Eğitim ve Teknoloji
Education & Technology
dergi web sayfası: http://dergipark.org.tr/egitek

Gerçekçi Matematik Eğitimi Üzerine Bir Kuramsal Çalışma[1]

Emel ÇİLİNGİR ALTINER[*] [a]
[a] Dr., Çukurova Üniversitesi, Eğitim Fakültesi, Temel Eğitim Bölümü, ecilingir@cu.edu.tr
ORCID ID: https://orcid.org/0000-0002-8085-553X

Öz

Bu çalışma, Gerçekçi Matematik Eğitimini (GME) konu almaktadır. GME ile ilgili sıkça çalışmalar yapılmakta ancak uygulama açısından zayıf kaldığı düşünülmektedir. Özellikle ilkokul döneminde bu yaklaşıma yönelik matematik ders planlarının hazırlanması önerilmektedir. Bu bağlamda öğretmenlere ve öğretmen adaylarına GME'ye yönelik ders planı hazırlanması sürecinde bu çalışmanın yardımcı olacağı düşünülmektedir. Çalışmanın çerçevesi olarak öncelikle GME hakkında bilgi verilmekte, diğer öğrenme yaklaşımlarıyla farkı açıklanmakta, sosyo-yapılandırmacılık ile ilişkisi vurgulanmakta, matematikleştirme aşamalarından bahsedilmektedir. GME yaklaşımının öğrenme-öğretme sürecine dahil edilirken hangi özelliklerinin kullanıldığı üzerinde durulmakta ve son olarak da bir ders planı hazırlanırken nelere dikkat edildiği hakkında tespitlerde bulunulmaktadır.

Anahtar Kelimeler: Gerçekçi Matematik Eğitimi, matematikleştirme, ders planı.

A Theoretical Study on Realistic Mathematics Education

Abstract

This study focuses on Realistic Mathematics Education (RME). There are frequent studies that have been done on RME, but it is thought to be weak in terms of practice. It is recommended to prepare lesson plans for this approach, especially in the primary school period. In this context, it is thought that this study will help teachers and prospective teachers during the preparation of lesson plans. As the framework of the study, first of all, knowledge about RME is given, the difference with other learning approaches is explained, its relation with socio-constructivist is emphasized, and the stages of mathematization are mentioned. It is emphasized which features of the RME approach is used while it is included in the learning-teaching process, and finally, what is taken into consideration when preparing a lesson plan is determined.

Keywords: Realistic Mathematics Education, mathematization, lesson plan.

[*] Sorumlu yazar
Geliş Tarihi: 24.02.2021 *Yayın Tarihi:30.06.2021*

Giriş

Gerçekçi Matematik Eğitiminin (GME) temelini oluşturan felsefe, öğrencilerin matematiksel anlayışlarını kendilerine anlamlı gelen bağlamlarda çalışarak geliştirmeleri gerektiğidir (Dickinson ve Hough, 2012). Başlangıçta, öğrenciler problemler üzerinde çalışmak için kendi sezgisel yöntemlerini geliştirirler, ancak dikkatlice seçilmiş örnekler dizisini ve uygun öğretmen müdahalelerini kullanarak, sonrasında bunları genelleştirirler ve matematiksel bir anlayış geliştirirler. Başka bir deyişle öğrenenlerin kendiliğinden olarak öğrendikleri bilgileri öğretmenlerin ortaya çıkararak, planlı ve kasıtlı öğrenmeler ile öğrenmeyi geliştirmeleri hedeflenir. İyi tasarlanmış öğretme planları ile öğrencilerin yaşantılarını fırsata çeviren öğretmenler bu yaşantıların oluşturulmasında büyük öneme sahiptir.

Öğrencilerin matematiği anlamalarına nasıl yardımcı olunabileceği sorusu birçok öğretmen ve akademisyenin çözmeyi istediği bir sorudur. Problemleri 'gerçek' bağlamlara yerleştirmek, Gerçekçi Matematik Eğitiminin (GME) önemli bir parçasıdır. İlk olarak Freudenthal ve meslektaşları tarafından 1970'lerin başında Hollanda'da geliştirilen, matematiğe özgü bir öğretim teorisi olan GME, matematik öğretiminin bireylerin gerçek yaşam deneyimlerine bağlanması gerektiğini ve gerçek yaşamda kullanıp uygulayabilecekleri durumlar sunması gerektiğini öne sürmüşlerdir (Freudenthal, 1977). Freudenthal, GME'nin "Matematik bir insan aktivitesidir." ana düşüncesine dayandığını belirtmiştir. Bir insan aktivitesi olarak matematik; problem durumları ortaya koyma ve çözme işlemidir. Öğrenciler matematiği, deneyimledikleri bağlamlardan öğrenmeleri gerekir, çünkü bu öğrenmeler, algoritmalar ve formüllerle başlamak yerine öncelikle öğrenenlerin konuya özgü günlük yaşam problem durumları ile başlar ve öğrenenin daha iyi anlamasını sağlar. Örneğin, yüzdeleri öğretiyorsanız, öğrenciler bir okul tiyatrosundaki dolu koltukların yüzdesini temsil etmek için bir dikdörtgen oranını gözünde canlandırıp, boş ve dolu koltuklar arasındaki orantıyı kurabilir veya hacmi göstermek için günlük eşyaları kullanabilir.

Streefland (1991) matematikle bağlantılı gerçekliğe, bir insan etkinliği olarak matematiğe ve daha gerçekçi olması için mekanik-işlemsel bir sürecin öğrenme matematiğinin yerine geçmesine odaklanmıştır. Burada daha çok anlamsal matematiğin önemine vurgu yapılmaktadır. Gravemeijer (1994), matematiğin öğrencinin günlük yaşamla ilişkilendirilmesi gerektiğini belirtmiştir (akt. Dickinson ve Hough, 2012). Çünkü GME'nin en belirgin özelliği, zengin, "gerçekçi" durumlara öğrenme sürecinde önemli bir yer vermesidir. Çilingir'e (2015) göre gerçekçi durumlar bir yandan öğrencinin "bu bizim ne işimize yarayacak" sorusunu cevaplaması bir yandan da hem çözmeye ihtiyaç duyulan hem de ilgi çekici problemler olması bakımından önemlidir. Bu nedenle, GME'de öğrencilere sunulan problemler gerçek dünyadan gelebileceği gibi, problemler öğrencinin zihninde deneysel olarak gerçek olduğu sürece, masalların fantezi dünyasından veya matematiğin resmi dünyasından da gelebilir (Çilingir, 2015). Freudenthal'e (1991) göre matematik, gerçeklikle ilişkilendirilmeli, çocuklara yakın olmalı ve insani değerler bakımından topluma uygun olmalıdır.

Bu bakış açısıyla, matematik, sadece bir insan aktivitesi olma özelliğini değil, aynı zamanda kullanılabilir olmak için öğretilir olma mesajını da içermelidir (akt. Van den Heuvel-Panhuizen, 1996).

Bir öğretim yönteminin etkililiğini ölçmek, özellikle amaçları geleneksel sınıflardakilerle tam olarak aynı olmadığı için, kolay değildir; çünkü GME, anlama ve problem çözmeye daha fazla önem vermektedir. Bununla birlikte GME kullanan öğretmenler, öğrencinin daha fazla matematiği anlamasını ve onunla ilgilenmesini sağladığını bildirmiştir (Dickinson ve Hough, 2012). Uluslar arası sınav raporlarını buna örnek gösterebiliriz. Örneğin GME yaklaşımını benimseyen Hollanda'nın matematiksel kazanımın uluslararası karşılaştırmalarındaki performansı, son yıllarda sürekli olarak başarı düzeyi yüksek olduğu görülmüştür. Bahsi geçen iki büyük uluslararası karşılaştırmalı çalışma, Uluslararası Öğrenci Değerlendirme Programı (PISA) ve Uluslararası Matematik ve Fen Eğilimleri Araştırmasıdır (TIMSS). İlki, öğrencilerin matematiksel problem çözme yeteneklerini karşılaştırır ve ikincisi ise tamamen matematiksel başarıyı ölçer. Hollanda genellikle her iki testte de ortalamanın oldukça üzerinde puan almaktadır. Örneğin PISA 2018'de öğrenciler matematikte ortalama 519 puan alırken, tüm OECD ülkelerinin ortalaması 489 puan olmuştur (OECD, 2021). TIMSS 2019 verilerine göre ise öğrenciler matematikte ortalama 538 puan alırlarken katılan ülkelerin ortalaması 500 puan civarındadır (Mullis, Martin, Foy, Kelly ve Fishbein, 2020).

Sonuç olarak, GME'nin matematik öğretimi için olumlu katıklarının olduğunu bunun da uluslar arası sınavlarda açıkça görüldüğü söylenebilir. Bunun yanında öğretmen tarafından tasarlanan matematik öğretiminin öğrencilerin günlük yaşamları ile ilgili olması gerektiği, günlük hayatı anlamlı ve öğrenciye yakın bir şekilde sunması vurgulanmaktadır. Dolayısıyla GME'nin gerçek yaşam problemleri ile öğretmen tarafından sunulan sosyal –yapısalcı matematik öğretiminin birleşimi olması gerektiği sonucuna varılabilir (Rabbani ve Muftianti, 2020). Bu nedenle, öğretmenin GME yaklaşımıyla yapılandırılmış bir öğretim materyali tasarlayabilmesi gerekir, böylece sunulan öğretim yöntemi konuyu öğrencilere yakın hissettirir.

Gerçekçi Matematik Eğitimi yaklaşımının matematik öğretimini ilgilendiren ana fikirleri özetle şunlardır (Gür, 2006) :

- Çocuklar ihtiyaç hissettikleri, gerçek yaşamlarında karşılaşabilecekleri problem durumlarıyla sık sık karşılaştırılmalıdırlar. Bu problem durumunun çözümü öğrenciye bırakılmalı, bu problemle baş etme yollarını kendileri bulmalı, zorlandıklarında öğretmenler tarafından ufak yönlendirmeler yapılmalı, onlara buldukları çözümleri sunma fırsatı verilmelidir.
- Problemler, çocukların matematiği deneyimledikleri yaşantılarından, doğal çevrelerinden alınmalı, bu durum mümkün değilse çocuklara hayali bir çevre oluşturulmalıdır.

- Matematikle ilgili gerçek yaşantılar doğada, yapay çevrede, günlük yaşamda, kısacası her yerde vardır. Tarihsel süreç boyunca insanlar matematiksel olguları keşfederek bunları soyut tanımlara, kurallara, algoritmalara dönüştürmüşlerdir. Böylece insanlar yaşamı kendiliğinden matematikleştirmişlerdir. Çocukların da aynı çaba ve hedeflerle matematikleştirme yapmaları sağlanmalıdır.
- Matematik öğretiminin başlarında kurallar, semboller, soyut ilişkiler ile başlanmamalı onun yerine somut nesneler arasındaki matematiksel ilişkilerin farkına varmaları sağlanarak çocukların informal bilgilerinden ve kullandıkları informal dilden yararlanılmalıdır. Daha ileri düzeye erişildikten sonra matematik diline geçilebilir.

GME'nin Diğer Öğrenme Yaklaşımları ile İlişkisi

GME, matematiği öğretmek ve öğrenmek için her şeyi kapsayan bir teoridir (Adendorff, 2019). Örneğin Vygotsky'nin sosyal yapılandırmacılığının fikirlerini, Skemp'in (1978) ilişkisel ve araçsal matematik öğretimi ve öğrenimi, Van Hiele'nin geometri öğrenme düzeylerini, Sfard'ın (2015) biliş teorisini (matematik öğrenirken ve öğretirken biliş ve iletişimle başa çıkma) gibi bir çok fikri içerir ve uygular.

GME'nin diğer yaklaşımlardan farkı şöyledir:

- Öğrencilerin matematik öğrenmelerini geliştirmelerine olanak sağlayan bir araç olarak gerçekçi durumlar kullanılmaktadır.
- Algoritmalara daha az vurgu ve informal prosedürlerin anlamlandırılmasına ve aşamalı olarak iyileştirilmesine daha fazla vurgu yapılmaktadır.
- Anlamayı iyileştirmeye ve sistemleştirmeye vurgu yapılır.
- Derslerde doğrudan içerik edinmeye daha az vurgu ve daha uzun bir süre boyunca kademeli gelişime daha fazla vurgu yapılmaktadır. Öğrenciler uzun süre bir konu üzerinde dururlar ve baştan sona bu bağlam üzerinde çalışırlar.
- Tartışma ve derinlemesine düşünme, öğrenci gelişimini desteklemede önemli bir rol oynar.
- Öğrenme ve öğretime yönelik araştırmalara, okullarda kullanılan materyallerin denenmesine ve kullanışlı olan materyallerin seçilmesine daha fazla vurgu yapılır (Gravemeijer, 2011).

Dienes'e (1961) göre öğrenciler kavramları somut deneyimlerle kendileri inşa etmelidirler. Dienes doğrudan matematiği öğrenme ile ilgilenmiştir. Öğrenme sürecine öğrencilerin aktif katılımını savunmuştur. Somutu soyuta dönüştürme gücüne sahip öğrencilerin yetişmesini savunmuştur. Gravemeijer (2011) ise Dienes'den farklı olarak matematiği somutlaştırmanın, göstermeye çalışmanın öğrenciye matematiği öğretmek için yeterli olmadığını belirtmektedir. Çünkü öğrenciler henüz bilmedikleri fikir sahibi olmadıkları matematiği göremezler. Örneğin bir onluk ile on birlik aynı şey olmasına rağmen küçük yaştaki öğrenciler bunun iki farklı şey olduğunu düşünür.

Matematiğin bireye aktarılacak bir yapı olarak görülmesini reddederek, geleneksel yaklaşımın birçok düşüncesine karşı çıkan GME yaklaşımının diğer yaklaşımlardan (Gestalt, davranışçı yaklaşım... vb.) en önemli farklılığı ise başlangıç noktasıdır. Gerçekçi matematik eğitiminde soyut formüller, semboller, kurallardan ve tanımlardan başlanmaz bunların yerine somut durumlarda uygulamayı öğrenmek amaçlanır (Wubbels, Korthagen ve Broekman,1997). Bunun yanında Wahyudi, Joharman ve Ngatman (2017) GME'ye uygun hazırlanacak etkinliklerin yaparak-yaşayarak öğrenmeyi sağladığı için aktif öğrenme modelini, öğretmen rehberliğinde öğrencilerin problemleri kendileri çözmeleri bakımından öğrenci merkezli öğrenme modelini, öğrencilerin matematiksel kavramları ve ilkeleri icat etmesi ve yeniden icat etmesi gerektiği için rehberli sorgulamaya dayalı öğrenme modelini, öğrencilerin günlük yaşamlarında karşılaştıkları problemleri içermesi bakımından bağlamsal öğrenme modelini, öğrenciler problem çözerek ve tartışarak matematik bilgilerini yeniden keşfetmeye yönlendirildikleri için yapılandırmacı öğrenme modelini desteklemiş olması gerektiğini belirtmişlerdir.

Yapılandırmacı Yaklaşım ile Gerçekçi Matematik Eğitimi İlişkisi

Burada ülkemizin 2005 yılında öğretim yaklaşımı olarak yapılandırmacı yaklaşımı işe koşması dolayısı ile detaylı bir şekilde yer verilmesinin uygun olacağı düşünülmüştür. Matematik eğitiminde üç tür yapılandırmacılık çeşidi bulunmaktadır (Zulkardi, 1999):

Radikal yapılandırmacılık: bilgi zihinde aktif bir şekilde inşa edilir, öğretmenden, ebeveynden ya da akrandan aktarılamaz. Burada öğrenciler genellikle anlamlarla ilgilenirler ve öğretim programı uygun anlamlar geliştiremediğinde öğrenciler kendi anlamlarını yaratırlar. Ancak Ernest (1991), bu tür yapılandırmacılığın öğrencilerin bağımlı olarak öğrendikleri sosyal bir boyuttan yoksun olduğunu ileri sürmüştür;

Sosyal yapılandırmacılık: matematiği sosyal bir yapı olarak gören, öğrencilerin bilgilerini sosyal bir sürece yayıldığında daha iyi inşa edebilecekleri anlamına gelen sosyal yapılandırmacılık olarak adlandırılan yeni bir yapılandırmacılık türü ortaya çıkarır (Ernest, 1991).

Sosyo-yapılandırmacı: sadece matematik eğitimi için geliştirilmiştir. Bu yapılandırmacılık çeşidi, matematiğin problem çözme yoluyla öğretilmesi gerektiği, öğrencilerin öğretmenler ve diğer öğrencilerle etkileşime girmesi gerektiği ve öğrencilerin kendi stratejilerine göre problem çözme konusunda teşvik edilmesi gibi özelliklere sahip olması sebebiyle GME'nin özelliklerine oldukça benzerdir (Cobb, Yackel ve Wood, 1992). Sosyo-yapılandırmacılık GME ile yakından ilişkilidir (Gravenmeijer, 1994, 2020; Lange, 1996; Zulkardi, 1999). GME ile sosyo-yapılandırmacı matematik eğitimi arasında iki temel benzerlik vardır (Lange, 1996). Birincisi, hem sosyo-yapısalcı hem de gerçekçi matematik eğitimi yapılandırmacılıktan bağımsız olarak geliştirilir. İkincisi, her iki yaklaşımda da öğrencilere deneyimlerini başkalarıyla paylaşma fırsatları sunulur.

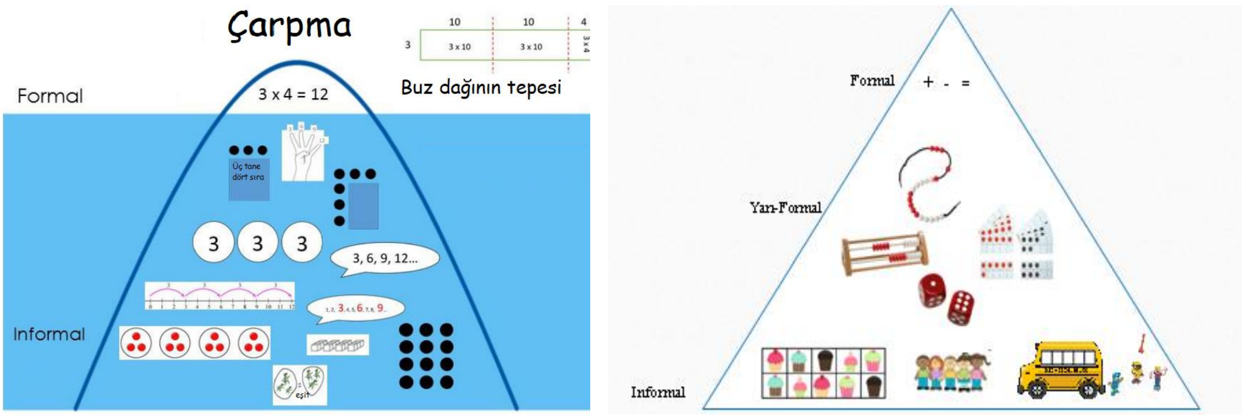
GME ve sosyo-yapılandırmacılık yalnızca uyumlu değil, aynı zamanda birbirini tamamlamaktadır (Gravenmeijer, 2020). Sosyo-yapılandırmacı bir bakış açısını benimsemek, öğrencilerin faaliyetlerini sınıf topluluğu içinde paylaşmaya, sunmaya fırsat veren öğretim ve öğrenim üzerine kolektivist (toplulukçu) bir bakış açısı sağlamaktadır. Bunun aksine GME başlangıçta daha bireysel, psikolojik bir bakış açısına sahipti. Ancak öğrenciler arasındaki etkileşim ve işbirliği rollerinin olması sonrasında GME için önemli kabul edildi. Böylece iki yaklaşım birlikte kullanılmaya başlandı. Bu sayede sosyo-yapılandırmacılık, sınıfta GME'nin uygulanması sı sırasında sınıf kültürüne dikkat çekmesi bakımından GME'ye önemli bir katkı sunar.

Öğrenciler geleneksel yaklaşımların benimsendiği okul-matematik sosyal normlarına (ezberci yaklaşım, formül verip kullanma... vb.) bağlı kalırsa GME'yi bu sınıflarda uygulamaya koymak mümkün değildir. Hangi yöntem seçilirse seçilsin, sosyo-yapılandırmacılık, GME teorisine önemli bir genişleme veya katkı sunar. Bununla birlikte, tersine, GME'nin de matematiksel bilgiyi yapılandırmada öğrencileri desteklemede sosyo-yapılandırmacılığa önemli bir katkı sunduğu ifade edilebilir (Cobb ve Yackel, 1996).

Sosyo-yapılandırmacı bakış açısının, sınıflarda GME'yi yürürlüğe koymanın karmaşıklığını gidermede önemli bir rolü vardır. Buna göre GME'yi sınıf ortamında daha kullanışlı hale getirmek için öncelikle sınıf kültürü düzenlenmeli, sınıf sosyal normlarını değiştirmeye, yeniden düzenlenmeye çalışılmalıdır. Bunun için öğretmenler öğrencilerin akıl yürütme düzeylerini incelemeli ve öğrencilerin mevcut düşünme biçimlerini genişletme ve geliştirme konusunda onları destekleyen öğretim etkinliklerini seçmelidir. Öğrencilerin zihinsel faaliyetlerini öngörmeyi ve bunların öğrenme hedefleriyle nasıl ilişkili olduğunu düşünmeyi içeren varsayımsal öğrenme çerçeveleri geliştirmeleri gerekir. Öğrencilerin kendileri için düşünmeleri, düşüncelerini açıklamaları sağlanmalıdır. Öğrencilerin bunları yapmaya istekli olarak ve başarısızlık korkusu olmadan çalışmalara katılmasına büyük önem gösterilmelidir. Öğretmenlerin öğrencilerini dış standartlara göre yargılamaktan veya onları sınıf arkadaşlarıyla karşılaştırmaktan kaçınmaları gerekmektedir. Bunun yerine öğrencilerin kişisel gelişimlerini bir değerlendirme kriteri olarak ele almaları için öğretmenler teşvik edilmelidir.

Matematikleştirme Nedir?

Mevcut yaklaşımlara göre tanımlar, kurallar ve algoritmalar sistemi olarak adlandırılan matematikte, öğrenilen kuralları veya formülleri daha önce çözülen benzer problemler üzerinde uygulamalar yaparak ve bu sayede değişik alıştırmalar yaparak formülün ezberlenmesi hedeflenmektedir. Buna karşın gerçekçi matematik eğitiminde farklı olarak matematiğe organize edilen, tümdengelimli bir sistem olarak bakılmakta ve matematiği öğrenme süreci de bu şekilde düzenlenmektedir (Ünal ve İpek, 2009, s.63). Bu süreç, denizin ortasında yüzen buzdağı veya piramit modeli gibi düşünülebilir. Bu model Şekil 1'deki gibidir.



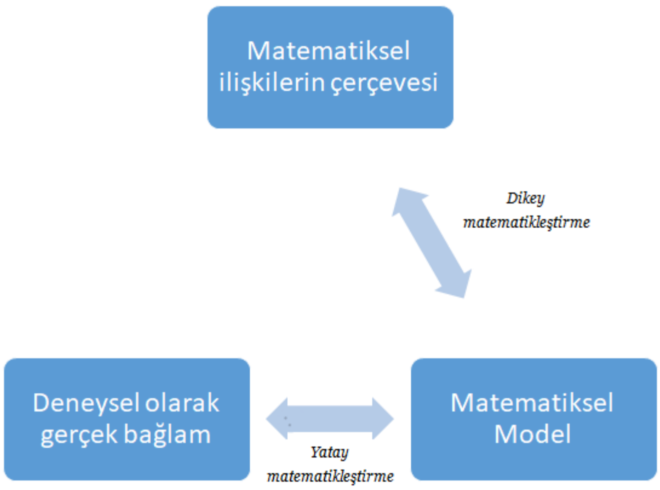
Şekil 1. Çarpma için buzdağı örneği (Haji, 2013, akt. Inharjanto ve Lisnani, 2018); Toplama-Çıkarma için piramit örneği.

Şekil 1'de görüldüğü üzere etrafındaki nesneleri kullanan informal bir ifadeyle başlayan işlem, sonunda çarpma kavramı formüle edilene kadar bir sayı doğrusuyla devam eder. Bu sürece, Freudenthal, matematikleştirme adını vermiş, matematik öğretiminde matematikleştirmeyi temel almış, bunu iki nedene dayanarak açıklamıştır. Bu nedenlerden ilki matematikleştirmenin sadece matematikçilerin işi olmadığı, bu kavramın aynı zamanda, öğrencilerin matematiksel bir yaklaşımla günlük yaşam durumları ile matematiği ilişkilendirmelerinde kullanılmasıdır. Bu anlamda matematikleştirme, günlük yaşam problemlerinin matematiksel bir yaklaşımla çözülmesine vurgu yapmaktadır, bunun yanında matematikleştirme yaklaşımın olasılıklarına, sınırlılıklarına ve uygunluğuna yönelik bilgilere sahip olmayı gerektiren bir aktivitedir. Matematikleştirmeyi matematik eğitiminin merkezine yerleştirmesinin ikinci nedeni ise, matematikte hedeflenen formal bilgiye ulaşma şeklinde açıklanmasıdır. Bu son noktanın gerçekleşmesi, öğretilen matematiğin ilk noktası olmayıp, öğrencilerin öğretmen rehberliğinde yeniden keşfetme fikri temel alınıp, bir matematikçinin sürece yön veren yapısına benzer şekilde, denemeler yaparak çalışabileceği bir ortamın hazırlanması ile gerçekleşir (Fauzan, 2002, s. 34).

GME ile öğrenciler matematiği, onlara genel uygulanabilirliğe sahip hazır bir sistem olarak sunmanın geleneksel bakış açısıyla değil, gerçek bağlamlardan ve kendi matematiksel etkinliklerinden matematikleştirerek öğrenmelidir (Anwar, Budayasa, Amin ve Haan, 2012). Matematikleştirme sürecinde, öğrencinin matematiksel bilgiye kendisinin ulaşması amaçlanır.Bu da matematikleşmenin aşamalı bir süreç olduğunu göstermektedir. Aşamalı matematikleştirme süreci aracılığıyla, öğrencilere matematiksel içgörüleri, bilgileri ve prosedürleri yeniden keşfetme fırsatı verilir. Bunu yaparken, öğrenciler GME'de yatay ve ardından dikey matematikleştirme olarak adlandırılan aşamalardan geçerler. Matematikleştirme kavramı yatay ve dikey olarak iki başlıkta ele alınmıştır (Altun,2005, s. 27):

Yatay matematikleştirme: Bu safha, öğrencilerin bağlamsal bir problemi tanımlamak ve çözmek için gayri resmi stratejilerini kullanmalarıdır. Fiziksel modelden veya gerçek yaşamdan bilginin üretildiği aşama olup, öğretmenin bu süreçteki rolü ise, matematikleştirmeye uygun fiziksel modeli seçmek ve sembollere geçişi sağlamaktır. Yatay matematikleştirmede öğrenciler, günlük hayatta meydana gelen ve kendileriyle alakalı, çözmeye ihtiyaç hissettikleri bir problemi düzenlemeye ve çözmeye yardım edebilen matematiksel araçlarla gelirler. Sunulan bağlam problemlerindeki gerekli olan önemli bilgileri çıkarma ve sorunu çözmek için deneme yanılma gibi gayri resmi bir strateji kullanma süreci, yatay matematikselleştirme olarak tanımlanır.

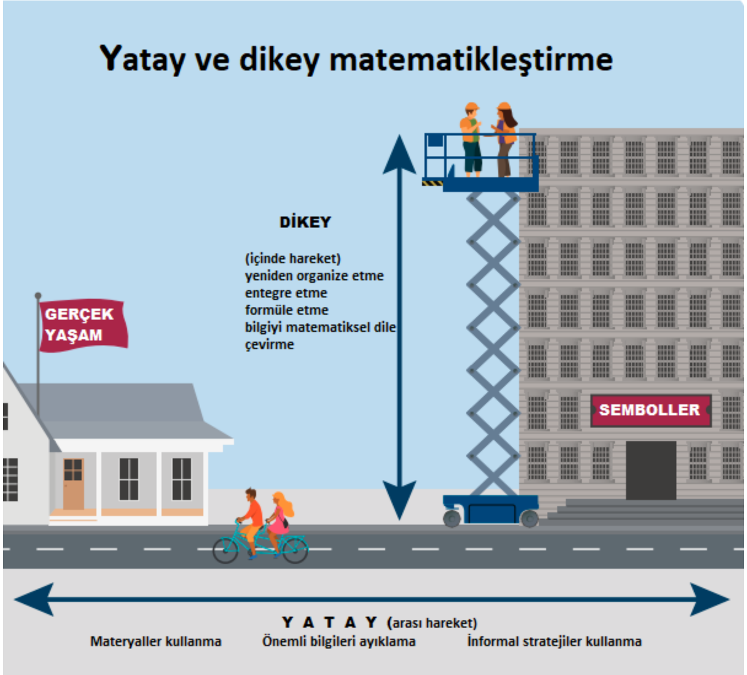
Dikey matematikleştirme: Öğrencilerin resmi olmayan stratejileri onları matematik dili kullanarak problemi çözmeye veya uygun bir algoritma bulmaya yönlendirdiğinde gerçekleşir. Matematiğin kendi içinde ilerleyerek işlem ve düzenlemelerin değiştirilmesi ve matematiksel yapıların sembolle ifade etme sürecidir (Özdemir ve Üzel, 2011). Semboller dünyası içinde çalışarak, ilişkiler kurma, kısa yollar bulma, yeni stratejiler üretme, yeni materyaller üretme, yeni uygulamalara uyum sağlama gibi becerileri de içerir. Öğrencilerin matematik dünyasına kazandırdığı problem durumunu yeniden tasarlandığı ve yeni anlamlar kazandırdığı dikey matematikleştirmede, yeniden yaratma sürecini göstermektedir. Problemi semboller kullanarak matematik diline çevirmek ve daha sonra denklem gibi bir algoritma seçmeye geçmek, problemle farklı seviyelerde çalışmayı içerdiği, işlem süreçleri ile kısa yollar üretmeye dayandırmak dikey matematikleştirmedir. Şekil 2'de yatay ve dikey matematikleştirme modeli gösterilmektedir.



Şekil 2. Yatay ve dikey matematikleştirme (Horizontal and vertical mathematization) (Özdemir ve Üzel, 2012).

Şekil 2'ye göre, yatay matematikleştirme, gerçek hayat problemlerinin matematiksel terimlerle geliştirilerek tanıtılmasına işaret ederken, burada problemlerin matematiksel bir bakış açısı ile çözümü amaçlanır. Dikey matematikleştirmede, matematiksel formüllerden ziyade öğrenenin kendi aktiviteleri öne çıkar, bu yolla öğrenci daha yüksek matematik seviyesine ulaşır. Bu süreç öğrencinin matematik bilgisini yapılandırması anlamında yatay ve dikey matematikleştirmeyi yapısında barındıran gelişimsel bir süreçtir (Gravemeijer ve Doorman, 1999, s.117). Şekil 3'te Majewska'nın

(2019) Tressler (1978), Freudenthal (1991) ve Barnes'in (2005) çalışmalarından adapte edilmiş yatay ve dikey matematikleştirme süreci gösterilmiştir.

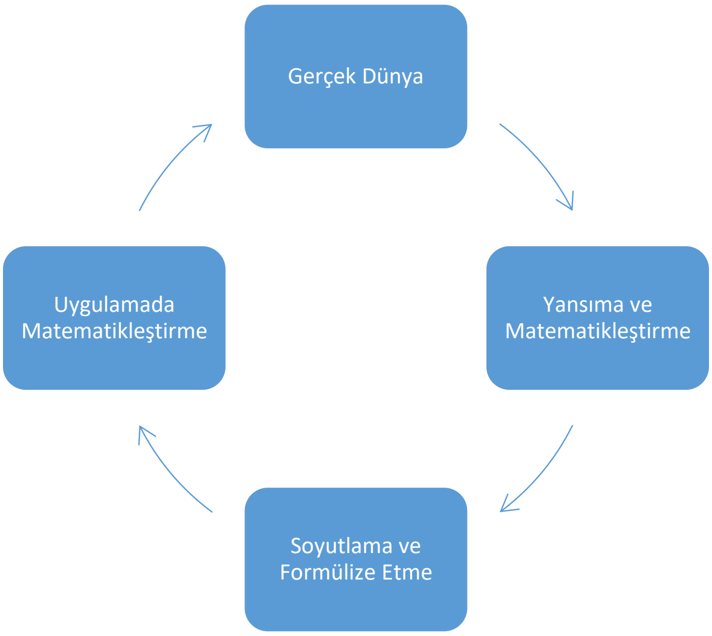


Şekil 3. Yatay ve Dikey Matematikleştrime Süreci (Tressler, 1978; Freudenthal, 1991; Barnes, 2005; akt. Majewska, 2019)

Öğrencilerin kendi deneyimlerinde yer alan gerçek hayat örneklerini kullanmak, öğrencilerin matematiksel fikirlerle ilgilenmelerine yardımcı olabilir. Öğrenciler, matematiği gerçek hayattan sembolik düşünceye (yatay olarak) ve sembolik düşünme içinde (dikey olarak) kavrama fırsatlarına sahip olmalıdır. Öğrenciler matematik problemlerini çözmeye gayri resmi yollarıyla başlayabilir ve yavaş yavaş daha resmi matematiğe geçebilirler.

Matematikte kullanması tasarlanan konuların matematikleştirme yapmaya uygun olması gerekmektedir. Tarihsel süreçte matematiğin pratik problemlerin çözümü sayesinde ortaya çıktığını kavrayarak, yaşadığımız dönemdeki uygulamalarda da buna benzer yollarla matematik üretilebileceği savunan Gravemeijer ve arkadaşları (1990), genelleştirilebilecek gerçek hayattaki durumlara göre yatay matematikleştirmeye uygun problemlerin bulunmasını, sonra da dikey matematikleştirmeye geçilmesi gerektiğini belirtmişlerdir (akt. Altun, 2006, s. 20).

Şekil 4'te, Lange (1996) Gerçekçi Matematik Eğitiminde kavramsal matematikleştirmenin gelişimini açıklayarak, matematik öğreniminde gerçek yaşam problemlerinin başlangıç aşamasında kullanılmasının gerekliliğini ortaya koymayı amaçlamıştır (akt. Fauzan, 2002, s.35):



Şekil 4. Kavram ve uygulamalı matematikleştirme (Fauzan, 2002, s.35).

GME'nin Temel Öğretim İlkeleri Nelerdir?

GME'nin diğer ülkelerdeki matematik eğitimine yönelik mevcut yaklaşımlarla birçok ortak noktası vardır. Bununla birlikte, GME, matematik öğretimi için GME'ye bağlı olan bir dizi temel ilkeyi içerir. Bu temel öğretim ilkelerinin çoğu orijinal olarak Treffers (1978) tarafından ifade edilmiş, ancak Treffers'ın kendisi de dahil olmak üzere yıllar içinde yeniden formüle edilmiştir. Toplamda altı ilke mevcuttur:

Faaliyet ilkesi, GME öğrencilerinin öğrenme sürecinde aktif katılımcılar olarak görülmesi anlamına gelir. Ayrıca, matematiğin en iyi matematik yaparak öğrenildiğini vurgular; burada, matematiğin bir insan etkinliği olması ve matematikleştirme fikri güçlü bir şekilde yansıtılır.

Gerçeklik ilkesi, GME iki şekilde tanınabilir. Birincisi, öğrencilerin "gerçek hayattaki" problemlerin çözümünde matematiği uygulama yetenekleri de dahil olmak üzere matematik eğitiminin amacına verilen önemi ifade etmektedir. İkincisi, matematik eğitiminin öğrenciler için anlamlı olan problem durumlarından başlaması gerektiği anlamına gelir, bu da onlara problemleri çözerken geliştirdikleri matematiksel yapıları anlamlandırma fırsatları sunar. Daha sonra derse uygulanacak soyutlamalar veya tanımları öğretmekle başlamak yerine, GME'de öğretim, matematiksel organizasyon gerektiren zengin bağlamlardaki problemlerle başlamaktadır.

Seviye ilkesi, matematiği öğrenmenin öğrencilerin çeşitli anlama seviyelerinden geçmesidir: informal bağlamla ilgili çözümlerden, çeşitli düzeylerde kısayollar ve şemalar oluşturmaya, kavramların ve stratejilerin nasıl ilişkili olduğuna dair içgörü edinmeye kadar. Modeller, informal, bağlamla ilgili matematik ve daha formal matematik arasındaki boşluğu doldurmak için önemlidir. Bu köprüleme işlevini yerine getirmek için, modeller - Streefland'ın (1985, 1993, 1996) adlandırdığı gibi - belirli bir durumun "modelinden" her türden diğer, ancak eşdeğer durumların "modeline" geçmelidir (akt. Van den Heuvel-Panhuizen 2003). Özellikle sayılarla çalışmayı öğretmek için, bu seviye ilkesi, Treffers (1987) tarafından önerildiği ve şeffaf tam sayı hesaplama yöntemlerinin kademeli olarak basamak tabanlı algoritmalara dönüştüğü didaktik “aşamalı şematizasyon” yöntemine yansımıştır.

İç içe geçme ilkesi, sayı, geometri, ölçüm ve veri işleme gibi matematiksel içerik alanlarının izole edilmiş program bölümleri olarak değil, yoğun bir şekilde entegre olduğu anlamına gelir. Öğrencilere, çeşitli matematiksel araçları ve bilgileri kullanabilecekleri zengin problemler sunulur. Bu ilke, etkilenen diğer öğrenme alanları için de geçerlidir. Örneğin, sayı hissi alanında zihinsel aritmetik, tahmin ve algoritmalar birbirleriyle yakın bağlantılı olarak öğretilir.

GME'nin etkileşim ilkesi, matematik öğrenmenin sadece bireysel bir aktivite değil, aynı zamanda sosyal bir aktivite olduğunu da ifade eder. Bu nedenle, GME, öğrencilere stratejilerini ve buluşlarını başkalarıyla paylaşma fırsatları sunan tüm sınıf tartışmalarını ve grup çalışmasını destekler. Bu şekilde öğrenciler stratejilerini geliştirmek için fikir edinebilirler. Ayrıca, etkileşim, öğrencilerin daha yüksek bir anlayış düzeyine ulaşmalarını sağlar.

Rehberlik ilkesi, Freudenthal’ın matematiğin “yönlendirilmiş yeniden icat” fikrine atıfta bulunur. Bu, GME'de öğretmenlerin öğrencilerin öğrenmesinde proaktif bir role sahip olması gerektiğini ve eğitim programlarının öğrencilerin anlayışındaki değişimlere ulaşmak için bir kaldıraç görevi görme potansiyeline sahip senaryolar içermesi gerektiğini ima eder. Bunu gerçekleştirmek için, öğretim ve programlar tutarlı uzun vadeli öğretme-öğrenme yörüngelerine dayanmalıdır.

Gerçekçi Matematik Eğitimi Dersi Nasıl Tasarlanır?

Matematik eğitiminin reformu iki temele dayanmaktadır:

(1) öğretmenlerin probleme yönelik bir sınıf kültürü yaratma ve öğrencileri etkileşimli öğrenmeye davet etmeye ve
(2) matematiğin birlikte yeniden icat edilmesini teşvik edebilecek öğrenme etkinlikleri tasarlama ve öğretmenlerin yeniden keşfetme sürecine yardımcı olma becerilerine (Inharjanto ve Lisnani, 2018).

Bu nedenle, GME, öğrencilere konuyu öğretme ve onları geliştirme konusunda öğretmenlerin tutumlarında bir değişiklik gerektirir (Fauziah, Putri, Zulkardi ve Somakim, 2017).

Öğrenme tasarımı, öğrencilerin ve öğretmenlerin öğrenme etkinlikleri yapmalarını sağlayan bir öğrenme kaynakları koleksiyonudur. Öğretmenlerin bir öğretim tasarımı yardımı almak için kılavuza ihtiyaçları vardır ve bu kılavuzlar sınıfta öğretme ve öğrenme sürecini kolaylaştırır. Bu nedenle, gerçekçi matematik eğitiminin tasarımına bir öğretmen kesinlikle ihtiyaç duymaktadır. Gerçekçi matematik eğitiminin tasarımı, öğretmen tarafından gerçekleştirilecek çeşitli bileşenlerden oluşur. Örneğin, ders planları, ders kitapları, bir öğrenci çalışma sayfası ve matematik öğrenme başarı testi… vb. Kaliteli bir gerçekçi matematik eğitimi tasarımı üretmek için gerçekçi matematik eğitiminin ilke ve özelliklerini dikkate alarak öğrenme tasarım geliştirme modeline atıfta bulunan belirli bir prosedürü izlemek gerekir. GME'ye yönelik hazırlanan kılavuzlar öğrenme uygulamaları sırasından öğretmenlere ve öğrencilere yön veren etkinlikleri kapsamaktadır. Wahyudi, Joharman ve Ngatman 'a (2017) göre Gerçekçi Matematik Eğitimi uygulamasında öğretmenler ve öğrenciler tarafından gerçekleştirilmesi gereken öğrenme adımları ve aktiviteleri aşağıdaki gibidir:

1. Günlük problemi / içeriği anlamak. Öğretmenler bağlamsal problemleri sunar ve öğrencilerden problemi anlamalarını ister. Bu aşamadaki çeşitli etkinlikler şunlardır: (a) öğrenme etkinliklerini uygulamak için bir sınıf ortamı oluşturmak, (b) ulaşılması amaçlanan öğrenme hedeflerini öğrencilere açıklamak, (c) günlük yaşamdaki sorunlardan örnekler vererek öğrenmeye başlamak, (d) problem çözmeyi göstermek uygun görsel-işitsel yardımcıları kullanmak ve (e) gerçek hayatta sıklıkla karşılaşılan problem çözme ile ilgili sorular sağlamak.
2. Bağlamsal problemi açıklamak. Verilen problemi anlamayan öğrenciler varsa ikinci adım uygulanır. Tüm öğrenciler anladıysa, bu adım artık gerekli değildir. Bu adımda öğretmen problemi açıklar. Bağlamsal problemi açıklamak şu aktiviteleri içerir: (a) tartışma formu hazırlamak, (b) tartışma kurallarını açıklamak, (c) tartışma problemini vermek, (d) medya / görsel-işitsel yardımcıların hazırlanması, (e) tartışmayı yürütmek, (f) verileri kavramlarla ilişkilendirmek, (g) problemlerle ilgili anlaşılmayan soruların cevaplarını ortaya çıkarmak, (h) öğrenmedeki problemlerle ilgili bilgileri tartışmak veya ortaya çıkarmak.
3. Bağlamsal problemleri çözme. Öğrenciler problemleri grupla veya bireysel olarak çözerler. Problemi çözerken öğrencilerin farklı yollar kullanmalarına izin verilir. Etkinlik kağıtlarını, çalışma yapraklarını… vb. kullanarak öğrenciler problem üzerinde çalışırlar ve farklı zorluk seviyelerindeki problemleri çözerler. Öğretmenler, soru ve motivasyon şeklinde yönlendirme sağlayarak öğrencileri problemleri kendi yöntemleriyle çözmeye motive ederler. Bu aşama GME'nin dikey matematikleştirme aracı (modelin kullanımı) ve konu ile ilgili olma (ilişkinin kullanımı) özelliklerini yansıtmaktadır. Bağlamsal problemi çözme aşaması şu aktiviteleri içerir: (a) öğrencileri öğrenme problemleriyle başa çıkmada görsel materyaller hazırlamaya yönlendirmek, (b) öğrenmedeki problemleri çözmek için görsel materyalleri kullanmaları için öğrencilere rehberlik etmek ve (c) öğrencileri uygun görsel materyalleri kullanarak öğrenme modelleri hazırlamaları için yönlendirmek.
4. Cevapları karşılaştırmak ve tartışmak. Öğretmenler tartışmayı kolaylaştırır ve problemlerin cevaplarını gruplar halinde karşılaştırmak ve tartışmak için zaman sağlar ve ardından sınıf tartışmaları yapılır. Bu adım, öğrencilerin katkılarını ve birbirleriyle

olan öğrenciler arasındaki etkileşimini kullanan GME'nin bir özelliğidir. Bu aşama aşağıdaki faaliyetleri içerir: (a) öğrencilere matematik öğrenimindeki problemleri kendi deneyimlerine dayanarak çözmeleri için kılavuz olmak, (b) problemleri çözerken öğrencilerin faaliyetlerini izlemek, (c) Öğrencilerin yaptıkları çalışma sonuçlarını arka arkaya sınıfta sunmak, (d) öğretmen sınıf tartışmasında moderatör ve kolaylaştırıcı olarak görev yapar, (e) öğrencilerle birlikte sınıf tartışma yaparken öğrencilerin çalışma sonuçlarında elde ettikleri sonuçları sunumlara izin vermek ve öğrencilerin sorularına da yanıt vermek, (f) öğrencilerle birlikte, matematik öğrenimindeki sunumlarının sonuçları üzerine bir yansıtma yapmak ve (g) sunum ve sınıf tartışmasını sonuçlandırmak.

5. Sonuç çıkarma. Öğretmen, sınıf tartışmalarının sonuçlarından problem çözmede yer alan kavramları özetler veya tamamlar. Bu aşamanın içerdiği etkinlikler şöyledir: (a) öğrencilere uygulanan ders planları için geri bildirim sağlar ve (b) öğretmenler oluşturulan ve uygulanan ders planları hakkında bir sonuç çıkarır.

Nieveen (1999), eğitim ürünlerinin geliştirilmesinin kalitenin üç yönünü gerektirdiğini belirtir; geçerlilik, pratiklik ve etkililik. Ayrıca Nieveen, geçerli bir öğrenme materyalinin şu özellikleri karşılaması gerektiğini açıklar: (1) Güçlü bir teorik gerekçeye dayalı olarak geliştirilen öğrenme materyali ve (2) Geliştirilen öğrenme materyalinin bileşenleri arasında bir iç tutarlılık olması. Pratik yönü şunları karşılar: (1) Uzmanlar ve uygulayıcılar geliştirilen öğrenme materyallerinin uygulanabileceğini belirtiyor mu? ve (2) Geliştirilen öğrenme materyalleri sahada uygulanabilir mi? Etkililik yönü şunlara dayanır: (1) Deneyimlerine göre uzmanlar ve uygulayıcılar, öğrenme materyallerinin etkili olduğunu belirtir; ve (2) Elde edilen malzeme işlevsel olarak beklendiği gibi sonuçlar verir.

Zulkardi (1999), Streefland'ın (1991) geliştirdiği üç seviyeli yapı prensibini kullanarak gerçekçi matematik eğitimine uygun ders planları (ilkokuldaki kesirler öğrenme alanına dayalı) geliştirmiştir: (1) sınıf seviyesi; (2) ders seviyesi; ve (3) teorik seviye.

(1) Sınıf seviyesi

Bu seviyede dersler, GME'nin tüm özelliklerine göre tasarlanır ve yatay matematikselleştirme yoluyla yapılandırmaya odaklanır. İlk olarak, öğrenme durumuna uygun bir materyal tanıtılır. Daha sonra, GME'nin özellikleri şu şekilde uygulanır: (1) matematiksel materyal üretme potansiyeline sahip anlamlı bağlamlardan başlayarak, kaynaklık edecek ve uygulama alanı sağlayacak olan materyali gerçek bir duruma yerleştirmek; (2) diğer öğrenme alanları ile iç içe geçme, onlar arasında ilişki kurma; kesirler ve oranlar arasında olduğu gibi; ve (3) gruplar oluşturarak ortak çaba ile öğrenme süreci sırasında semboller, diyagramlar ve durum veya bağlam modelleri şeklinde araçlar üretmek. Son olarak, (4) yapılandırma yoluyla öğrenme, öğrencilerin etkinliklerinin düzenlenmesiyle gerçekleştirilir, böylece birbirleriyle etkileşim kurabilir, tartışabilir, müzakere edebilir ve işbirliği yapabilirler. Burası GME'nin özelliklerinden eğitimsel etkileşim ilkesinin uygulandığı yerdir. Bu sayede öğrencilerin kendi öğrenme yollarına katkıda bulunmaları ve çeşitlendirmeleri sağlanabilir. Öğrenciler bu tür faaliyetleri sürdürmeleri için bir ödev verilerek teşvik edilebilir.

(2) Ders Seviyesi

Sınıf seviyesinde oluşturulan materyal artık dersin genel taslağını gerçekleştirmek için matematiksel ve bilgi verici eğitici (didaktik) özünü de dikkate alarak kullanılmaktadır. Bu seviye yatay matematikleştirmeye odaklanır. Ders seviyesi, sınıf seviyesinde öğrenmeye katkı sağlayan materyallerin artık öğrenme alanı olarak kullanılmaya başlandığı, materyalin farklı boyutlarının ortaya çıkartılarak geliştirildiği, yeni materyallerle desteklendiği, öğrencinin yeni materyal ürettiği bir yerdir.

(3) Teorik Seviye

Tasarım ve geliştirme, didaktik tartışma ve sınıfta deneme gibi önceki düzeylerde gerçekleşen tüm etkinlikler, bu düzey için üretilmiş olan materyaller teorik seviyenin kaynağını oluşturmaktadır. Bu seviyede ise dikey matematikleştirmeye odaklanılır. Gelişimsel çalışmalar yöntemi kullanılarak elde edilen teori revize edilmekte ve diğer döngüsel gelişmelerde tekrar test edilmektedir. Buradan da formüllere, sembollere ulaşılır.

GME derslerini tasarlamak için kullanılan bir ders planının bileşenleri: hedefler, içerik (materyaller ve aktiviteler), metodoloji ve değerlendirmedir (Zulkardi, 1999).

Hedefler

Lange (1995) matematik eğitiminde üç hedef düzeyi belirlemiştir: alt düzey, orta düzey ve üst düzey. Mevcut programda hedefler aşağı yukarı nettir. Örneğin, öğrenciler belirli bir yöntemi kullanarak doğrusal bir denklemi çözebilmelidir. Bununla birlikte, mevcut programın hedeflerinin çoğu artık formül becerilerine, basit algoritmalara ve tanımlara dayanan daha düşük seviyeli hedefler olarak sınıflandırılmaktadır. Gerçekçi matematik eğitiminde hedefler 'orta' ve 'üst' düzey hedefler olarak sınıflandırılır. Orta seviyede, alt seviyenin farklı araçları arasında bağlantılar kurulur ve kavramlar entegre edilir; hangi alanda çalıştığımız net olmayabilir, ancak basit sorunların birden çok strateji ile çözülmesi gerekir. Bu, hem öğretmen hem de öğrenciler için amaçlanan hedeflerin hemen hemen her zaman net olmadığı anlamına gelir. Dahası, yeni hedefler aynı zamanda akıl yürütme becerilerini, iletişimi ve eleştirel bir düşünmenin gelişimini vurgulamaktadır. Bunlara halk arasında 'üst düzey düşünme becerileri' denir. Sonuç olarak, gerçekçi yaklaşıma dayalı bir dersi yeniden tasarlamak için bu iki tür hedef gözetilmelidir.

Materyaller

Lange (1996), materyallerin, alana özgü, gerçek yaşam etkinlikleriyle ilişkilendirildiğini belirtmiştir. GME yaklaşımıyla hazırlanan ders planlarında en başta çeşitli bağlamsal problemler entegre edilmiştir. Bu yüzden GME ile ilgili ders planı hazırlayanların çok çeşitli çözüm stratejilerine izin veren bağlamsal problemler bulmaları gerekir, aşamalı matematikleştirme süreci (yatay ve dikey matematikleştirme) aracılığıyla olası bir öğrenme sürecini birlikte olduğu bir öğrenme süreci tercih edilmelidir. Materyaller de bu problemlere uygun olarak hazırlanmalıdır.

Aktiviteler

GME ile ilgili eğitim veren bir öğretmenin sınıftaki rolü kolaylaştırıcı, düzenleyici, rehber ve değerlendirici olmalıdır (Lange, 1996; Gravenmeijer, 1994). Aşamalı matematikleştirme sürecine dayanarak, genellikle öğretmenin gerçekçi bir yaklaşıma dayalı öğretme-öğrenme sürecinin basamakları üzerindeki rolünün şu olduğu sonucuna varılabilir:

- Öğrencilere, başlangıç noktası olarak konuyla ilgili bağlamsal bir problem verin.
- Etkileşim etkinliği sırasında, öğrencilere bir ipucu verin, örneğin tahtaya bir masa çizerek, öğrencileri tek tek veya yardıma ihtiyaç duymaları halinde küçük bir grup halinde yönlendirin;
- Öğrencileri bir sınıf tartışması düzenleyerek çözümlerini karşılaştırmaları için teşvik edin. Tartışma, bağlamsal problemde çizilen durumun yorumlanmasına atıfta bulunur ve ayrıca çeşitli çözüm stratejilerinin yeterliliğine ve verimliliğine odaklanır.
- Öğrencilerin kendi çözümlerini bulmalarına izin verin. Bu, öğrencilerin kendi seviyelerinde keşifler yapmada, kendi deneyimsel bilgilerini geliştirmede ve kendi hızlarında kısa yollar gerçekleştirmede özgür olmalarını sağlamaktadır.
- Aynı bağlamda başka bir problem verin.

Öte yandan, GME'de öğrenciler çoğunlukla bireysel veya grup halinde çalıştıkları için, daha özgüvenli olmaları, cevaplarının doğrulanması veya standart bir çözüm stratejisi ve yönlendirmeler için öğretmene başvuramamaları sebebiyle serbest üretim veya katkıda bulunmaları beklenmektedir.

Değerlendirme

GME'de değerlendirme ders sırasında deneyimlerini yazmaları, problem kurmaları, veri toplamaları, benzer örnekler sunmaları istenerek yapılabilir. Öğrencilere bazı problemleri ödev olarak vererek değerlendirmeye devam edilebilir. GME'deki değerlendirme ile ilgili olarak beş değerlendirme ilkesi bulunmaktadır:

- Test etmedeki birincil amaç öğrenme ve öğretme sürecini geliştirmek olması bakımından sadece sonuç değil öğrenme ve öğretme sürecinde de ölçme değerlendirme yapılmalıdır.

- Değerlendirme yöntemleri, öğrencilerin bilmediklerini değil, bildiklerini göstermeleri için kullanılmalıdır. Birden çok strateji ile birden çok çözümü olan problemler yaşanarak yürütülebilir.
- Değerlendirme, matematik eğitimi, alt, orta ve üst düzey düşünme düzeyinin tüm hedeflerini işler hale getirmelidir.
- Matematik değerlendirmesinin kalitesi, objektif puanlamaya erişilebilirliği ile belirlenmez. Bu durumda, öğrencilere problemleri anlayıp anlamadıklarını gerçekten görebileceğimiz testler sağlanarak objektif test ve mekanik testler yerine kullanılmalıdır.
- Değerlendirme araçları pratik olmalı, okul kültürüne uygun uygulamalara açık olmalı ve dış kaynaklara erişilebilir olmalıdır.

Sonuç

GME'nin temelinde, öğretimin bir bağlam içerisinde kullanılması yer alırken aynı zamanda, sosyal etkileşim ve görevin paylaşımı ön plana çıkarken, kültürel ve sosyal hayat, fiziki çevre, tarih ve coğrafya, halk edebiyatı gibi alanlar bu bağlamın oluşturulmasında önemli veri kaynaklarıdır (Altun, 2006, s.235). Lange (1996), William (1997) ve Majewska (2019) , bu yaklaşımda öğretim sürecinde kullanılan materyallerin ne işe yaradığı ile ilgili bilgi ve durumun içeriği içinde kullanılan stratejilerden biri olan günlük hayat aktiviteleri ile ilişki kurulması gerektiğini belirtmiştir.

Gerçekçi Matematik Eğitiminin gerektirdiği öğrenme ortamlarının hazırlanması için ülkemizin kültürel yapı, tarih ve coğrafya bakımından zenginliği ise dikkat çekicidir. Her bir matematik konusunun formal kavramlarının kazandırılmasında öğrenciyi cesaretlendirecek ve yeniden keşfi teşvik edecek materyal bulmak oldukça kolaydır. Çalışmalar, GME'nin hem öğrenciler hem de öğretmenler üzerinde olumlu etkilerini ortaya koymaktadır: matematiğe daha fazla ilgi ve değer verilmesi; matematiksel yeterliliğin gelişimesi; gelişmiş gayri resmi stratejiler ve problem çözme becerilerinin gelişmesi; sayısal olarak gelişmiş performans sonuçlarının ortaya çıkması; artan sınıf tartışma ve anlam oluşturma becerilerinin artması ve bağlam problemlerini bir araç olarak kullanıldığında öğrencilerin motive olması örnek olarak gösterilebilir. Buna paralel olarak öğretmen ve eğitim uzmanlarının bu tür çalışmalara yöneltilmesi ve bu tür çalışmaların çoğaltılmasının matematik başarısının artmasının yanı sıra, matematiğe karşı tutumu olumlu yönde geliştireceği düşünülmektedir (Bintaş, Altun ve Arslan, 2003; Çilingir, 2015; Gravemeijer, 2020). Gerçek yaşam durumları ile matematiksel kavramları ilişkilendirerek, problem çözme sürecini temel alan gerçekçi matematik eğitiminde, öğrencilerin matematiği yaşamlarının bir parçası olarak görmesi ve okul dışı aktivitelerine yön veren etkili bir araç olarak kullanması önem taşımaktadır.

Günümüz programlarının yapısını incelediğimizde ise, İlkokul Matematik Dersi Öğretim Programının merkezinde kavramlar ve bu kavramlar arasındaki ilişkilerin oluşturduğu öğrenme alanları bulunurken, izlenen kavramsal yaklaşımda matematikle ilgili bilgilerin kavramsal temellerinin oluşturulmasına daha çok zaman ayrılması böylece kavramsal ve işlemsel bilgiler arasında ilişki kurulması gerekmektedir. Kabul edilen bu yaklaşımla, öğrencilerin somut deneyimlerinden ve sezgilerinden yola çıkarak matematiksel anlamlandırmaları yapılandırmalarını ve daha da ilerleyerek soyutlama yapabilmelerini sağlamak amaçlanmıştır (Göğün, 2009, s. 10).

Matematiğin soyut yapısı gereği, matematik öğretim programının yapısında da somut ve sonu olan gerçek hayat modellerinden yola çıkılarak kavramlara ulaşılmasından ve anlam kurma bilgilerinden ziyade kavramsal ve işlemsel bilgiler ön plana çıkmıştır. Başka bir deyişle matematiği öğrenmek, sadece temel kavram ve becerilerin kazanılmasının değil aynı zamanda matematikle ilgili düşünmeyi, problem çözme stratejilerini kavramayı, matematiğe karşı olumlu tutum geliştirmeyi, ders sürecindeki motivasyonu arttırmayı ve matematiğin gerçek yaşamda önemli bir araç olduğunu kabul etmeyi içermektedir (Göğün, 2009, s. 11).

Bilgi toplumunun yükselen değerlerine uyumun hedeflendiği günümü öğretim programlarında, bu amaç doğrultusunda üreten, sorgulayan, araştıran ve uygulayan, üst düzey düşünme becerilerine sahip bireylerin yetiştirilmesi, matematik öğretiminin de bu yönde şekillenmesi ön plana çıkarken, "matematiğin herkes için öğrenilebilir" olduğu ilkesi vurgulanmaktadır. GME yaklaşımı sayesinde, öğrenme süreci keyifli olacaktır. Öğrenciler matematikteki problemleri çözmek için öğrenme sürecine daha aktif katılanlardır. GME, öğrencilere günlük yaşamdaki veya diğer konu alanlarındaki problemleri çözmek için mevcut matematiksel kavramları uygulama fırsatı veren bir yaklaşıma sahip bir modeldir. Dolayısıyla, GME stratejilerine yönelik farkındalığı ve desteği artırmak için öğretmenlere uygun mesleki gelişim fırsatları sağlanmalıdır. GME'ye uygun problemlerin nasıl hazırlanacağı ve bu problemlerin mevcut değerlendirme türleri ile uyumlu olup olmadığını araştırmaya ihtiyaç vardır. İncelenen çalışmalar ile, GME'nin tek seferlik dersler veya aktiviteler yerine en iyi uzun vadeli bir yaklaşım olarak kullanıldığında etkilerini gösterdiği görülmüştür bu yüzden GME'ye uygun daha fazla ders planı hazırlayarak bu derslerin uzun vadeye yayılması gerektiği düşünülmektedir.

Kaynakça

Adendorff, S. A. (2019). International reflections on Realistic Mathematics Education, International Reflections on the Netherlands Didactics of Mathematics: Visions on and Experiences with Realistic Mathematics Education, Marja van den Heuvel-Panhuizen (Ed.): book review. *Pythagoras*, *40*(1), 1-3.

Altun, M. (2005). *İlköğretim ikinci kademede (6.,7. ve 8. Sınıflarda) matematik öğretimi*. İstanbul: Alfa Basım Yayım Dağıtım.

Altun, M. (2006). Matematik öğretiminde gelişmeler. *Uludağ Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 19(2), 223-238.

Anwar, L., Budayasa, I. K., Amin, S. M., & de Haan, D. (2012). Eliciting Mathematical Thinking of Students through Realistic Mathematics Education. *Indonesian Mathematical Society Journal on Mathematics Education*, *3*(1), 55-70.

Bintaş, J., Altun, M., & Arslan, K. (2003). Gerçekçi matematik eğitimi ile simetri öğretimi. *Matematikçiler Derneği*, 17.10.2019 tarihinde http://www.matder.org.tr/Default.asp?id=107 adresinden alınmıştır.

Cobb, P., & Yackel, E. (1996). Constructivist, emergent, and sociocultural perspectives in the context of developmental research. *Educational psychologist*, *31*(3-4), 175-190.

Cobb, P., Yackel, E., & Wood, T. (1992). A constructivist alternative to the representational view of mind in mathematics education. *Journal for research in mathematics education*, *23*(1), 2-33.

Çilingir, E. (2015). *Gerçekçi matematik eğitimi yaklaşımının ilkokul öğrencilerinin görsel matematik okuryazarlığı düzeyine ve problem çözme becerilerine etkisi.* Yüksek Lisans Tezi, Çukurova Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü, Adana.

Demirdöğen, N. (2007). Gerçekçi matematik eğitimi yönteminin ilköğretim 6. sınıflarda kesir kavramının öğretimine etkisi. *Yayınlanmamış yüksek lisans tezi, Gazi Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Ankara, Türkiye*.

Dickinson, P., & Hough, S. (2012). Using realistic mathematics education in UK classrooms. *Centre for Mathematics Education, Manchester Metropolitan University, Manchester, UK*.

Dienes, Z. P. (1961). On Abstraction and Generalization. *Harward Educational Review*; 31(3), 281-301.

Ernest, P. (1998). *Social constructivism as a philosophy of mathematics*, Albany, New York: Suny Press.

Fauzan, A. (2002). *Applying Realistic Mathematics Education(RME) in teaching geometry in Indonesian primary schools*. Doctoral Dissertation, Thesis University of Twente, Enschede.

Fauziah, A., & Putri, R. I. I. (2017). Primary school student teachers' perception to Pendidikan Matematika Realistik Indonesia (PMRI) Instruction. In *Journal of Physics Conference Series* (Vol. 943, pp. 1-8).

Göğün, Y. (2009). *İlköğretim matematik 6. Sınıf öğretmen kitabı*. Ankara: Özgün Matbaacılık.

Gravemeijer, K. (1994). *Developing Realistic Mathematics Education*. Freudenthal Institute, Utrecht University, The Netherlands,

Gravemeijer, K. (2011-October). Helping students construct more formal mathematics. *Online Proceedings of the 3rd International Realistic Mathematics Education Conference*.

Gravemeijer, K., & Doorman, M. (1999). Context problems in realistic mathematics education: A calculus course as an example. *Educational studies in mathematics*, *39*(1-3), 111-129.

Gür, H. (2006). *Matematik öğretimi*. İstanbul: Lisans Yayıncılık

Inharjanto, A., & Lisnani, L. (2019, April). Implementing Realistic Mathematics Education for Elementary Schools in Indonesia. In *International Conference on Educational Sciences and Teacher Profession (ICETeP 2018)* (pp. 188-191). Atlantis Press.

Lange, J. de (1996). Using and Applying Mathematics in Education. in: A.J. Bishop, et al. (eds). 1996. *International handbook of mathematics education*, Part one. 49-97. Kluwer academic publisher.

Lange, J. de (1995). Assessment: No Change without Problems, in: Romberg, T.A. (eds). (1995). *Reform in School Mathematics and Authentic Assessment*. New York, Sunny Press, 87-172.

Majewska, D. (2019). *Horizontal and vertical mathematising*. 02.01.2021 tarihinde https://www.cambridgemaths.org/Images/espresso_18_using_realistic_contexts_in_mathematics.pdf adresinden edinilmiştir.

Mullis, I. V. S., Martin, M. O., Foy, P., Kelly, D., & Fishbein, B. (2020). *TIMSS 2019 ınternational results in mathematics and science*. TIMSS & PIRLS International Study Center, Lynch School of Education and Human Development, Boston College and International Association for the Evaluation of Educational Achievement (IEA)

Nieveen, N. (1999). Prototyping to reach product quality. In *Design approaches and tools in education and training* (pp. 125-135). Springer, Dordrecht.

OECD. (2021). *Student performance (PISA 2018).* 01.06.2021 tarihinde https://gpseducation.oecd.org/CountryProfile?primaryCountry=NLD&treshold=10&topic=PI adresinden edinilmiştir.

Özdemir, E., & Üzel, Ü. (2011). Gerçekçi matematik eğitiminin öğrenci başarısına etkisi ve öğretime yönelik öğrenci görüşleri. *Hacettepe Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi,* 40, 332-343

Rabbani, S., & Muftianti, A. (2020). Implementation of teaching materials using a realistic mathematics education approach in primary student mathematics communication. *PrimaryEdu-Journal of Primary Education*, *4*(2), 230-240.

Streefland, L. (1991). *Fractions in realistic mathematics education: A paradigm of developmental research* (Vol. 8). Springer Science & Business Media.

Treffers, A. (1987). Integrated column arithmetic according to progressive schematisation. *Educational studies in Mathematics*, *18*(2), 125-145.

Ünal, Z. A., & İpek, A. S. (2009). Gerçekçi matematik eğitiminin ilköğretim 7.sınıf öğrencilerinin tam sayılarla çarpma konusundaki başarılarına etkisi. *Eğitim ve Bilim*, 34(152), 60-70.

Van Den Heuvel-Panhuizen, M. (2003). The didactical use of models in realistic mathematics education: An example from a longitudinal trajectory on percentage. *Educational studies in Mathematics*, *54*(1), 9-35.

Van den Heuvel-Panhuizen, M. H. A. M. (1996). *Assessment and realistic mathematics education* (Vol. 19). Utrecht University.

Van den Heuvel-Panhuizen, M., & Drijvers, P. (2014). Realistic Mathematics Education. S. Lerman (ed.), *Encyclopedia of Mathematics Education,* DOI 10.1007/978-94-007-4978-8, Springer Science, Business Media Dordrecht.

Wahyudi, M., Joharman, M., & Ngatman, M. (2017, October). The Development of Realistic Mathematics Education (RME) for Primary Schools' Prospective Teachers. In *International Conference on Teacher Training and Education 2017 (ICTTE 2017)*. Atlantis Press.

Wubbels, T., Korthagen, F., & Broekman, H., (1997). Preparing teachers for realistic mathematics education. Kluwer Academic Publishers, *The Netherland Educational Studies in Mathematics*, 54, 9-35)

Zulkardi, Z. (1999). *How to Design Mathematics Lessons Based on the Realistic Approach?* 26.01.2019, http://eprints.unsri.ac.id.

Zulkardi, P. (2002). *Developing a Learning Environment on Realistic Mathematics Education for Indonesian Student Teachers*. Thesis University of Twente, Enschede.

Extended Abstract

The philosophy underpinning Realistic Mathematics Education (RME) is that students must develop their mathematical understanding by working from contexts that make sense to them. Initially, students develop their heuristic methods for working on problems, but using carefully selected set of examples and appropriate teacher interventions, they then generalize them and develop a mathematical understanding. In other words, revealing the information that teachers learn spontaneously, is aimed to improve learning through planned and deliberate learning. Teachers who turn students ' lives into opportunities with well-designed textbooks are of great importance in creating these lives.

The RME, a mathematics-specific teaching theory first developed by Freudenthal and his colleagues in the Netherlands in the early 1970s, suggests that to have value, mathematics learning must be connected to individuals' real-life experiences and must present situations that they can use and apply in real life. Even "mathematics is a human activity" based on its main thought. Mathematics as a human activity is the process of revealing and solving problem situations. Students need to learn mathematics from the contexts in which they experience it, as this allows them to first understand subject-specific everyday life problem situations, rather than starting with algorithms and formulas. For example, if you work with percentages, students can create a rectangle ratio to represent the percentage of full seats in a school theatre, or use everyday items to show volume.

The RME's difference from other approaches: using realistic situations and ensuring understanding is its main goal, it aims to gradually reach that content, rather than giving it direct content, discussion and deep thinking are important. The most important difference from other approaches is the starting point. It is aimed at learning by working on concrete situations.

The RME is similar to the socio-constructivist approach. They are complements each other in that socio-constructivism provides attention to class culture in the implementation of the RME in the classroom, and the RME adds to socio-constructivist the use of heuristics that explore practical ways to find solutions to the problem by learning from past experience.

In the process of mathematization, it is aimed that the student reaches mathematical knowledge himself. Through the process of gradual mathematization, students are given the opportunity to rediscover mathematical insights, knowledge, and procedures. In doing so, students go through stages in the RME called horizontal and then vertical mathematization. Horizontal mathematization contains a children's transition from the world of life to the world of symbols, while vertical mathematization means that children traverse the world of symbols.

The RME includes some basic principles that adhere to the RME for the teaching of mathematics. These are the activity principle, the reality principle, the level principle, the intertwinement principle, the interactivity principle, and the guiding principle. Mathematics courses to be designed should represent all these principles of the RME, especially in the material, activity and evaluation part of the lesson plan.

In preparing the lesson plan, attention should be paid to place the intended material in the real-life state, starting with context problems, creating tools in the form of symbols, diagrams and models during the learning process by doing group work, providing an environment in which students will interact, discuss and collaborate with each other at the activity stage of the lesson plan. It provides the opportunity for the student who is active in the process of doing mathematics to communicate about mathematics. The assessment stage can be arranged during or after the teaching process or in the form of homework

The RME is a model with an approach that gives students the opportunity to apply existing mathematical concepts to solve problems in everyday life or other subject areas. Therefore, appropriate professional development opportunities should be provided teachers to increase awareness and support for the RME strategies. There is a need to investigate how to prepare problems corresponding to the RME and whether these problems are compatible with current types of assessments. The RME is the best used as a long-term approach rather than a series of one-off lessons or activities. So it is believed that these lessons should be extended to the long term by preparing lesson plans that are appropriate for the RME.

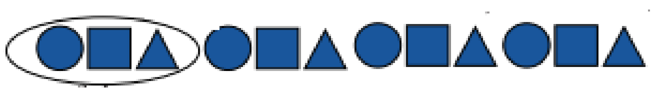
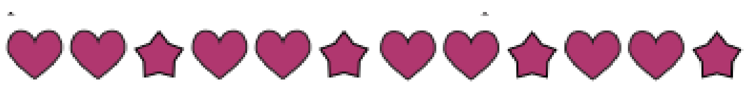
Ekler:

GME'YE UYGUN DERS PLANI ÖRNEĞİ

Geometrik örüntüler alt öğrenme alanında yer alan kazanımlarda;

1. sınıf	2. sınıf	3. sınıf
• Öğrencilerin belirli bir geometrik örüntüyü deneyimlerle bulmaları hedeflenmektedir. • Ögeleri nesneler, geometrik şekiller veya cisimler olan bir örüntüdeki ilişkinin belirlenmesine ve eksik bırakılan ögenin bulunmasına yönelik kazanımlara yer verilmektedir. • En çok üç ögeli geometrik örüntü oluşturmaları hedeflenmektedir.	• Tekrarlayan bir örüntüde eksik bırakılan ögeleri belirleyerek tamamlama ve bir örüntüdeki ilişkileri görerek farklı malzemeler ile aynı ilişkiye sahip örüntüler oluşturma kazanımları bulunmaktadır.	• Kaplama yapmaya, yaptığı kaplama örüntüsünü noktalı ya da kareli kâğıt üzerine çizmeye imkân veren kazanımlar yer almaktadır.

Geometrik Örüntüler

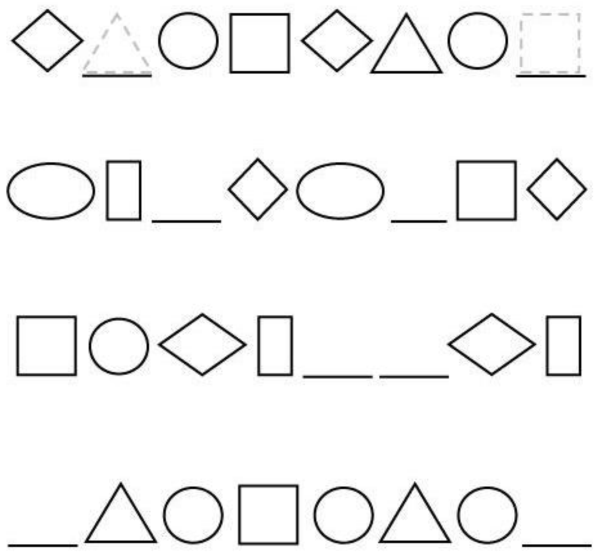
Beceriler:	**Öğrenme ve Öğretme Stratejileri**
İletişim İlişkilendirme Akıl Yürütme Problem Çözme Görselleştirme (veya temsil etme) **Kazanımlar:** Tekrarlayan bir geometrik örüntüde eksik bırakılan ögeleri belirleyerek tamamlar. a) En çok dört ögeli örüntüler üzerinde çalışılır. b)Farklı konumlandırılmış	Öğretmenler, öğrencilerin modelleme hakkındaki önceki bilgilerini etkinleştirmek için, onlardan evlerinde veya sınıf ortamlarında farklı kalıpları belirlemelerini istemek gibi farklı stratejiler kullanmalıdır. Öğrenciler bu alt öğrenme alanındaki etkinliklerde bir örüntünün özünü belirledikçe, öz (kalıbın yinelenen kısmı) ve öğeler (desende kullanılan gerçek nesneler) gibi öğrenciler için oluşturulan kurala veya kalıba uygun kelime dağarcığı modellenmelidir. Bu kelimeler, daha sonra başvurmak için bir matematiksel dil terminolojisine eklenebilir. Örneğin, özün en az üç kez yinelendiği örüntüler oluşturmak önemlidir.  Bu modelin özü - daire, kare, üçgen. Bunlar, bu modeldeki üç öğedir. Aşağıdaki örüntü aynı zamanda üç unsurlu bir modeldir: 

şekiller içeren örüntülere de yer verilir. **Kazanımlar:** Bir geometrik örüntüdeki ilişkiyi kullanarak farklı malzemelerle aynı ilişkiye sahip yeni örüntüler oluşturur.	Bu üç öğe modelinin özü - kalp (1. öğe), kalp (2. öğe), yıldız (3. öğe). Öğrencilerin modelin özünü belirlemelerine yardımcı olmak için, her tekrarladığında özü vurgulamalı veya daire içine almalıdırlar. Öğrencileri tahminlerde bulunmaya ve tahminlerini doğrulamak için kalıplarını genişletmeye teşvik etmek de önemlidir. Modellemeyi sabah veya günlük rutinlerin bir parçası olarak veya "Günün Problemi" olarak dahil edilebilir. Farklı öğrenme stillerine uyum sağlamak için görsel, işitsel ve kinestetik olacak şekilde kuralları veya kalıpları olan örüntüler kullanılabilir. Bunun için disiplinler arası çalışma sürdürülebilir. Beden eğitimi dersinde "Zumba" yaparak, öğretmenin gösterdiği 3 farklı hareketi öğrencilerin tekrar etmesiyle başlanır. Sonra müzik durduğunda hangi harekette kalındığı sorulabilir. Öğretmen bir hareketi eksik yaparak öğrencilere nerede yanlış yaptığını sorup kuralı öğrencilerin söylemesi sağlanabilir. Müzik dersinde ritim çalışmaları ile de örüntü dersi pekiştirilebilir. İki kere el çırp, 1 kere dize vur, 1 kere ayakları yere vur kuralı tekrarlı bir şekilde yapılabilir. Örüntü esnasında aniden durup sıradaki ritmin ne olduğu sorulabilir. **HEDEFLER** Öğrenciler dersi takip ettikten sonra şunları yapabilirler: • tartışma sırasında matematikle ilgili iletişim kurmayı öğrenme; • çalışmalarının sonucunu sunarak muhakeme becerilerini geliştirmeyi öğrenme; • diğer öğrencilerin görüşlerine karşı çatışarak eleştirel tutumlarını nasıl geliştireceklerini öğrenme; • Bağlamsal bir problemden ilgili matematik kavramını (bu durumda: doğrusal denklem) oluşturma ve • kendi stratejileriyle çözüm üretme. **SÜREÇ** Öğrencilere başlangıç noktası olarak konuyla ilgili bağlamsal bir problem verin Etrafta dolaşarak hangi öğrencilerin veya grupların amaçlanan stratejiye sahip olduğunu öğrenin. Bu bilgi tartışırken önemlidir. Öğrencileri çözümlerini karşılaştırmaları için teşvik edin. Öğrenciden veya öğrenci grubundan cevaplarını sınıfın önünde sunmalarını isteyin. Sınıf tartışmasında öğrencilere rehberlik edin ***Tren Raylarının Tamiri*** Öğretmen rayların üzerinde ilerlemekte olan treni gösterir. Ancak raylarda bir sorun olduğunu fark eder. Öğrencilere bu sorunun ne olabileceğini sorar.

Raylardan birinin eksik olduğu söylenir. Eğer tamir edilmezse trenin raylardan çıkabileceği söylenir. Rayları tamir etmek için hangi renkteki rayın konulması gerektiği sorulur.

Değerlendirme
Öğrenme sırasında aynı bağlamda başka bir problem verin.

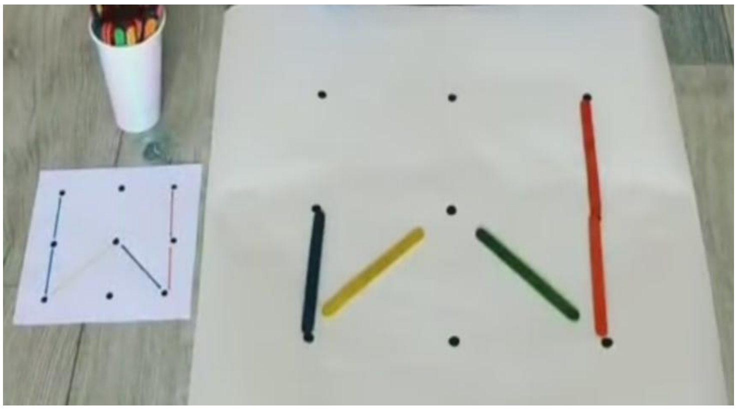
Sonrasında tekrarlayan örüntülerde eksik bırakılan yerlerin doldurulması ile ilgili etkinlik yapılır.

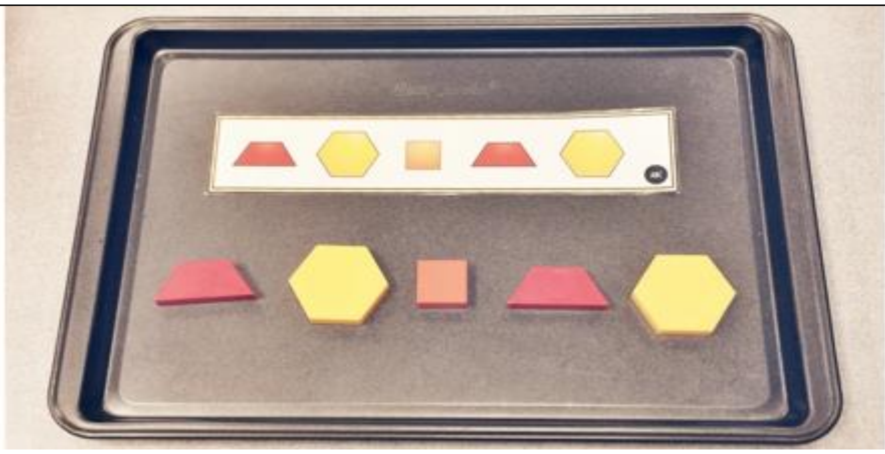


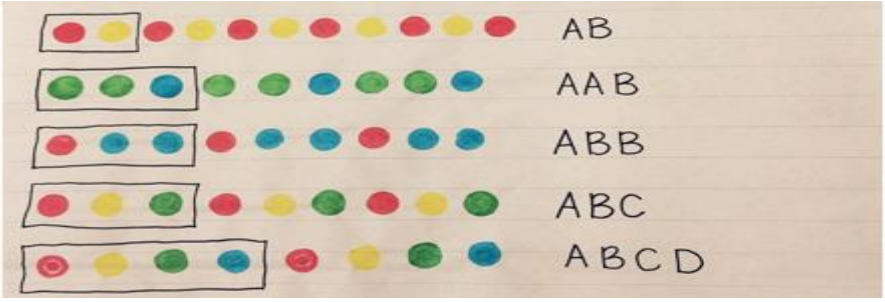
EV ÖDEVİ
Kural Bulucular İş Başında

Öğrencilerden bir kurallar kitapçığı oluşturmalarını isteyin. Öğrenciler, çift öznitelikli örüntüler, yinelenen örüntüler, sayısal olmayan yinelenen örüntüler ve artan örüntüler içeren bir örüntü kitapçığı yapabilirler.

Aşağıdaki görseldeki örüntü kuralını anlayarak başka nesnelerle ve ortak özelliklerle şekli oluşturması sağlanabilir.






AB
AAB
ABB
ABC
ABCD