



POLİTEKNİK DERGİSİ

*JOURNAL of POLYTECHNIC*

ISSN: 1302-0900 (PRINT), ISSN: 2147-9429 (ONLINE)

URL: <http://dergipark.org.tr/politeknik>



# Grafit partiküllerinin yağ katkısı olarak AISI H11 çeliğinin sürtünme ve aşınma davranışı üzerine etkisi

## *The effect of graphite particles as lubricant additive on the friction and wear behaviour of AISI H11 steel*

*Yazar(lar) (Author(s)):* Onur ÜNLÜOĞLU<sup>1</sup>, Osman Nuri ÇELİK<sup>2</sup>

*ORCID<sup>1</sup>:* 0000-0003-1616-9874

*ORCID<sup>2</sup>:* 0000-0003-1257-1356

**Bu makaleye şu şekilde atıfta bulunabilirsiniz (To cite to this article):** Ünlüoğlu O. ve Çelik O. N., “Grafit partiküllerinin yağ katkısı olarak AISI H11 çeliğinin sürtünme ve aşınma davranışı üzerine etkisi”, *Politeknik Dergisi*, 25(4): 1495-1503, (2022).

**Erişim linki (To link to this article):** <http://dergipark.org.tr/politeknik/archive>

**DOI:** 10.2339/politeknik.875346

# Grafit Partiküllerinin Yağ Katkısı Olarak AISI H11 Çeliğinin Sürtünme ve Aşınma Davranışı Üzerine Etkisi

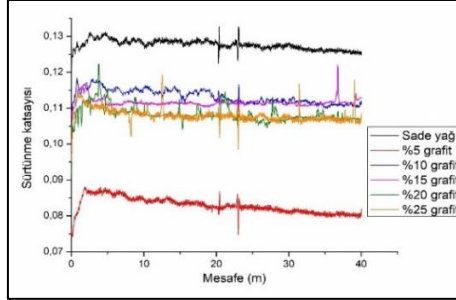
## The Effect of Graphite Particles as Lubricant Additive on the Friction and Wear Behaviour of AISI H11 Steel

### Önemli noktalar (Highlights)

- ❖ Yağ katkısı olarak grafit mikropartikülleri / Graphite microparticles as oil additive
- ❖ Yağ içerisindeki grafit konsantrasyonuna bağlı olarak altlık malzemenin sürtünme katsayısı / Coefficient of friction of the substrate depending on the graphite concentration in oil
- ❖ Aşınma izi profiline göre aşınma oranları / Wear rates based on the wear scar profile
- ❖ Aşınan yüzeylerin optik mikroskop ve taramalı elektron mikroskobu görüntüleri / Optical microscope and scanning electron microscope morphologies of the worn surfaces

### Grafik Özet (Graphical Abstract)

Çalışmada, sıcak iş takım çeliği numunelerin kuru koşul, katkısız yağ ve farklı konsantrasyonlarda grafitli yağlarda aşınma ve sürtünme davranışları incelenmiştir. / In this study, wear and friction behaviour of the hot work tool steel samples were investigated under dry condition, base oil and oil with different concentrations of graphite.



**Şekil.**Katkısız yağ ve grafit katkılı yağlar içerisinde altlık malzemenin sürtünme katsayısının mesafeye bağlı olarak değişimi /**Figure.**Friction coefficient of substrate as a function of distance for base oil and oils containing graphite

### Amaç (Aim)

Bu çalışmanın amacı grafit partiküllerinin motor yağına ilavesinin tribolojik özelliklere etkisinin incelenmesidir. / The aim of this study is to investigate the effect of adding graphite particles to engine oil on tribological properties.

### Tasarım ve Yöntem (Design & Methodology)

Sürtünme ve aşınma deneyleri ball-on-disc temas konfigürasyonunda gerçekleştirilmiştir. Altlık malzemedeki aşınma miktarı yüzey profili ölçüm cihazı ile ölçülmüştür. / Friction and wear tests were carried out with a ball-on-disc contact configuration. The amount of wear on the substrate was measured with a profilometer.

### Özgünlük (Originality)

Grafit partiküllerinin yağa mikron boyutunda katılması literatür açısından bir yeniliktir. / Dispersing micron-sized graphite particles to the lubricant is novel in the literature.

### Bulgular (Findings)

Grafit partiküllerinin katkısız yağa kıyasla yağın tribolojik özelliklerini iyileştirdiği görülmüştür. / Graphite particles improved the tribological properties of the lubricant in comparison to base oil.

### Sonuç (Conclusion)

Grafit yüzeyler arasında bir yağ filmi oluşuma katkı yaparak aşınma ve sürtünmeyi azaltmıştır. Optimum tribolojik performansı sağlayan grafit konsantrasyonu elde edilmiştir. / Graphite reduces the friction and wear behaviour of the lubricant by forming a thicker layer between contact surfaces. The graphite concentration exhibits optimum tribological performance has been achieved.

### Etik Standartların Beyanı (Declaration of Ethical Standards)

Bu makalenin yazar(lar)ı çalışmalarında kullandıkları materyal ve yöntemlerin etik kurul izni ve/veya yasal-özel bir izin gerektirmediğini beyan ederler. / The author(s) of this article declare that the materials and methods used in this study do not require ethical committee permission and/or legal-special permission.

# Grafit Partiküllerinin Yağ Katkısı Olarak AISI H11 Çeliğinin Sürtünme ve Aşınma Davranışı Üzerine Etkisi

*Araştırma Makalesi / Research Article*

**Onur ÜNLÜOĞLU<sup>1\*</sup>, Osman Nuri ÇELİK<sup>2</sup>**

<sup>1</sup>Eskişehir Meslek Yüksek Okulu, Makine ve Metal Teknolojileri Bölümü, Eskişehir Osmangazi Üniversitesi, Türkiye

<sup>2</sup>Mühendislik ve Mimarlık Fakültesi, Makine Müh. Bölümü, Eskişehir Osmangazi Üniversitesi, Türkiye

(Geliş/Received : 05.02.2021 ; Kabul/Accepted : 02.06.2021 ; Erken Görünüm/Early View : 16.06.2021)

## ÖZ

Son yıllarda tribolojik araştırmalar yağlara katkılar ekleyerek onların sürtünme ve aşınma özelliklerini iyileştirmek üzerine yoğunlaşmıştır. Bu çalışmada, ısı işlem uygulanmış sıcak iş takım çeliği malzemeden numunelerin kuru koşul, katkısız yağ ve ağırlıkça %5, %10, %15, %20 ve %25 grafit katkılı yağlarda aşınma ve sürtünme özellikleri incelenmiştir. Aşınma deneyleri ball-on-disc deney düzeneği ile gerçekleştirilmiştir. Ortalama sürtünme katsayıları ve aşınma izlerine bağlı olarak aşınma oranları hesaplanmıştır. Mikrosertlik ölçümleri yapılan numunelerin optik mikroskop ve taramalı elektron mikroskobu (SEM) ile aşınan yüzeylerinin mikroyapı analizleri yapılmıştır. Çalışmada sonuç olarak, grafit partiküllerinin yağın aşınma ve sürtünme özelliklerini iyileştirdiği görülmüştür. Deneylerde en iyi tribolojik performansı %5 grafit katkılı yağ sergilemiştir.

**Anahtar Kelimeler:** Aşınma, sürtünme, grafit, yağ katkısı, AISI H11.

## The Effect of Graphite Particles as Lubricant Additive on the Friction and Wear Behaviour of AISI H11 Steel

### ABSTRACT

In recent years, the tribological investigations have been focused on dispersing additives into the oil lubricants to improve their friction and wear properties. Microhardness measurements of the samples made from heat treated hot work tool steel were carried out in this study. The wear and friction behaviour of the samples were investigated under dry condition, base oil and 5%, 10%, 15%, 20% and 25% wt. graphite as oil additive. Wear tests were carried out by means of a ball-on-disc test configuration. Average friction coefficients and wear scar related wear rates were calculated. The morphology of the worn surfaces were analyzed by optical microscopy and scanning electron microscopy (SEM). The study leads to the conclusion that addition of graphite particles improved the wear and friction properties of the lubricant. 5% graphite dispersed oil additive exhibited the best tribological performance in the tests.

**Keywords:** Wear, friction, graphite, lubricant additive, AISI H11.

### 1. GİRİŞ (INTRODUCTION)

Makine endüstrisi ve enerji verimliliğindeki gelişmelerle geleneksel yağlayıcılar sanayi uygulamaları için yetersiz kalmaya başlamıştır [1, 2]. Nano ve mikro büyüklükteki partiküller küçük boyutları ve fizikokimyasal özellikleri ile yağlayıcıların özelliklerini iyileştirmek için son yıllarda yağ katkısı olarak etkin bir biçimde kabul görmektedirler [3]. Serpantin tozları; sıvı gazyağına [4] ve Dizel motor yağına [5], bor nitrür mikropartikülleri dişli ve yatak yağına [6], MoS<sub>2</sub> küreler gazyağına [7] mikro boyutlarda yağ katkısı olarak ilave edilerek katkısız yağa göre üstün tribolojik özellikler sergilemişlerdir. Ana bileşeni magnezyum silikat hidroksit olan doğal mineral tozları [8] ve ana bileşenleri ofit taşı ve bir çeşit grafitleşmemiş karbon olan şungit içeren doğal mineral tozları [2] yağ katkısı olarak kullanıldıklarında tribolojik özellikleri iyileştiren bir film tabaka oluşumu gözlenmiştir.

\*Sorumlu Yazar (Corresponding Author)  
e-posta : onuru@ogu.edu.tr

Bir karbon allotropu olan grafit, düzlemler arası mesafenin oranının 2,403 olduğu açık hegzagonal tabakalı kristal yapıya sahiptir. Bu oran, ideal sıkı düzen hegzagonal paket yapısına göre çok yüksektir [9]. Grafitte, yapının tabakaları içerisindeki atomlar birbirlerine güçlü kovalent bağlarla bağlıdır. Düzlemler arası bağ ise temelde Van Der Waals kuvvetleri olup, karbon atomlarının  $\pi$ -elektron yörüngelerinden kaynaklanan zayıf bir kovalent bağ da söz konusudur [9,10]. Düzlemler arasındaki bağ enerjisi, tabakalar içerisindeki atomlar arasındaki bağ enerjisinin 0,1-0,01'i aralığındadır [10]. Mekanik ve fiziksel özellikler bakımından anizotropik yapıdadır; özellikle, kayma deformasyonuna karşı direnci bazal düzlemde diğer yönler göre çok daha düşüktür. Bu tabakalar yükü karşılaştıklarında kırılmakta ve yağlayıcı etkiyi arttırmaktadırlar [9,11].

Yüksek vakum uygulamalarında veya soygaz atmosferinde iyi yağlayıcı özelliklere sahip olmayan grafit, yüksek sıcaklık uygulamaları ve nemli ortamlar

için idealdir [11,12]. Gazların ve buharın kontrollü ilavesiyle, grafitte düşük sürtünme ve aşınmanın oksijen ve su buharının varlığına bağlı olduğu ortaya çıkmıştır [10,11]. Grafitin, kristal köşeleri üzerine adsorbe olan gazlarla ve su buharı ile güçlü kimyasal bağlar oluşturabilmesi grafitin katı yağlayıcı özelliğini arttırmaktadır. Adsorbe olan kütle düzlemler arası bağların daha da zayıflamasına, malzemenin kristal düzlemlerinin kolayca kopup temas halindeki yüzeye taşınmasına neden olmaktadır [9]. Kaymaya uygun bir biçimde yönlendiğinde grafitin kendine ve diğer malzemelere karşı hava ortamında sürtünme katsayısı 0,10-0,15 gibi düşük değerlerde seyretmektedir [10,12]. Grafit, 500°C'ye kadar sıcaklıklarda kullanılabilir [10]. Oda sıcaklığındaki düşük sürtünme adsorbe edilen atmosferik neme dayanırken, yüksek sıcaklıklardaki düşük sürtünme ise grafitin, yağlanan metaldeki oksijenle etkileşiminden kaynaklanır [11].

Literatürde grafitin yağ katkısı olarak kullanımıyla ilgili birkaç çalışma mevcuttur. Sharma ve ark. (2020) yaptıkları çalışmada, SAE 15W-40 yağının içerisine ortalama 20-40 µm büyüklüğünde grafit partikülleri ilave etmişlerdir. Grafit partikülleri yağa hacim olarak %0.05 gibi düşük bir oranda katılmıştır. Düşük karbonlu çelik bir levha üzerinde ileri-geri hareket yapan bronz bir pimden oluşan deney düzeneğine sürtünme kuvveti sensörü ve sıcaklık sensörü bağlanarak ölçümler yapılmıştır. 30 N, 40 N ve 50 N olmak üzere üç farklı yük uygulanarak deneyler gerçekleştirilmiştir. 30 N yük altında grafit katkılı yağın katkısız yağa göre sürtünme katsayısında belirgin bir farklılık görülmezken artan yüklerle beraber grafit katkılı yağın sürtünme davranışını iyileştirdiği gözlemlenmiştir. Grafit katkılı yağ, katkısız yağa göre sürtünme katsayısını 40 N yük altında %36 ve 50 N yük altında %33 azaltmıştır. Ayrıca grafit katkılı yağın katkısız yağa kıyasla tüm yükler altında oluşan sıcaklığı %6-7 aralığında azalttığı belirlenmiştir [13]. Bir diğer çalışmada Lee ve ark. (2009), ticari bir madeni yağa ortalama 55 nm boyutlarında grafit partikülleri katarak katkısız yağ, hacimce %0.1 ve %0.5 grafit katkılı yağ olmak üzere üç farklı koşulda grafitin yağa olan etkilerini incelemişlerdir. Biri sabit, diğeri hareketli gri dökme demir malzemenin iki diskin birbirleri üzerinde dönmesi ile sürtünme katsayıları ve sıcaklıklar ölçülmüştür. Yağların içerisine daldırılmış olan disklerden hareketli olan 1000 dev/dk sabit devirde dönerken 500-3000 N aralığında değişken normal yükler uygulanmıştır. Sürtünme katsayısının grafitli yağlarda katkısız yağa göre çok daha düşük olduğu, özellikle büyük yüklerde farkın daha da açıldığı görülmüştür. Katkısız yağda

sıcaklığın üzerine çıkılmamıştır. Yakın değerlerde olsalar da %0.5 grafit katkılı yağda %0.1 grafitli katkılı yağa göre biraz daha düşük sürtünme katsayısı ve sıcaklık değerleri ölçülmüştür. Yüzele yapılan SEM analizlerinde de aşınma izinin grafit katkılı yağlarda ciddi miktarda azaldığı görülmüştür. Grafit partiküllerinin yağa eklenmesinin yüzeyler arasındaki teması azaltarak yağlayıcı özelliği artırdığı ifade edilmiştir [14]. Srivyas ve Charoo (2021), çalışmalarında polialfaolefin 4 (PAO-4) yağının içerisine yağ katkısı olarak ayrı ayrı ağırlıkça %1 oranlarda grafit, grafen ve hegzagonal bor nitrür (h-BN) ilave etmişlerdir. Ayrıca %1 grafit + %1 h-BN ile %1 grafen + %1 h-BN iki yağ katkısı karışım daha hazırlamışlardır. Al-Si malzemenin disk ile krom kaplı çelik bilyelerden oluşan ball-on-disc deney düzeneği kullanılmıştır. 10 N yük altında yapılan deneyler sonucunda sürtünme katsayısı değerleri ve profilometre yardımıyla da aşınma hacimleri bulunmuştur. Aşınma izlerinin SEM ve optik mikroskop analizleri yapılmıştır. Sonuçta, yağ katkısı olarak grafen en üstün tribolojik performansı gösterirken, grafit katkısının, h-BN katkısına göre daha düşük aşınma oranı ve sürtünme katsayısı sağladığı gözlemlenmiştir [15].

Bu çalışmada, malzeme olarak yüksek basınç ve yüksek sıcaklıklarda çalışan 1.2343 sıcak iş takım çeliği kullanılarak malzemeyi yağlama özellikleri incelenmiştir. Bu malzemenin tercih edilmesinde, çalıştığı ağır koşullarda aşınma ve sürtünmeye daha fazla maruz kalması sebep olmuştur. Kuru koşul ve katkısız yağ ile birlikte farklı konsantrasyonlarda (%5, %10, %15, %20, %25) grafit mikropartikülleri motor yağına katılarak grafitin aşınma ve sürtünmeye olan etkisi incelenmiştir. Bu doğrultuda en düşük aşınma ve sürtünme değerini veren konsantrasyonun saptanması amaçlanmıştır. Deneylerde kullanılan tüm numunelerin mikroyapıları optik mikroskopta ve elektron mikroskopunda metalografik olarak incelenmiş ve aşınma izine dair detaylı bilgi elde edilmiştir.

## 2. MATERYAL VE METOD (MATERIAL and METHOD)

### 2.1. Deneylerde Kullanılan Malzemeler (Materials Used in Experiments)

Aşınma deneyleri ball-on-disc deney düzeneği ile yapılmıştır. Altlık malzeme (disc) olarak ASTM standartlarında AISI H11, DIN/ISO normunda 1.2343 (X38CrMoV51) olarak ifade edilen sıcak iş takım çeliği malzeme kullanılmıştır. Bu malzemenin temel özelliği uzun süreli veya tekrarlı bir biçimde maruz kaldığı

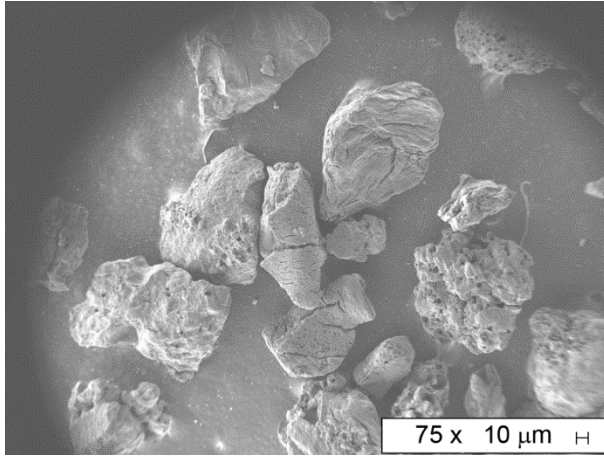
**Çizelge 1.** Deneysel çalışmalarda kullanılan 1.2343 sıcak iş takım çeliğinin kimyasal bileşimi (Chemical composition of 1.2343 hot work tool steel used in experimental studies)

Malzeme Adı	%C	%Si	%Mn	%P	%S	%Cr	%Mo	%V
1.2343	0.36-0.42	0.9-1.2	0.3-0.5	0.03	0.03	4.8-5.5	1.1-1.4	0.25-0.50

116°C sıcaklığa ulaşılırken grafit katkılı yağlarda 60°C yüksek sıcaklıklarda sertliğini büyük ölçüde muhafaza

etmesidir [16]. Deneylerde kullanılan malzemenin kimyasal bileşimi Çizelge 1’de belirtilmiştir.

Deneylerde aşındırıcı karşı malzeme olarak 3 mm çapında WC bilyeler kullanılmıştır. %6 Co içeren bilyeler 91,4 HRA sertliğine,  $R_a=0,01$   $\mu\text{m}$  yüzey pürüzlülüğüne, 690 GPa elastisite modülüne ve 0,24 Poisson oranına sahiptir. Yağ olarak ise geniş bir sıcaklık aralığında viskozitesini koruyabilen SAE 10W-40 ticari motor yağı seçilmiştir. Motor yağına ait fiziksel özellikler Çizelge 2’de verilmiştir. Grafit mikropartikülleri ağırlıkça %5, %10, %15, %20 ve %25 konsantrasyonlarda yağın içerisine eklenmişlerdir. Yağ katkısı olarak kullanılan bu grafit partikülleri 150-300  $\mu\text{m}$  aralığında büyüklüğe sahiptirler. Kullanılan grafit tanelerine ait SEM resmi Şekil 1’de verilmiştir.

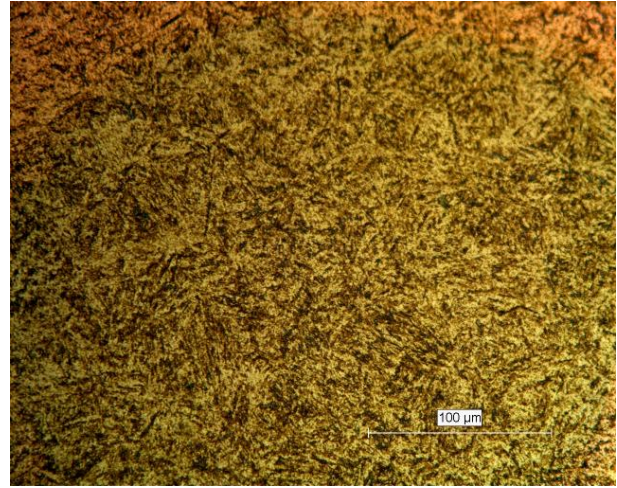


Şekil 1. Deneylerde kullanılan grafit partikülleri (Graphite particles used in experiments)

20 mm çaplı çubuk formunda temin edilen sıcak iş takım çeliği numuneler, 860°C sıcaklıkta 1 saat ostenitlenmiş ve ardından durgun yağ ortamında su verilmiştir. Numuneler 320°C sıcaklıkta menevişlenmiş ve standart metalografik hazırlık sürecinden geçirilerek numuneler hazırlanmıştır. Yüzeyleri hazırlanan numuneler, %2 nital ile dağlanmış ve mikroyapıları incelenmiştir. Dağlanmış bir numuneye ait mikroyapı Şekil 2’de görülmektedir. Şekilde görüldüğü üzere, malzeme masif martenzit fazındadır.

## 2.2. Deneysel Program ve Deneylerde Kullanılan Cihazlar (Experimental Program and Devices Used in Experiments)

Çelik numuneler öncelikle kesici disk ile soğutma sıvısı yardımıyla aşınma test cihazının şekil ve boyutlarına uygun olarak 1  $\text{cm}^3$ ’lük küpler halinde kesilmiştir.



Şekil 2. Numune olarak kullanılan sıcak iş takım çeliğinin mikroyapısı (Microstructure of the hot work tool steel used as specimen)

Kesme işlemi Buehler marka Abrasimet 2 model cihaz ile gerçekleştirilmiştir. Kesilen numuneler Struers marka Labopress-3 model sıcak kalıplama cihazı ile kalıplandıktan sonra sırasıyla 300, 600 ve 1000 mesh’lik SiC zımpara kağıtlarıyla Buehler Metaserv 2000 cihazı ile kademeli olarak zımparalanmışlardır. Zımparalanan numuneler parlatma çuhasında parlatılarak yüzey hazırlama işlemleri bitirilmiştir. Parlatılan numuneler %2 nitalle dağlandıktan sonra Nikon marka Eclipse L150 model optik mikroskop ile 100X, 200X ve 500X büyütmelemlerde mikroyapıları incelenmiş ve görüntüler alınmıştır. Ardından numunelerin yüzey sertlikleri Future-tech FM-700 mikrosertlik ölçüm cihazıyla ölçülmüştür. Vickers batıcı uç kullanılan ölçümlerde 300 gram yük 20 saniye süre ile uygulanmıştır.

Deneylerde yağ katkısı olarak kullanılan grafit partikülleri, Retsch marka AS 200 modeli elektronik, titreşimli eleklerden geçirilerek 150-300  $\mu\text{m}$  aralığında tane büyüklükleri elde edilmiştir. Deneylerde kullanılan motor yağı ise dereceli kaplarda 50 ml. hacimlerde hazırlanarak şişelere doldurulmuştur. Eşit hacimlerdeki bu yağlara, hazırlanan grafit taneleri hassas terazi yardımıyla ağırlıkça %5, %10, %15, %20 ve %25 oranlarında katılarak deneylerde kullanılacak karışımlar hazırlanmıştır. Aşınma ve sürtünme deneyleri için ball-on-disc deney düzeneği kullanılmıştır. Aşınma deneylerinde CSM marka aşınma ve sürtünme test cihazı kullanılmıştır. Kuru ortamda yapılan deneyin yanı sıra, katkısız yağ ve grafit katkılı yağlara daldırılmış çelik numuneleri, üzerlerinde WC bilyelerin dönerek aşındırması ile testler gerçekleştirilmiştir. Aşındırıcı bilyeler 6 mm çap etrafında 25 mm/s dönme hızıyla

Çizelge 2. Deneylerde kullanılan motor yağının fiziksel özellikleri (Physical properties of the engine oil used in experiments)

Motor yağı	Yoğunluk ( $\text{g}/\text{cm}^3$ )	Kinematik viskozite (cSt)		Viskozite indeksi	Parlama noktası ( $^{\circ}\text{C}$ )	Akma noktası ( $^{\circ}\text{C}$ )
		40°C’de	100°C’de			
10W-40	0.880	92.1	14.4	162	220	-39

hareket ederek toplamda 40 m mesafe kat etmişlerdir. Deneyler 10 N yük altında, 25 °C sıcaklıkta, %35 nemde gerçekleştirilmiştir. Sürtünme katsayısı değerleri, deney düzeneğine bağlı bir bilgisayarla düzenli aralıklarla kaydedilmiştir. Deneylerin bitiminde, Mitutoyo marka SJ-400 model yüzey profili ölçüm cihazı (profilometre) kullanılarak, profil ölçümü ile aşınma oranlarının hesaplanması mümkün olmuştur. Deneylerin ardından numunelerin aşınan yüzeyleri JEOL marka JSM-5600LV model SEM ile analiz edilerek deneylerde elde edilen sonuçların doğruluğu kontrol edilmiştir.

### 3. SONUÇLAR VE TARTIŞMA (RESULTS AND DISCUSSION)

#### 3.1. Sertlik Deneyi Sonuçları (Hardness Test Results)

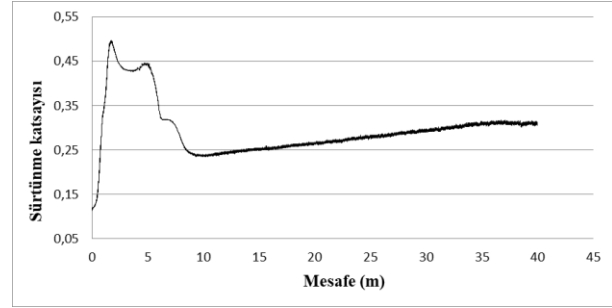
Aşınma deneyleri öncesinde numunelerin sertlik ölçümleri, Future-tech FM-700 marka mikrosertlik ölçüm cihazıyla Vickers batıcı uç kullanılarak 300 gram yük altında 10 saniye sürede gerçekleştirilmiştir. Sertlik ölçümleri 8 farklı numunedan, her numunenin 5 ayrı noktasından sertlik değeri almak suretiyle yapılmıştır. Ölçümler sonucunda masif martenzit fazındaki H11 sıcak iş takım çeliği numunelerin ortalama sertlik değerinin 51,5 HRC (~537 HV) olduğu tespit edilmiştir. Sanayide su verilerek menevişlenmiş H11 sıcak iş takım çelikleri genellikle 38-54 HRC sertlik aralığında kullanılmaktadır [17]. Yaklaşık 1010°C sıcaklıkta en az yarım saat ostenitlendikten sonra yağda su verilen H11 çeliği için sertlik değeri 53-55 HRC iken, bu çeliğin 379°C sıcaklıkta menevişlenmesi ile sertlik yaklaşık 52-54 HRC arasında olmaktadır [18]. Dolayısıyla sertlik analizinde elde edilen sertlik değerleri su verilip menevişlenmiş martenzit fazındaki sıcak iş takım çeliği malzemenin sertliğine uygun değerlerdir.

#### 3.2. Sürtünme ve Aşınma Deney Sonuçları (Friction and Wear Test Results)

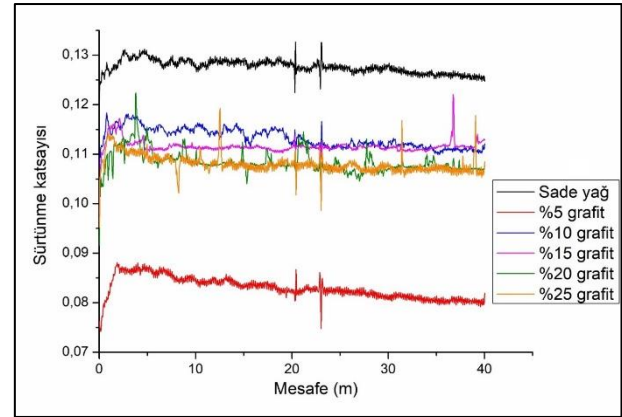
Sürtünme katsayısı değerleri, sürtünme kuvvetinde meydana gelen değişimleri ölçen, aşınma ve sürtünme test cihazına bağlı bir bilgisayar yardımıyla anlık olarak kaydedilmiştir. Sürtünme katsayısının mesafeye değişimi ile ilgili grafikler; kuru sürtünme koşulları için Şekil 3'de, katkısız yağ ve grafit katkılı yağ koşulları için Şekil 4'de verilmiştir. Bu grafiklerden hareketle, ortalama sürtünme katsayılarının yağlardaki grafit konsantrasyonlarına göre değişimleri ise Şekil 5'de gösterilmiştir.

Şekil 5'i incelediğimizde, katkısız yağa göre %5 grafit katkılı yağda sürtünme katsayısında açık bir düşüş gözle çarpmaktadır. Ardından %10 grafit katkılı yağda sürtünme katsayısı artışa geçmiştir ancak bu artışa rağmen değerler yine de katkısız yağdan daha düşük düzeydedir. Konsantrasyonun daha da artmasıyla sürtünme katsayısında hafif bir düşüş görülsede bu düşüş ihmal edilebilir düzeydedir ve sürtünme katsayısı %10 grafit katkısından sonra yaklaşık olarak stabil bir hale gelmiştir. Katkısız yağın sürtünme katsayısı, her ne kadar kuru koşul aşınma deneyinin sürtünme katsayısına (~0,3) göre çok daha düşük değerlere sahip olsa da, tüm grafit

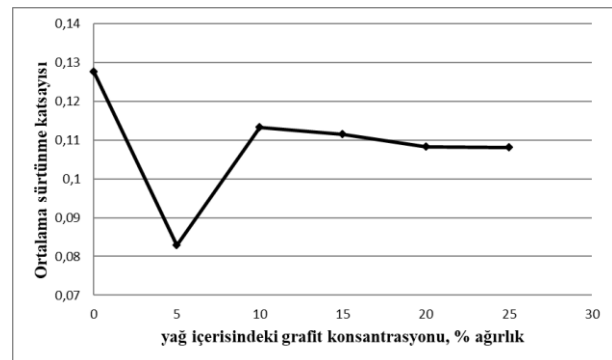
katkılı konsantrasyonlar katkısız yağa kıyasla daha üstün sürtünme özelliği göstermişlerdir.



Şekil 3. Kuru sürtünme koşulunda altlık malzemenin sürtünme katsayısının mesafeye bağlı olarak değişimi (Friction coefficient of the substrate as a function of distance under dry sliding condition)

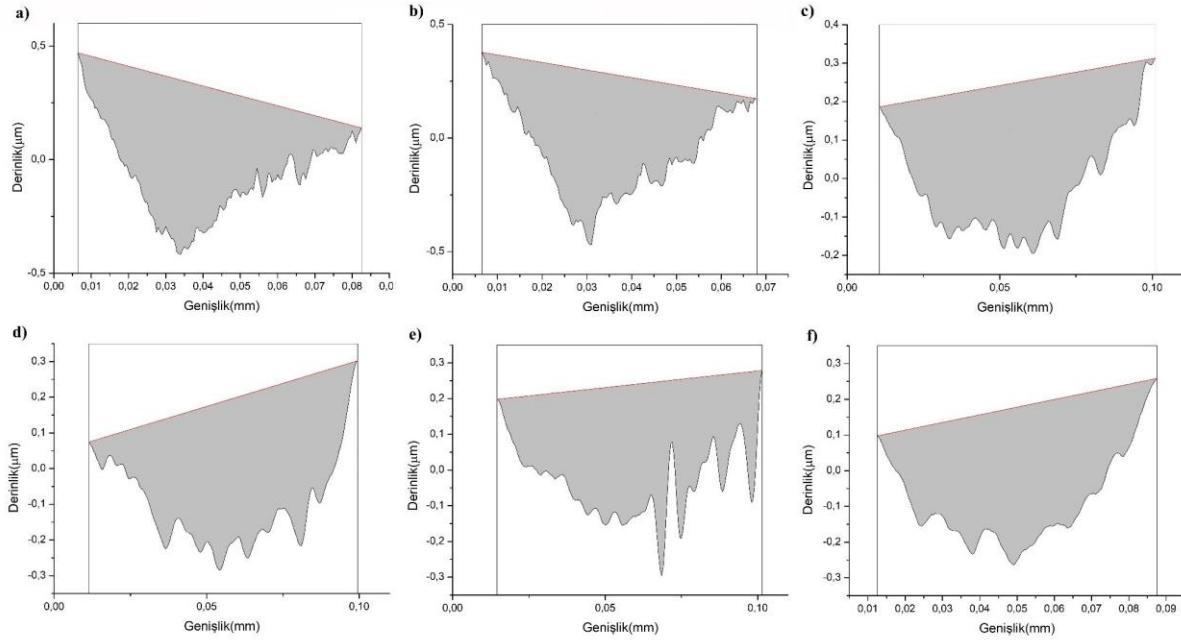


Şekil 4. Katkısız yağ ve grafit katkılı yağlar içerisinde altlık malzemenin sürtünme katsayısının mesafeye bağlı olarak değişimi (Coefficient of friction of the substrate as a function of distance for base oil and graphite dispersed oils)



Şekil 5. Ortalama sürtünme katsayısının yağ içerisindeki grafit konsantrasyonuna bağlı olarak değişimi (Variation of the average coefficient of friction as a function of graphite concentration in oil)

Aşınma miktarları, deney düzeneğinde malzemeler aşındırıldıktan sonra altlık malzemede oluşan aşınma izinin profilometre ile ölçülmesiyle elde edilmiştir.



**Şekil 6.** Altlık malzemelerin aşınma izi profilleri (a) katkısız yağda, (b) %5 grafit katkılı yağda, (c) %10 grafit katkılı yağda, (d) %15 grafit katkılı yağda, (e) %20 grafit katkılı yağda, (f) %25 grafit katkılı yağda (Wear scar profiles of the substrate for (a) base oil, (b) 5% graphite dispersed oil, (c) 10% graphite dispersed oil, (d) 15% graphite dispersed oil, (e) 20% graphite dispersed oil, (f) 25% graphite dispersed oil)

Yağlar içerisindeki farklı grafit konsantrasyonlarına göre aşınma izi profilleri Şekil 6'da verilmiştir. Yüzey profilinde bilyenin aşındırması olduğu alan esas alınmıştır. Bu alan, aşınma izinde oluşan iki tepe noktasının bir doğru ile birleştirilmesi sonucunda içeride kalan alandan ibarettir. Bu doğrunun denklemi elde edildikten sonra en küçük kareler metodu uygulanarak aşınan alanlar bulunmuştur. Aşınan alanların elde edilmesiyle aşınma oranlarının hesaplanması mümkün olmuştur. Aşınma oranlarının yağlardaki grafit konsantrasyonlarına bağlı değişimi Şekil 7'de verilmiştir.



**Şekil 7.** Altlık malzemeye ait aşınma oranlarının yağ içerisindeki grafit konsantrasyonuna bağlı değişimi (Wear rates of the substrate depending on the graphite concentration in oil)

Aşınma oranlarına baktığımızda, grafit katkılı yağların tüm konsantrasyonlarda katkısız yağa göre daha üstün

aşınma özellikleri sergiledikleri görülmektedir. Sürtünmeye benzer şekilde, %5 grafit katkılı yağda aşınma oranında büyük bir düşüş olmuş, ardından %10 grafit katkılı koşullarda aşınma oranlarında artış gözlenmiştir. Grafit konsantrasyonunun daha da artmasıyla beraber aşınma oranlarında dalgalanmalar görülse de genel olarak aşınma oranları yakın değerlerde seyretmiştir.

Gerek sürtünme, gerekse de aşınma diyagramlarını incelediğimizde %5 grafit katkılı yağın aşınma ve sürtünme performansının en yüksek olduğu görülmektedir. Yağ içerisinde dağılmış katı yağlayıcılar için bir optimum konsantrasyon mevcuttur; aşınma oranı ağır yükler altında konsantrasyon olarak optimum noktasının üzerine çıkıldıkça ve katı yağlayıcı parçaların boyutları büyüdükçe artmaktadır [19,20]. Tribolojik özelliklerin en üstün olduğu %5 grafit konsantrasyonu da yaptığımız deney koşulları için optimum konsantrasyondur. Katkısız yağdan itibaren optimum konsantrasyona kadar aşınma ve sürtünmede düşüş gözlenmiş, ardından artış olmuş ve daha sonra yaklaşık olarak sabit bir değerde kararlı biçimde devam etmiştir. Bu durum metaller arasındaki temas yüzeylerinde oluşan tribolojik film tabaka ile açıklanabilir. Sıvı sürtünme ve sınır sürtünme durumlarında temas halindeki katılar arasında bir yağ filmi oluşmakta ve bu film tabaka yüzeyler arasındaki aşınma ve sürtünmeyi azaltmaktadır [21]. Yağa katkı eklediğimizde, katılar başlangıçta temas yüzeyleri arasındaki yağ filminin yapısını katılarak film tabakayı zenginleştirir ve tabakanın kalınlaşmasını sağlar. Kalınlaşan yağ filmi temas halindeki metallerin pürüzlerinin doğrudan temasını

engelleyerek aşınma ve sürtünmeyi azaltır. Artan katkı miktarı ile bu durum devam eder. Ancak katkı eklenmeye devam edilirse, bir noktadan itibaren katkılar film tabakanın doyması nedeniyle yağ filminin dışında kalarak kümelenmeye başlarlar. Aynı zamanda çok fazla katkı yağ filminin gereğinden fazla kalınlaşmasına ve kurumasına yol açar. Yağ filmi yer yer kuruyarak dökülmeye başlar ve yüzeyler arasındaki yapılaşma özelliğini kaybederek kararsız bir yapıya dönüşür; bunun sonucunda da aşınma ve sürtünmede artış görülmeye başlar [22,23]. Yağ katkılarının katkısız yağ içerisindeki ağırlıkça oranı optimum konsantrasyonun üzerine çıktığında, büyük miktarda katı partikülün temas yüzeylerinde birikmesiyle aşınma oranı ve sürtünme katsayısı gibi tribolojik özelliklerde artış görülmeye başladığına dair benzer sonuçlar farklı çalışmalarda da elde edilmiştir [24,25,26].

Grafit partiküllerinin yağlayıcı etkisinin bir nedeni de tabakalı kristal yapısından kaynaklanmaktadır. Grafit partikülleri Van-der-Waals bağlarıyla tutunan ancak kendi içinde iyonik veya metalik bağ ile birleşen tabakalardan oluşmaktadır. Bu tabakalar yüklerle karşılaştıklarında kırılmakta ve yağlayıcı etkiyi artırmaktadır.

Grafit, düzlemler arası mesafe ile atomlar arası mesafenin oranının 2,403 olduğu açık hegzagonal tabakalı kristal yapıya sahiptir. Bu oran ideal sıkı düzen hegzagonal paket yapısına göre çok yüksektir. Bu durumda paralel tabakalar arasındaki bağlar (Van-der-Waals tipi) bazal düzlemlerde bulunan kovalent bağlara kıyasla daha zayıf olmaktadır. Grafitin, kristal köşeleri üzerine adsorbe olan gazlarla ve su buharı ile güçlü kimyasal bağlar oluşturabilmesi grafitin katı yağlayıcı özelliğini artırmaktadır. Adsorbe olan kütle düzlemler arası bağların daha da zayıflamasına, malzemenin kristal düzlemlerinin kolayca kopup temas halindeki yüzeye taşınmasına neden olmaktadır [9].

Tribolojide, aşınma yüzeylerinin temas alanlarında oluşan gerilmeleri yaklaşık olarak hesaplayabilmek için Hertz temas mekaniğinden faydalanılır [27]. Hertz elastik temas teorisine göre küresel bir cisim elastik düz bir yüzey üzerine belirli bir kuvvet uygulanarak batırıldığında oluşan temas alanının yarıçapı,  $a$ , aşağıdaki (1) denklemiyle hesaplanır:

$$a = \left( \frac{3FR}{4E^*} \right)^{1/3} \quad (1)$$

$R$  küresel cismin yarıçapı,  $F$  uygulanan kuvvetin normal yöndeki bileşeni,  $E^*$  düzeltilmiş elastisite modülüdür. Düzeltilmiş elastisite modülü  $E^*$ , aşağıdaki (2) denklemi ile elde edilir:

$$\frac{1}{E^*} = \frac{1 - \nu_1^2}{E_1} + \frac{1 - \nu_2^2}{E_2} \quad (2)$$

Denklem (2)'de  $E_1$  ve  $E_2$  malzeme çiftinin elastisite modüllerini,  $\nu_1$  ve  $\nu_2$  ise malzemelerin Poisson

oranlarını ifade eder. Aşınma yüzeylerinin arasındaki temas alanı,  $A$ , aşağıda belirtildiği şekilde hesaplanır:

$$A = \pi a^2 = \pi \left( \frac{3FR}{4E^*} \right)^{2/3} \quad (3)$$

Maksimum Hertz temas gerilmesi,  $P_{max}$ , ise aşağıdaki (4) bağıntısı ile elde edilir:

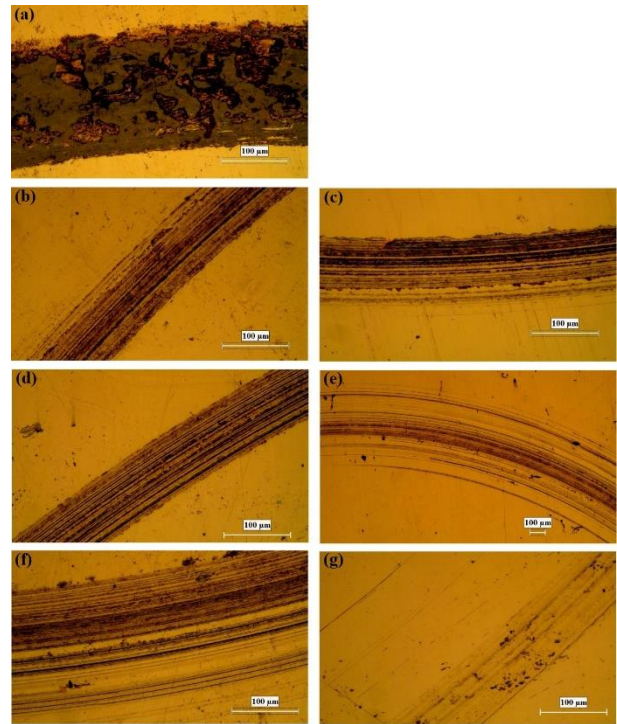
$$P_{max} = \frac{3F}{2\pi a^2} \quad (4)$$

Yukarıdaki denklemlerden hareketle, deneylerde kullanılan malzeme çifti için oluşacak Hertz temas mekaniği parametreleri Çizelge 3'de verilmiştir.

### 3.3.Metalografik İncelemeler (Metallographic Examinations)

Aşınma deneylerinin ardından numunelerin yüzeylerinde oluşan aşınma izleri optik mikroskop ve SEM ile incelenmiş ve aşınma izlerine ait görüntüler alınmıştır. Aşınan yüzeylerin görüntüleri Şekil 8 ve Şekil 9'da verilmiştir.

Şekil 8.a ve Şekil 9.a'da görüldüğü üzere kuru koşulda aşınma izinde oksidasyon laminasyonu açık bir biçimde görülmektedir. Aşınma izinde görülen oksitlenme Şekil

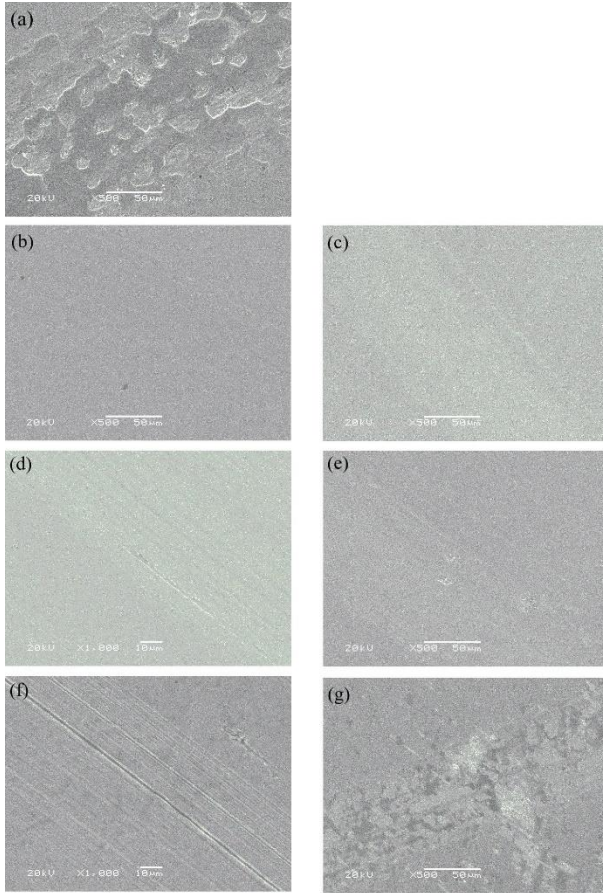


**Şekil 8.** Altlık malzemelerde oluşan aşınma izlerinin optik mikroskop görüntüleri: (a) kuru koşulda (b) katkısız yağda (c) %5 grafit katkılı yağda (d) %10 grafit katkılı yağda (e) %15 grafit katkılı yağda (f) %20 grafit katkılı yağda (g) %25 grafit katkılı yağda (Optical microscope images of the wear scars formed on the substrates for: (a) dry sliding condition, (b) base oil, (c) 5% graphite dispersed oil, (d) 10% graphite dispersed oil, (e) 15% graphite dispersed oil, (f) 20% graphite dispersed oil, (g) 25% graphite dispersed oil)



**Çizelge 3.** Deneyleerde kullanılan malzeme çiftinin Hertz temas teorisine göre hesaplanan temas mekaniği parametreleri (The estimated contact mechanics parameters of counter pairs used in experiments by means of Hertzian contact theory)

Malzeme Çifti	$F(N)$	$R(mm)$	$E^*(GPa)$	$a(mm)$	$A(mm^2)$	$P_{max}(GPa)$
WC - H11	10	1.5	170.97	0.04037	0.00512	2.929



**Şekil 9.** Altlık malzemelerde oluşan aşınma izlerinin SEM görüntüleri: (a) kuru koşulda, (b) katkısız yağda, (c) %5 grafit katkılı yağda, (d) %10 grafit katkılı yağda, (e) %15 grafit katkılı yağda, (f) %20 grafit katkılı yağda, (g) %25 grafit katkılı yağda (SEM images of the wear scars formed on the substrate for: (a) dry sliding condition, (b) base oil, (c) 5% graphite dispersed oil, (d) 10% graphite dispersed oil, (e) 15% graphite dispersed oil, (f) 20% graphite dispersed oil, (g) 25% graphite dispersed oil)

5'i doğrulamaktadır. Şekil 5'te başlangıçta sürtünme katsayısı hızlı bir biçimde artmıştır. Sürtünmeden dolayı temas yüzeylerinde oluşan yüksek gerilme kuvvetleri yüksek ısıya neden olmuş ve böylece yüzeyde oksitlenmeler oluşmuştur. Ancak oluşan bu oksitlenmeler yüzeyde yağlayıcı bir etki yaparak sürtünmeyi azaltmış ve ardından bir süre sonra dengeye gelen sürtünme katsayısı sabit bir değerde seyretmiştir. Elde edilen grafik Stribeck eğrisi oluşturmuştur.

Katkısız yağ ve grafit partikül katkılı yağ içinde yapılan aşınma deneylerinde ise aşınma izinin daha az belirgin olduğu görülmektedir. Yağlama koşullarında kullanılan deney şartlarına bağlı olarak elastohidrokinamik yağlama meydana gelmesi aşındırıcı bilye ile numune arasında sürekli bir yağ filminin olması aşınmayı azaltan en önemli etkidir. Ancak kullanılan normal yük değeri (10 N) ve karşı cisim çapının numune yüzeyinde oluşturduğu maksimum Hertz temas gerilmesi 2.93 GPa'dır. Bu derece yüksek temas gerilmesi numune yüzeyinde belli bir miktar deformasyona neden olabilmektedir. Bununla beraber, yağın ve yağa katılan grafit partiküllerin meydana getirdiği etki ile aşınma azalmaktadır.

## 6. SONUÇ (CONCLUSION)

Bu çalışmada, ısıtılmış martenzit fazındaki AISI H11 sıcak iş takım çeliğine, ball-on-disc aşınma yöntemi kullanılarak aşınma ve sürtünme deneyleri gerçekleştirilmiştir. Aşınma ve sürtünme deneyleri kuru koşullarda, katkısız yağ ortamında ve yağa %5, %10, %15, %20 ve %25 grafit katkıları eklenerek gerçekleştirilmiş ve bu farklı ortamların malzemeye tribolojik etkileri gözlemlenmiştir. Elde edilen veriler itibarıyla aşağıdaki sonuçlara varılmıştır.

- Kuru koşullarda gerçekleştirilen deneylerde en yüksek sürtünme katsayısı (0,306) ve aşınma oranı ( $3,66 \times 10^{-6} \text{ mm}^3/N/m$ ) değerleri elde edilmiştir. Kuru koşula ait numunenin aşınma izinin optik mikroskop ve SEM görüntüleri incelendiğinde yüzeyde geniş oksit tabakaları görülmüştür. Oksitlenme, yüksek sürtünme katsayısını doğrulamaktadır. Birbirine temas eden pürüz tepelerinde oluşan yüksek gerilmeler sonucu açığa çıkan yüksek ısı, oksit oluşumunu hızlandırmıştır.
- Katkısız yağ ile yapılan deneylerde katkısız yağın kuru koşullara göre daha düşük sürtünme katsayısı ve aşınma oranına sahip olduğu görülmüştür. Bunun nedeni, yağın altlık malzeme ile bilye arasında girerek sürekli bir film tabaka oluşturması ve böylece yüzeyler arasında oluşan doğrudan teması engellemesidir. Ancak katkısız yağ, grafit katkılı yağlarla kıyaslandığında aşınma ve sürtünme performansı olarak onların gerisinde kalmıştır.
- Grafitli katkılı yağlar tüm konsantrasyonlarda katkısız yağa göre daha düşük sürtünme ve aşınma özellikleri göstermişlerdir. Başlangıçta azalan sürtünme ve aşınma %5 grafit konsantrasyonunda gayet düşük değerlere gelmiş ardından tekrar artışa geçmiştir. Bunun nedeni başlangıçta grafit

tanelerinin yağ filminin yapısına katılarak film kalınlığını arttırması ve böylece yüzeyler arasındaki teması azaltması, ancak artan konsantrasyonla grafit tanelerinin yağ filmini gereğinden kalın ve kuru hale getirerek yağ filminin etkinliğini azaltmasıdır. Sürtünme ve aşınmayı birlikte ele alacak olursak optimum konsantrasyona %5 grafit katkılı yağda ulaşılmıştır. Optimum konsantrasyonun üzerindeki konsantrasyonlarda aşınma ve sürtünme davranışı yükselişe geçmektedir.

- Grafit, doğasından kaynaklanan yağlayıcı etkisi ile yağ katkısı olarak iyi bir performans göstermiştir. Yağa 150-300 µm gibi yağ katkısı olarak büyük sayılabilecek boyutlarda katılmasına rağmen tüm konsantrasyonlarında katkısız yağa göre üstün tribolojik özellikler göstermiştir.

Sonuç olarak, mevcut çalışmada elde edilen sonuçlar literatürde yer alan sonuçlara uygunluk göstermektedir. Yağ katkısı olarak grafit taneleri, katkısız yağa eklendiklerinde aşınma ve sürtünme değerlerinde açık bir düşüş gözlemlenmiştir. Son yıllarda çoğunlukla nano boyutlarda yağ katkıları incelenmektedir. Ancak bu çalışmada görüldüğü gibi, yağ katkılarının mikro boyutlarda kullanılması da aşınma ve sürtünmeyi azaltmada etkili olmuştur. Mikro boyutlu yağ katkılarının elde edilmesi, hazırlanması nanopartiküllere göre daha kolay ve zahmetsiz olmaktadır. Mikropartiküller, nanopartiküller gibi üstün tribolojik özellikler gösterebilmektedirler ve maliyetleri de nanopartiküllere kıyasla daha düşüktür. Bu durum onları yağ katkısı olarak öne çıkarmaktadır.

Grafit, yağ katkısı olmaya aday bir malzemedir. Daha sonraki çalışmalar için yağ katkısı olarak grafit taneleri farklı yükler, farklı tane boyutları ve değişik konsantrasyonlarda kullanılarak yağın tribolojik performansına etkileri incelenebilir.

#### ETİK STANDARTLARIN BEYANI (DECLARATION OF ETHICAL STANDARDS)

Bu makalenin yazar(lar)ı çalışmalarında kullandıkları materyal ve yöntemlerin etik kurul izni ve/veya yasal-özel bir izin gerektirmediğini beyan ederler.

#### YAZARLARIN KATKILARI (AUTHORS' CONTRIBUTIONS)

**Onur ÜNLÜOĞLU:** Deneyleri yapmış ve makalenin yazım işlemini gerçekleştirmiştir.

**Osman Nuri ÇELİK:** Sonuçlarını analiz etmiştir.

#### ÇIKAR ÇATIŞMASI (CONFLICT OF INTEREST)

Bu çalışmada herhangi bir çıkar çatışması yoktur.

#### KAYNAKLAR (REFERENCES)

- [1] Higgs C. F., Wornoy E.Y.A., "An in situ mechanism for self-replenishing power transfer films: experiments and modeling", *Wear*, 264: 131-138, (2008).
- [2] Yu Y., Gu J., Kang F., Kong X., Mo W., "Surface restoration induced by lubricant additive of natural minerals", *Applied Surface Science*, 253(18): 7549-7553, (2007).
- [3] Zhang B., Xu Y., Gao F., Shi P., Xu B., Wu Y., "Sliding friction and wear behaviors of surface-coated natural serpentine mineral powders as lubricant additive", *Applied Surface Science*, 257(7): 2540-2549, (2011).
- [4] Yu H. L., Xu Y., Shi P. J., Wang H. M., Zhang W., Xu B. S., "Effect of thermal activation on the tribological behaviours of serpentine ultrafine powders as an additive in liquid paraffin", *Tribology International*, 44(12): 1736-1741, (2011).
- [5] Yu H. L., Xu Y., Shi P. J., Wang H. M., Zhao Y., Xu B. S., Bai, Z. M., "Tribological behaviors of surface-coated serpentine ultrafine powders as lubricant additive", *Tribology International*, 43(3): 667-675, (2010).
- [6] Pawlak Z., Kaldonski T., Pai R., Bayraktar E., Oloyede A., "A comparative study on the tribological behaviour of hexagonal boron nitride (h-BN) as lubricating micro-particles—An additive in porous sliding bearings for a car clutch", *Wear*, 267(5-8): 1198-1202, (2009).
- [7] Shi H., Fu X., Zhou X., Wang D., Hu Z., "A low-temperature extraction-solvothermal route to the fabrication of micro-sized MoS<sub>2</sub> spheres modified by Cyanex 301", *Journal of Solid State Chemistry*, 179(6): 1690-1697, (2006).
- [8] Feng W., "Research on microstructure of the auto-restoration layer of worn surface of metals", *Materials Science and Engineering A*, 399(1-2): 271-275, (2005).
- [9] Clauss F. J., "Solid lubricants and self-lubricating solids", Chapter 5, Handbook of Tribology, *McGraw Hill Inc.*, USA, (1991).
- [10] Hutchings I., Shipway P., "Tribology: Friction and wear of engineering materials", 2nd edition, *Butterworth-Heinemann Publishing*, (2017).
- [11] Jackson M. J., Morrell J., "Tribology in manufacturing", Tribology for engineers, *Woodhead Publishing*, Cambridge, UK, (2011).
- [12] Sliney H. E., "Solid lubricant materials for high temperatures - a review", *Tribology International*, October: 303-315, (1982).
- [13] Sharma V., Joshi R., Pant H., Sharma V. K., "Improvement in frictional behaviour of SAE 15W-40 lubricant with the addition of graphite particles", *Materials Today: Proceedings*, 25: 719-723, (2020).
- [14] Lee C. G., Hwang Y. J., Choi Y. M., Lee J. K., Choi C., Oh J. M., "A study on the tribological characteristics of graphite nano lubricants", *International Journal of Precision Engineering and Manufacturing*, 10(1): 85-90, (2009).
- [15] Srivyas P. D., Charoo M. S., "Nano lubrication behaviour of graphite, h-BN and graphene nano platelets for reducing friction and wear", *Materials Today: Proceedings*, 44(1): 7-11, (2021).
- [16] Roberts G. A., Krauss G., Kennedy R., "Tool Steels: 5th Edition", *ASM International*, USA, (1998).

- [17] Totten G. E., "Steel heat treatment: metallurgy and technologies", **CRC Press**, Florida, USA, (2006).
- [18] Bryson W. E., "Heat treatment: master control manual", **Hanser Publications**, Munich, Germany, (2015).
- [19] Bartz W. J., "Some investigation on the influence of particle size on the lubrication effectiveness of molybdenum disulfide", **ASLE Transactions**, 15(3): 207-215, (1972).
- [20] Bartz W. J., Oppelt J., "Lubricating effectiveness of oil-soluble additives and molybdenum disulfide dispersed in mineral oil", **Lubrication Engineering**, 36: 579-585, (1980).
- [21] Babalık F. C., "Makine elemanları ve konstrüksiyon örnekleri", **Nobel Yayın Dağıtım**, 2.Baskı, Ankara, (2006).
- [22] Huang H. D., Tu J. P., Gan L. P., Li, C. Z., "An investigation on tribological properties of graphite nanosheets as oil additive", **Wear**, 261(2): 140-144, (2006).
- [23] Prasad B. K., Rathod S., Modi O. P., Yadav M. S., "Influence of talc concentration in oil lubricant on the wear response of a bronze journal bearing", **Wear**, 269(5-6): 498-505, (2010).
- [24] Ren B., Gao L., Xie B., Li M., Zhang S., Zu G., Ran X., "Tribological properties and anti-wear mechanism of ZnO@graphene core-shell nanoparticles as lubricant additives", **Tribology International**, 144: 106114, (2020).
- [25] Wu H., Zhao J., Xia W., Cheng X., He A., Yun J. H., Wang L., Huang H., Jiao S., Huang L., Zhang S., Jiang Z., "A study of the tribological behaviour of TiO<sub>2</sub> nano-additive water-based lubricants", **Tribology International**, 109: 398-408, (2017).
- [26] Gu Y., Fei J., Zheng X., Li M., Huang J., Qu M., Zhang L., "Graft PEI ultra-antiwear nanolayer onto carbon spheres as lubricant additives for tribological enhancement", **Tribology International**, 153: 106652, (2021).
- [27] Hertz, H., "On the contact of elastic solids", *J. Reine Angew. Math* **92**: 156-171, (1881).