

Türkiye Eğitim Dergisi

(2021) Cilt 6, Sayı 1, s. 124-145

Matematiksel Modelleme Eğitiminin İlköğretim Matematik Öğretmeni Adaylarının Matematiksel Modellemenin Doğasına İlişkin Bilgilerine Katkısı: Bir Eylem Araştırması*

Muhammet ŞAHAL¹

Ahmet Şükrü ÖZDEMİR²

Özet

Matematiksel modelleme gerçek hayatla matematik arasındaki ilişkileri kurmada öne çıkan araştırma alanlarından biridir. Öğrencilerin matematiksel dünya ile gerçek dünya arasında geçiş yapmalarına olanak sağlayacak öğrenme ortamlarına girmeleri için geleceğin öğretmenlerinin matematiksel modelleme ile ilgili yetkinlik kazanmaları gerekir. Öğretmen adayları, uygulamadan önce matematiksel model ve modellemenin doğasına ilişkin temel bilgilere hâkim olmalıdır. Bu bağlamda eylem araştırması kapsamında bir kuramsal eğitim planı hazırlanmış ve on dokuzu pilot uygulamada, yirmi biri asıl uygulamada olmak üzere kırk ilköğretim matematik öğretmeni adayı ile çalışma yürütülmüştür. Veriler açık uçlu anket, gözlem ve eğitim sürecindeki video kayıtlar aracılığıyla toplanarak içerik analizine tabi tutulmuştur. Katılımcıların eğitim süreci öncesinde model ve modelleme kavramlarına ilişkin somut öğretim materyali, maket ve rol model gibi algılara sahip olduğu görülürken; eğitim süreci sonunda matematik eğitimi alanındaki matematiksel model ve modelleme kavramlarının tanımlarına yakın cevaplar verdikleri tespit edilmiştir. Çalışmada yürütülen eğitim sürecinin öğretmen adaylarının matematiksel modellemenin doğasına ilişkin bilgilerini geliştirmelerine olanak sağladığı sonucuna ulaşılmıştır.

Anahtar Kelimeler

Matematiksel modelleme
Matematik öğretmeni adayları
Matematik eğitimi
Eylem araştırması

Makale Hakkında

Gönderim Tarihi: 22.02.2021

Kabul Tarihi: 14.06.2021

Elektronik Yayın Tarihi: 25.06.2021

DOI: 11.11111/ted.xx

* Bu çalışma ikinci yazar danışmanlığında yürütülen birinci yazara ait doktora tezinin bir bölümünden üretilmiştir.

¹ Arş. Gör., Yıldız Teknik Üniversitesi, msahal@yildiz.edu.tr, ORCID: 0000-0003-3625-2456

² Prof. Dr., Marmara Üniversitesi, ahmet.ozdemir@marmara.edu.tr, ORCID: 0000-0002-0597-3093

The Contribution of the Mathematical Modeling Course to Pre-service Mathematics Teachers' Knowledge about the Nature of Mathematical Modeling: An Action Research *

Muhammet ŞAHAL²
Ahmet Şükrü ÖZDEMİR³

Abstract

Mathematical modeling is the one of the prominent research areas in establishing connections between real life and mathematics. Future teachers need to be competent about mathematical modeling so that their students experience the learning environments that enable them to move between mathematical world and real-world. Before practicing, pre-service teachers ought to have a grasp of basic knowledge about nature of mathematical modeling. In this context, a theoretical program was developed within the scope of action research and forty pre-service secondary mathematics teachers, nineteen of them in the pilot study and twenty one of them in the main study, participated to the study. Data was collected through open-ended questionnaire, observation notes and video recordings and analyzed by content analysis. While it was found that the participants had perceptions about model and modeling concepts relating to concrete teaching materials, mock-up and role model at the beginning of the study; it was reached that their answers were close to the definitions of mathematical model and modeling concepts in the literature at the end of the study. It was concluded that the program carried out in the study enabled pre-service teachers to enhance their knowledge about the nature of mathematical modeling.

Keywords

Mathematical modeling
Pre-service mathematics teachers
Mathematics education
Action research

About Article

Sending Date: 22.02.2021
Acceptance Date: 14.06.2021
Electronic Issue Date: 25.06.2021

DOI: 11..11111/ted.xx

GİRİŞ

Matematik öğretim programıyla temel becerilerin geliştirilmesiyle beraber öğrencilerin akıl yürütmeyi öğrenmesi, üretken bir geleceğe hazırlanması ve matematiksel okur-yazar bireyler olarak yetişmesi amaçlanmaktadır (Steen, 1999). Problem çözme, eleştirel düşünme, işbirliğiyle çalışma, değişen şartlara uyum sağlama, bilgiyi farklı alanlarda kullanma ve

* Bu çalışma ikinci yazar danışmanlığında yürütülen birinci yazara ait doktora tezinin bir bölümünden üretilmiştir.

¹Arş. Gör., Yıldız Teknik Üniversitesi, msahal@yildiz.edu.tr, ORCID: 0000-0003-3625-2456

² Prof. Dr., Marmara Üniversitesi, ahmet.ozdemir@marmara.edu.tr, ORCID: 0000-0002-0597-3093

sorumluluk alma gibi 21. yüzyıla hitap eden becerilerin geliştirilmesi yüksek standartlardaki öğretimle mümkündür (Wagner, 2008). Bu bağlamda matematik öğretim programında öğrencinin bilgileri hazır almasından ziyade bilgiye ulaşma yollarını araştırması, edilgen konumdan etken konuma geçmesi, yeni öğrendiklerini eski bilgilerinin ve deneyimlerinin üzerine yapılandırması, gerçek hayatla ilişkilendirme yapması gerektiği vurgulanmıştır (Millî Eğitim Bakanlığı [MEB], 2018). Gerçek hayat becerileri olarak nitelendirilebilecek bu becerileri geliştirmek için geleneksel eğitim öğretim yaklaşımlarının ötesinde öğrencilere, matematiksel düşünme biçimlerini uygulayabilecekleri açık uçlu, karmaşık görevler sunulmalıdır. Bu görevlerde öğrenciler, gerçek problem durumlarında çoklu temsilleri kullanmaya, çoklu çözüm yolu ve sonuç uzayına girmeye, matematiksel iletişim biçimlerini kullanmaya teşvik edilmelidir (Doerr ve English, 2006). Bu anlamda matematiksel modelleme gerçek hayatla matematik arasındaki ilişkileri tesis etmede önemli araştırma alanlarından biri olarak ön plana çıkmaktadır (Deniz ve Akgün, 2016).

Matematiksel modelleme 70'li yıllardan beri gerçek hayat problemlerinin çözüm süreçlerini belirlemek için bir çatı görevi üstlenmektedir (Berry, 2002). Matematiksel modelleme gerçek hayat problemiyle başlayan, bu problemten yapılan çıkarımların matematikselleştirilerek analiz edildiği, çözümün tekrar başlangıçtaki problem durumuna göre yorumlandığı ve bu aşamaların tekrar düzenlenebildiği; matematik ile gerçek dünya arasındaki çift yönlü geçiş sürecidir (Blum, 1993; Borromeo Ferri, 2018; Lesh ve Doerr, 2003). Matematiksel modelleme ve matematiksel model kavramları farklı anlamlara işaret etmektedir. Matematiksel modelleme bir sürece karşılık gelirken; matematiksel model ise bu sürecin sonunda ortaya çıkan ürüne karşılık gelmektedir (Simon ve Cox, 2019; Sriraman, 2006). Son yıllarda mühendislikten uygulamalı matematiğe, ekonomiden teknolojiye kadar pek çok farklı alanda önemi artmıştır (Taşpınar Şener, 2017). Bu yüzden birçok araştırmacı matematiksel modelleme ile ilgili uygulamaların okul matematiğinde ve sınıf içi uygulamalarda daha fazla yer alması gerektiğini belirtmiştir (Ang, 2006; Berry, 2002; Blomhoj ve Kjeldsen, 2006; Blum ve Borromeo Ferri, 2009; Lesh ve Doerr, 2003; Şahin ve Eraslan, 2016). Öğrencilerin matematiksel modellemeyle ilgili daha fazla deneyim yaşamaları için hiç şüphesiz öğretmenlere büyük görevler düşmektedir. Ancak yapılan çalışmalar öğretmenlerin modellemeye ilişkin bilgilerinin sınırlı olduğunu göstermektedir (Kaiser ve Maaß, 2007; Maaß, 2010; Niss, Blum ve Galbraith, 2007; Oliveira ve Barbosa, 2009; Korkmaz, 2014; Taşpınar Şener, 2017). Dolayısıyla öğrencilere matematiksel modelleme süreçlerinde başarılı bir şekilde rehberlik etmek için öğretmenlerin, lisans düzeyinde aldıkları eğitimin önemi ortaya çıkmaktadır. Çünkü üniversite yıllarındaki mesleki gelişime dair gerçekleştirilen güncel uygulamaların, öğretmenlik yıllarında tatil zamanlarında ya da diğer kısıtlı programlarda aldıkları eğitimlerden çok daha etkili olduğu vurgulanmıştır (Sevinç ve Lesh, 2017; Stillman, 2015). Matematiksel modellemenin eğitimde kullanılmasına ilişkin farklı yaklaşımlar ileri sürülmüştür. Bu yaklaşımlardan ikisi, matematiksel ilişkilerin, bilgilerin ve işlemlerin matematiksel modelleme yardımıyla öğrenildiği *araç olarak matematiksel modelleme* ve matematiksel modellemenin doğasını, yapısını meydana getiren, modelleri inceleyen ve eleştiren süreçlerin ele alındığı *amaç (içerik) olarak matematiksel modellemenin* olduğu yaklaşımlardır (Julie, 2020). Öğretmen adaylarının lisans düzeylerinde amaç (içerik) olarak modelleme yaklaşımını benimsemenin daha uygun olacağı ifade edilmiştir (Julie, 2002, Simon ve Cox, 2019). Farklı çalışmalarda, öğretmen adaylarının eğitiminde matematiksel modellemeye yönelik kurslara olan ihtiyacın belirtilmesine karşın,

bu derslere ait içeriklerin nasıl geliştirilmesi gerektiği konusunda araştırma temelli bilgi eksikliklerinin olduğu vurgulanmıştır (Çetinkaya vd., 2016; Lingefjärd, 2007; Superfine & Wagreich, 2010; Niss, Blum ve Galbraith, 2007). Bununla birlikte yapılan araştırmalar öğretmenlerin ve öğretmen adaylarının matematiksel model ve modellemeyle alakalı kavram yanlışlarına sahip olduklarını ya da kavramsal bilgi eksiklikleri olduğunu göstermektedir (Abramovich, 2013; Akgün, Çiltaş, Deniz ve Işık, 2013; Anhalt ve Cortez, 2015; Blum ve Borromeo Ferri, 2009; Deniz ve Akgün, 2017; Jung, Stehr ve He, 2019; Korkmaz, 2014; Özturan Sağırlı, 2010; Taşpınar Şener, 2017). Nitekim öğretmen adaylarının matematiksel modellemeyle ilgili uygulamalarda deneyim yaşamalarıyla beraber matematiksel modelleme ve model kavramlarının doğasına ilişkin bilgi sahibi olmaları da önemli görülmüştür (Niss, Blum and Galbraith, 2007; Oliveira ve Barbosa, 2013). Ancak yapılan araştırmalar, öğretmen adaylarının üniversite dönemlerinde matematiksel modellemeyle alakalı yeterli tecrübe sahibi olmadıklarını göstermektedir (Aydın Güç ve Baki, 2019; Blomhoj ve Kjeldsen, 2006; Türker, Sağlam ve Umay, 2010). Aydın Güç ve Baki (2019) çalışmalarındaki sonuçlar öğretmen adaylarının matematiksel modellemeyle alakalı deneyim eksikliklerine işaret etmektedir. Türker Sağlam ve Umay'ın (2010) çalışmasında da öğretmen adayları üniversitede modelleme becerilerini geliştirmeye olanak sağlayıcı derslerin olmadığını ifade etmişlerdir. Dolayısıyla öğretmen yetiştiren kurumlarda matematiksel modellemenin gerek kuramsal boyutunu gerekse uygulamalı boyutunu içeren öğrenme ortamlarının ve programların tasarlanması gerektiği söylenebilir. Lingefjärd (2007) matematiksel modellemeye yönelik bir ders planlamanın ve yürütmenin zorluğuna dikkat çekmiştir. Bu bakımdan matematiksel modelleme eğitiminin bütüncül bir bakış açısıyla ele alınması gerekir (Anhalt ve Cortez, 2015).

Öğretmen adaylarının modelleme ile ilgili yeterliklerinin istenilen düzeyde olmadığına dair çalışmalar göz önüne alınarak, araştırmanın amacı ilköğretim matematik öğretmeni adaylarının matematiksel model ve modelleme ile ilgili kavramsal bilgilerini açığa çıkarmak ve tasarlanan eğitim sürecinin bu bilgilerin gelişimine nasıl katkı sağladığını incelemektir. Bu amaç doğrultusunda geliştirilen eğitim planı Borromeo Ferri'ye (2018) ait kuramsal çerçevede yer alan eğitim sürecinin kuramsal boyutuna odaklanmaktadır. Bu kuramsal çerçeve matematiksel modellemeye dair kuramsal temeller, uygulama, kuram ve uygulama, sunum, değerlendirme olmak üzere beş bölümden oluşmaktadır. Eğitim sürecinin kuramsal boyutunda matematiksel model ve modelleme tanımları, farklı modelleme döngülerinin tanıtılması, matematiksel modellemenin amaçları yer almaktadır (Borromeo Ferri, 2018). Çalışmanın öğretmen adaylarının matematiksel model ve modellemeye dair bilgilerini, kavram yanlışlarını, görüşlerini ortaya çıkarması bakımından bilimsel bilgi birikimine katkıda bulunacağı; kuramsal anlamda eğitim öğretim ortamları ve eğitim süreci ile ilgili içeriklerin planlanmasına ışık tutacağı söylenebilir. Bu bağlamda çalışmanın araştırma problemleri şu şekilde belirlenmiştir:

1. Eğitim süreci öncesinde ilköğretim matematik öğretmeni adaylarının matematiksel model ve modellemeye ilişkin kavramsal bilgileri ne düzeydedir?
2. Eğitim süreci sonrasında ilköğretim matematik öğretmeni adaylarının matematiksel model ve modellemeye ilişkin kavramsal bilgileri nasıl değişmiştir?

YÖNTEM

Araştırma Deseni

Bu çalışmada araştırmacının öğretici rolünü üstlenmesinden dolayı nitel araştırma yaklaşımlarından eylem araştırması modeli benimsenmiştir. Eylem araştırması faaliyetlerin ve öğretimin kalitesini anlamlandırmak ve geliştirmek için bir sınıf ya da okul ortamında gerçekleştirilen araştırma sürecidir (Johnson, 2012; McKernan, 2008; McTaggart, 1997). Bu araştırma türünde amaç sadece ilgili çevreye yönelik bilgi toplayarak bunları yorumlamak değil, aynı zamanda sosyal ortamdaki eylemlerle ilgili bilgiler geliştirmektir (McKernan, 2008). Eylem araştırmasına katılanlar, kendi uygulamalarını sistematik olarak araştırma fırsatı bulurlar (Ferrance, 2000). Bu bakımdan öğretmen araştırması olarak da adlandırılmaktadır (Köklü, 2001). Araştırmacı öğrenme ortamındaki anlık çıktılarını elden görmek için uygulayıcı rolünü üstlenmiştir. Eylem araştırmaları değişimin planlandığı, uygulandığı ve uygulama sonuçlarının analiz edilerek planın tekrar güncellenmesiyle uygulamanın yinelenildiği döngüsel bir süreçtir (Kemmis ve McTaggart, 2005).

Planlama Süreci

Eylem araştırmalarında alanyazın taraması yapılarak bir problem durumu saptanır ve bu kapsamda bir eylem planı geliştirilir (Mertler, 2016). Yapılan araştırmalar öğretmen adaylarının matematiksel modellemeye ilişkin kavram yanlışlarına ve bilgi eksikliklerine işaret etmektedir (Abramovich, 2013; Akgün, Çiltaş, Deniz ve Işık, 2013; Anhalt ve Cortez, 2015; Blum ve Borromeo Ferri, 2009). Çalışmada bu eksiklikleri gidermek için Borromeo Ferri'ye (2018) ait kuramsal çerçevenin kavramsal eğitim boyutunu dikkate alarak bir eğitim süreci planlanmıştır. Toplamda beş bölümden oluşan eğitim sürecinin birinci bölümü olan "modellemeyle ilgili kuramsal temeller" bölümünde matematiksel model ve modelleme ile ilgili temel kavramlar, modelleme döngüleri, modelleme görevlerinin çeşitleri, modellemenin amaçları ve modellemeye dair farklı bakış açıları yer almaktadır. Bu doğrultuda yapılan planlama Tablo 1'de sunulmuştur.

Tablo 1. Borromeo Ferri (2018)'e ait kuramsal çerçeve doğrultusunda hazırlanan eylem planı

Aşamalar	Hafta	Ders İçeriği	Süre
Bilgilendirme Dersi	1. Hafta	-Tanışma -Uygulama ile ilgili ayrıntılı bilgilendirmelerin yapılması -Gönüllülük formlarının imzalanması -Eğitim öncesinde açık uçlu anketin uygulanması	90 dk.
Kuramsal Eğitim	2. Hafta	-Matematiksel model ve modellemenin farklı tanımları -Matematiksel modellemenin önemi -Problem çözme ve matematiksel modelleme ilişkisi	120 dk.
	3. Hafta	-Matematiksel modellemenin amaçları -Farklı matematiksel modelleme döngüleri -Matematiksel modelleme yeterlikleri	120 dk.
	4. Hafta	-Model oluşturma etkinlikleri ve prensipleri -İyi bir matematiksel modelleme sorusunun özellikleri -Eğitim sonrasında açık uçlu anketin uygulanması	90 dk.

Eğitim sürecinde yer alan matematiksel model ve modelleme kavramlarının tanımları Borromeo Ferri (2018), Gravemeijer (2002), Berry ve Houston (1995), Sriraman (2006)'a ait çalışmalardan alınmıştır. Matematiksel modellemenin önemine ilişkin ise yine bu araştırmacılarla beraber başka çalışmalardan da faydalanılmıştır (Blomhøj ve Kjeldsen, 2006; Deniz ve Akgün, 2016; Maaß, 2006; NCTM, 2000). Problem çözme ve matematiksel modelleme arasındaki ilişkilere yönelik içerik Niss (2010), Chang, Krawitz, Schukajlow ve Yang (2019), Zawojewski (2010) ve Chamberlin ve Moon (2005)'a ait çalışmalardan faydalanılarak hazırlanmıştır. Farklı matematiksel modelleme döngüleri başlığında ise Berry ve Houston (1995), Lesh ve Doerr (2003), Stillman, Galbraith, Brown ve Edwards (2007), Blum ve Leiß (2007) ve Borromeo Ferri (2006) tarafından ortaya atılan modelleme döngüleri tanıtılmıştır. Modelleme yeterliklerinin neler olduğuna dair içerik Maaß (2006)'ın çalışmasından alınmıştır. Farklı bir bakış açısı olarak değerlendirilen model ve modelleme perspektifinde yer alan model oluşturma etkinliklerine ilişkin bilgiler Lesh ve diğerleri (2000) ve Chamberlin ve Moon (2005)'a ait çalışmalardan alınmıştır. Modelleme problemlerinin özelliklerine ilişkin ise Common Core Standarts (Ortak Temel Eyalet Standartları) (2010)'da yer alan bilgilerden faydalanılmıştır. Araştırmacılar tarafından Borromeo Ferri'ye (2018) ait kuramsal çerçevedeki kuramsal boyutta yer alan ana başlıklar dikkate alınarak hazırlanan eğitim planı matematiksel modelleme alanında çalışmaları bulunan iki uzman tarafından incelenmiştir.

Uygulama Süreci

Hazırlanan eylem planından sonra ilköğretim matematik öğretmenliği üçüncü sınıf öğrencileriyle pilot uygulama gerçekleştirilmiştir. Uygulama neticesinde tespit edilen aksaklıklar ve eksik olduğu düşünülen kısımlar öğrencilerden gelen sorularla birlikte uzman görüşlerine başvurularak asıl uygulamaya geçilmeden önce tekrar düzenlenmiştir. Asıl uygulama kapsamında yapılan değişiklikler Tablo 2'de sunulmuştur.

Tablo 2. Birinci eylem planının uygulanmasından sonra asıl uygulamada yapılan değişiklikler

Hafta	Deneme Uygulaması	Asıl Uygulama İçin Yapılan Değişiklikler
1	-Tanışma -Uygulama ile ilgili ayrıntılı bilgilendirmelerin yapılması -Gönüllülük formlarının imzalanması -Eğitim öncesinde açık uçlu anketin uygulanması	-Herhangi bir değişikliğe ihtiyaç duyulmamıştır.
2	-Matematiksel model ve modellemenin farklı tanımları -Matematiksel modellemenin önemi -Problem çözme ve matematiksel modelleme ilişkisi	-Öğretmen adaylarına klasik test kitabı sorularından bazı örnekler gösterilerek, bu sorular üzerinde gerçek hayata uygunluk, verilerin mantıklı olup olmaması gibi farklı açılardan eleştirilerde bulunmalarının uygun olacağı düşünülmüştür. Böylece klasik test kitabı sorularıyla modelleme soruları arasındaki farklılıklara hâkim olmaları amaçlanmıştır.
3	-Matematiksel modellemenin amaçları -Farklı matematiksel modelleme	-Matematiksel modellemenin matematik eğitiminde sadece bir başlık olarak değil aynı

	döngüleri -Matematiksel modelleme yeterlikleri	zamanda matematik dışında da geniş bir çalışma alanı olduğuna değinmek amacıyla farklı modelleme türleri ve sınıflandırmalara yer verilmesi gerektiği düşünülmüştür. Bu sınıflandırmalara dair örnekler sunulmuştur.
4	-Model oluşturma etkinlikleri ve prensipleri -İyi bir matematiksel modelleme sorusunun özellikleri -Eğitim sonrasında açık uçlu anketin uygulanması	-Herhangi bir değişikliğe ihtiyaç duyulmamıştır.

Gerçekleştirilen deneme uygulaması neticesinde ilk haftadaki planlamada herhangi bir değişikliğe ihtiyaç duyulmamıştır. İkinci haftadaki uygulamada öğrencilerden gelen “Matematiksel modelleme aslında bir problem çözme süreci gibi. Tam olarak problem çözmeden farkı nedir?”, “Kitaplarda öğrencilere sorulan sorulardan tam olarak farkı ne?” ve “Liselere giriş sınavlarındaki yeni nesil sorular buna örnek olabilir mi?” gibi sorular üzerine, uzman görüşlerinden faydalanılarak klasik test kitabı kelime problemlerinden örnekler yer verilmiş ve bu örneklerin modelleme problemlerinden hangi noktalarda ayrıldığını ayrıntılı olarak göstermek hedeflenmiştir. Eğitim planına eklenen klasik test kitabı örnekleri Şekil 1’de görülmektedir.

Bir inşaat firması eni 54 m ve boyu 81 m olan dikdörtgen şeklindeki arsayı, eşit alanlı kare şeklinde parsellere bölüp, her parsele bir konut yapacaktır. Buna göre en az kaç konut yapılabilir?

- A) 6 B) 12 C) 18 D) 27



Yukarıda boyları verilen çiçeklerden hangisinin boyu en uzundur?

- A) Gül B) Orkide
C) Karanfil D) Kasımpatı

Boş bir havuzu A ve B muslukları 36 saatte, A ve C muslukları 48 saatte, B ve C muslukları ise 72 saatte doldurabilmektedir. Buna göre, üç musluk birlikte bu havuzu kaç saatte doldurur?

- A) 20 B) 24 C) 30 D) 32 E) 34

Bir kümeste kazlar, ördekler ve tavuklar vardır. Bu kümeden rastgele seçilecek bir hayvanın ördek olma olasılığı aşağıdakilerden hangisi olamaz?

- A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{2}{3}$ C) $\frac{3}{4}$ D) $\frac{4}{4}$

Şekil 1. Eğitim planında yer alması planlanan klasik test kitabı örnekleri

Planlanan kuramsal eğitim doğrultusunda üçüncü hafta gerçekleştirilen uygulama neticesinde öğretmen adaylarının matematiksel modellemenin kapsamına dair sadece matematik dünyasıyla sınırlı olduğu konusunda düşüncelere sahip oldukları izlenimi edinilmiştir. Dolayısıyla eğitim sürecine farklı modelleme türleri ve alanyazında yer alan sınıflandırmalarla ilgili bilgiler verilmiş, matematik içinde ve dışında pek çok alanda

kullanılmasıyla birlikte matematiksel modellemenin de kendi içinde farklı araştırma alanlarına ayrıldığına değinilmiştir. Bu doğrultuda matematiksel modellemeye dair yapılan farklı sınıflandırmalarla ilgili içeriğin hazırlanmasında Julie (2020), Aztekin ve Taşpınar Şener (2015), Erbaş vd. (2014), Kaiser ve Sriraman (2006)'ın çalışmalarından yararlanılmıştır. Bu çalışmalarda ortaya koyulan ya da incelenen matematiksel modellemeye ilişkin sınıflandırmalar eğitim içeriğine eklenmiştir. Son haftada ise herhangi bir değişikliğe ihtiyaç duyulmamıştır.

Katılımcılar

Çalışma, 2019-2020 eğitim öğretim yılı güz yarıyılında, İstanbul'daki bir devlet üniversitesinde kırk ilköğretim matematik öğretmeni adayıyla gerçekleştirilmiştir. Deneme uygulaması on dokuz katılımcıyla yürütülürken, asıl çalışmada ise yirmi bir katılımcı yer almıştır. Asıl uygulamada öğretmen adayları AÖ1, AÖ2,...,AÖ21 olarak kodlanmıştır. Öğretmen adaylarının hiçbiri uygulama öncesinde matematiksel modellemeye dair bir eğitim almamışlardır. Deneme uygulamasındaki katılımcıların on ikisi kadın, yedisi erkektir. Asıl uygulamaya katılan dördüncü sınıf ilköğretim matematik öğretmeni adaylarının on dokuzu kadın, ikisi erkektir. Çalışma grubu amaçlı örnekleme yöntemiyle belirlenmiştir. Patton'a (2002) göre amaçlı örnekleme yönteminde araştırmacının, amaca yönelik belirlenen araştırma sorularını aydınlatacak, bilgi bakımından zengin ve derinlemesine araştırma yapmaya olanak sağlayan vakaları seçmesi söz konusudur.

Veri Toplama Araçları

Araştırmada öğretmen adaylarının matematiksel model ve modelleme ile ilgili ne bildiklerini öğrenmek ve bu bilgilerinin eğitim sürecinden sonra nasıl değiştiğini görebilmek için uygulamadan önce ve sonra açık uçlu sorulardan meydana gelen anket uygulanmıştır. Bu form oluşturulurken Akgün, Çiltaş, Deniz ve Işık (2013), Korkmaz (2014), Taşpınar Şener'e (2017) ait çalışmalardan faydalanılmıştır. Ayrıca bir dil uzmanı ve iki matematik eğitimcisinin de fikirlerine başvurularak uzman görüşü alınmıştır. Uygulama sırasında araştırmacı alan notları tutmuş ve video kayıt alınmıştır. Katılımcıların cevaplarında belirsizlik olması durumunda tekrar öğretmen adaylarına başvurularak katılımcı teyidi sağlanmıştır.

Çalışmanın etik kurul onayı Marmara Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü Araştırma ve Yayın Etik Kurulu'nun 11/11/2020 tarihli 2020-8-20 sayılı ve 2020/101 protokol numaralı kararı ile alınmıştır.

Verilerin Analizi

Öğretmen adaylarının cevapladıkları soruların yer aldığı açık uçlu anketlerden elde edilen veriler içerik analizi yöntemiyle çözümlenmiştir. İçerik analizi, belli bir sistematığe göre metindeki ifadelerin daha az içerik kategorilerine aktarıldığı kurallı ve tekrarlı bir teknik olarak tanımlanmıştır (Weber, 1990). İçerik analizinde analiz birimleri saptandıktan sonra, analizde kullanılacak kodlar ve kategoriler belirlenerek verileri kodlama ve kategorize etme sürecine geçilir (Cohen, Manion ve Morrison, 2007). Öğretmen adaylarının açık uçlu anketlerde yer alan sorulara verdikleri cevaplar matematik eğitimi alanındaki iki uzmanla beraber kodlanmış ve belli kategorilere yerleştirilmiştir. İlk kodlama ve sınıflama

aşamasından sonra uzmanlar arasında ortaya çıkan fikir ayrılıkları üzerinde mutabakat sağlanmıştır. Cevaplara dair kodlar ve kategoriler doğrudan alıntılarla birlikte sunulmuştur.

BULGULAR

Bu bölümde öğretmen adaylarının hem eğitim süreci öncesinde hem de sonrasında verdikleri cevaplar “model” kavramına dair bilgiler ve “modelleme” kavramına dair bilgiler olmak üzere ayrı ayrı ele alınmıştır.

Öğretmen Adaylarının Eğitim Sürecinden Önce Matematiksel Modellemeye Dair Bilgilerine İlişkin Bulgular

Eğitim süreci öncesinde öğretmen adaylarının matematiksel model ve modellemeye dair bilgilerini ortaya çıkarma amacıyla açık uçlu ankette yer alan “Model kavramı size ne ifade ediyor? Bu kavram hakkındaki düşüncelerinizi yazar mısınız?” ve “Modelleme kavramı size ne ifade ediyor? Bu kavram hakkındaki düşüncelerinizi yazar mısınız?” sorularını cevaplandırmaları istenmiştir.

Tablo 3. Öğretmen adaylarının eğitim süreci öncesinde model kavramına ilişkin görüşleri

Kategori	Açıklama	Veri Sayısı
Öğretim materyali	Soyut kavramların, bilgilerin görsel veya somut hali	9
	Öğretim esnasında kullanılan materyaller	4
Fizikî model	Bir cismin, yapının ya da eşyanın özelliklerini taşıyan prototipi veya birebir kopyası	5
Rol Model	Örnek alınması gereken kişi veya davranış	2
Fikrim yok	Herhangi bir düşünce beyan edilmedi	1

Öğretmen adaylarının model kavramına ilişkin verdiği cevaplar öğretim materyali, fizikî model, rol model ve fikrim yok kategorilerinde toplanmıştır. Eğitim süreci öncesinde verilen cevaplar, öğretmen adaylarının büyük bir bölümünün model kavramını öğretim materyali kategorisinde yer alan öğretim için kullanılan manipülatiflerle, kavramların somutlaştırılması, temsili ya da görselleştirilmesiyle ilişkilendirdiklerini göstermiştir. Öte yandan öğretmen adaylarının bir kısmı modelin, fizikî model kategorisinde ele alınan herhangi bir nesnenin maketi, şablonu ya da kopyasıyla ilgili olduğunu belirtirken; bir kısmı ise rol model kategorisinde ele alınan bir kişiyi veya davranışı örnek almayla ilişkili olduğunu belirtmiştir. Öğretmen adaylarından biri ise model kavramıyla ilgili herhangi bir düşünce beyan etmemiştir.

Öğretim materyali kategorisinde değerlendirilen cevaplardan olan AÖ1, AÖ7 ve AÖ9'a ait ifadeler yukarıdan aşağı sırasıyla Şekil 2'de görülmektedir.

Bilimsel bir bilgi veya kavramı görsel olarak ifade etmek. Bir model ortaya konan düşünceyi etkisiz bir şekilde yansıtmalıdır.

Soyut bir kavramın somut halde oluşturulmuş halidir. Ortaya çıkan bir tür nesne diyebiliriz. Bir öğretmenin dersi organları maketini getimesi o ders için bir model'e başvurusudur.

Soyut olan bir şeyi somut olarak ifade edebilmenin bir yolu.

Şekil 2. AÖ1, AÖ7 ve AÖ9'un eğitim süreci öncesinde model kavramına ilişkin görüşü

AÖ7'nin ifadeleri model kavramını öğretim materyaliyle ilişkilendirdiğini göstermektedir. AÖ1 ve AÖ9'un cevaplarındaki kapsamın genel olarak algılanmasından dolayı katılımcı teyidine başvurularak öğretim materyalini işaret ettikleri anlaşılmıştır. AÖ1 bir kavrama ilişkin derste farklı kaynaklardan elde edilen görselleri örnek gösterirken, AÖ7 dersteki kavramları somutlaştırmaya yönelik geometrik şekillere işaret etmiştir.

Katılımcılardan bazıları model kavramını araba, ev ya da herhangi bir yapının maketi ile ilişkilendirmiştir. Bu cevaplar fizikî model kategorisinde ele alınmıştır. Şekil 3'te sırasıyla AÖ6 ve AÖ20'ye ait cevaplar alıntılanmıştır. AÖ20'nin cevabında göze çarpan materyal kelimesinden dolayı katılımcı teyidine başvurulmuş ve fen bilimleri derslerinde kullanılan iskelet, organ ya da gezegen maketlerine işaret ettiği anlaşılmıştır.

Model, bir örneği somut halde görebilmek için kullanılır.
Örneğin: Bir araba modeli, ya da bir iş makinesinin modeli örnek verebiliriz.

Etrafımızda bulunan insan, gezegen, gibi şeylerin temsil edilmesini sağlayan maket, materyal ve şablonlardır.

Şekil 3. AÖ6 ve AÖ20'nin eğitim süreci öncesinde model kavramına ilişkin görüşü

Model kavramının örnek alınacak kişi, davranış ya da durumu çağrıştırdığını belirten AÖ4 ve AÖ19'un cevapları rol model kategorisinde değerlendirilmiştir. Öğretmen adaylarının cevapları sırasıyla Şekil 4'te sunulmuştur.

Örnek alınan davranış, yapıt vb gibi şeyler bizi model kavramını çağrıştırıyor.
Bir modele bakarak ya da bir modelden yola çıkarak farklı durumlar üretebiliriz.

Bir işi yapmada örnek alınan kişi.

Şekil 4. AÖ4 ve AÖ19'un eğitim süreci öncesinde model kavramına ilişkin görüşü

Eğitim sürecine geçmeden önce öğretmen adaylarının modelleme kavramına ilişkin verdikleri cevaplara ait açıklamalar ve kategoriler Tablo 4'te sunulmuştur.

Tablo 4. Öğretmen adaylarının eğitim süreci öncesinde modelleme kavramına ilişkin görüşleri

Kategori	Açıklama	Veri Sayısı
Öğretim materyali tasarımı	Soyut kavramların, bilgilerin görselleştirme veya somutlaştırma süreci	7
	Öğretim esnasında kullanılan materyalleri tasarlama	10
Basitleştirme	Karmaşık haldeki problemi veya durumu anlaşılır hale getirmek için basit formda ifade etme	4

Modelleme kavramına yönelik öğretmen adaylarının büyük bir bölümünün somutlaştırma kategorisinde yer alan öğretim sırasında kullanılan materyalleri tasarlama ve soyut kavramların anlaşılır olması için somutlaştırma veya görselleştirme süreci ile alakalı cevaplar verdikleri görülmüştür. Öğretmen adaylarından bazıları ise modellemenin karmaşık haldeki yapıların, problemlerin ya da durumların basit bir formata dönüştürülmesi, bilimsel halde ifade edilmesi veya belirli bir kurala göre düzenlenmesiyle ilgili olduğunu ifade etmiştir.

Öğretim materyali kategorisinde ele alınan AÖ15 ve AÖ17'ye ait cevaplar Şekil 5'te yukarıdan aşağı sırasıyla görülmektedir. Katılımcıların modellemeyi soyut ya da zihinde canlandırılmayan kavramları somutlaştırmayla ilişkilendirdikleri görülürken, AÖ17'nin örnek olarak toplama işleminde kullanılan manipülatifleri örnek gösterdiği tespit edilmiştir.

Modelleme kavramı; soyut olan ya da zihnimize canlandırılmayan kavramları, cisimleri somut hale getirerek görselleştirip canlandırmanın sağlanması.

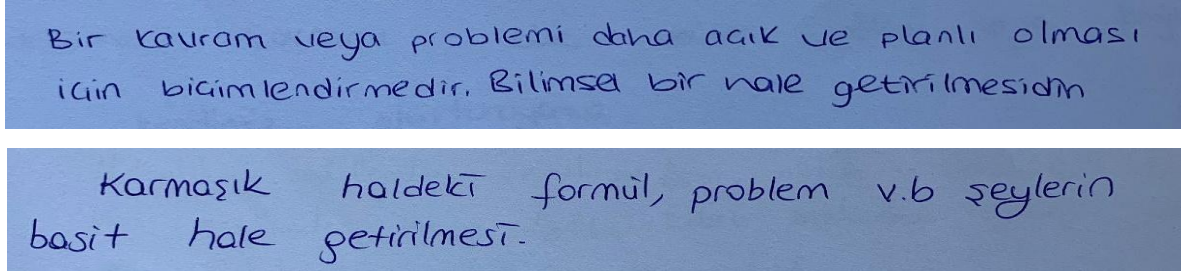
Soyut olan kavramları somutlaştırmak için modelleme yapabiliriz. Örneğin toplama işlemi yapılırken sayıları bloklar halinde göstermek modellemeye örnektir. Bu şekilde modelleme yapılabilir.



Şekil 5. AÖ15 ve AÖ17'nin eğitim süreci öncesinde modelleme kavramına ilişkin görüşü

Katılımcılardan bazıları, modellemenin karmaşık olan bir durumu ya da problemi bir formata koyma işlemi olduğunu belirtmiştir. Bu cevaplar basitleştirme kategorisinde ele

alınmıştır. Basitleştirme kategorisinde değerlendirilen cevaplardan olan AÖ9 ve AÖ20'ye ait ifadeler yukarıdan aşağı sırayla Şekil 6'da görülmektedir.



Şekil 6. AÖ9 ve AÖ20'nin eğitim süreci öncesinde modelleme kavramına ilişkin görüşü

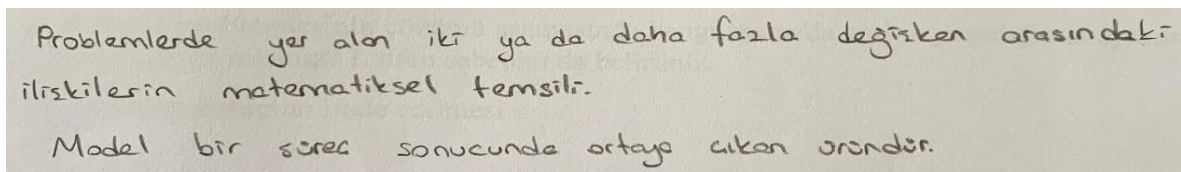
Öğretmen Adaylarının Eğitim Sürecinden Sonra Matematiksel Modellemeye Dair Bilgilerine İlişkin Bulgular

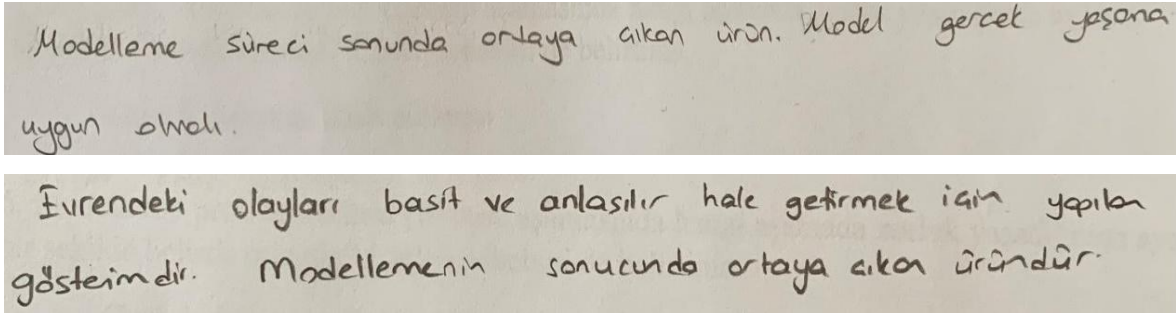
Eğitim süreci sonrasında öğretmen adaylarının model ve modelleme kavramlarına ilişkin uygulama öncesinde yöneltilen aynı soruları cevaplandırmaları istenmiştir. Elde edilen veriler katılımcıların cevaplarından yapılan alıntılarla birlikte kategoriler halinde sunulmuştur.

Tablo 5. Öğretmen adaylarının eğitim süreci sonrasında model kavramına ilişkin görüşleri

Kategori	Açıklama	Veri Sayısı
Ürün	Modelleme süreci sonunda ortaya çıkan ürün	18
	Gerçek hayata uygun ürün	3
Gösterim	Durumları basit ve anlaşılır hale getiren gösterim	1
	Değişkenler arasındaki ilişkileri gösteren temsil ya da gösterim	2

Eğitim sürecinden sonra öğretmen adaylarının hepsi model kavramının modelleme süreci sonunda ortaya çıkan ürün olduğunu belirtmişlerdir. Katılımcılardan bazıları ortaya çıkan ürünün gerçek hayata uygunluğuna vurgu yapmıştır. Bu cevaplar ürün kategorisinde değerlendirilmiştir. Öğretmen adaylarından bazıları ise matematiksel modelin bir çeşit gösterim olduğuna dikkat çekmiştir. Gösterim kategorisinde ele alınan bu cevaplar incelendiğinde, öğretmen adaylarından birinin, modelin karmaşık durumları daha basit ve anlaşılır hale getirmeye yarayan araç olduğunu belirttiği, ikisinin ise değişkenler arasındaki ilişkilerin yer aldığı temsil ya da formül olarak ifade ettiği görülmüştür. Uygulama öncesi ve sonrası katılımcıların model kavramına yönelik cevapları incelendiğinde, eğitim sürecinden sonra bu kavrama dair bilgilerin farklılaştığı anlaşılmaktadır. Şekil 7'de yukarıdan aşağı sırasıyla AÖ13, AÖ15, AÖ18'in model kavramına dair cevapları görülmektedir.





Şekil 7. AÖ13, AÖ15 ve AÖ18'in eğitim süreci sırasında model kavramına ilişkin görüşü

Eğitim süreci sonrasında modelleme kavramına yönelik olarak öğretmen adaylarının alanyazında yer alan tanımlara benzer cevaplar verdikleri görülmüştür. Katılımcıların modellemeyle ilgili cevaplarına ait bilgiler Tablo 6'da sunulmuştur.

Tablo 6. Öğretmen adaylarının eğitim süreci sonrasında modelleme kavramına ilişkin görüşleri

Kategori	Açıklama	Veri Sayısı
Matematikselleştirme	Gerçek hayat problemleriyle başlayan durumun matematikselleştirilerek analiz edildiği ve çözümün tekrar bu duruma göre yorumlandığı süreç	11
İlişkilendirme	Gerçek dünya ile matematik arasında ilişki kurma	7
Somutlaştırma	Matematiksel kavramları ya da soruları somutlaştırma süreci	2
Problem çözme	Matematiksel problemlerin çözüm süreci	3

Öğretmen adaylarının cevapları matematikselleştirme, ilişkilendirme, somutlaştırma ve problem çözme kategorilerinde toplanmıştır. Tablo 6'ya göre katılımcıların eğitim sürecinin sonunda modelleme kavramına dair ifadelerinin matematikselleştirme ve ilişkilendirme kategorilerinde yoğunlaştığı tespit edilmiştir. Katılımcıların on biri modellemeyi gerçek bir hayat durumunun matematikselleştirmeyle analiz edilerek çözüme kavuştuğu, bu çözümün tekrar duruma göre yorumlandığı ve geçilen aşamaların tekrar düzenlenebildiği süreç olarak tanımlarken; yedisi ise modellemenin gerçek dünya ile matematiksel dünya arasındaki çift yönlü geçiş olduğunu ifade etmiştir. Öğretmen adaylarından ikisi modellemeyi, matematiksel problemleri veya kavramları somutlaştırma aracı olarak görürken; üçü ise modellemenin aslında bir matematiksel problem çözme süreci olduğunu belirtmiştir. Model kavramına benzer şekilde katılımcıların eğitim öncesi ve sonrası matematiksel modellemeyle ilgili düşüncelerinde değişiklik olduğu görülmektedir.

Şekil 8'de sırasıyla matematikselleştirme kategorisinde değerlendirilen AÖ1 ve AÖ20'nin cevapları yer almaktadır. AÖ1 ve AÖ20'nin matematiksel modellemeyle ilgili olarak gerçek hayat durumlarıyla başlayıp yine gerçek duruma göre yorumlanmasıyla tamamlanmasına, matematikselleştirmeye ve tüm sürecin tekrar düzenlenebilir olmasına vurgu yaptığı görülmektedir.

Gerçek yaşam problem problemleriyle başlayan, bu problemlerin matematikselleştirilerek analiz edildiği, gerçek yaşam sorunlarına göre yorumlanıp, tekrar düzenlenebilir basamakları olan bir süreçtir.

Modelleme = Gerçek yaşam problemiyle başlayan, problemler elde edilen çıkarımların matematikselleştirilerek analiz edildiği, çözümün yaşam durumlarına göre değerlendirildiği ve bu basamakların tekrar düzenlenebilir sürecidir. Modelleme süreç kolay olmayan ama farklı bakımlardan öğrenen bir süreç.

Şekil 8. AÖ1 ve AÖ20'nin eğitim süreci sonrasında modelleme kavramına ilişkin görüşü

Matematikselleştirilmenin gerçek dünyayla matematik arasında çift yönlü bir geçiş süreci olduğunu belirten öğretmen adaylarının cevapları ilişkilendirme kategorisinde ele alınmıştır. Bu cevaplara örnek olarak Şekil 9'da sırasıyla AÖ8'e ve AÖ17'ye ait ifadeler görülebilir.

Matematikselleştirilme gerçek yaşam ile matematik arasındaki çift yönlü geçiştir.

Gerçek dünya ile matematik dünyası arasındaki çift yönlü bir geçiştir.

Şekil 9. AÖ8 ve AÖ17'nin eğitim süreci sonrasında modelleme kavramına ilişkin görüşü

Öğretmen adaylarından bazıları ise modellemeyi somutlaştırma ya da problem çözme süreciyle ilişkilendirmiştir. Modellemenin somutlaştırma faaliyeti olduğunu ifade eden AÖ5 ve modellemeyi problem çözme süreci olarak gören AÖ3'ün cevapları Şekil 10'da sırasıyla sunulmuştur.

Soruların günlük hayata göre somutlaştırılmasıdır.

Bir matematiksel problemin analizinde veya çözümünde gerçek yaşamla ilişkilendirilerek çözümlenmesi sürecidir.

Şekil 10. AÖ5 ve AÖ3'ün eğitim süreci sonrasında modelleme kavramına ilişkin görüşü

SONUÇ, TARTIŞMA ve ÖNERİLER

Araştırma kapsamında eğitim süreci öncesinde katılımcıların matematiksel model ve modellemeyle ilgili kavramsal bilgilerini açığa çıkarmak amacıyla açık uçlu ankette yer alan soruları cevaplamaları istenmiştir. Elde edilen bulgular ışığında öğretmen adaylarının sorulara verdiği cevapların alanyazındaki matematiksel model ve modelleme tanımlarından

uzak olduğu söylenebilir. Eğitim sürecinden önce verilen cevaplara bakıldığında, model kavramına yönelik öğretim materyali, fizikî model, rol model ve fikrim yok kategorilerinin olduğu görülmüştür. Model kelimesi sözlükte bir nesneye benzetilmeye çalışılan örnek, tasarlanan ürünün prototipi ya da örnek olmaya değer kimse gibi anlamalara karşılık gelmektedir (Türk Dil Kurumu [TDK], 2018). Katılımcıların model kavramını öğrenme ortamlarında öğrencilere sunulan materyallerle bağdaştırmalarının yanı sıra, kelimenin sözlük anlamına da işaret ettikleri görülmüştür. Bu durum, öğretmen adaylarının eğitimden önce model kavramıyla ilgili bilgilerinin matematiksel modelleme çalışmalarında yer alan tanımların kapsamı dışında olduğunun göstergesidir. Lesh ve Doerr (2003) matematiksel modeli, gerçek hayat durumlarının yorumlanmasına, çözümlenmesine fırsat sağlayan zihinsel yapıların matematiksel bir forma dönüşmüş dış temsilleri olarak tanımlamışlardır.

Eğitim sürecinden önce katılımcıların modelleme kavramına dair verdikleri cevapların ise öğretim materyali tasarımı ve basitleştirme kategorilerinde toplandığı görülmüştür. Modelleme, öğrenme ortamlarında kullanılan materyallere atıf yapılarak soyut kavramları somutlaştırma ve görselleştirme süreci olarak tanımlanmış; ya da karmaşık bir durumu daha basit anlamda ifade etmeyle ilişkilendirilmiştir. Model kavramına ilişkin eğitim süreci öncesinde açığa çıkan bulgulara benzer şekilde modellemenin de somutlaştırma ve görselleştirme süreci ile ilgili olduğuna dair düşüncelerin ortaya çıktığı görülmüştür. Bu durum öğretmen adaylarının model ve modelleme kavramları arasındaki ayrımın farkında olmadıklarının ve bu kavramları birbiriyle benzer olarak algıladıklarının göstergesi olarak kabul edilebilir. Matematiksel modelleme gerçek hayat problemiyle başlayan, bu problemten yapılan çıkarımların matematikselleştirilerek analiz edildiği, çözümün gerçek hayat durumuna göre yorumlandığı ve bu basamakların tekrar düzenlenebildiği; gerçek dünya ile matematik arasında çift yönlü bir geçiş sürecidir (Borromeo Ferri, 2018; Lesh ve Doerr, 2003). Bu sonuçlar, model kavramıyla ilgili sonuçlara benzer şekilde öğretmen adaylarının eğitim süreci öncesinde modelleme kavramına ilişkin zihinlerindeki ilişkilerin ve tanımların matematik eğitiminde ortaya atılmış modelleme tanımlarımdan farklılık gösterdiğine işaret etmektedir.

Öğretmen adaylarının model ve modelleme kavramlarına dair düşüncelerinin matematiksel model ve modelleme kavramlarının matematik eğitimindeki karşılıklarına uzak olmasının sebebi, öncesinde matematiksel modelleme ile ilgili bir deneyim yaşamamaları olabilir. Aydın, Güç ve Bakı'ye (2019) ait çalışmadaki sonuçlar da öğretmen adaylarının matematiksel modelleme ile ilgili bir tecrübe yaşamadıklarını, çok azının ise sınırlı düzeyde tecrübe yaşadığını göstermiştir. Çalışmadan elde edilen sonuçlar alanyazındaki benzer çalışmaların sonuçlarıyla paralellik göstermektedir. Jung, Stehr ve He'ye (2019) ait çalışmada, öğretmen adaylarının model ve modellemeyi işlemleri ve sayıları görselleştirme süreci veya öğretim sürecindeki materyal olarak algıladıkları sonucuna ulaşılmıştır. Benzer şekilde Anhalt ve Cortez (2015) de matematik öğretmeni adaylarına yönelik planlanmış modelleme eğitiminden önce, katılımcılardan bir kısmının matematiksel modellemeyi ders materyalleriyle, temsillerle, ve görsel modellerle eş anlamlı olarak yorumladıkları bulgusuna ulaşmışlardır. Alanyazında öğretmen adaylarının bir modelleme etkinliği veya dersi öncesinde modellemenin doğasına ilişkin bilgilerinin matematiksel kavramların görselleştirilmesiyle ve somut materyallerle bağlantılı olduğuna yönelik düşüncelerinin açığa çıktığı başka çalışmalar da bulunmaktadır (Abramovich, 2013; Akgün,

Çiltaş, Deniz ve Işık, 2013; Blum ve Borromeo Ferri, 2009; Deniz ve Akgün, 2017; Korkmaz, 2014; Özturan Sağırlı, 2010; Taşpınar Şener, 2017).

Eğitim sürecinden sonra katılımcıların model kavramına ilişkin cevapları incelendiğinde, ifadelerin ürün ve gösterim kategorisinde yer aldığı görülmektedir. Model kavramının “modelleme sürecinin sonunda ortaya çıkan ürün” olarak nitelendirildiği tespit edilmiştir. Ayrıca katılımcılardan bir kısmı, ortaya çıkan ürünün gerçek hayata uygunluğuna dikkat çekmiştir. Bununla beraber modelin karmaşık durumları basitleştirmeye yaradığına ve değişkenler arasındaki ilişkileri içeren görsellere ya da temsillere vurgu yapan öğretmen adayları da mevcuttur. Uygulama sonrasında öğretmen adaylarının model kavramına dair zihinsel yapılarının alanyazında bulunan farklı matematiksel model tanımları kapsamında değerlendirilebileceği anlaşılmaktadır. Çünkü model kavramını Berry ve Houston (1995), genel anlamda değişkenler arasındaki ilişkilerin temsili olarak tanımlarken; Sriraman (2006) ise modelleme süreci sonunda ortaya çıkan ürün olarak tanımlamıştır. Lesh ve diğerleri (2000) modelin hedefe ulaşmada faydalı yapılar sunması gerektiğine dikkat çekmiştir. Dolayısıyla öğretmen adaylarının model kavramıyla ilgili düşüncelerinin gerçekleştirilen uygulamayla alanyazındaki tanımlara benzer bir yapıya kavuştuğu söylenebilir.

Eğitim sürecinden sonra katılımcıların modelleme kavramına ilişkin ifadelerine bakıldığında, cevapların matematikselleştirme, ilişkilendirme, somutlaştırma ve problem çözme kategorilerinde yer aldığı görülmüştür. Öğretmen adaylarının büyük bir bölümü matematiksel modellemeyi gerçek hayattaki bir durumun matematikselleştirilerek analiz edildiği ve ulaşılan çözümün tekrar yorumlandığı gerçek dünya ile matematiksel dünya arasında gerçekleşen çift yönlü geçiş süreci olarak tanımlamışlardır. Model kavramına dair bulgulara benzer şekilde öğretmen adaylarının modellemenin doğasına ilişkin bilgilerinin uygulama sonrasında alanyazında yer alan tanımlara benzerlik gösterdiği görülmüştür. İki öğretmen adayının, eğitim süreci öncesinde sahip olduğu düşüncelere benzer şekilde modellemeyi somutlaştırma süreciyle ilişkilendirdikleri; üç öğretmen adayının ise modellemeyi matematiksel problemlerin çözüm süreci olarak nitelendirdiği görülmüştür. Gravemeijer (1999) *ortaya çıkan modeller* (İng: *emergent models*) yaklaşımında cetvel yardımıyla öğrencilerin ilk önce sayıları tanımlanabilir cisimlere bağlı olarak algıladıklarına (araç olarak modelleme); ancak zaman içinde bu durumdan bağımsızlaşarak matematiksel bir varlık olarak algılama (amaç olarak modelleme) sürecine geçtiklerine değinmiştir. Başka bir deyişle araç olarak modelleme yaklaşımında matematiksel kavramları görselleştirmek için somutlaştırmanın yapılabileceği belirtilmiştir. Bu bakımdan matematiksel modellemede somutlaştırmanın kullanıldığı söylenebilir; fakat matematiksel modelleme sürecinin tamamını somutlaştırmayla açıklamanın bu kavramının alanyazında yer alan tanımlarına ait kapsamı sınırlandıracağı ifade edilebilir. Katılımcıların bazıları eğitim süreci sonrasında matematiksel modellemeyi bir problem çözme süreci olarak nitelendirmişlerdir. English, Fox ve Watters (2005) matematiksel modellemenin öğrencileri problem çözme becerilerini geliştirmelerine olanak sağlayan anlamlı problem durumlarına soktuğunu ve bu şekilde öğrenme süreciyle beraber matematiksel düşünmeyi desteklediğini ifade etmişlerdir. Bir bakıma matematiksel modellemenin bir çeşit problem çözme süreci olduğu belirtilmiştir (Merrill, 2003). Fakat Zawojewski (2010) problem çözüme hedeflerle verilenlerin değişime kapalı ve durağan olduğunu, matematiksel modellemede sürecin daha dinamik olduğunu belirterek matematiksel modelleme ile problem çözme arasındaki farklara değinmiştir. Özet olarak her matematiksel modelleme bir problem çözme süreci olarak nitelendirilebilirken,

her problem çözme sürecini bir matematiksel modelleme süreci olarak görmek doğru olmayabilir.

Genel anlamda eğitim sürecinin öğretmen adaylarının model ve modelleme kavramlarına dair bilgilerini alanyazındaki bu kavramlara ilişkin tanımlamalara ve özelliklere uygun şekilde geliştirmelerine katkı sağladığı söylenebilir. Alanyazında modelleme etkinliklerinin veya eğitim sürecinin öğretmen adaylarının matematiksel modellemeye ilişkin görüşlerine ve sahip oldukları bilgilere katkısını inceleyen çalışmalar mevcuttur (Anhalt ve Cortez, 2015; Çiltaş ve Işık, 2013; Durandt ve Jacobs, 2017; Karalı ve Durmuş, 2015; Korkmaz, 2014; Özdemir, 2014; Taşpınar Şener, 2017). Anhalt ve Cortez (2015) öğretmen adaylarında matematiksel model ve modellemeyle ilgili kavram yanılgılarının yaygın olduğuna değinerek, çalışmalarında planladıkları eğitim modülünün model ve modellemeyle ilgili kavramsal anlayışı genişlettiği ve derinleştirdiği sonucuna ulaşmışlardır. Çiltaş ve Işık (2013) üç haftalık eğitim sürecinden önce öğretmen adaylarının matematiksel modellemeyle alakalı kapsamlı bir tanım ortaya koyamadıklarını fakat eğitim sürecinden sonra alanyazında yer alan tanımlamalara uygun açıklamalar yaptıklarını belirtmişlerdir. Korkmaz (2014) da öğretmen adaylarının modellemeyle ilgili kavramlarının “somut materyaller ve görselleştirme” düşüncesinden “matematikle ilgili gerçek hayat durumları” düşüncesine değiştiği sonucuna ulaşmıştır. Özdemir (2014) de benzer biçimde eğitim süreci sonunda öğretmen adaylarının matematiksel modellemeyi gerçek hayatla ilişkilendiklerine dair sonuçlar elde etmiştir. Çetinkaya ve diğerleri (2016) çalışmalarında öğretmen adaylarının başlangıçta modellemeyle somutlaştırmayı ilişkilendirdikleri; ancak uygulama sonrasında matematiksel modellemeye dair düşüncelerinde önemli değişiklikler olduğu sonucuna ulaşmışlardır. Taşpınar Şener (2017)’in çalışmasında da eğitim süreci öncesinde öğretmen adaylarının matematiksel modellemeyi somut materyaller, manipülatifler ve maketlerle ilişkilendirdikleri görülürken, eğitim süreci sonunda ise günlük hayatla ilişkilendirdikleri görülmektedir. Sonuç olarak araştırmadaki öğretmen adaylarının hem eğitim süreci öncesinde hem de sonrasında matematiksel model ve modellemenin doğasıyla ilgili düşüncelerine ilişkin elde edilen sonuçların alanyazındaki benzer çalışmaların sonuçlarıyla paralellik gösterdiği söylenebilir.

Araştırmadan elde edilen sonuçlardan hareketle öğretmen adaylarının eğitiminde, çalışmada kullanılan kuramsal çerçeveden faydalanılabilir. Çalışmada eğitim süreci öncesinde öğretmen adaylarının matematiksel model ve modellemeyi nasıl algıladıkları ortaya çıkmıştır. Benzer çalışmaların matematik öğretmenleriyle de yapılması önerilebilir. Çalışmada kullanılan kuramsal eğitimin hizmet içi kurslar ya da milli eğitim bakanlığına bağlı il ve ilçe müdürlükleriyle eş güdümlü içinde gerçekleştirilecek etkinlikler yardımıyla görev yapan matematik öğretmenlerine de sunulması tavsiye edilebilir.

KAYNAKÇA

Abramovich, S. (2013). Modeling as isomorphism: The case of teacher education. In R. Lesh, P. L. Galbraith, C. R. Haines, & A. Hurford (Eds.), *Modeling students' mathematical modeling competencies: ICTMA 13* (pp. 501–510). New York, NY: Springer. https://doi.org/10.1007/978-94-007-6271-8_43

- Akgün, L., Çiltaş, A., Deniz, D., Çiftçi Z., & Işık, A. (2013). İlköğretim matematik öğretmenlerinin matematiksel modelleme ile ilgili farkındalıkları. *Adıyaman Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü Dergisi*, 6(12), 1-34.
- Ang, K.C. (2006). Mathematical modelling, technology and H3 mathematics. *The Mathematics Educator*, 9(2), 33-47.
- Anhalt, C.O., & Cortez, R. (2015). Developing understanding of mathematical modeling in secondary teacher preparation. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 19, 523-545. <https://doi.org/10.1007/s10857-015-9309-8>
- Aydın Güç, F., & Baki, A. (2019). Evaluation of the learning environment designed to develop student mathematics teachers' mathematical modelling competencies. *Teaching Mathematics and its Applications: An International Journal of the IMA*, 38(4), 191-215. <https://doi.org/10.1093/teamat/hry002>
- Aztekin, S., & Taşpınar Şener, Z. (2015). Türkiye'de Matematik Eğitimi Alanındaki Matematiksel Modelleme Araştırmalarının İçerik Analizi: Bir Meta-Sentez Çalışması. *Eğitim ve Bilim*, 179(40), 139-161. <http://dx.doi.org/10.15390/EB.2015.4125>
- Berry, J. (2002). Developing mathematical modelling skills: the role of CAS. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik-ZDM*, 34(5), 212-220.
- Berry, J. S., & Houston, S. K. (1995). *Mathematical modelling*. London: Edward Arnold.
- Blomhøj, M., & Kjeldsen, T. H. (2006). Teaching mathematical modelling through project work. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik-ZDM*, 38(2), 163-177.
- Blum, W. (1993). Mathematical modelling in mathematics education and instruction. In T. Breiteig, I. Huntley & G. Kaiser-Messmer (Eds.), *Teaching and learning mathematics in context* (pp. 3-14). New York: Ellis Horwood.
- Blum, W., & Borromeo Ferri, R. (2009). Mathematical modelling: Can it be taught and learnt? *Journal of Mathematical Modelling and Application*, 1(1) 45-58.
- Blum, W., & Leiß, D. (2007). How do students and teachers deal with modeling problems? In C. Haines, P. Galbraith, W. Blum & S. Khan (Eds.), *Mathematical modeling (ICTMA 12): Education, engineering and economics* (pp. 222-231). Chichester: Horwood Publishing.
- Borromeo Ferri, R. (2006). Theoretical and empirical differentiations of phases in the modelling process. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik-ZDM*, 38(2), 86-95.
- Borromeo Ferri, R. (2018). *Learning How to Teach Mathematical Modeling in School and Teacher Education*. Cham: Springer.
- Cetinkaya, B., Kertil, M., Erbas, A. K., Korkmaz, H., Alacaci, C., & Cakiroglu, E. (2016). Pre-service teachers' developing conceptions about the nature and pedagogy of mathematical modeling in the context of a mathematical modeling course. *Mathematical Thinking and Learning*, 18(4), 287-314. <https://doi.org/10.1080/10986065.2016.1219932>
- Chamberlin, S. A., & Moon, S. M. (2005). Model-Eliciting Activities as a Tool to Develop and Identify Creatively Gifted Mathematicians. *The Journal of Secondary Gifted Education*, 17(1), 37-47.
- Chang, Y. P., Krawitz, J., Schukajlow, S., & Yang, K. L. (2019). Comparing German and Taiwanese secondary school students' knowledge in solving mathematical modelling tasks requiring their assumptions. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik-ZDM*, 52, 59-72. <https://doi.org/10.1007/s11858-019-01090-4>
- Cohen, L., Manion, L., & Morrison, K., (2007). *Research Methods in Education, Research methods in education* (Sixth Edition). London: Routledge.

- Common Core State Standards Initiative (CCSSI) (2010). *Common Core State Standards for Mathematics*. Washington, DC: National Governors Association Center for Best Practices and the Council of Chief State School Officers. http://www.corestandards.org/wp-content/uploads/Math_Standards.pdf
- Çiltaş, A., & Işık, A. (2013). The effect of instruction through mathematical modelling on modelling skills of prospective elementary mathematics teachers. *Educational Sciences: Theory & Practice*, 13(2), 1187–1192.
- Deniz, D., & Akgün, L. (2016). Ortaöğretim Matematik Öğretmenlerinin Model Oluşturma Etkinliği Tasarım Prensiplerine Uygun Etkinlik Tasarlayabilme Yeterlikleri. *Karaelmas Journal of Educational Sciences*, 4, 1-14.
- Deniz, D., & Akgün, L. (2017). Ortaöğretim matematik öğretmenlerinin matematiksel modelleme yöntemi ve uygulamalarına yönelik görüşleri. *Muş Alparslan Üniversitesi Sosyal Bilimler Dergisi*, 5(1), 95-117. <http://doi.org/10.18506/anemon.272677>
- Doerr, H., & English, L. (2006). Middle Grade Teachers' Learning through Students' Engagement with Modeling Tasks. *Journal of Mathematics Teacher Education*, 9(1), 5–32. <http://doi.org/10.1007/s10857-006-9004-x>
- Durandt, R., & Jacobs, G. J. (2017). Mathematical modelling strategies and attitudes of third year pre-service teachers. In G. A. Stillman, W. Blum & G. Kaiser (Eds.), *Mathematical modelling and applications: Crossing and researchng boundaries in mathematics education* (pp. 243–254). New York: Springer.
- English, L. D., Fox, J. L., & Watters, J. J. (2005). Problem posing and solving with mathematical modeling. *Teaching Children Mathematics*, 12(3), 156–163. <https://doi.org/10.5951/TCM.12.3.0156>
- Erbaş, A. K., Kertil, M., Çetinkaya, B., Çakıroğlu, E., Alacacı, C., & Baş, S. (2014). Matematik Eğitiminde Matematiksel Modelleme: Temel Kavramlar ve Farklı Yaklaşımlar. *Kuram ve Uygulamada Eğitim Bilimleri*, 14(4), 1607-1627. <https://doi.org/10.12738/estp.2014.4.2039>
- Ferrance, E. (2000). *Action research*. Providence, RI: Northeast and Islands Regional Education Laboratory.
- Gravemeijer, K. (1999). How emergent models may foster the constitution of formal mathematics. *Mathematical Thinking and Learning*, 1(2), 155–177.
- Gravemeijer, K. (2002). Preamble: From models to modeling. In K. Gravemeijer, R. Lehrer, B. Oers, ve L. Verschaffel (Eds.), *Symbolizing, modeling and tool use in mathematics education* (pp. 7-22). Dordrecht: Kluwer Academic Publish.
- Johnson, A. P. (2012). *A short guide to action research* (4th ed.). New Jersey: Pearson Education.
- Julie, C. (2002). Making relevance in mathematics teacher education. In I. Vakalis, D. Hughes Hallett, D. Quinney ve C. Kourouniotis (Compilers). *Proceedings of 2nd International Conference on the Teaching of Mathematics*. New York: Wiley.
- Julie, C. (2020). Modelling competencies of school learners in the beginning and final year of secondary school mathematics. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 51(8), 1181-1195. <https://doi.org/10.1080/0020739X.2020.1725165>
- Jung, H., Stehr, E. M., & He, J. (2019). Mathematical modeling opportunities reported by secondary mathematics preservice teachers and instructors. *School Science and Mathematics*, 119(6), 353-365. <https://doi.org/10.1111/ssm.12359>
- Kaiser, G., & Maaß, K. (2007). Modelling in Lower Secondary Mathematics Classroom – Problems and Opportunities. In: Blum, W., Galbraith, P.L., Henn, HW. & Niss M.

- (Eds.), *Modelling and Applications in Mathematics Education New ICMI Study Series*, vol 10 (pp. 99-108). Boston MA: Springer. <https://doi.org/10.1007/978-0-387-29822-1>
- Kaiser, G., & Sriraman, B. (2006). A global survey of international perspectives on modelling in mathematics education. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik-ZDM*, 38(3), 302-310.
- Karalı, D., & Durmuş, S. (2015). Primary school pre-service mathematics teachers' views on mathematical modeling. *Eurasia Journal of Mathematics, Science & Technology Education*, 11(4), 803– 815. <https://doi.org/10.12973/eurasia.2015.1440a>
- Kemmis, S., & McTaggart, R. (2005). Communicative action and public sphere. In N. K. Denzin & Y. S. Lincoln (Eds.), *The Sage handbook of qualitative research* (pp. 559–603). Thousand Oaks, CA: Sage.
- Korkmaz, H. (2014). *An investigation of prospective secondary mathematics teachers' thinking about mathematical modeling and pedagogy of modeling throughout a modeling course*. Yayınlanmamış Doktora Tezi: Ortadoğu Teknik Üniversitesi.
- Köklü, N. (2001). Eğitim eylem araştırması-öğretmen araştırması. *Anakara Üniversitesi Eğitim Bilimleri Fakültesi Dergisi*, 34(1), 35-43. https://doi.org/10.1501/Egifak_0000000040
- Lesh, R., & Doerr, H. M. (2003). Foundations of a models and modelling perspective on mathematics teaching, learning and problem solving. In R. Lesh & H. M. Doerr (Eds.), *Beyond constructivism: models and modelling perspectives on mathematics problem solving, learning and teaching* (pp. 3-33). Mahwah N. J.:Lawrance Erlbaum Associates Publishers.
- Lesh, R., Hoover, M., Hole, B., Kelly, A., & Post, T. (2000). Principles for developing thought-revealing activities for students and teachers. In R. Lesh & A. Kelly (Eds.), *Handbook of research design in mathematics and science education* (pp. 591-645). Hillsdale, NJ: Lawrence Erlbaum.
- Lingefjärd, T. (2007). Mathematical modelling in teacher education – necessity or unnecessarily. In W. Blum, P. Galbraith, H. Henn, and M. Niss (Eds.), *Modelling and applications in mathematics education: The 14th ICMI study* (pp. 333-340). New York: Springer.
- Maaß, K. (2006). What are modelling competencies? *The International Journal on Mathematics Education*, 38(2), 113-142.
- Maaß, K. (2010). Classification scheme for modelling tasks. *J Math Didakt*, 31, 285-311.
- McKernan, J. (2008). *Curriculum and imagination: Process theory, pedagogy and action research*. London: Routledge.
- McTaggart, R. (1997). *Participatory action research: International contexts and consequences*. Albany: State University of New York Press.
- MEB, (2018). *Matematik dersi öğretim programı (ilkokul ve ortaokul 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7 ve 8. sınıflar)*. Ankara: MEB Talim Terbiye Kurulu Başkanlığı.
- Merrill, S. J. (2003). Solving problems: Perchance to dream. In S. J. Lamon, W.A. Parker, & S. K. Houston (Eds.), *Mathematical modelling: A way of life* (pp. 97–105). Chichester: Horwood.
- Mertler, C. A. (2016). *Action Research Improving Schools and Empowering Educators* (Fifth Edition). Thousand Oaks, California: SAGE Publications.
- NCTM (2000). *Principles and standards for school mathematics*. Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- Niss, M. (2010). Modeling a crucial aspect of students' mathematical modeling. In R. Lesh, P. Galbraith, C. R. Haines & A. Hurford (Eds.), *Modeling students' mathematical competencies* (pp. 43-59). New York: Springer.

- Niss, M., Blum, W., & Galbraith, P. (2007). How to replace the word problems. In W. Blum, P. Galbraith, H-W. Henn & M. Niss (Eds.), *Modelling and applications in mathematics education: The 14th ICMI study* (pp. 3-32). New York: Springer.
- Oliveira, A. M. P., & Barbosa, J. C. (2009). The teachers' tensions in mathematical modelling practice. In Blomhøj, M. & Carreira, S. (Eds.), *Mathematical applications and modelling in the teaching and learning of mathematics* : 461. *Proceedings from Topic Study Group 21 at the 11th International Congress on Mathematics Education* (pp. 61-71).
- Oliveira, A. M. P., & Barbosa, J.C. (2013). Mathematical modelling, mathematical content and tensions in discourses. In Stillman, G. A., Kaiser, G., Blum, W. & Brown J. P. (Eds.), *Teaching Mathematical Modelling: Connecting to Research and Practice, International Perspectives on the Teaching and Learning of Mathematical Modelling* (pp. 67 - 76). Dordrecht: Springer.
- Özdemir, E. (2014). *Matematik eğitiminde modelleme üzerine öğrenme-öğretme uygulamaları*. Yayımlanmamış Doktora Tezi: Balıkesir Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü.
- Özturan Sağırlı, M. (2010). *Türev konusunda matematiksel modelleme yönteminin ortaöğretim öğrencilerinin akademik başarıları ve öz-düzenleme becerilerine etkisi*. Yayımlanmamış Doktora Tezi. Atatürk Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü.
- Patton, M. Q. (2002). *Qualitative research & evaluation methods* (3rd ed.). Thousand Oaks, CA: Sage.
- Sevinc, S., & Lesh, R. (2017). Training mathematics teachers for realistic math problems: a case of modeling-based teacher education courses. *Zentralblatt für Didaktik der Mathematik-ZDM*, 50, 301-314. <https://doi.org/10.1007/s11858-017-0898-9>
- Simon, L. H., & Cox, D. C. (2019). The role of prototyping in mathematical design thinking. *The Journal of Mathematical Behavior*, 56, 100724. <https://doi.org/10.1016/j.jmathb.2019.100724>
- Sriraman, B. (2006). Conceptualizing the model-eliciting perspective of mathematical problem solving. In M. Bosch (Ed.), *Proceedings of the Fourth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education (CERME 4)* (pp. 1686-1695). Sant Feliu de Guíxols, Spain: FUNDEMI IQS, Universitat Ramon Llull.
- Steen, L. A. (1999). Twenty question about mathematical reasoning. In L. V. Stiff, F. R. Curcio. (Ed.), *Developing mathematical reasoning in grades K-12. 1999 yearbook* (pp. 270-285). Reston, VA: National Council of Teachers of Mathematics.
- Stillman, G.A. (2015). Applications and modelling research in secondary classrooms: What have we learnt?. In Cho, S. (Eds), *Selected Regular Lectures from the 12th International Congress on Mathematical Education* (pp. 791-805). Cham: Springer. https://doi.org/10.1007/978-3-319-17187-6_44
- Stillman, G., Galbraith, P., Brown, J., & Edwards, I. (2007). A framework for success in implementing mathematical modelling in the secondary classroom. In J. Watson & K. Beswick, (Eds.), *Mathematics: Essential research, essential practice* (pp. 691-700). Australia: Merga.
- Superfine, A. C., & Wagreich, P. (2010). Developing mathematics knowledge for teaching in a content course: A "Design Experiment" involving mathematics educators and mathematicians. In D. Mewborn (Eds.), *Scholarly practices and inquiry in the preparation of mathematics teachers* (pp. 15-27). San Diego, CA: Association of Mathematics Teacher Educators.

- Şahin, N., & Eraslan, A. (2016). İlkokul öğrencilerinin modelleme süreçleri: Suç problemi. *Eğitim ve Bilim*, 41(183), 47-67. <http://dx.doi.org/10.15390/EB.2016.6011>
- Taşpınar Şener, Z. (2017). *Ortaokul matematik öğretmen adaylarının tasarladıkları model oluşturma etkinliklerinin incelenmesi ve bu etkinliklerin öğretim sürecinde kullanımlarına ilişkin görüşleri*. Yayımlanmamış Doktora Tezi: Gazi Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü.
- TDK (2018). Türk Dil Kurumu. Erişim adresi: <https://sozluk.gov.tr/>
- Türker, B., Sağlam, Y., & Umay, A. (2010). Preservice teachers' performances at mathematical modeling process and views on mathematical modeling. *Procedia Social and Behavioral Sciences*, 2, 4622-4628.
- Wagner, T. (2008). Rigor redefined. *Educational Leadership*, 66(2), 20-24.
- Weber, R. P. (1990). *Basic content analysis*. Beverly Hills, CA: Sage.
- Zawojewski, J. (2010). Problem solving versus modeling. In R. Lesh, P. Galbraith, C. R. Haines, & A. Hurford (Eds.), *Modeling students' mathematical modeling competencies: ICTMA 13* (pp. 237-244). New York: Springer.