ADIYAMAN ÜNİVERSİTESİ SOSYAL BİLİMLER ENSTİTÜSÜ DERGİSİ
ISSN: 1308–9196

Yıl : 6 Sayı : 12 Nisan 2013

İLKÖĞRETİM MATEMATİK ÖĞRETMENLİĞİ PROGRAMI ÖĞRENCİLERİNİN MANTIKSAL ARGÜMANLARI KANITLAMA YÖNTEMLERİNİN İNCELENMESİ

Lütfi İNCİKABI [*]

Öz

Bu çalışma, İlköğretim Matematik Öğretmenliği Programında okuyan öğrencilerin bir argümanın geçerliliğinin kanıtında kullandıkları yöntemleri belirlemeyi ve yöntem tercih nedenlerini ortaya koymayı amaçlamaktadır. Bu araştırmada nitel araştırma yaklaşımı desenlerinden durum çalışması (case study) deseni kullanılmıştır. Katılımcılar, İlköğretim Matematik Öğretmenliği Programı 3. sınıfta öğrenim gören ve Cebire Giriş dersine kayıt yaptırmış 76 öğrenciden oluşmaktadır. Araştırmanın sonuçlarından birisi öğrencilerin çözümlerinde her üç çözüm yönteminin (klasik, doğruluk tablosu, çıkarım kuralları) de kullanıldığı ancak çıkarım kuralları yönteminin diğer yöntemlere kıyasla çok daha büyük bir oranda tercih edildiğidir. Ayrıca, öğrencilerin çözümlerinde ki başarı oranlarının yine çıkarım kuralları yönteminde diğerlerine göre çok daha yüksek olması bu yöntemin sorunun çözümünde daha etkili olduğunu göstermektedir. Araştırmanın bir diğer bulgusu ise öğrencilerin çıkarım kurallarının kullanma nedenlerinin genel olarak bu yöntemin diğer yöntemlere göre daha az işlem içermesi ve bu yöntemi daha uygulanabilir bulmalarıdır. Çıkarım kurallarını kullanan öğrenciler bu yöntemin, kendilerinin doğru sonuca daha çabuk ulaşmalarına yardımcı olmasının yanında mantıksal ifadelerin altında yatan anlamları da düşünmeye/araştırmaya sevk ettiğini dile getirmişlerdir. Diğer taraftan, doğruluk tablosu ve klasik matematiksel işlemler yöntemini kullanan öğrenciler, genel olarak bu yöntemleri daha önceki derslerinde de kullanmalarından (deneyim) dolayı kendine bu yöntemlerde daha çok güvenmelerini tercih nedenleri olarak ön plana çıkarmışlardır.

Anahtar Kelimeler: *Sembolik mantık, farklı çözüm yöntemleri, çıkarım kuralları, üniversite matematik eğitimi.*

[*] Yrd.Doç.Dr., Kastamonu Üniversitesi, Eğitim Fakültesi, lutfiincikabi@yahoo.com

AN ANALYSIS OF PROVING METHODS FOR VALIDITY OF THE LOGICAL ARGUMENTS BY STUDENTS FROM THE DEPARTMENT OF MATHEMATICS EDUCATION

Abstract

This study aimed to determine the methods to prove the validity of logical arguments used by the college students, from the department of mathematics education, and to reveal students' reasons for selection of the method they used. Among the qualitative research designs, case study was the methodology of the current study. The participants of the study consisted of 76 students who were in their third year in college and who were registered for Introduction to Algebra course. One result of the study was that all three solution methods (classical mathematical operations, truth table, rules of inference) were utilized by the students while the rules of inferences were the most preferred solution method among all. Moreover, the fact that students who applied the rules of inferences were more successful in reaching the correct solution than the rest also confirmed the efficacy of the method of rules of inferences. Another result of the study was that students' reasons for selecting the method of rules of inferences mainly included that it requires less steps and that it is more applicable. Moreover, students utilizing the rules of inferences also stated that the rules of inferences helped them to reveal the concepts behind the logical arguments beside the fact that this method was more efficient in acquiring the solution. On the other hand, students using the truth table or classical mathematical operations techniques highlighted that their preferences were mainly due to their confidence in using these techniques since they were instructed on these techniques in their past courses.

Key Words: *Symbolic Logic, different solution methods, rules of inference, mathematics education in college.*

1. GİRİŞ

Mantık genellikle muhakeme bilimi olarak adlandırılır ve tamamlanmış muhakeme sürecinin doğruluğu ile ilgilenir. Mantık, doğru düşünmenin ilke ve kurallarını irdeler ve sorgular. Bu kurallar doğru düşünmenin temel prensipleridir. Mantık argümanlarla uğraşan en genel bilim olarak kabul edilir. Mantığın görevi iyi ve kötü argümanları birbirinden ayırt etmeyle ilgili temel prensipleri keşfetmektir (Sinnott-Armstrong, & Fogelin, 2010). Klasik mantık genellikle bir argümanı oluşturan yapıların geçerli veya geçersiz olduğunu belirlemeye yarayan prensipleri belirlemeyle uğraşır.

Ortaöğretim mantık dersi öğretim programı "doğru düşünme yollarını günlük yaşama aktarabilen, tutarlı düşünen, çelişkileri fark eden, bağımsız düşünebilen, karşılaştığı problemlere çözüm yolları üretebilen, düşüncelerini temellendirebilen bireyler yetiştirme" vizyonuna sahiptir (MEB, 2009b, 5). Mantık dersi dört ana üniteden (Mantığa Giriş, Klasik Mantık, Mantık ve Dil, Sembolik Mantık) oluşmaktadır. Bu üniteler içinde en fazla kazanıma sahip olan ve müfredat içeriği olarak programda en fazla yer kaplayanı Sembolik Mantık ünitesidir. Yine ilköğretim matematik öğretmenliği programlarında sembolik mantık Soyut Matematik ve Cebire Giriş dersleri kapsamındadır. Hem orta öğretim mantık dersi programında hem de Matematik dersi öğretim programında (MEB, 2009a), öğrencilere farklı çözüm yolları üretebilme olanakları sağlanması ve farklı çözüm yöntemlerinin teşvik edilmesi yönünde öneriler bulunmaktadır. Ayrıca bu programlarda, öğrenci çözümlerinin değerlendirilmesinde en az sonuç kadar çözüm sürecinin de göz önünde bulundurulmasının önemine vurgu yapılmaktadır.

Matematiksel problemlerin çoğu değişik yollarla (yöntemlerle) çözülebilir. Çoklu çözüm yöntemleri kullanarak matematik öğretimi birçok araştırmada (Schoenfeld, 1992; Stigler, Gallimore, & Hiebert., 2000; Tabachneck, Koedinger, & Nathan, 1994) tartışılmıştır. Bromme ve Stahl (2002) öğrenmeyi kolaylaştırmak için çoklu bakış açıları kullanmanın etkisini deneysel bir çalışmayla göstermektedir. Bu bağlamda, çoklu çözüm yöntemleri kullanma çoklu bakış açısı sunmanın yollarından birisi olarak sayılabilir.

Ainsworth (2006), matematik eğitiminde çoklu çözüm yolları kullanmanın avantajlarını

a. Öğrencinin bütün boyutlara ulaşmasını sağlaması,

b. Bir çözümde olabilecek hataların veya yanılgıların diğer çözümlerle giderilmesi,

c. Çoklu çözümlerin birbirleriyle ilişkilendirilmesi sonucunda konunun daha derinlemesine kavranması

olarak sıralamaktadır. Çoklu çözüm yollarını kullanmanın avantajları yanında bazı dezavantajlarının da olduğu çeşitli çalışmalarda belirtilmektedir. Bunların arasında öğrencilerin değişik çözüm yolları arasında olan ilişkiyi genellikle tam olarak kuramaması (Van Someren, Boshuizen, De Jong, & Reimann, 1998) ve bu sebepten dolayı değişik çözüm yollarının kullanımının beklenilen boyutta olmaması (De Jong et al., 1998) sayılabilir.

Çözüm yollarının çeşitliliği mantık dersi konularında da görülmektedir. Mantıkta bir argümanı oluşturan yapının geçerli olduğunu ispatlamada genel olarak iki yola başvurulur.

(1) Argüman bir totoloji mi?

(2) Argüman sadece verilen hipotezleri, aksiyomları, tanımları, önceden kanıtlanmış argümanları ve çıkarım kurallarını mı kullanıyor?

Argümanın totoloji olduğu iki şekilde gösterilebilir.

a) Doğruluk tablosu kullanılarak (genel ifadenin bulunduğu sütun doğru (1) değerlerini almalı)

b) Klasik matematiksel işlemler yoluyla (genel ifadenin işlem sonucu 1’ e eşit olmalı) gösterilebilir.

Buna rağmen, pratikte argümanın geçerli olup olmadığını kanıtlamak için verilen hipotezleri, aksiyomları, tanımları, önceden kanıtlanmış argümanları ve çıkarım kurallarını uygulamanın çıkarım kuralları, aksiyomlar ve tanımlar arasındaki ilişkilerin daha iyi kavranması bakımından ve uygulamadaki işlem ekonomikliği bakımından daha yararlı olduğu ifade edilmektedir (Sinnott-Armstrong, & Fogelin, 2010). Bu üç yöntemin kullanımını bir argümanın ispatında örnekleyelim.

$(p \to q) \wedge q'$ önermesinin p' önermesini mantıksal olarak gerektirip gerektirmediğini ispat edelim.

a) Doğruluk tablosu kullanarak ispat:

p	q	p'	q'	$p \to q$	$(p \to q) \wedge q'$	$[(p \to q) \wedge q'] \to p'$
1	1	0	0	1	0	1
1	0	0	1	0	0	1
0	1	1	0	1	0	1
0	0	1	1	1	1	1

Tablonun son sütunu bize $[(p \to q) \wedge q'] \to p'$ nin geçerli bir argüman olduğunu gösterir.

b) Klasik matematiksel işlemler yoluyla ispat:

$$[(p \to q) \wedge q'] \to p' \Leftrightarrow [(p' \vee q) \wedge q']' \vee p'$$

$$\Leftrightarrow [(p' \vee q)' \vee q] \vee p' \Leftrightarrow [(p \wedge q') \vee q] \vee p'$$

$$\Leftrightarrow [(p \vee q) \wedge (q' \vee q)] \vee p' \Leftrightarrow [(p \vee q) \wedge 1] \vee p'$$

$$\Leftrightarrow (p \vee q) \vee p' \Leftrightarrow (p \vee p') \vee q$$

$$\Leftrightarrow 1 \vee q \Leftrightarrow 1$$

Dolayısıyla $\left[(p \to q) \wedge q'\right] \to p'$ geçerli bir argümandır. Yani $(p \to q) \wedge q'$ önermesi p' önermesini mantıksal olarak gerektirir.

c) Çıkarım kurallarını kullanarak ispat:

Bu yöntemde $\left[(p \to q) \wedge q'\right] \to p'$ ifadesini gösterimi

$$\begin{array}{l} (p \to q) \\ \underline{q' \quad\quad\quad} \\ \therefore\ p' \end{array}$$

şeklinde olur. $(p \to q)$ veya q' önermelerinden herhangi biri yanlış ise bu ifadeler ve ($\wedge$) bağlacı ile bağlı olduğundan $(p \to q) \wedge q'$ önermesi yanlış olacaktır. $(p \to q) \wedge q'$ önermesi p' önermesi ile $\to$ bağlacı ile ilişkilendirdiğinden genel ifade $0 \to p' \Leftrightarrow 1$ halini alır ve doğrudur. Bu sebeple, genel ifadenin p ve q değerlerine bakılmaksızın doğru olması için kontrol edilmesi gereken tek durum $(p \to q)$ ve q' ifadeleri doğru (1) iken p' ifadesinin de doğru (1) olup olmadığıdır. Eğer $(p \to q)$ ve q' ifadeleri doğru iken p' ifadesi de doğru ise argümanımız yani genel ifademiz ($1 \to 1 \Leftrightarrow 1$) doğru olacaktır. Diğer taraftan, eğer $(p \to q)$ ve q' ifadeleri doğru iken p' ifadesi de yanlış ise argümanımız ($1 \to 0 \Leftrightarrow 0$) yanlış olacaktır. Bu durumda sorumuzun çözümü (sadece doğru olanlar üzerinden işlem yapılmaktadır);

1. Adım : $(p \to q)$, doğru olarak verilmiş
2. Adım: $(p' \vee q)$, ifadesi de doğrudur ($\to$ (ise)' nin tanımından)
3. Adım: q', doğru olarak verilmiş
4. Adım: p' doğrudur (2. ve 3. adımın mantıksal çıkarımından dolayı).

Bu sonuca göre $(p \to q) \wedge q'$ önermesi p' önermesini mantıksal olarak gerektirir.

Bu çalışmanın amacı İlköğretim Matematik Öğretmenliği Programında okuyan öğrencilerin bir argümanın geçerliliğinin kanıtında kullandıkları yöntemleri belirlemek ve yöntem tercih nedenlerini ortaya koymaktır. Bu amaç doğrultusunda araştırmanın soruları

1) İlköğretim Matematik Öğretmenliği Programı öğrencileri bir argümanın geçerli olup olmadığının kanıtında hangi yolu tercih etmişlerdir?
2) Bu tercihlerinin altında yatan nedenleri nasıl açıklamışlardır?

2. YÖNTEM

Bu araştırmada nitel araştırma yaklaşımı desenlerinden durum çalışması (case study) deseni kullanılmıştır. Gündemde olan bir olgunun gerçek yaşam ortamında tartışıldığı durum çalışması, olgu ve içinde bulunduğu içerik arasındaki sınırların kesin olarak belirmediği ve birden fazla kanıt veya veri kaynağının mevcut olduğu durumlarda kullanılmaktadır (Yin, 1984).

Araştırmada ilköğretim matematik öğretmenliği öğrencilerinin mantıksal gerektirmelerin ispatında tercih ettikleri yöntemler belirlenmiştir. Ayrıca, öğrencilerin yöntem tercihlerinin arkasında yatan nedenler ile ilgili görüşleri alınarak durum derinlemesine incelenmiştir. Durum çalışmalarında "Nasıl?" ya da "Niçin? (veya Neden?)" sorularına ek olarak "Ne? (veya Ne tür?)" sorusu da araştırma desenine dâhil edilerek durum içerisinde yer alan olay/olgunun derinlemesine incelenmesi sağlanmaktadır (Yıldırım & Şimşek, 1999). Bu çalışmada da "Ne?" sorusu doğrultusunda öğrencilerin tercih ettikleri yöntemler, "Niçin?" sorusu kullanılarak tercihlerine ait nedenler analiz edilmiştir. "Nasıl?" sorusu doğrultusunda da İlköğretim Matematik Öğretmenliği Programında okuyan öğrencilerin bir argümanın geçerliliğinin kanıtlama süreçleri tanımlanmıştır.

2.1. Örneklem

Bu araştırmada nitel araştırma yöntemlerinden amaçlı örnekleme yöntemi kullanılmıştır. Amaçlı örneklemede, araştırmacılar örneklemi seçerken "kendi yargısını kullanır ve araştırmanın amacına en uygun olanları örnekleme alır" (Balcı, 2000, s.102). Bu araştırmada kullanılan örneklem seçme ölçütleri, öğrencilerin eğitim gördükleri bölümleridir. Katılımcılar, İlköğretim Matematik Öğretmenliği Programı 3. sınıfta öğrenim gören ve Cebire Giriş dersine kayıt yaptırmış 76 öğrenciden oluşmaktadır. Öğrencilerin demografik bilgileri araştırmacılar tarafından oluşturulan bir anketle edinilmiştir. Çalışma katılımcılarının 42'si kız, 34'ü erkek öğrencidir. Grubun yaş ortalaması 19.8'dir. Ayrıca, öğrencilerin genel (dönem) not ortalamaları 4 üzerinden 3.02'dir.

Tablo 1'de öğrencilerin üniversite öğrenimi sırasında hangi derste (veya derslerde) mantıksal gerektirme konusunu öğrendikleri, bu dersteki veya derslerdeki başarı durumları ve kullandıkları mantıksal gerektirme ispat yöntemleri sunulmuştur. Öğrencilerin tamamına yakını (n=74) mantıksal gerektirme konusunu Soyut Matematik dersinde aldıklarını ifade etmişlerdir. Dersi alan öğrencilerin çoğunluğunun derste başarılı olduğu ve 6 kişinin ise dersten başarısız (2 si devamsızlıktan) oldukları Tablo 1'den görülmektedir. Ayrıca dersi alan öğrencilerin hiçbiri mantıksal gerektirmelerin ispatında çıkarım kurallarını kullanmadıklarını belirtmiştir. Genel olarak kullanılan yöntemlerin ise klasik matematiksel işlemlerin işe koşulduğu ve/veya doğruluk tablosunun olduğu Tablo 1' de görülmektedir.

Tablo 1. Çalışma Grubunun Mantıksal Gerektirme Konusuna Ait Ön Bilgileri

	Frekans
Mantıksal gerektirme içeren dersler	
Soyut Matematik	74
Cevapsız	2
Bu dersteki başarı	
Ortalama	2.60
Geçen	68
Kalan	6
Kullanılan Yöntem	
Klasik	74
Doğruluk tablosu	72
Çıkarım kuralları	0

2.2. Veri Toplama Araçları

Bu çalışmanın verileri bir klasik soru üzerinden ve soru sonuçlarının incelenmesi sonucu herhangi bir yöntemi kullanan kişilerle yapılan görüşmeden elde edilmiştir. Klasik sorunun hazırlanmasında 2 alan uzmanının görüşünden yararlanılmıştır. Hiç bir yönteme avantaj sağlamayacak bir soru belirlenerek öğrencilere uygulanmıştır. Görüşme soruları öğrencilerin tercih nedenlerini açığa çıkartmayı hedeflemiştir.

2.3. Verilerin Analizi

Araştırmada öğrencilerden toplanan verilerin analizinde hem nitel, hem de nicel veri analiz yöntemleri kullanılmıştır. Nitel analiz boyutunda veriler çalışmanın başında araştırmacılar tarafından geliştirilen kodlama anahtarına göre kodlanmıştır. Bu kodlamada soruyu tamamen doğru olarak cevaplama, doğru süreç izleme ama yanlış cevap verme, yanlış süreç izleyip doğru cevap verme ve tamamen yanlış cevap verme durumları dikkate alınmıştır. Daha sonra verilerin nicel analizi boyutunda ise, öğrencilerin yanıtlarının kodlanmış biçimlerinin frekans ve yüzde hesaplamasına gidilmiştir.

Öğrencilerle yapılan görüşmelerin analizinde ise içerik analizi tekniği benimsenmiştir. Veriler ilk olarak kodlanmış daha sonra temalar oluşturulmuş, verilerin kodlara ve temalara göre düzenlemesi ve tanımlanması yapılmış ve bulgular yorumlanmıştır (Yıldırım ve Şimşek, 2005). Temalar ve kodlar arasındaki ilişkiler tablolar halinde görsel olarak sunulmuştur. Bulguların yorumlanmasında öğrencilerle yapılan görüşmelerden alıntılar yapılarak, bulguların desteklenilmesi yoluna gidilmiştir. Veri analizinde iki uzman kodlama listesini birlikte oluşturmuşlar ve verileri bağımsız olarak kodlamışlardır. Kodlayıcılar arası güvenirlik çalışması yapılmış olup, iki kodlayıcı arasında uyuşum yüzdesi Miles ve Huberman' ın (1994) formülüne göre %90 olarak hesaplanmıştır.

3. BULGULAR

Çalışmanın bulguları kullanılan nitel ve nicel araçlardan elde edilen verilere göre analiz edilmiştir.

3.1. Sorunu Çözümünde Kullanılan Yöntemlerin Analizi

Öğrencilerin soruya verdikleri cevapların analizinden elde edilen sonuçların kullanılan tercih yöntemlerine göre bir değerlendirmesi Tablo 2' de sunulmaktadır. Öğrencilerin büyük bir çoğunluğu (%85) soruyu doğru cevaplandırmıştır. Öğrencilerin sorunun çözümünde kullandıkları yöntemler (çok tercih edilen yöntemden az tercih edilen yönteme doğru sıralandığında) çıkarım kuralları, doğruluk tablosu ve klasik matematiksel işlemler yöntemidir. Klasik matematiksel işlemler yöntemini ve doğruluk tablosu yöntemini tercih eden öğrencilerin yarısı veya daha azı kullandıkları yöntem ile soruyu doğru cevaplandırabilmişlerdir. Diğer taraftan çıkarım kuralları yöntemini tercih eden öğrencilerin büyük çoğunluğu soruyu doğru cevaplandırmışlardır. Bu iki durum göz önüne alındığında sorunun çözümünde çıkarım kuralları yönteminin daha etkili olduğu söylenebilir.

Tablo 2. Cevapların Tercih Yöntemlerine Göre Frekans ve Yüzdesel Dağılımı

	Yöntem					
	Klasik		**Doğruluk tablosu**		**Çıkarım kuralları**	
	f	**%**	**f**	**%**	**f**	**%**
Doğru	**2**	**2**	**4**	**6**	**59**	**77**
Tamamen doğru	1	1	2	3	49	64
Sadece doğru süreç	1	1	2	3	10	13
Yanlış	**3**	**4**	**4**	**5**	**4**	**6**
Tamamen yanlış	1	1	1	1	2	3
Sadece doğru cevap	2	3	3	4	2	3
Toplam	**5**	**6**	**8**	**11**	**63**	**83**

Argümanın geçerliliğinin kanıtında en az tercih edilen yöntem klasik matematiksel işlemler yöntemidir (5 öğrenci toplamının %6 'sı). Klasik matematiksel işlemler yöntemini tercih eden öğrencilerden sadece 1 tanesi işlemi tamamen doğru olarak takip edip sonuçlandırmış, 1 öğrenci doğru yolu takip etmesine rağmen işlemi yanlış sonuçlandırmış, 2 öğrenci işlemi doğru sonuca ulaştırmasına rağmen süreçte matematiksel işlemleri yanlış kullanmış ve 1 öğrenci de soruyu tamamen yanlış cevaplandırmıştır.

Öğrencilerin % 11'i (n=8) argümanın kanıtlanmasında doğruluk tablosunu kullanmıştır. Bu öğrencilerden 2 tanesi işlemi kusursuz sonuçlandırmış, 2' si işlemde basit hatalar yapmaları nedeniyle sonuçta hata yapmış, 3 öğrenci totoloji olduğunu ifade etmesine rağmen tablolarda sonuca etki etmesi gereken (ama etmemiş) hatalar yapmış ve 1 öğrenci ise tamamen yanlış cevaplandırmıştır. Bu sonuçtan hareketle, öğrencilere her üç çözüm yolunun da gösterilmesinin, bir çözümde olabilecek hataların veya yanılgıların diğer çözümlerle giderilmesine (Ainsworth, 2006) olanak sağlayarak başarıya katkıda bulunduğu söylenebilir.

Öğrencilerin büyük bir çoğunluğu (%83, n=63) argümanın ispatlanmasında çıkarım kuralları yöntemini tercih etmişlerdir. Bu yöntemi kullanan 63 öğrenciden 59 tanesi soruyu doğru cevaplamış (n=49) veya doğru süreç takip etmişlerdir (n=10). Bu yöntemi tercih eden 2 öğrenci sonucu doğru bulmuş fakat yanlış işlemler uygulamışlardır. Bu yöntemi kullanan 2 öğrenci soruyu tamamen yanlış cevaplandırmıştır.

3.2. Görüşme Sonucunda Elde Edilen Verilerin Analizi

Öğrencilerle yapılan görüşmelerden elde edilen bulguların analizi sonucunda, öğrencilerin sorunun çözümünde kendi kullandıkları yöntemi tercih etmelerinin nedenleri genel olarak üç kod altında toplanmaktadır (Tablo 3): *İşlem azlığı*, *uygulanabilirlik* ve *kendine güven*.

Tablo 3. Yöntemsel Tercih Nedenlerine Ait Frekanslar

	Yöntem		
Temalar	**Klasik**	**Doğruluk tablosu**	**Çıkarım kuralları**
İşlem azlığı	1	0	60
Uygulanabilirlik	3	5	62
Kendine güven	3	7	5

Klasik matematiksel işlemler yöntemini tercih eden öğrencilerin tercihleri her üç kodu içermekle birlikte, genellikle *uygulanabilirlik* ve *kendine güven* kodları altında toplanmıştır. Klasik matematiksel işlemler yöntemini tercih eden öğrencilerden biri

"*Tablo çizmek gerçekten uzun ve detaylı bir iş ve tablo içersinde yapacağım bir hata tüm sonucu etkileyecek … işlem takibi zor.*" ifadesiyle klasik matematiksel işlemler yönteminin diğer yöntemlere göre daha kolay uygulanabilir ve daha az işlem gerektirdiğine dikkat çekmektedir. Klasik matematiksel işlemler yöntemini tercih eden başka bir öğrenci ise "*Bu son [çıkarım kuralları] yöntemle ilk kez karşılaştım ve hala nasıl kullanacağımdan emin değilim*." ifadesiyle çıkarım kuralları yöntemini daha önceden öğrenmediğine ve bu yöntemi kullanmada duyduğu güven eksikliğine vurgu yapmıştır. Benzer bir vurgulamada bulunan başka bir öğrenci ise "*Matematiksel işlem becerim iyi ve tablo çizme işi gerçekten daha uzun süre alıyor. Çıkarım kuralları konusunda kendimi yetersiz hissediyorum*." ifadesiyle klasik matematiksel işlemler yönteminin kendisi için daha uygulanabilir olduğunu ve çıkarım kuralları yönteminin uygulanmasında kendini yeterli hissetmediğini ön planda tutmuştur.

Sorunun çözümünde doğruluk tablosunu kullanan öğrencilerin tercih nedenleri iki kod altında toplanmaktadır; *uygulanabilirlik* ve *kendine güven*. Bu yöntemi tercih eden bir öğrenci "*Aslında bu [doğruluk tablosu] yol daha çok işlem ve dikkat gerektiriyor. Tablonun çizimi de zaman alıyor ancak benim için diğer yöntemlere göre daha garanti bir yol.*" ifadesiyle doğruluk tablosu yöntemi kullanımında kendine daha çok güvendiğini belirtiyor. Yine başka bir öğrenci ise *"…Evet, bu [doğruluk tablosu] yöntem daha uzun gibi görülebilir ama uygulaması daha kolay. Klasik yöntemde genellikle işlemin içinden çıkamıyorum. Son öğrendiğimiz yöntemde ise kendimi yeterli görmüyorum."* ifadesiyle doğruluk tablosu yönteminin uygulanabilirliğine ve bu yöntemi kullanmada kendine olan öz güvenine vurgu yapmaktadır.

Çıkarım kurallarını, sorunun çözümünde uygulayan öğrencilerin tercih nedenleri *işlem azlığı*, *uygulanabilirlik* ve *kendine güven* kodları altında toplanmaktadır. Ancak diğer yöntemlerdeki tercihlerin yoğunluk düzeylerinden farklı olarak, öğrenci tercihleri genel olarak *işlem azlığı* ve *uygulanabilirlik* kodlarını vurgulamaktadır. Bir öğrenci "*Çıkarım* *kurallarını tercih ettim çünkü diğer yöntemlere göre çok daha pratik, sonuca daha az işlemle ulaşılabiliyor ve daha zevkli*." diyerek işlem azlığı ve uygulanabilirlik konularına dikkat çekmektedir. Diğer taraftan bir başka öğrenci,

> *"İlk başta bu [çıkarım kuralları] yöntemi kullanırken işleme nereden başlayacağıma karar vermek gerçekten zor gelmişti. Ama daha sonra gerçekten daha kolay bir yöntem olduğunu ve karmaşık işlemlerle uğraşmak zorunda kalmadığımı gördüm. Ayrıca soruya başlamadan önce genel ifadenin anlamını yorumlamamın işlem sonucuna daha kolay ulaşmama yardımcı olduğunu öğrendim."*

ifadesiyle çıkarım kuralları yöntemini kullanma sürecinde bazı sıkıntılar yaşadığına ama işlem kolaylığı ve uygulanabilirliğine vurgu yapmaktadır. Ayrıca bu yöntemi kullanmanın sadece işlemsel boyutta kalmayıp işlemlerin arkasındaki kavramlara da vurgu yaparak kavramsal öğrenmeye olan desteğini dile getirmektedir. Çıkarım kuralları yöntemini kullanan öğrencilerden biri "*Bu [çıkarım kuralları] yöntemi daha iyi kavradım. Kendime, bu yöntemi kullanmakta diğer yöntemlere kıyasla daha çok güveniyorum*." ifadesiyle kendine güven temasını vurgulamaktadır.

4. SONUÇ VE TARTIŞMA

Önermeler mantığı günlük hayatta kullandığımız dili matematik sembollerle ifade eden ve matematiksel hipotezlerin ispatı için gereken düşünce aşamalarını matematiksel ifadesini sunan bir araçtır (Moralı, Köroğlu, & Çelik, 2004). Diğer konuların öğretiminde olduğu gibi, sembolik mantık konularında da çoklu çözüm yollarının öğrencilere gösterilmesi konunun daha derinlemesine kavranmasında ki etkililiği arttıracaktır. Bu çalışma, İlköğretim Matematik Öğretmenliği Programında okuyan öğrencilerin bir argümanın geçerliliğinin kanıtında hangi yolu tercih ettikleri ve bunun nedenlerini ortaya koymayı amaçlamıştır. Araştırmanın sadece bir üniversitede okuyan öğrenciler üzerinde yapılmış olması ve nicel bulguların tek bir soru üzerinden toplanmış olması araştırmanın sınırlılıkları arasında sayılabilir.

Araştırmanın sonuçlarından birisi öğrencilerin çözümlerinde her üç çözüm yönteminin de kullanıldığı ancak çıkarım kuralları yönteminin diğer yöntemlere kıyasla çok daha büyük bir oranda tercih edildiğidir. Ayrıca, öğrencilerin çözümlerindeki başarı oranlarının yine çıkarım kuralları yönteminde diğerlerine göre çok daha yüksek olması bu yöntemin sorunun çözümünde daha etkili olduğunu göstermektedir.

Araştırmanın bir diğer bulgusu ise öğrencilerin çıkarım kurallarını kullanma nedenlerinin genel olarak bu yöntemin diğer yöntemlere göre daha az işlem içermesi ve bu yöntemi daha uygulanabilir bulmalarıdır. Çıkarım kurallarını kullanan öğrenciler bu yöntemin, kendilerinin doğru sonuca daha çabuk ulaşmalarına yardımcı olmasının yanında, mantıksal ifadelerin altında yatan anlamları da düşünmeye/araştırmaya sevk ettiğini dile getirmişlerdir. Diğer taraftan, doğruluk tablosu ve klasik matematiksel işlemler yöntemini kullanan öğrenciler, genel olarak bu yöntemleri daha önceki derslerinde de kullanmalarından (deneyim) dolayı kendine bu yöntemlerde daha çok güvenmelerini tercih nedenleri olarak ön plana çıkarmışlardır. Öğrenciler okullara “boş plakalar” halinde değil de belli bilişsel, ilgisel ve davranışsal birikimle gelirler. Bu birikimler öğrenmelerinde veya ileriki yaşantılarında kolaylık sağlayabileceği gibi engellere de yol açabilirler. Çoğu araştırma öğrencilerin başarılarını etkileyen psikolojik değişkenleri incelemesine rağmen (Clifton, 1997; Crocker , & Schmitt, 1987; Gibbons, Blanton, Gerrard, Buunk, & Eggleston, 2000; Perry, 1991, 1997) öğrencilerin verilen bilgiyle olan yakınlığının (bilindikliği) da başarıya ve öğrenmeye etkisi olduğunu ortaya koymaktadır (Schönwetter, Clifton, & Perry, 2002).

Bu çalışmanın bulgularına dayanarak, matematiksel konularının öğretiminde çoklu çözüm ve gösterim yöntemlerinin program kitabında vurgulandığı gibi ders kitaplarında da uygulanmasının öğrencilerin çözümlere daha farklı (ve bazen kolay) yollarla ulaşmasına katkıda bulunacağı öngörülmektedir. Dahası, farklı gösterim yöntemlerinin, tüm dünya ve dolayısıyla Türkiye müfredatlarında önemle vurgulanan anlamlı (kavramsal) öğrenme olgusuna katkıda bulunacağı düşünülmektedir. Farklı çözüm ve gösterim yöntemlerinin değişik seviyede ve farklı katılımcılarla uygulandığı çalışmalar, bu çalışmanın sonuçlarının yordamında ve pekiştirilmesinde yararlı olacaktır. Bu doğrultuda mantıksal argümanlarının kanıtlanmasında farklı çözüm tekniklerinin öğretilmesinin hem orta öğretim öğrencilerine hem de matematik öğretmenliği programında yer alan olan öğrencilere yararlı olacağı düşünülmektedir.

KAYNAKÇA

Ainsworth, S. (2006). DeFT: "A Conceptual Framework for Considering Learning with Multiple Representations". Learning and Instruction, 16, 183-198.

Balcı, A. (2000). *Sosyal bilimlerde araştırma: Yöntem, teknik ve ilkeler*. Ankara: Pegem A Yayıncılık.

Bromme, R., & Stahl E. (2002). Learning By Producing Hypertext From Reader Perspectives: Cognitive Flexibility Theory Reconsidered. R. Bromme, E. Stahl (Eds.), *Writing Hypertext and Learning: Conceptual And Empirical Approaches*. Pergamon, London.

Clifton, R. A. (1997). "The Effects of Social Psychological Variables and Gender on the Grade Point Averages and Educational Expectations of University Students: A Case Study". Canadian Journal of Higher Education,27 (2), 67–90.

Copi, I. M. (1979). *Symbolic logic* (5th ed.). New York, NY: Macmillan.

Crocker, L., & Schmitt, A. (1987). "Improving Multiple-Choice Test Performance for Examinees with Different Levels of Test Anxiety". The Journal of Experimental Education, 55(4), 201–205.

De Jong, T., Ainsworth, S., Dobson, M., van der Hulst, A., Levonen, J., & Reimann P. (1998). Acquiring Knowledge in Science and Mathematics: the Use of Multiple Representations In Technology-Based Learning Environments. M. Van Someren, P. Reimann, H. Boshuizen, T. De Jong (Eds.), *Learning With Multiple Representations*. Elsevier Sciences, Oxford.

Gibbons, F. X., Blanton, H., Gerrard, M., Buunk, B., & Eggleston, T. (2000). “Does Social Comparison Make A Difference? Optimism as A Moderator of the Relation Between Comparison Level and Academic Performance.” *Personal and Social Psychology Bulletin, 26*(5), 637–648.

Miles, M. B. & Huberman, A. M. (1994). *Qualitative data analysis: An expanded sourcebook* (2nd ed.), London & Thousand Oaks, California: Sage

Moralı, S., Köroğlu, H., & Çelik, A. (2004). “Buca Eğitim Fakültesi Matematik Öğretmen Adaylarının Soyut Matematik Dersine Yönelik Tutumları Ve Rastlanan Kavram Yanılgıları.” Gazi Eğitim Fakültesi Dergisi, 24(1), 161-175.

Perry, R. P. (1991). Perceived Control In College Students: Implications for Instruction In Higher Education. In: Smart, J. (ed.), *Higher Education: Handbook of Theory and Research* (Vol. 7), Agathon Press, New York.

Perry, R. P. (1997b). Teaching Effectively: Which Students? What Methods? In: Perry, R. P., and Smart, J. (eds.), *Effective Teaching in Higher Education: Research and Practice*, Agathon Press, New York.

Schoenfeld, A .H. (1992). Learning to Think Mathematically: Problem Solving, Metacognition, and Sense-Making in Mathematics. Grouws D. (Ed.), *Handbook for Research on Mathematics Teaching and Learning*, MacMillan, New York.

Schönwetter, D. J., Clifton, R. A., & Perry, R. P. (2002). “Content Familiarity: Differential Impact of Effective Teaching on Student Achievement Outcomes.” Research in Higher Education, *43*(6), 625-655.

Sinnott-Armstrong, W., & Fogelin, R.J. (2010). *Understanding arguments: an introduction to informal logic*. Wadsworth Cengage learning.

Stigler, J.W., Gallimore, R., & Hiebert, J. (2000). Using video surveys to compare classrooms and teaching across cultures: Examples and lessons from the TIMSS video studies. *Educational Psychologist, 35*, 87–100.

Tabachneck, H. J. M., Koedinger, K.R., & Nathan M. J. (1994). Toward a theoretical account of strategy use and sense-making in mathematics problem solving. *Proceedings of the 16th annual conference of the cognitive science society*. Erlbaum, Hillsdale, NJ.

Van Someren, M.W., Boshuizen, H. P. A., De Jong, T., & Reimann P. (1998). Introduction. M. van Someren, P. Reimann, H. Boshuizen, T. De Jong (Eds.), *Learning with multiple representations*. Elsevier Sciences, Oxford.

Yıldırım, A. & Şimşek, H. (1999). *Sosyal bilimlerde nitel araştırma yöntemleri*. Ankara: Seçkin Yayınevi

Yin, R. K. (1984). *Case study research: Design and methods*. Beverly Hills, CA: Sage

EXTENDED ABSTRACT

In general, logic is known as the science of reasoning. It is also known as a branch of science dealing with the arguments. The responsibility of logic is to discover the principles that provide distinction of bad arguments from the good ones (Sinnott-Armstrong, & Fogelin, 2010). In mathematics, most problems have the multiple solutions. Literature provides many studies that investigate uses of multiple solutions in mathematics teaching (e.g. Schoenfeld, 1992; Stigler et. Al., 2000; Tabachneck, Koedinger, & Nathan, 1994). In a experimental study, Bromme and Stahl (2002) indicated that multiple perspectives robust mathematics teaching and learning. Within this regard, multiple solutions can be regarded as a way of presenting multiple perspectives.

There are multiple ways of proving the validity of the logical arguments. Among these are truth table, classical mathematical operations, and the rules of inferences. This study aimed to determine the methods to prove the validity of logical arguments used by the college students, from the department of mathematics education, and to reveal students' reasons for selection of the method they used. Towards to the aim, the research questions were as follows:

1) What solution method did college students from the department of mathematics education prefer to prove the validity of logical arguments?
2) How did they explain the reasoning behind their preferences?

Among the qualitative research designs, case study was the methodology of the current study. The participants of the study were selected through purposive sampling strategy that is among the sampling strategies for qualitative research designs. The participants of the study consisted of 76 students who were in their third year in college and who were registered for Introduction to Algebra course. A demographic questionnaire was applied to collect demographics of the participants. Age of the participants had an average of 19.5. Forty-two of them were females while 34 were males. The average GPA of these group participants was 3.02 (based on 0-4 scale). Participants' prior experience with the topic was limited with Abstract Algebra Course in which they used only classical mathematical operations and truth tables to prove to validity of logical arguments.

The data was collected through a classical mathematics questions that was prepared by two experts in the field and supported with the interviews conducted by the researchers to reveal students' reasons for selection of the method. A coding rubric was used during the analysis of the data coming from the classical question. The rubric included the categories of "completely correct answer," "correct process but wrong answer," "wrong process but correct answer," and "completely wrong answer." Then, the frequencies and percentages of students' solutions for the questions were provided in tables. Analysis of the qualitative data coming from the interviews were conducted by two experts in the filed through content analysis. The coder agreement rate was calculated as 0.90 according to Miles and Huberman's (1994) formula.

Among the result of the study was that all three solution methods were utilized by the students while the rules of inferences were the most preferred solution method among all. Moreover, the fact that students who applied the rules of inferences were more successful in reaching the correct solution than the ones who applied the other methods also confirmed the efficacy of the rules of inferences method. The current study also indicated that students' reasons for selecting the method of rules of inferences mainly included that it requires less steps and that it is more applicable. Moreover, students utilizing the rules of inferences also stated that the rules of inferences helped them to reveal the concepts behind the logical arguments beside the fact that this method was more efficient in acquiring the solution. On the other hand, students using the truth table or classical mathematical operations techniques highlighted that their preferences were mainly due to their confidence in using these techniques since they were instructed on these techniques in their past courses.

Based on the results obtained in the current study, it is presumed that implementation of multiple solutions and representations inside the textbooks as they were stated in the mathematics teaching program in Turkey would be beneficiary for students in attaining the solutions of the problems. Moreover, it is also advised that multiple solutions will also contribute on meaningful and conceptual learning that was highlighted by the national and international standards for teaching of mathematics. The studies that apply multiple solutions at different settings and/or at different levels of education would also beneficial to reinforce the results of this study.