

Simpson kuralının farklı geçiş eğrilerinde kullanılması

Atınc Pırıtı^{1*}, Merve Şimşek¹, Zeynep Örs Gündoğan¹

¹Yıldız Teknik Üniversitesi, İnşaat Fakültesi, Harita Mühendisliği Bölümü, İstanbul, Türkiye

Anahtar Kelimeler

Simpson kuralı
Geçiş eğrisi
4. dereceden parabol
Sinüsoid
Klotoid

ÖZ

Modern karayolu ve demiryolu ulaştırma yapılarında geçiş eğrileri, doğru ve daire kadar önemli olan güzergâh öğeleridir. Merkezkaç kuvvetinin aniden değişmesini önlemek için, hareketin keskin bir eğri üzerindeki etkisinden dolayı geçiş eğrisi uygulanması gerekmektedir. Yıllar içinde, geçiş eğrisi olarak klotoid uygulanması dünyanın birçok ülkesinde yaygınlaşmıştır. Ancak klotoid uygulamasının yüksek hızlarda yolun güvenliğinde ve konforunda sorunlara sebep olması nedeniyle farklı geçiş eğrilerine ihtiyaç duyulmuştur. Bu kapsamda; yüksek hızdaki araçlar için klotoidin oluşturduğu yol dinamikleri ile ilgili sorunları gidermek amacıyla sinüsoid ve dördüncü dereceden parabol geçiş eğrileri kullanılmıştır. Klotoidin basit matematiksel çözümlenmesine karşılık, sinüsoid ve dördüncü dereceden parabol geçiş eğrilerinin koordinatlarının hesaplanması, karmaşık matematiksel çözümler içermektedir. Bu çalışmada klotoid, sinüsoid ve dördüncü dereceden parabolün temel matematiksel özellikleri sunularak, herhangi bir bilgisayar yazılımı kullanmaksızın, Simpson kuralı kullanılarak ile sinüsoid ve dördüncü dereceden parabol geçiş eğrilerinin koordinatlarının sayısal integrasyon ile sinüsoid ve dördüncü dereceden parabol geçiş eğrilerinin koordinatlarının proje amacına uygun hassasiyet ile hesaplandığı gösterilmiştir.

Using Simpson's Rule in different transition curves

Keywords

Simpson's rule
Transition curve
Fourth degree parabola
Sinusoid
Clothoid

ABSTRACT

Transition curves are route elements in modern road and rail transport structures that are as important as straight and curved ones. To prevent sudden changes in centrifugal force, it is necessary to apply a transition curve due to the effect of motion on a sharp curve. Over the years, clothoid practice has become widespread in many countries in the world. However, different transition curves were needed because the application of clothoid at high speeds causes problems in the safety and comfort of the road. In this context; sinusoid and fourth order parabola transition curves were used to solve the problems related to road dynamics caused by the clothoid for high speed vehicles. Compared to the simple mathematical analysis of the clothoid, the calculation of the coordinates of the sinusoidal and fourth order parabola transition curves involves complex mathematical structures. In this study, by presenting the basic mathematical properties of the clothoid, sinusoid and fourth order parabola, it has been shown that the coordinates of the sinusoidal and fourth order parabola transition curves are calculated by numerical integration with an accuracy and precision without using a computer program.

1. GİRİŞ

Geçki, yolun arazi üzerindeki izdüşümüdür. Geçki tasarımında araziye uygun geçiş eğrisinin seçimi, ulaştırma yapısının hız, güvenlik, konfor ve kapasite standardını belirlemektedir. Ulaştırma yapısında oluşan merkezkaç kuvvetinin ani etkilerini elimine etmek için doğru ile daire yayı arasında, bağlantı için geçiş eğrileri kullanılmaktadır. Geçiş eğrilerinin işlevi, yolculuk konforunu iyileştirmek ve yol kaplamasında taşıtlardan kaynaklanan aşınmayı en aza indirmektedir. Geçiş eğrisi sayesinde merkezkaç kuvvetinin taşıta olan etkileri belirli bir uzunluk boyunca dağıtılarak, doğrudan daireye giriş noktasındaki ani etki ortadan kaldırılmaktadır (Pırtı, 2009). Bu nedenle geçiş eğrileri geçki tasarımında büyük önem arz etmektedir (Brustad, T. F. ve Dalmo, R. 2020).

r_1 [m] ve r_2 [m] başlangıç ve bitiş noktalarındaki eğrilerin yarıçapları, k_1 ve k_2 dairesel eğrilik ölçüsü olmak üzere; geçiş eğrileri başlangıç noktasında $k_1=1/r_1$ eğriliğinden, bitiş noktasında $k_2=1/r_2$ eğriliğine düzenli geçişi sağlayan düzlem eğrilerdir. Özellikle demir yollarında hızların yükselmesi ve dever uygulaması sonucunda geçiş eğrilerine ihtiyaç duyulmuş ve dever rampası için uygun uzunluğun sağlanması amacıyla geçiş eğrileri kullanılmıştır. Bilindiği gibi, geçiş eğrilerinin kullanımı, yol-taşı sistemindeki etkileşim dinamikleri için uygun bir şekilde, güzergâhın farklı eğriliğe sahip bölümleri arasında dengesiz yanal ivmenin sürekli bir değişimini sağlamayı amaçlamaktadır (Koç, 2019). Günümüzde ulaştırma yapısının tasarımında klotoid, sinüsoid ve dördüncü dereceden parabol gibi geçiş eğrileri kullanılmaktadır. Geçiş eğrilerinin görevi; ani eğrilik değişimlerini ortadan kaldırarak bu değişimleri düzenli kılmaktır. Ayrıca geçki yatay geometrisi ile dever uygulaması arasında uyum sağlamak, demiryollarında eğriliğe bağlı aks daralmalarının değişimini düzenli hale getirerek; araçlardaki ve raylardaki aşınma ve bozulmalarını azaltmak, yolculuk güvenliğini ve konforunu artırmaktır (Jacobs, 1987).

Ulaştırma yapılarında yaygın olarak klotoid geçiş eğrisi kullanılmaktadır. Ayrıca $L * R = A^2$ eşitliği ile gösterilen klotoid eğrisi aynı zamanda Euler spirali olarak da bilinmektedir. L [m] geçiş eğrisi uzunluğu ile R [m] geçiş eğrisinin son noktasındaki daire yarıçapının çarpımı bir A sayısının karesine eşittir. $A=1$ alınırsa bu klotoid birim klotoid adı verilir (Bostancı, 1995).

Klotoid formuna sahip geçiş eğrisinde, yukarıda $k=L/A^2 = 1/r$ eşitliğinde (1) k ile tanımlanan dairesel eğrilik ölçüsü, eğri uzunluğu ile doğrusal olarak değişmektedir. Yani eğrilik, düz kısımda sıfırdan başlar ve eğri uzunluğu boyunca doğrusal olarak artar (Sahithi, G. Prabhanjan, N. vd. 2019). Klotoidin (1) eşitliğiyle gösterilen, herhangi bir bilgisayar yazılımı kullanımı gerektirmeyecek basitlikteki formu sayesinde matematiksel hesabının kolay olması ve kartezyen koordinat sisteminde gösteriminin yapılabilir olması gibi önemli sebepler dikkate alındığında özellikle demiryolunda geçiş eğrisi olarak tercih edilmektedir (Brustad, T. F. 2020; Levent, A. vd. 2018).

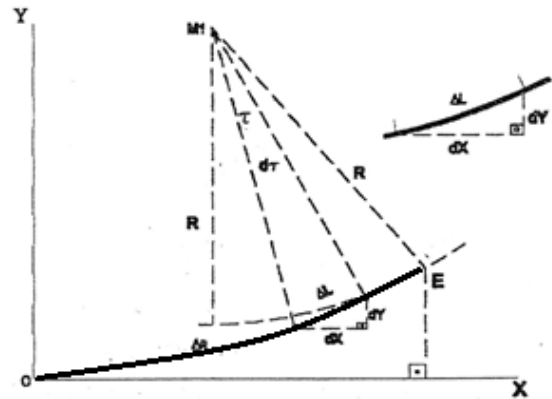
Klotoid eğrisi üzerinde hareket eden bir araca etki eden bileşke kuvvet sebebiyle oluşan ivmenin,

yörünge eğrisinin normali doğrultusunda olan bileşenin zamana göre değişimi olarak tanımlanan yanal sademe değerinin (Baykal, 1996), başlangıç noktasında aniden oluşması ve bitiş noktasında aniden sıfırlanması nedeniyle yüksek hızlarda yolun güvenliği ve konforuna ilişkin sakıncalar oluşturmaktadır. Bu nedenle yüksek hızlı ulaştırma yapılarında yol dinamiğinde, klotoidle kıyasla önemli avantajlar sağlayan dördüncü dereceden parabol tercih edilmektedir. Klotoid, sinüsoid, dördüncü dereceden parabol ve diğer geçiş eğrilerinde aplikasyon koordinatlarının doğrudan matematiksel eşitlikler üzerinden hesaplanması karmaşık işlemler gerektirmektedir.

Bir integral işleminin analitik olarak yapılmasının zor olduğu durumlarda sayısal integrasyon yöntemleri kullanılabilir. Mühendislik uygulamalarında dikdörtgen kuralı, trapez kuralı, Simpson kuralı, Romberg, Gauss-Legendre v.b. gibi integrasyon yöntemleri sıklıkla kullanılmaktadır. Bu çalışmada belirli integrallerin sayısal yaklaşımında sıklıkla kullanılan Simpson kuralı ile klotoid, sinüsoid ve dördüncü dereceden parabol gibi geçiş eğrilerinin koordinatları hesaplanmıştır. Geçiş eğrilerinde koordinatların, Simpson kuralı kullanılarak hesaplanması, matematiksel olarak işlemleri kolaylaştırmaktadır. Bu sayede geçiş eğrilerinin koordinatları, bilgisayar programı olmaksızın sayısal integrasyon yöntemleri ile yeterli hassasiyette hesaplanabilmektedir.

2. SİMPSON KURALI

Genel olarak en sık kullanılan sayısal integrasyon yöntemi Simpson kuralıdır. Yaklaşık integral alma yöntemlerinden biri olan Simpson kuralında fonksiyonun değerlerini belirlemek için bir eğri (parabol) kullanılır. Simpson kuralı, ikinci dereceden fonksiyonlar kullanarak belirli bir integralin değerine yaklaşan sayısal bir yöntemdir. Bu yöntem, İngiliz matematikçi Thomas Simpson'ın adı verilmiştir. Simpson kuralı, üç nokta yardımı ile bir ikinci dereceden denklemi; bu noktalardan bulabileceğimiz gerçeğine dayanmaktadır.



Şekil1. Geçiş eğrisi grafiği (Pırtı, 2000)

Belirli integralin bir yaklaşımını elde etmek için; $f(L)$ fonksiyonunu $[a,b]$ aralığından, n eşit parçaya bölmek ve $\Delta L = \frac{b-a}{n}$ değerini hesaplamak gerekmektedir. Şekil 1'de verilen diferansiyel üçgen yardımıyla geçiş eğrisi; yay

parçasının üzerindeki noktaların koordinatları aşağıda verilen formüller yardımıyla hesaplanabilmektedir (Nutbourne ve ark., 1972),

$$dX = dL \cdot \cos \tau \quad (1)$$

$$dY = dL \cdot \sin \tau$$

$$X = \int_{L=0}^L \cos \tau dL = \int_{L=0}^L f(L) dL \quad (2)$$

$$Y = \int_{L=0}^L \sin \tau dL = \int_{L=0}^L f(L) dL \quad (3)$$

Herhangi bir $f(L)$ fonksiyonu için genel Simpson kuralı eşitliği,

$$\int_{a=0}^{b=L} f(L) dL \approx \frac{\Delta L}{3} [f(L_0) + 4f(L_0 + \Delta L) + 2f(L_0 + 2\Delta L) + 4f(L_0 + 3\Delta L) + \dots + f(L_0 + n\Delta L)] \quad (4)$$

açılımı yapıp (4) eşitliğinde (2) ve (3) eşitlikleri yerine konulursa geçiş eğrisi için nokta koordinatları formülleri;

$$X = \int_a^b f(L) dL \approx \frac{\Delta L}{3} [x_0 + 4x_1 + 2x_2 + 4x_3 + 2x_4 + \dots + 4x_{n-1} + x_n] \quad (5)$$

$$Y = \int_a^b f(L) dL \approx \frac{\Delta L}{3} [y_0 + 4y_1 + 2y_2 + 4y_3 + 2y_4 + \dots + 4y_{n-1} + x_n] \quad (6)$$

olarak elde edilir. Bu yöntemin geçiş eğrilerine uygulanışında eğrilik değeri, $k = \frac{d\tau}{dL}$ eşitliği kullanılarak geçiş eğrisinin her bir noktasının teğet açısı (Şekil 1);

$$\tau = \int_0^L k dL + c \quad (7)$$

eşitliği ile hesaplanmaktadır (Nutbourne ve ark. 1972), (2) ve (3) eşitliklerinden X ve Y koordinatlarının hesaplanması bir dizi karmaşık işlemi içermektedir. Yapılan programlar sayesinde sonuçlara ulaşılabilir. Simpson kuralı karmaşık işlem basamaklarını ortadan kaldırarak sonuçlara kolayca ulaşabilmemizi olanak sağlamaktadır. Bu yöntem, geçiş eğrileri olan klotoidin, sinüsoidin ve dördüncü dereceden parabolün herhangi bir noktasındaki koordinatların hesaplanmasında, teğet açısı (τ) ve yay uzunluğu (ΔL) değerini esas almakta, geçiş eğrisinin bitim noktası olan E'nin koordinatlarının ve bu koordinatlar yardımıyla da diğer asal elemanların hesaplanmasına olanak sağlamaktadır (Pırtı, 2009).

Simpson kuralı, geçiş eğrilerine uygulandığında (4) eşitliğindeki değerler;

$$\Delta L = \frac{b-a}{n} = \frac{L_E - L_0}{n} \quad (8)$$

$L_0 =$ Geçiş eğrisinin başlangıcı

$L_E =$ Geçiş eğrisinin uzunluğu

$n =$ Geçiş eğrisinin bölündüğü parça sayısı

$\Delta L =$ Geçiş eğrisindeki yay uzunlukları

(4) eşitliğindeki $L_0, L_0 + \Delta L, L_0 + 2\Delta L, L_0 + 3\Delta L, \dots, L_0 + n\Delta L$ yay parçalarına karşılık gelen teğet açıları (τ), (7) eşitliği yardımıyla hesaplanabilir. (7) eşitliğinden elde edilen teğet açısı, (2) ve (3) eşitliğinde yerine konulduğunda (5) ve (6) eşitlikleri kullanılarak nokta koordinatları belirlenebilmektedir.

2.1. Simpson Kuralının Klotoide Uygulanması

Geçiş eğrisi Klotoid için

$$A^2 = RL \quad (9)$$

$$k = \frac{1}{R} \quad (10)$$

$$k = \frac{L}{A^2} \quad (11)$$

olduğundan, klotoid için teğet açısı,

$$\tau = \frac{L^2}{2A^2} \quad (12)$$

olarak elde edilir.

Simpson kuralının genel eşitliğiyle, (2) ve (3) eşitlikleri uygulanarak klotoid üzerinde herhangi bir noktanın ve bitim noktasının koordinatları hesaplanabilmektedir.

Tablo 1 de uygulama çalışması olarak Simpson kuralı yardımı ile klotoidin koordinat değerlerinin hesaplama aşamaları ve elde edilen sonuçlar gösterilmiştir.

2.2. Simpson Kuralının Sinüsoide Uygulanması

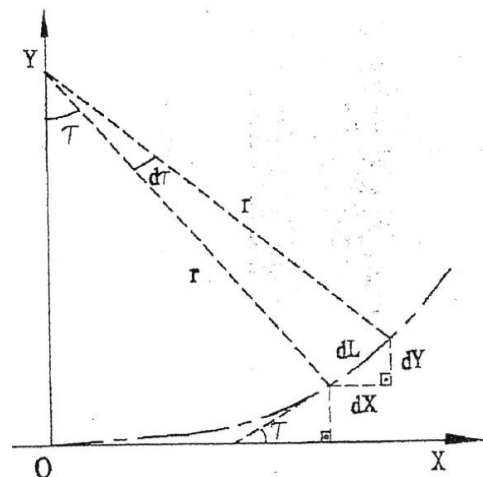
Sinüsoidal geçiş eğrilerinde eğrilik değeri;

$$k = \frac{1}{R} \left[\frac{L}{L_E} - \frac{1}{2\pi} \sin \left(\frac{2\pi L}{L_E} \right) \right] \quad (13)$$

olduğundan, teğet açısı;

$$\tau = \frac{1}{R} \left[\frac{L^2}{2L_E} - \frac{L_E}{4\pi^2} \cos \left(\frac{2\pi L}{L_E} - 1 \right) \right] \quad (14)$$

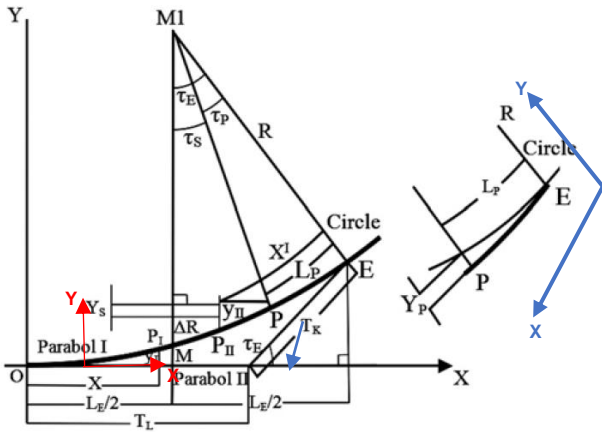
olarak hesaplanmaktadır. (14) eşitliğinde verilen teğet açısı değeri kullanılarak (Şekil 2) Simpson kuralının genel eşitliği, (2) ve (3) formülleri uygulanarak sinüsoid üzerindeki koordinatlar hesaplanabilmektedir.



Şekil 2. Sinüsoid üzerinde elemanların diferansiyel olarak gösterilmesi (Pırtı ve Aydın, 2000)

2.3. Simpson kuralının 4. Dereceden Parabolde Uygulanması

4. dereceden parabol, iki (2) ayrı parabol bölümünden oluşmaktadır (Şekil 3). Parabol I bölümü için Şekil 3 deki O (Geçiş eğrisi başlangıç noktası) ve M (Geçiş eğrisinin orta noktası) noktaları arasındaki yay parçası; Parabol II için ise Şekil 3 deki M (Geçiş eğrisinin orta noktası) ve E (Geçiş eğrisinin bitiş noktası) noktaları arasındaki yay parçası dikkate alınmaktadır. İki ayrı parabol parçası için de ayrı ayrı koordinat sistemi oluşturulmuş ve koordinat hesaplamaları yapıp; ortak noktalar yardımıyla Helmert dönüşümü uygulanarak birleştirilir. Böylelikle 4. Dereceden parabolün koordinat değerleri hesaplanmış olur (Şekil 3).



Şekil 3. 4. Dereceden parabol (Pırtı, 2009)

Geçiş eğrisinin birinci kısmı olan parabol I için eğrilik;

$$k = ax^2 \quad (15)$$

(a: Sabit bir katsayı)

olup,

$x = L_E$ alınarak

geçiş eğrisinin M orta noktası,

$$x_M = \frac{L_E}{2} \quad (16)$$

ve orta noktasının (M) eğriliği

$$k_M = \frac{1}{2R} \quad (17)$$

olarak bulunur.

Eşitlik (14), (12) de yerine konursa:

$$\frac{1}{2R} = a \frac{L_E^2}{4} \quad (18)$$

Parabol I 'in eğriliği;

$$k_1 = \frac{2x^2}{RL_E^2} \quad (19)$$

Parabol II için $x = L_E$ ve $k = 1/R$ alındığında eğrilik;

$$k_2 = \frac{1}{R} - \frac{2(L_E - x)^2}{RL_E^2} \quad (20)$$

Parabol II için apsis değeri

$$L_E - x = x^1 \quad (21)$$

Parabol I için teğet açısı ve koordinat eşitlikleri:

$$\tau = \int_0^L k dx \approx \tan \tau = \frac{dy}{dx} \quad (22)$$

$$Y = \int_0^L \int_0^L k dx^2 + c \quad (23)$$

$$Y_1 = \int_{x=0}^{L_E/2} \int_{x=0}^{L_E/2} \frac{2x^2}{RL_E^2} dx^2 + c \quad (24)$$

Parabol II için koordinat eşitliği:

$$Y_2 = \int_{x=0}^{L_E/2} \int_{x=0}^{L_E/2} \left(\frac{1}{R} - \frac{2x^2}{RL_E^2} \right) dx^2 + c \quad (25)$$

Parabol I ve Parabol II için teğet açısı eşitlikleri kullanılarak, (2) ve (3) deki Simpson genel formülleri yardımıyla hesaplanarak parabol 1 ve parabol 2'ye ilişkin koordinat değerleri hesaplanır. Parabol I ve Parabol II deki ortak noktalar yardımıyla iki boyutlu Helmert dönüşümü yapılmış ve böylelikle de iki parabol birleştirilmiş olur (Şekil 3), (Tablo 3).

3. UYGULAMA

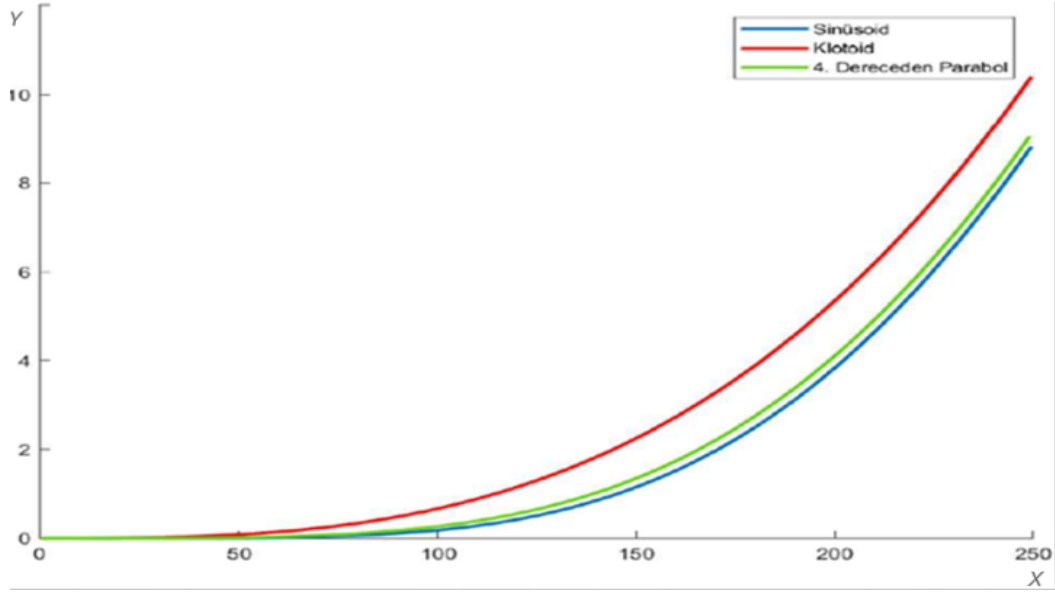
Klotoid, sinüsoid ve 4. dereceden parabol üzerindeki koordinatlar Simpson yöntemiyle hesaplanmış ve Tablo 1, 2, 3 ve 4'de sunulmuştur. Sinüsoid ve klotoid için 50 m ve 4. dereceden parabol için 1'er metre aralıklarla koordinat hesaplaması yapılmıştır.

Tablo 1. Simpson kuralı yardımıyla klotoid üzerinde 50 m aralıklarla noktaların koordinatlarının hesabı ($L_E=250$ m, $R=1000$ m)

N.N.	L(m)	$\tau(rad)$	Sin τ	Cos τ	dy(m)	dx(m)	Y(m)	X(m)
0	0	0.00000	0.000000	1.000000	$y_0 = 0.0000$	$x_0 = 1.000000$	0.00000	0.00000
1	25	0.00125	4.0585988	0.999999	$4y_1 = 0.004999$	$4x_1 = 3.9999968$		
2	50	0.00500	0.0006242	0.999998	$2y_2 = 0.009999$	$2x_2 = 1.9999750$	0.08333	49.99986
3	75	0.01125	0.0029605	0.999936	$4y_3 = 0.044999$	$4x_3 = 3.9997468$		
4	100	0.02000	0.0085441	0.999800	$2y_4 = 0.0399970$	$2x_4 = 1.9996000$	0.66664	99.99598
5	125	0.03125	0.0185837	0.999511	$4y_5 = 0.124979$	$4x_5 = 3.9980470$		
6	150	0.04500	0.0335379	0.998987	$2y_6 = 0.0899690$	$2x_6 = 1.9979753$	2.24967	149.96961
7	175	0.06125	0.0529357	0.998124	$4y_7 = 0.244846$	$4x_7 = 3.9924992$		
8	200	0.08000	0.0755522	0.996801	$2y_8 = 0.159829$	$2x_8 = 1.9936034$	5.33089	199.87201
9	225	0.10125	0.0998737	0.994878	$4y_9 = 0.404308$	$4x_9 = 3.9795143$		
10	250	0.12500	0.1246747	0.992197	$y_{10} = 0.1246745$	$x_{10} = 0.992198$	10.40504	249.60963

Tablo 2. Simpson kuralı yardımıyla sinüsoid üzerinde 50 m aralıklarla noktaların koordinatlarının hesabı ($L_E=250$ m, $R=1000$ m)

N.N.	L(m)	$\tau(rad)$	Sin τ	Cos τ	dy(m)	dx(m)	Y(m)	X(m)
0	0	0.00000	0.000000	1.000000	$y_0 = 0.0000$	$x_0 = 1.000000$	0.000000	0.00000
1	25	0.00000	0.001249	0.9999999	$4y_1 = 0.000162$	$4x_1 = 3.999999$		
2	50	0.000624	0.004999	0.9999998	$2y_2 = 0.001248$	$2x_2 = 1.999999$	0.006555	49.999998
3	75	0.002960	0.011249	0.9999956	$4y_3 = 0.011842$	$4x_3 = 3.999982$		
4	100	0.008544	0.019998	0.9999634	$2y_4 = 0.017088$	$2x_4 = 1.999926$	0.181644	99.999546
5	125	0.018584	0.031244	0.9998273	$4y_5 = 0.074335$	$4x_5 = 3.999309$		
6	150	0.033544	0.044984	0.9994374	$2y_6 = 0.067075$	$2x_6 = 1.998874$	1.151788	149.988797
7	175	0.052960	0.061211	0.9985979	$4y_7 = 0.211743$	$4x_7 = 3.994391$		
8	200	0.075624	0.079914	0.9971418	$2y_8 = 0.151104$	$2x_8 = 1.9936034$	3.825399	199.913555
9	225	0.100040	0.101077	0.9950001	$4y_9 = 0.399495$	$4x_9 = 3.980000$		
10	250	0.125	0.124674	0.9921976	$y_{10} = 0.124674$	$x_{10} = 0.992198$	8.823084	249.658055



Şekil 3. Sinüsoid, Klotoid ve 4. Dereceden Parabolün Grafiksel Olarak Karşılaştırma Grafiği

Tablo 3. Simpson kuralı yardımıyla Parabol 1 üzerinde belirli aralıklarla noktaların koordinatlarının hesabı

L(m)	$\tau(rad)$	Sin τ	Cos τ	X(m)	Y(m)
0	0	0	1	0	0
50	0.001330	0.001333	0.999999	50.0000	0.0166
100	0.010666	0.010666	0.999940	99.9991	0.2666
117	0.017083	0.017083	0.999854	116.9975	0.4997
118	0.017525	0.017524	0.999846	117.9974	0.5170
119	0.017975	0.017974	0.999838	118.9972	0.5347
120	0.018432	0.018430	0.999830	119.9971	0.5529
121	0.018896	0.018895	0.999821	120.9969	0.5716
122	0.019369	0.019367	0.999812	121.9967	0.5907
123	0.019849	0.019847	0.999803	122.9965	0.6103
124	0.020337	0.020335	0.999793	123.9963	0.6304
125	0.020833	0.020831	0.999782	124.9961	0.6510
126	0.021337	0.021335	0.999772	125.9959	0.6721

Dördüncü dereceden parabol için hesaplamalar, iki ayrı parabol için ayrı ayrı yapılmıştır, Tablo 3 ve Tablo 4’de sunulmuştur. Bu hesaplamalar Simpson yöntemiyle, $L_E=250$ m ve $R=1000$ m alınarak yapılmıştır. Yatay koordinat hesaplamaları giriş değeri olarak yarıçap (R), geçiş eğrisi uzunluğu (L_E) ve yay aralıkları (ΔL) alınarak Excel tablosu yardımıyla hesaplanmıştır.

Tablo 3’de yapılan hesaplamalarda; 1’er metre aralıklarla koordinatlar hesaplanmıştır. 1’er metre aralıklarla hesaplama yapılabilmesi için yay uzunlukları $(1 \text{ m})/2 = 0.5 \text{ m}$ olarak seçilmiştir. Bu durum hesaplamaların daha hassas yapılmasını sağlamıştır. Parabol II için de aynı hesaplamalar yapılmıştır. Parabol

II’nin koordinat değerleri, geçiş eğrisinin son noktası olan E noktası orijin olarak alınan koordinat sistemi kullanılarak hesaplamalar gerçekleştirilmiştir (Şekil 3).

Tablo 4. Simpson kuralı yardımıyla Parabol 2 üzerinde belirli aralıklarla noktaların koordinatlarının hesabı

L(m)	$\tau(rad)$	Sin τ	Cos τ	X(m)	Y(m)
0	0	0	1	0	0
50	0.048666	0.048640	0.998820	49.9798	1.2331
100	0.089333	0.089210	0.996010	99.8539	4.7300
124	0.103660	0.103470	0.994630	123.7412	7.0505
125	0.104160	0.103970	0.994570	124.7359	7.1543
126	0.104660	0.104470	0.994520	125.7304	7.2585
127	0.105150	0.104950	0.994470	126.7249	7.3632
128	0.105630	0.105430	0.994420	127.7194	7.4684
129	0.106100	0.105900	0.994370	128.7138	7.5741
130	0.106560	0.106360	0.994320	129.7081	7.6802
131	0.107020	0.106810	0.994270	130.7024	7.7868
132	0.107460	0.107260	0.994230	131.6967	7.8938
133	0.107900	0.107690	0.994180	132.6909	8.0013

Parabol II ve Parabol I için seçilmiş ortak noktalar (Tablo 3 de kırmızı ile yazılmış koordinat değerleri ve Tablo 4 de mavi ile yazılmış koordinat değerleri) yardımıyla Helmert dönüşümü yapılmıştır. Helmert dönüşüm parametrelerini elde etmek için kullanılan ortak nokta koordinatları Tablo 5’de sunulmuştur.

Parabol II için koordinat sistemi tanımlanması amacıyla orijin olarak, geçiş eğrisinin sonu (Parabol II nin E noktası) olarak seçildiğinden Parabol I’i 250 m’ye

tamamlayan mesafeye karşılık olarak ortak nokta değerleri alınmıştır. Örneğin 133 m'ye karşılık gelen 117 m'dir.

Tablo 5. Ortak Noktalar ve Koordinat Değerleri

Parabol II			Parabol I		
L(m)	X(m)	Y(m)	L(m)	X(m)	Y(m)
124	-123.7412	7.0505	126	125.9959	0.6721
125	-124.7359	7.1543	125	124.9961	0.6510
126	-125.7304	7.2585	124	123.9963	0.6304
127	-126.7249	7.3632	123	122.9965	0.6103
128	-127.7194	7.4684	122	121.9967	0.5907
129	-128.7138	7.5741	121	120.9969	0.5716
130	-129.7081	7.6802	120	119.9970	0.5529
131	-130.7024	7.7868	119	118.9972	0.5347
132	-131.6967	7.8938	118	117.9974	0.5170
133	-132.6909	8.0013	117	116.9975	0.4997

Elde edilen dönüşüm parametreleri, diğer noktalara da uygulandığında, parabol II 'deki noktaların koordinatlarının parabol I'de ki karşılıkları hesaplanmış olur. Bu iki parabol arasında yapılan Helmert koordinat dönüşümü sonrasında hesaplanan 4. dereceden parabol koordinatları 50 m aralıklarla Tablo 6'da bulunmuştur.

Tablo 6. Dördüncü Dereceden parabolün koordinat değerleri

L (m)	X (m)	Y (m)
0	0.0000	0.0000
50	50.0000	0.0166
100	99.9992	0.2667
150	149.9861	1.3477
200	199.9069	4.0959
250	249.6507	9.1037

4. SONUÇ

Günümüzde ulaştırma yapılarının tasarımında doğru ve daire yaylarının dışında geçiş eğrilerinin kullanılması zorunluluk arz etmektedir. Ulaştırma yapılarında hız parametre değeri yükseldikçe; geçiş eğrilerinin yol konformu (yolun yapıldığı bölgeye ait uyumu) ve yol-araç dinamiğine ilişkin özellikleri ön plana çıkmaktadır. Klotoid, sinüsoid ve dördüncü dereceden parabol gibi geçiş eğrileri ulaştırma yapılarında yaygın olarak kullanılmaktadır. Geçiş eğrilerinde koordinatların, Simpson kuralı kullanılarak hesaplanması, matematiksel olarak işlemleri kolaylaştırmaktadır. Bu sayede geçiş eğrilerinin koordinatları bilgisayar programı olmaksızın sayısal integrasyon yöntemleri ile yeterli hassasiyette hesaplanmaktadır.

Bu çalışmada Simpson kuralı kullanılarak klotoid, sinüsoid ve dördüncü dereceden parabol geçiş eğrilerinin koordinatları örnek bir uygulama için hesaplanmıştır. Dördüncü dereceden parabol hesaplamaları, iki ayrı parabol halinde yapılmış ve yapılan hesaplamalarda 1'er metre aralıklarla koordinatlar hesaplanmıştır. Güzergahın 1 metre aralıklarla koordinat hesaplaması yapılabilmesi için yay

uzunluğu 0.5 m olarak seçilmesi gerekmektedir. Geçiş eğrilerine ait yay parçalarının uzunluklarının küçük olarak seçilmesi neticesinde; Simpson kuralından hesaplanan koordinatların doğrulukları arzu edilen değerlere ulaşmaktadır.

ARAŞTIRMACILARIN KATKI ORANI

Zeynep Örs Gündoğan: Veri toplama, Araştırma, Makale yazma; **Merve Şimşek:** Veri toplama, Araştırma, Makale yazma, **Atınc PİRTİ:** Düzenleme ve Kontrol

ÇATIŞMA BEYANI

Herhangi bir çıkar çatışması bulunmamaktadır.

KAYNAKÇA

- Bostancı B (2005). Klotoid Eğrisinde Yol Dinamiğinin İncelenmesi. TMMOB Harita ve Kadastro Mühendisleri Odası 10. Türkiye Harita Bilimsel ve Teknik Kurultayı Mart, Ankara
- Baykal O (1996). On Concept of Lateral Change of Acceleration. ASCE, Journal of Surveying Engineering, Vol.122, No.3, 132-141
- Brustad T F & Dalmo R (2020). Exploring benefits of using blending splines as transition curves. *Applied Sciences*, 10(12), 4226.
- Brustad T F (2020). Preliminary studies on transition curve geometry: Reality and virtual reality. *Emerging Science Journal*, 4(1), 1-10.
- Koc W (2019). New transition curve adapted to railway operational requirements. *Journal of Surveying Engineering*, 145(3).
- Levent A, Sahin B, Habib Z (2018). Spiral transitions. *Applied Mathematics-A Journal of Chinese Universities*, 33(4), 468-490.
- Nutbourne A W, McLellan P M & Kensit R M L (1972). Curvature profiles for plane curves. *Computer-aided design*, 4(4), 176-184.
- Pırtı A (2000). Geçiş Eğrisi olarak Sinüzoit. *Yıldız Teknik Üniversitesi Dergisi*.
- Pırtı A & Aydın Ö (2000). Simpson Kuralının Geçiş Eğrileri Uygulamalarında Kullanımı. *Yıldız Teknik Üniversitesi Dergisi*
- Pırtı A (2009). *Geçiş Eğrisi Olarak 4. Dereceden Parabol, Jodezi ve Jeoinformasyon ve Arazi Yönetimi Dergisi*, Sayı:101.
- Jacobs E (1987). Die Sinusoide als neuzetliches Trassierungselement, *Vermessung-Ingenieur Zeitschrift*.
- Spiegel M R (1963). Theory and problems of advanced Calculus (No. QA303 S65).
- Sahithi G, Prabhanjan N vd (2019) Comparison of Transition Curves In Terms of Lateral Acceleration and Lateral Jerk, *International Journal of Recent Technology and Engineering (IJRTE)*, ISSN: 2277-3878, Volume-8, Issue-1, May 2019

