan bir öğe olan iki orta orantıyla ilgili *problemi*, eğri çizgi ve kesitlerden elde ettikleri belirli orta orantıları uyarlayarak mekanik yapılara indirgemişlerdi. Fakat Platon memnun değildi, geometrinin iyiliğini yok etikleri ve onu yozlaştırdıkları gerekçesiyle onlara karşıydı. Cisimsel-olmayan kavranabilir nesnelerden duyusal nesnelere düşen, dahası çok fazla kaba el emeğine ihtiyaç duyan cisimler kullanan mekanik bu yüzden geometrinin dışında sayılıyordu ve uzun bir süredir felsefe tarafından göz ardı edildiği için askeri sanatlardan biri olmuştu" (Plutarkhos'tan aktaran Bowen, 1983, s. 21, çeviri bana ait).

22 Beni bu sözden haberdar eden Dr. Ömer Aygün'e teşekkür ederim.

23 Prof. Dr. Ahmet Arslan'ın *Metafizik* çevirisindeki (J. Tricot'nun Fransızca çevirisinden aktarılan) bir dipnotta (Aristoteles, 2010, s. 86, 983a19) Aristoteles'in zamanında dairenin çapı ile çevresinin eşölçülemezliğinin henüz bilinmediği varsayılır, bu sav da Arkhimedes'in yıllar sonra bile aralarında bir oran bulmaya çalışmasına dayandırılır (yukarıda 6. Dipnot). Bu, dairenin kareleşebileceğine inancın kanıtı olarak yorumlanabilir. Arkhimedes'in daireyi ölçme yöntemi için (Heath, 1921b, s. 50-56). Arkhimedes'e göre dairenin alanı dikey kenarı dairenin yarıçapı (r), tabanı dairenin çevresi ($2\pi r$) uzunluğunda olan dik üçgenin alanına eşitti. Popper'in kestirimini alıntılayan W. M. Priestley de Arkhimedes'in daireyi çevreleyen 48 kenarlı çokgeninin bu kestirimi çürüteceğini söyler (Priestley, 2005, s. 16).

Popper elbette kestirimini yanlışlamaya yönelik bu tarz itirazlar geleceğini biliyordu, fakat varsayımlarını destekleyici bir ek olarak sunduğu görsel kanıt hariç tutulduğunda bile gerek Platon'un aritmetikten geometriye geçişteki yadsınamaz etkisine gerekse iki ile üçün kareköklerinin toplamının $\pi\pi$'ye yaklaştığına ilişkin varsayımlarının açıklayıcı güçlerini koruduklarını düşünüyorum. Nitekim Popper'ın kendi görüşü de bilimsel veya felsefi bir problemi çözmek adına başarısız bir teşebbüste bulunmanın, şayet bu dürüst ve adanmış bir teşebbüs ise, "Bilim nedir?" veya "Felsefe nedir?" gibi bir soru hakkında tartışmaktan çok daha önemli olduğu yönündedir (Popper, 1952, s. 124). Bitirirken, dairenin ölçülmesi probleminin büyük mücadeleperverlerinden Arkhimedes'in düşünsel mirası bağlamında bir ek yapmayı zorunlu görüyorum: Bugün güncel teknolojik imkanlar sayesinde antik döneme ilişkin hiç beklenmedik keşiflerin yapılmaya devam ettiğini görüyoruz. Buna çok yakın tarihli bir örnek verilebilir: İlk kez 1906 yılında Danimarkalı dilbilimci Johan Ludvig Heiberg İstanbul'da, fakat Kudüs Rum Patrikhanesi'ne bağlı Ayios Yeorgios Metokhion Kilisesi'nin (Metroloji Kilisesi olarak da anılıyor) kütüphanesinde bir dua kitabını incelerken kitabın sayfalarını oluşturan ve MS 10. yüzyıla tarihlenen palimpsestlerin Arkhimedes'in uzmanlar tarafından daha önce bilinmeyen çalışmalarını içerdiğini fark etmiş, sayfaların fotoğraflarını çekebilmiş. Daha sonra gizemli bir biçimde kaybolan kitap 1998 yılında tekrar ortaya çıkmış, uzmanlar epey hasar görmüş olan sayfaları güncel teknolojik imkanlar sayesinde okunabilecek biçimde tarayabilmiş (Wilson, 2004).[24] Kısacası antik problemlerin çözümüne ilişkin ister doğrulayıcı isterse çürütücü kabul edilsin, yeni bulguların *deus ex machina* misali düşünce tarihi sahnesine inme olasılığı var. Bunlar adeta MÖ 468-467'de Gelibolu yarımadasına düşen ve Anaksagoras'ı düşüncelere sevk eden göktaşı gibi (Watson, 2014, s. 193) tarihte tesadüf etkeninin öne çıkmasının sonuç hanesinde değerlendirilmeli. Fakat metinler asıl değerini problem odaklı, uzun süreli çaba gerektiren bir eleştirel yaklaşım aracılığıyla kazanır. Popper'ın iş başında kanıtladığı gibi erişimimizdeki kaynakları kullanarak varsayımlarımızı elden geldiğince temellendirmeye çalışmak (*Theaitetos*, 201d) asıl felsefi tavır olmalıdır. Platon'la bitirelim: Timaios'un *Timaios*'ta anlatacaklarını *eikos mythos* (*Timaios*, 29d) olarak görmeleri konusunda dinleyicileri baştan uyarmasını anımsatırcasına Popper'ın kestirimi de olası bir öykü olarak okunmayı fazlasıyla hak ediyor.

24 2005 yılında Oxford Üniversitesi'nden uzmanlar kızılötesi (*infrared*) teknolojisi yardımıyla Sophokles'in kayıp tragedyası *Epigonoi*'den (*Ardıllar*) daha önce bilinmeyen birkaç fragman daha okumayı başarmış (Çokona, 2020, s. vii).



Şekil 3:
Sakızlı Hippokrates'in Kareleştirme Yöntemi
The Open Society and Its Enemies, *Vol. 1: The Spell of Plato*, Londra: Routledge&Kegan Paul, 1974, s. 252'den alınmıştır.

Kaynakça

Aristoteles, (2010). *Metafizik*. Çev. Ahmet Arslan. İstanbul: Sosyal Yayınları.

Aristoteles, (2014). *Fizik*. Çev. Saffet Babür. İstanbul: YKY.

Aristoteles, (2015). *İkinci Çözümlemeler*. Çev. Ali Houshiary. İstanbul: YKY.

Aristoteles, (2019). *Sofistçe Çürütmeler*. Çev. Gurur Sev. İstanbul: Pinhan Yayınları.

Aygün, Ö. (2018). Yaygın Platon Okumasının Bir Eleştirisi. *Kaygı*. Sayı: 31. s. 57-91. https://dergipark.org.tr/en/download/article-file/560093

Boll, M. (2014). *Matematik Tarihi*. Çev. Bülent Gözkan. İstanbul: İletişim Yayınları.

Bowen, A. C. (1983). Menaechmus *versus* the Platonists: Two Theories of Science in the Early Academy. *Ancient Philosophy*. Vol. 3. No: 1. s. 12-29.

Bulmer-Thomas, I. (1983). Plato's Theory of Number. *Classical Quarterly*. Vol. 33. No. 2. s. 375-84. https://www.jstor.org/stable/638781

Cajori, F. (1930). *A History of Elementary Mathematics.* Londra: The MacMillan Company.

Cherniss, H. (1962). *The Riddle of The Early Academy*. New York: Russell&Russell.

Cornford, F. (1997). *Plato's Cosmology: The Timaeus of Plato*. Indianapolis: Hackett Publishing Company.

Çokona, A. (2020). "Sunuş". *Philoktetes*. İstanbul: Türkiye İş Bankası Yayınları.

Dantzig, T. (2011). *Sayı: Bilimin Dili*. Barış Cezar (çev.). İstanbul: Metis Yayınları.

Derrida, J. (1989). *Edmund Husserl's Origin of Geometry: An Introduction*. John P. Leavey Jr. (çev). Lincoln ve Londra: University of Nebraska Press.

Feyerabend, P. (2012). Aristoteles'in Kontinyum ve Matematik Teorisi Üzerine Bazı Gözlemler. *Akla Veda*. Ertuğrul Başer (çev.). İstanbul: Ayrıntı Yayınları.

Feyerabend, P. (2015). *Bilimin Tiranlığı*. Barış Yıldırım (çev.). İstanbul: Sel Yayınları.

Gaiser, K. (2012). Plato's Synopsis of The Mathematical Sciences. *The Other Plato*. Dimitri Nikulin (ed.). New York: State University of New York Press, s. 83-120.

Güven, Ö. (2015). Platon'da Sayının Temellendirilmesi. *Felsefe Arkivi*. Sayı: 43, s. 53-63. https://dergipark.org.tr/tr/download/article-file/697162

Heath, T. (1921a). *A History of Greek Mathematics Vol. 1*. Oxford University Press.

Heath, T. (1921b). *A History of Greek Mathematics Vol. 2*. Oxford University Press.

Hegel, G. W. F. (2019). *Felsefe Tarihi: Platon'dan Ortaçağ Felsefesine, Cilt: 2*. Çev. Doğan B. Kılınç, İstanbul: NotaBene Yayınları.

Heisenberg, W. (1958). *Physics and Philosophy*. New York: Harper and Brothers Publishers.

Husserl, E. (1970). *The Crisis of European Sciences and Transcendental Phenomenology*. Çev. David Carr, Evanston: Northwestern University Press.

Knorr, W. R. (1993). *The Ancient Tradition of Geometric Problems*. New York: Dover Publications Inc.

Osserman, R. (2003). *Evrenin Şiiri*. İsmet Birkan (çev.). Ankara: TÜBİTAK Yayınları.

Öklid'in Elemanları. (2019). A. Sinan Sertöz (çev.). Ankara: TÜBİTAK Yayınları.

Park, D. (1990). *The How and The Why: An Essay on the Origins and Development of Physical Theory*. Princeton: Princeton University Press.

Plato. (1997). *Complete Works*. John M. Cooper (ed.). Indianapolis/Cambridge: Hackett Publishing Company.

Plato. (2008). *Timaeus and Critias*. Çev. Robin Waterfield, Oxford: Oxford University Press.

Platon. (2001). *Timaios*. Çev. Erol Güney-Lütfi Ay, İstanbul: Sosyal Yayınları.

Platon. (2006). *Devlet*. Çev. Sabahattin Eyüboğlu-M. Ali Cimcoz, İstanbul: Türkiye İş Bankası Yayınları.

Platon. (2016). *Theaitetos*. Çev. Birdal Akar, Ankara: Bilgesu Yayınları.

Pohle, W. (1971). "The Mathematical Foundations of Plato's Atomical Physics", *Isis*. Vol: 62. No: 1, s. 36-46. https://www.jstor.org/stable/228998

Popper, K. R. (1952). "The Nature of Philosophical Problems and Their Roots in Science", *The British Journal for the Philosophy of Science*. Vol. 3. No. 10, s. 124-156. https://www.jstor.org/stable/685553

Popper, K. (1967). "The Cosmological Origins of Euclidean Geometry", *Problems in The Philosophy of Mathematics-Proceedings of the International Colloquium in the Philosophy of Science, London, 1965, Vol. 1.* Imre Lakatos (ed.). Amsterdam: North-Holland Publishing Company, s. 18-20.

Popper, K. (1974). *The Open Society and Its Enemies Vol. 1: The Spell of Plato*. Londra: Routledge&Kegan Paul.

Popper, K. (1998). *The World of Parmenides: Essays on The Presocratic Enlightenment*. Londra ve New York: Routledge.

Popper, K. (2017). *Açık Toplum ve Düşmanları.* Çev. Mete Tunçay-Harun Rızatepe, İstanbul: Liberte Yayınları.

Priestley, W.M. (2005). "Plato and Analysis", *The Mathematical Intelligencer*. Sayı. 27. s. 8-20.

Remmert, R. (1991). Chapter 5: What is π? *Graduate Text in Mathematics: Numbers*. Heinz-Dieter Ebbinghaus ve diğerleri (yazarlar). Çev. H.L.S. Orde, New York: Springer Science+Business Media, LLC. s. 124-154.

Richeson, D. (2019). *Tales of Impossibility: The 2000-Year Quest to Solve the Mathematical Problems of Antiquity*. Princeton ve Oxford: Princeton University Press.

Smith, D. E. (1895). "Historical Survey of the Attempts at the Computation and Construction of π." *The American Mathematical Monthly*. Vol. 2. No. 12, s. 348-51. https://www.jstor.org/stable/2970432

Spinoza, B. (2008). *Tractatus Theologico-Politicus*. Çev. Cemal Bali Akal-Reyda Ergün, Ankara: Dost Kitabevi Yayınları.

Spinoza, B. (2014). *Mektuplar*. Çev. Emine Ayhan, Ankara: Dost Kitabevi Yayınları.

Szabó, A. (1978). *The Beginnings of Greek Mathematics*. Çev. A. M. Ungar, Dordrecht: Springer-Science+Business Media B.V.

Tekeli, S. (1966). "İslâm Dünyasında Delos Problemi Üzerindeki Çalışmalar", *Araştırma-Ankara Üniversitesi Dil ve Tarih-Coğrafya Fakültesi Felsefe Bölümü Dergisi*. Cilt: 4, s. 87-105. http://dergiler.ankara.edu.tr/dergiler/34/964/11877.pdf

Toulmin, S. ve Goodfield, J. (1962). *The Architecture of Matter*. New York: Harper&Row.

Wasserstein, A. (1959). Some Early Greek Attempts to Square the Circle. *Phronesis*. Vol. 4. No: 2, s. 92-100. https://www.jstor.org/stable/4181653

Waszkiewicz, J. (1980/1981). "The Influence of Cultural Background on The Development of Mathematics", *Organon*. No: 16-17, s. 93-113.

Watson, P. (2014). *Fikirler Tarihi*. Çev. Kemal Atakay vd. İstanbul: YKY

Wilson, N. (2004). The Archimedes Palimpsest: A Progress Report. *The Journal of The Walters Art Museum*. Vol. 62, s. 61-68. https://www.jstor.org/stable/20168629