

GEOMETRİ PROBLEMLERİNİN ÇÖZÜM SÜREÇLERİNDE GÖRSELLEME BECERİLERİNİN İNCELENMESİ: EK ÇİZİMLER

Ali DELİCE *
Eyüp SEVİMLİ **

ÖZET

Matematiğe yönelik kavramların anlaşılmasına yardımcı olması ve sezgisel bir bakışa olanak sağlaması ile matematik eğitimindeki araştırmacıların, özellikle son dönemlerde üzerinde durdukları “görselleme” yaklaşımı geometri problemlerinin çözüm sürecinde de önemli rol oynamaktadır. Bu bağlamda geometri öğretiminde öğrencilerin problem durumları karşısındaki tutumları ile ilgili birçok çalışma yapılmıştır. Bu çalışmada, ortaöğretim matematik öğrencilerinin geometri problemlerini çözme sürecinde görselleme becerilerindeki farklılıkları ve farkındalıkları araştırılmıştır. Özellikle problemde verilen şekillerin üzerinde yapılan çizim değişiklikleri incelenmiştir. Çalışma nitel, yorumlayıcı paradigmaya sahip olan bir özel durum çalışmasıdır. Veri bağlamında ağırlıklı olarak nitel olan çalışmada, çoklu yöntem yaklaşımı kullanılmıştır. Veri toplama amacıyla; merkezi sınavlarda kullanılmış testlerden derlenen ve problem seti içerisinde sunulan 24 geometri problemi ortaöğretim 11. sınıfta okuyan 52 öğrenciye uygulanmıştır. Problem Seti’nden elde edilen verileri teyit etmek, öğrencilerin çözüm süreçlerini ve görselleme becerilerini daha derinden incelemek amacıyla amaçlı örnekleme yöntemine göre seçilen 10 öğrenci üzerinde yarı yapılandırılmış görüşmelerde bulunulmuştur. Nitel veriler sınıflandırma yöntemiyle analiz edilmiş, betimsel olarak sunulmuştur. Araştırma bulguları, geometri problemlerinin ifade edildiği boyut ve temsil türlerinin, öğrencilerin ek çizim davranışlarını etkilediğini göstermiştir. Öğrenciler problemlerin üç boyuta kıyasla, iki boyutlu; sözel temsillere kıyasla görsel temsilli, boyutlar arası geçişlere kıyasla boyut içi geçişlerinin olduğu türlerinde daha başarılı oldukları belirlenmiştir. Sözel problemlerin görsel temsili, ek çizim ve boyut geçişlerinin gerektiği problemlerde, çözüm sürecine şekil üzerinde yapılacak değişikliklerin yansıtılmadığı ya da yanlış kullanıldığı, bunun süreci başarı ile tamamlamalarına engel olduğu gözlenmiştir. Öğrencilerin geometri derslerindeki başarılarının görsel-uzamsal becerileri geliştirici problem türü, etkinlik ve materyallerin sınıf ortamına sunulması ile artabileceğine dikkat çeken araştırma sonuçları ülkemizin uluslararası sınavlardaki performansının düşüklüğüne etki eden nedenlerden birini açığa çıkarması yönüyle de önemlidir.

Anahtar sözcükler: Görselleme, ek çizim, geometri problemi

*Yrd. Doç. Dr, Marmara Üniversitesi, Atatürk Eğitim Fakültesi, Ortaöğretim Fen ve Matematik Alanları Eğitimi Bölümü, Matematik Eğitimi Anabilim Dalı

** Arş.Gör., Marmara Üniversitesi, Atatürk Eğitim Fakültesi, Ortaöğretim Fen ve Matematik Alanları Eğitimi Bölümü, Matematik Eğitimi Anabilim Dalı

INVESTIGATION OF VISUALIZATION ABILITY IN GEOMETRY PROBLEM SOLVING PROCESS: AUXILIARY DRAWINGS

SUMMARY

Visualization, particularly in last decades, is in the centre of mathematics education researchers since it assists understanding of mathematical concepts and enables intuitional view in mathematics but also in the centre of focus by playing an important role in the geometry problem solving process. Many researches are conducted about attitudes of the students with respect to geometry problems. In this study, secondary school mathematics students' differences in skills and awareness stage through geometry problem solving process are investigated. This research, in particular, focused on the changes made to the drawing of the given geometric figures. From methodology point of view this research is a case study with interpretive paradigm and multi-method approach, moreover, it is mainly qualitative in terms of data. There are two research tools used in the research. A 24 geometry problem set, which are constructed from National exams and geometry textbooks, was applied to 52 students of year 11 in secondary school. Semi-structured interviews were conducted by 10 students who are selected by non-probabilistic purposeful sampling method to examine students' solution processes in problem set and visualization skills more deeply. Qualitative data, were analyzed by categorization method, is presented as descriptive. Research findings revealed that the dimension and representation types used in the geometry problems affects students' auxiliary drawings on the figure. Moreover, results also showed that students are more successful at problem types of two-dimensional compared to three dimensions, visual representations compared to verbal representations and transition between the same dimension compared to the different dimensions. Results also showed that when the changes are not made or misused on the drawings through the geometry problem solving process, in which visualizing the data, auxiliary drawings and transition between dimensions are expected to be done, students cannot complete problem solving process successfully. This research emphasizes that the use of problems to develop visual-spatial skills, activities and material in geometry classes may positively influence students performance. This research is essential in terms of revealing one of the reasons behind the lower performance of Turkish students in international exams.

Key words: Visualization, auxiliary drawing, geometry problem

Matematiğin öğretilmesi sürecinde karşılaşılan en temel zorluklardan biri, öğrenci zihnindeki temsiller ile matematiğin soyut doğası arasındaki ilişkinin kurulması sürecinde ortaya çıkmaktadır. Her matematik kavramı için somut örnekler bulmak kolay değildir. Grafik, diyagram, resimler ve geometrik şekiller ya da modeller matematikteki soyut kavramların görselleştirme araçlarıdır. Bunlar yoluyla, insan fiziksel ya da dış dünyayla soyut kavramlar arasında bir bağ kurabilir (Konyalıoğlu, 2003). Bu bağ merkezine alan disiplin geometridir. Öğrenciler, geometri bilgilerini kullanarak somut dünyayı analiz edebilir, soyut kavramları daha iyi anlamak için görsel öğelerden yararlanabilir (Nemirovsky & Noble, 1997). Görsel öğeler yalnız şekilleri değil, şekillerin dolaylı ya da doğrudan

gizlediği durumları da öğrencilere gösterebilir (Hoffer, 1981). Geometri disiplinin fiziksel dünyayı tanımlama yollarından biri olması ve diğer bilim dallarına temel oluşturması, eğitim programlarında geniş bir yer tutmasının nedenleri arasındadır (Tekin, 2007). Baki (2006) geometri temel alanının amacını “düzlemde ve 3-boyutlu uzayda geometrik nesnelerin özelliklerini tanıma, aralarındaki ilişkileri bulma, geometrik yeri tanımlama, dönüşümleri açıklama ve ifade etme, görsel-uzamsal becerileri kullanma, geometrik önermeleri kanıtlama” olarak açıklamıştır. Geometri ve matematik disiplinleri arasında sıkı bir ilişki bulunmakta, matematiksel bir dil ile ifade edilen durumları yorumlayabilmek için çeşitli geometrik bilgi ve beceriler gerekmektedir. Bu becerilerden biri olan görselleme birçok alan bilgisinin en önemli bileşeni olarak bilinir (Gutiérrez, 1996). Görselleme yaklaşımı kullanılarak, bazı geometri konuları, öğrencilerin anlaması için daha açık ve somut hale getirilebilir. Araştırmalar, görsel-uzamsal yeteneklerin geometrideki birçok konunun öğrenilmesini etkilediğini ve bu becerilerin geliştirilmesi gerekliliğini vurgulamaktadır (Zimmerman & Cunningham, 1991; Arcavi, 2003).

Öğrencinin görsel uzamsal yeteneklerini kullanarak geometri problemlerini çözebilmesi için soyut düşünebilme dönemine ulaşması gerekmektedir (Ayhan, 2001). Müfredatta da bu kazanımlar ilköğretimin ikinci kademe ve ortaöğretim seviyesinde verilmektedir (MEB, 2005). Bu çalışmada Piaget’in bilişsel gelişim kuramına göre soyut işlemler dönemi içerisinde olan ortaöğretim üçüncü sınıf öğrencilerinin geometri problemlerini çözme sürecinde ki görselleme becerilerinin ölçülmesi amaçlanmıştır. Yapılan araştırmada öğrencilerin, geometri problemlerini çözme sürecinde kullandıkları ek çizimleri ortaya çıkarabilecek türden problemler seçilmiştir. Öğrencilerin, problem verilerini ve çözüm sürecinde gerekli diğer çizimleri, görsel algılarında hangi şartlar altında, nasıl tamamladıkları incelenmiştir.

Görselleme Süreci

Matematiğin cebir, analiz, geometri gibi birçok dalının anlaşılmasına yardımcı olması ve sezgisel bir bakışa olanak sağlaması ile matematik eğitimindeki araştırmaların, özellikle, son otuz yıldır üzerinde durdukları “görselleme” kavramı, içerisinde birçok teorik çatıyı bulundurmaktadır. Zihnin çeşitli etkileşimleri sonucu oluşan ve bir süreç olan görselleme kavramının daha iyi tanımlanabilmesi için zihinsel imge, uzamsal imge, uzamsal yetenek, uzamsal görselleştirme gibi kavramların bilinmesi gerekmektedir. Araştırmacılar zihinsel/uzamsal imge kavramlarından önce görsel imge kavramı üzerinde durmuşlardır. Presmeg (1986) görsel imgeyi, zihinsel şema olarak tanımlar; bu şema, görsel ve uzamsal bilgileri, bu nesnenin başka bir dış temsili olup olmamasına bağlı kalmaksızın resmeder. Presmeg (a.g.e.), görsel imge çeşitlerini, resim imgeleri, somut imgeler, dinamik imgeler, kinestetik imgeler şeklinde sınıflamıştır. Bununla birlikte “zihinsel imge”, fiziksel bir destek olmaksızın beyinde oluşturulan yarı resim biçimi olarak tanımlanırken (Denis, 1989); “uzamsal imge”, çeşitli pratik ve kuramsal problemleri çözerken kullanılan uzamsal bilgileri oluşturmayı ve manipüle etmeyi mümkün kılan bir çeşit zihinsel aktivite olarak tanımlanmaktadır (Yakimanskaya, 1991). Zihinsel imge ile beslenen zihinsel temsiller, kişinin formüle ettiği ve kendi bilgisi çevresinde yapılandırdığı beynindeki şekil ve bilgilerdir (Gutiérrez, 1996). Zihinsel temsillerin dış vurulmasında yardımcı bir araç rolü

üstlenen görsel temsiller, bir kavram ve fikrin konuşulması-aktarılmaya olanak sağlayan görsel imgeler yardımıyla ifade edilen bir dildir (Goldin, 1998).

Görselleme kavramını daha iyi anlayabilmek için ele alınması gereken bir diğer kavram uzamsal görselleme becerisidir. Bishop (1980) görsel-uzamsal yeteneğin iki alt boyutu olduğundan söz eder. Bunlar; zihinde döndürme ve uzamsal görselleme yetenekleridir. Zihinde döndürme yeteneği, şekilleri zihinde manipüle edebilme ve belirli bir nesneye veya olaya göre şeklin uzayda alabileceği durumu belirleme yeteneğidir. Uzamsal görselleme yeteneğini ise, bir nesnenin döndürülmesi veya hareket ettirilmesi ile elde edilen yapının nasıl değiştiğini belirleme yeteneği olarak tanımlamaktadır. Uzamsal görselleme yeteneği, nesnelerin uzamsal formlarının zihinde canlandırabilmesidir (Wheatley & Reynolds, 1999). Uzamsal görsellemeyi, 2 ve 3 boyutlu uzayda nesnelerin hareketlerini zihinde canlandırabilme yeteneği olarak tanımlayan Clements ve Battista (1992), bu yeteneğin bilişsel bir süreç olduğunu ve zihinde döndürme yeteneğini kapsadığını belirtmişlerdir. Ferrini-Mundy (1987), bilişsel gelişim ve uzamsal görsellemenin matematik dersindeki başarı için önemli unsurlar olduğunu ve öğretim tekniklerinin uzamsal yetileri geliştirmeye yönelik olarak hazırlanması gerektiğini vurgulamışlardır. Görselleme kavramı ile ilişkili olan zihinsel imge, uzamsal imge, uzamsal yetenek, uzamsal görselleştirme gibi alt kavramlar ışığında görselleme kavramının tanımı aşağıdaki gibi ifade edilebilir.

Görselleme Nedir?

Görselleme kavramına farklı şekilde yaklaşan araştırmacıların tanımlarında da farklılıklar bulunmaktadır. Matematik eğitimi dâhilinde, görsellemeyi bir süreç, araç yada ürün olarak tanımlayan araştırmaların ortak bileşenleri bulunsa da, kavram, tek bir kuramsal çerçeve içerisine oturtulmamıştır (Gutiérrez, 1996). Bishop (1980), görsellemeyi, düşünsel imgelerin, uzamsal beceri ve sezilerin birbirini etkilemesiyle oluşan süreç olarak tanımlarken, Kruteskii (1976), görselleme terimini, soyut düşüncelerin somutlaştırılması ya da resimlenmesi olarak açıklamaktadır. Matematik eğitimi alan yazınında, görselleme kavramı, imge, uzamsal yetenek ve sezgisel düşünceler ile yoğrulan bir yapının göz önünde canlandırılması olarak tanımlanmaktadır (Bishop, 1980). Görselleme, görülmeyenin görülmesini sağlayan bir yöntem (Zimmermann & Cunningham, 1991) olarak ifade edilebileceği gibi doğru sembolik temsiller ile yanlış sezgisel düşünceler arasındaki çatışmanın doğurduğu çözüm yolu olarak da düşünülebilir (Arcavi, 2003). Verilerin görsel öğeler (resim, grafik vb.) yardımıyla, görme duyusunun kolayca algılayabileceği şekilde somutlaştırılarak düzenlenmesi (Sevimli, Yıldız ve Delice, 2008) olarak da tanımlanan görselleme kavramı, içerisinde en çok zihinsel imge, uzamsal imge gibi alt kavramları içerir.

Geometri Problemleri ve Görselleme

Görselleştirme, matematiğe yönelik düşünmede, dil düşüncesinden, geleneksel cebirden daha farklı bir yol kaynağı olduğundan, öğrencilerin matematik çözmelerine güçlü ve alternatif bir kaynak olabilir (Konyalıoğlu, 2003). Matematik derslerinde görselleştirme yaklaşımının kullanılması, öğrencilerin soyut kavram ve yapılarla farklı bakış açılarıyla

bakmasına olanak sağlar. Görsellemenin matematik ve geometri eğitimindeki yeri ve önemi ile ilgili yapılan çalışmalar incelendiğinde, görsellemenin cebir çözümlerinden çok geometrik süreçlerde kullanıldığı görülmektedir (Bishop, 1980; Clements & Batista, 1992; Nemirovsky & Noble, 1997). Görselleme ve görsel mantığın problem çözme konularında çok önemli bir beceri olduğu belirtilirken (Zimmermann & Cunningham, 1991), öğrenenler; görsel öğrenenler ve analitik öğrenen olarak sınıflandırılmış; bu ayırım bazen görsel imgeleri kullananlar ve kullanmayanlar şeklinde yorumlanmıştır (Gutiérrez, 1996). Bununla birlikte, görsellemenin kâğıt üzerinde, zihinde ve teknoloji yardımıyla bilgisayar cebirinde kullanılabilirdiği gibi sınıflamalara da gidilmiştir. Kâğıt-kalem ve bilgisayar cebiri, dış bileşenler, zihinde yapılan çözüm süreci ise iç bileşenler olarak tanımlanmıştır (Goldin, 1998).

İlgili alan yazınında, görsel-uzamsal yetenekle geometri, matematik ve fen başarısı arasında güçlü bağlar olduğuna işaret eden (Clements & Battista, 1992; Wheatley & Reynolds, 1999), geometrik düşünme becerisinin gelişimine dikkat çeken (Baki, 2006), cinsiyet ve diğer demografik değişkenlerle görselleme becerisi arasındaki ilişkiyi inceleyen (Battista, 1990; Olkun ve Aydoğdu, 2003) çeşitli araştırmalar bulunmaktadır. Clements ve Battista (1992) geometri ve görsel-uzamsal yeteneğin birbirleriyle olan güçlü bağlarından dolayı öğretim programı içerisine dâhil edilmesi ve öğrencilerdeki bu türlü becerileri geliştirecek çeşitli aktivitelerin sınıf ortamına getirilmesi gerektiğini belirtmişlerdir. Yine NCTM (2000) geometri programlarının standartlarını açıklarken okul öncesi eğitimden on ikinci sınıfa kadar tüm öğrencilerin uzamsal ilişkileri tanımlayabilmeleri gerektiğini belirterek, öğrencilerin görsel-uzamsal yeteneklerini geometri problemlerini çözme sürecinde kullanmalarının öğretimin kalıcılığını etkileyeceğini ifade etmiştir. Türkiye’de ise neredeyse her öğretim düzeyinde geometri dersinin yer aldığı görülmektedir (MEB, 2005). Ancak reform niteliğindeki program değişikliğine rağmen hem sınıf içerisindeki öğretme-öğrenme davranışlarında, hem de değerlendirme durumlarında görsel-uzamsal becerilere gereken önemin verilmediği görülmektedir (Sevimli vd., 2008). Görselleme sürecinin en açık şekilde görüldüğü ders olan geometri, soyut kavramlar ve ilişkiler üzerine inşa edildiğinden öğrencilerdeki kavram algılarının farkında olmak önemlidir.

Görselleme ile ilgili yapılan çalışmalarda kavram yanılgıları, bilgisayar cebir sistemleri ile yapılan öğretimin görselleme sürecine etkisi, uzamsal yeteneği geliştirici sorular ile müfredat ilişkisi ve kullanılan temsillerin rolü gibi çeşitli çalışmalar (Gutiérrez, 1996; Zimmerman & Cunningham, 1991; Arcavi, 2003) bulunmakla birlikte; görsel algıda şeklin tamamlanması ve geometri problemlerinde çizilen ek çizginin sürece ve sonuca etkisi üzerine bir çalışmaya rastlanılmamıştır. Bu çalışma, öğrenci zihninde gerçekleşen görselleme süreçleri üzerinde yoğunlaşmakta olup, çalışmada görselleme bir süreç olarak ele alınmış (Delice, 2003) ve özellikle zihinsel ve görsel temsillerin birbirine dönüşmesi ve birbirinden beslenmesi görselleme becerisi olarak kabul edilmiştir. İlgili alan yazının ışığında en genel araştırma sorusu “*Ortaöğretim öğrencilerinin, geometri problemlerini çözme sürecindeki görselleme becerilerinin incelenmesi*” olarak ifade edilmiştir. Araştırma sorusunda geçen ‘*geometri problemleri*’ ifadesi, iki ve üç boyutlu uzayda tanımlanan, sözel veya görsel olarak temsil edilen, öğrencilerin geometri derslerinde en sık karşılaştıkları problem türleri anlamında kullanılmıştır. Öğrencilerin görselleme süreçlerini derinlemesine

analiz etme amacı taşıyan çalışmada, ek çizim gerektiren geometri problemlerinde, öğrencilerin şekli tamamlama davranışları üzerinde odaklanılmıştır. Zihin ile kalem-kağıt arasındaki geçişte kaybolan ya da korunan temsiller gerek açık uçlu problem seti gerekse görüşmeler aracılığıyla belirlenmeye çalışılmıştır.

YÖNTEM

Bu çalışmada amaç, öğrencilerin geometri problemleri çözüm sürecine görselleme becerilerinin etkisinin derinlemesine incelenmesidir. Bu amaca ulaşmada kullanılacak tekniklerin belirlenmesinde ve bulguların yorumlanmasında yol gösterecek özel durum çalışması (Yin, 1994), araştırmanın deseni olarak belirlenmiştir.

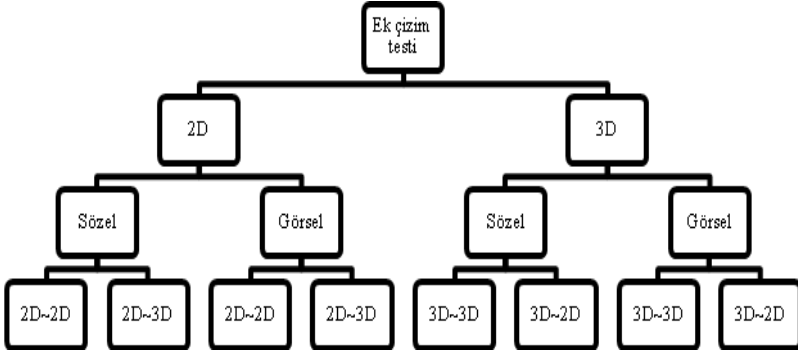
Bu araştırma nitel bir çalışma olduğu için (Cohen, Manion & Morrison, 2000) bireyler ya da olayların olduğu gibi alındığı olasılıksız örneklem seçiminin amaçlı örnekleme tekniği kullanılmıştır (Patton, 1990). Bu bağlamda 2009-2010 eğitim öğretim yılında ortaöğretim 11. sınıfta okuyan 52 öğrenci araştırma örneklemini oluşturmaktadır. Uzay geometri ve katı cisimler konularının 11. sınıf ders programında yer alması araştırmanın 11. sınıf öğrencileriyle yapılmasına neden olmuştur.

Veri Toplama Araçları

Veri bağlamında nitel olan çalışmada farklı tekniklerle elde edilen verilerin birbirlerini teyit amacıyla kullanılmasının, ulaşılan sonuçların geçerliğini ve güvenilirliğini artırdığı (Yıldırım ve Şimşek, 2006) göz önüne alınarak; öğrencilerin problem çözüm süreçlerinin incelenmesi amacıyla açık uçlu problemlerin yer aldığı Problem Seti ve yarı yapılandırılmış görüşmeler veri toplama tekniği olarak kullanılmıştır. Aynı olayı farklı şekillerde incelemek araştırmanın güvenilirliği (trustworthiness) açısından önemli olduğundan (Shenton, 2004) çalışmada çoklu yöntem yaklaşımı benimsenmiş, yöntem ve araştırmacı çeşitlenmesine gidilmiştir.

Açık Uçlu Problem Seti

Öğrencilerin görselleme becerilerini incelemeye imkân tanınması açısından açık uçlu problemlerden oluşan ve bundan sonraki bölümlerde “PS” olarak gösterilecek olan Problem Seti veri toplama tekniği olarak seçilmiştir. Araştırmada öncelikle Türkiye genelinde ortaöğretim düzeyinde yapılan merkezi sınavlardaki ve geometri ders kitaplarındaki sorular incelenmiş, öğretmen görüşlerine başvurulmuştur. Böylece oluşturulan problem havuzundan, ek çizim ile çözüme ulaşılabilen, iki ve üç boyutlu cisimleri içeren problemler seçilmiş, gruplamalar Şekil 1’de gösterilmiştir. Şekil 1’de ve bundan sonraki kısımlarda yer alan 2D gösterimi ile iki boyutlu şekiller, 3D gösterimi ile üç boyutlu şekiller temsil edilmiş, boyut içi geçiş ile 2D~2D veya 3D~3D; boyut arası geçiş ile 3D~2D veya 2D~3D dönüşümleri dikkate alınmıştır.



Şekil 1: Problem Setinde yer alan gruplar

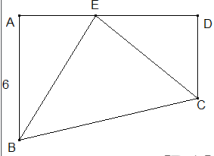
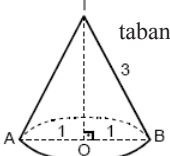
PS; iki boyutlu-sözel-boyut içi/boyutlar arası, iki boyutlu-görsel-boyut içi/boyutlar arası, üç boyutlu-sözel-boyut içi/boyutlar arası, üç boyutlu-görsel-boyut içi/boyutlar arası gruplarındaki problemleri kapsayan bir veri toplama aracıdır. Bu sekiz farklı grubun her birinde üç olmak üzere, PS’ de toplam 24 problem bulunmaktadır. Her bir grup farklı kazanımları değerlendirmek üzere oluşturulmuştur. Örneğin Tablo 1’ de gösterildiği gibi iki boyutlu-sözel-boyut içi grubunda yer alan bir problem herhangi bir görsel çizim kullanılmaksızın sözel olarak ifade edilmiş, öğrencinin iki boyutlu şekli çizmesi beklenmiş, daha sonra şekilde gerekli tamamlamaları yaparak çözüme ulaşması hedeflenmiştir. Üç boyutlu-görsel-boyutlar arası grubunda yer alan bir problemde ise şekil üç boyutlu olarak görsel şekilde ifade edilmiş, öğrenciden şekli iki boyut indirgeyerek gerekli çözüm davranışlarını uygulaması beklenmiştir.

Uzman yardımına başvurularak oluşturulan PS, deneme çalışması yapılmak üzere araştırmanın çalışma grubu ile benzer özellikler taşıyan 71 öğrenciye uygulanmıştır. Yapılan deneme çalışmasından sonra PS’ nin uygulama süresi 70 dakika olarak belirlenmiş; cümle ve anlam hataları yönüyle tekrar düzenlenen PS, kapsam ve görünüş geçerliği için matematik eğitimi alanında doktora tamamlamış beş uzmanın görüşüne sunulmuştur. Kapalı uçlu sorulardan oluşan bir uzman değerlendirme formundan yararlanılarak alınan uzman görüşlerinde her bir sorunun geçerliği noktasında uyuşma yüzdelерinin %90 olması PS’ nin kapsam geçerliğini sahip olduğunu göstermek için yeterli kabul edilmiştir (Lawshe, 1975). Yine uzman görüşleri yoluyla, PS’ nin kullanılacağı amaç için gerekli veriyi toplamaya uygun olduğu, yani görünüş geçerliğine sahip olduğu belirlenmiştir.

PS’ nin, ölçmek istediği şeyi tutarlı ve istikrarlı bir biçimde ölçebilme derecesini (Karasar, 2005) yani güvenilirliğini belirlemek üzere iç tutarlılık ve puanlayıcılar arasındaki güvenilirliğe bakılmıştır. PS çok kategorili puanlanabilen maddelere sahip olduğundan iç tutarlılığı, Cronbach Alfa yöntemi kullanılarak hesaplanmıştır. PS’ nin Cronbach alfa güvenilirlik katsayısı $\alpha=0,77$ olduğundan PS oldukça güvenilir (Cohen vd., 2000). Ayrıca PS’ nin puanlayıcılar arası (inter-rater) güvenilirliğini belirlemek üzere öğrencilerden rastgele 10 tanesinin cevap kâğıtları seçilmiş ve matematik eğitimi alanında doktora

tamamlamış olan üç uzman tarafından, bu kâğıtlar değerlendirilmiştir. Değerlendirici cevapları arasındaki korelasyonun yüksekliği ($r_1=0,81$; $r_2=0,72$; $r_3=0,86$), PS'nin yeterli güvenilirliğe sahip olduğu biçiminde yorumlanmıştır.

Tablo 1: Problem Setinden örnekler

Problem Grubu	Problem Örneği	Davranışlar
<ul style="list-style-type: none"> İki boyutlu Görsel Boyut içi 	 <p>Şekildeki ABCD dörtgeni için</p> <p>$[BA] \perp [AD]$</p> <p>$[CD] \perp [DA]$</p> <p>$IBEI=IHCI$, $IABI=6\text{cm}$ ve</p> <p>$m(\text{BEC})=2m(\text{AEB})$ olduğuna göre $IBCI=?$</p>	<ul style="list-style-type: none"> ✓ Sözel problemlerin görsel temsili ✓ Ek çizim ✓ Boyut içi geçiş
<ul style="list-style-type: none"> Üç boyutlu Sözel Boyut içi 	<p>Bir küre silindirin tabanlarına ve yan yüzeylerine teğettir. Silindirin hacminin kürenin hacmine oranı kaçtır?</p>	<ul style="list-style-type: none"> ✓ Sözel problemlerin görsel temsili ✓ Ek çizim ✓ Boyut içi geçiş
<ul style="list-style-type: none"> Üç boyutlu Görsel Boyutlar arası 	 <p>T dik koninin tepesi, IABI koni tabanının bir çapı, $IAOI=IOBI=1$ km, $ITBI=3$ km. Yukarıdaki şekil dik koni biçiminde idealleştirilmiş bir dağ, A ve B noktaları ise bu dağ eteğindeki iki köyü temsil etmektedir Bu iki köyü birleştiren, dağ yüzeyindeki en kısa yol kaç km dir?</p>	<ul style="list-style-type: none"> ✓ Sözel problemlerin görsel temsili ✓ Ek çizim ✓ Boyutlar arası geçiş

Yarı Yapılandırılmış Görüşmeler

Öğrencilerin PS'deki çözüm süreçlerini ve görselleme becerilerini daha derinden incelemek amacıyla 10 öğrenci üzerinde yarı yapılandırılmış görüşmelerde bulunulmuştur. Görüşmeye alınan öğrenciler amaçlı örnekleme yöntemine uygun olarak seçilmiş, problem çözüm davranışları yönüyle farklı kategorilerdeki öğrenciler tercih edilmiştir. Yapılandırılmış kısmında (Cohen vd., 2000);

- Karşılaştığın bir geometri probleminin çözüm yoluna nasıl karar verirsin?
- Çözüm sırasında şekil çizmeye/ek çizime ihtiyaç duyar mısın? Neden?
- Çizdiğin şeklin çözüm sürecine nasıl bir katkı yapmasını beklersin?
- Farklı bir çözüm yolu uygulayabilir misin?

sorularının yer aldığı görüşmelerde öğrencilerle problemlerin çözüm süreçlerine odaklanılmıştır. Veri kaybını en aza indirmek için görüşmeler kaydedilmiştir.

Veri Analizi

Çalışmanın paradigması ve doğası gereği nitel veriler elde edilmiştir. Bu bağlamda verilerin analizinde, nitel çalışmalarda kullanılan sınıflandırma yöntemi (Robson, 1993) iki aşamalı olarak kullanılmış ve betimsel istatistikten yararlanılmıştır. PS' ye verilen cevaplar, her öğrenci ve problem için değerlendirilmiştir. İlk aşamada, katılımcıların ek çizim gerektiren geometri problemlerindeki başarılarını belirlemek için çözümler, sonuca ulaşma başarılarına göre betimsel olarak değerlendirilmiştir. Problem çözümünün, doğru kavram, doğru süreç ve sonuç ile tamamlandığı durumlar "*doğru*" olarak kodlanmış ve PS' deki doğru cevaplara 2 puan verilmiştir. Problem çözümünün, doğru kavramlar kullanılarak yarıda bırakıldığı durumlar "*kısmi cevap*" olarak kodlanmış ve PS' deki kısmi cevaplara 1 puan verilmiştir. Problem çözümünün yanlış kavram, yanlış süreç ve sonuç ile tamamlandığı ya da tamamlanmadığı durumlar "*yanlış*" olarak kodlanmış ve PS' deki yanlış cevaplara 0 puan verilmiştir. Hiçbir karalamanın yapılmadığı ya da problemin sadece kendisinin yazıldığı durumlar "*boş*" olarak kodlanmış ve 0 puan verilmiştir. PS' nin toplam puanı 0 ile 48 arasında değişmekte olup verilen cevaplar yoluyla elde edilen puanlar, PS' deki her bir grup bağlamında değerlendirilmiştir. İkinci aşamada her bir problemin çözüm süreçleri *sözel problemlerin görsel temsili, ek çizim ve boyut geçiş davranışları* yönüyle incelenmiştir. Bu bağlamda *doğru, kısmi cevap ve yanlış* çözümler ile çözüm davranışları arasındaki ilişkiye bakılmış, destekleyici veri olarak görüşme bulgularından yararlanılmıştır.

BULGULAR

Öğrencilerin, ek çizim gerektiren geometri problemlerine verdikleri yanıtlar iki başlık altında incelenmiştir. Öncelikle PS' deki öğrenci cevapları betimsel olarak ifade edilmiştir. İkinci olarak süreç değerlendirmesi başlığı altında ek çizim davranışları, sözel problemlerin görsel temsili ve boyut geçiş davranışları bağlamında incelenmiştir.

Öğrencilerin Problem Seti Performansları

Geometri problemlerinde görselleme süreçlerindeki farklı davranışları analiz etmek üzere, sekiz grup altında toplanan PS' ye, öğrencilerin verdikleri cevaplar Tablo 2 de yer almaktadır. Bu bağlamda en az doğru cevaba sahip olan geometri problem türünün, sözel ve üç boyutlu olarak verilen, çözüm sürecinde iki boyuta geçiş beklenen, 6 numaralı grup olduğu görülmektedir (%21). Bunu tüm cevapların %26'sının doğru olduğu 2 numaralı grup takip etmektedir. Doğru cevap yüzdesi %30'un altında olan bu iki grupta problem sözel olarak ifade edilmiş, problemde boyutlar arasında geçiş beklenmiştir. En çok yanlış cevap yüzdesine sahip ek çizim gerektiren geometri problemleri ise 5 numaralı grupta yer almaktadır (%45). Yanlış cevap oranının yüksek olduğu diğer gruplar sırasıyla %37 ile 6 numaralı, %36 ile 2 numaralı, %35 ile 4 numaralı grupta yer alan problemlerdir. Bu problemlerin ortak özelliği, çözüm sürecinde boyutlar arası geçişin beklenmesidir. Problemin sözel temsiller yolu ile ifade edildiği durumlarda, gruplar bazındaki boş cevap türlerinin %10'un üzerinde olması bir diğer dikkat çekici bulgudur.

Tablo 2: Problem Seti cevaplanma yüzdeleri ve ortalama puanı

Grup Numarası	Veri Boyutu	Veri Temsili	Beklenen Geçiş	Cevap Türü (%)				Puan Türü
				Doğru	Kısmi Cevap	Yanlış	Boş	X
1	2D	Sözel	2D~2D	35	30	23	12	24
2	2D	Sözel	2D~3D	26	23	36	15	18
3	2D	Görsel	2D~2D	59	17	16	7	32,4
4	2D	Görsel	2D~3D	38	23	35	4	23,8
5	3D	Sözel	3D~3D	33	12	45	10	18,7
6	3D	Sözel	3D~2D	21	17	37	25	14,1
7	3D	Görsel	3D~3D	47	19	28	6	27,1
8	3D	Görsel	3D~2D	42	25	20	13	26,1

En çok doğru cevap yüzdesine sahip olan grup %59 ile 3 numaralı grup olup, bu grubu %47 ile 7 numaralı grup takip etmektedir. Öğrencilerin problem çözümlerinde en kolay doğru cevaba ulaştıkları bu iki grupta da problem görsel temsiller yardımıyla verilmiş, problem çözümünde beklenen geçişler boyut içerisinde kalmıştır.

Öğrencilerin PS' de hesaplanan doğru cevap puanı ortalamaları gruplar arasındaki farklılıkları ortaya koymaktadır. Bu bağlamda öğrencilerin problem çözme başarı puanı ortalaması yönüyle en yüksek ortalamaya sahip oldukları problem grubu, iki boyutlu, görsel olarak verilen ve çözüm sürecinde boyut içi geçişlerin beklendiği 3 numaralı gruptur (32,4). Öğrencilerin yine 7 ve 8 numaralı grupta yer alan problemlerde diğerlerine göre daha başarılı oldukları görülmektedir. Problem çözme başarı puanı ortalaması yönüyle en düşük puan ortalamasında yer alan problemler ise 6 numaralı grupta toplanmıştır. Bu grubu 3 ve 5 numaralı gruplar takip etmektedir. Puan ortalaması düşük olan problem türleri genelde sözel olarak verilen, boyutlar arası geçişin beklendiği gruplarda yer alan problemler oluşturmaktadır.

Problemin verildiği temsil, boyut ve problemin çözümü sürecinde beklenen boyut türlerinin, puan ortalamalarını etkilediği belirlenmiştir. Ek çizim gerektiren geometri problemlerine verilen cevapların puan ortalamaları ile problemin verildiği temsil, boyut ve problemin çözümü sürecinde beklenen boyut geçişleri arasındaki çapraz gruplama verileri Tablo 3'te yer almaktadır. Bu bağlamda öğrenciler, problemin iki boyutlu olarak verildiği durumda, üç boyutlu olarak verilmesine oranla daha başarılı olmuşlardır (24,5/21,5). Problem çözümlerinde öğrencilerin iki boyutlu şekilleri daha kolay manipüle edebildiği, üç boyutlu şekil algılarında şekli tanımlayabilme kaynaklı eksikliklerini olduğu belirlenmiştir.

Tablo 3: Problem türüne göre Problem Seti puan ortalamaları

	Veri Boyutu		Veri Temsili		Beklenen Geçiş	
	2D	3D	Sözel	Görsel	Boyut içi	Boyutlar arası
Ortalama Puan	24,5	21,5	18,7	27,3	25,5	20,5

PS' ye verilen cevaplar, problemin ifade edildiği temsil türünün de doğru cevaba ulaşma başarısını etkilediğini göstermiştir. Öğrenciler problemin geometrik şeklinin verildiği durumlarda çözüme daha kolay ulaşabilmiş, problemin sözel olarak tanımlandığı durumlarda puan ortalamaları daha düşük düzeyde kalmıştır (18,7/27,3). Problemin verildiği temsil türünün doğru cevaba ulaşabilme sürecini daha çok etkilemesi, tanımlanan şeklin görselleştirilmesi ile ilgili zorlukların yaşandığını göstermektedir. Problemden beklenen boyut geçişi de PS' deki doğru cevaba ulaşma sürecini etkilemiştir. Problemlerden boyut içerisinde geçişin beklendiği durumlarda (2D~2D, 3D~3D) başarı puanı ortalaması daha yüksekken, boyut arasında geçişin beklendiği durumlarda (2D~3D,3D~2D) başarı puan ortalamasının daha düşük değerlerde olduğu belirlenmiştir (25,5/20,5).

Geometri Problemlerinin Süreç İncelemesi

Bu alt başlık altında, öğrencilerin geometri problemlerini çözmeye sürecindeki görselleme davranışları, görüşme bulgularıyla desteklenerek değerlendirilmiştir. Bu bağlamda PS'nin cevaplanması sürecinde gereken davranışlar; sözel problemlerin görsel temsili, ek çizim ve boyut geçişleri şeklinde belirlenmiştir. Sözel problemlerin görsel temsili davranışı, geometri probleminin sözel temsiller yoluyla verildiği ve öğrencinin problemi çözmesi için ilgili verileri kâğıt üzerinde görselleşmesini kapsayan bir süreç olup; bu tür problemlerin çözümü için beklenen ilk davranıştır. Ek çizim davranışı, problem verilerinde görülmeyen ama çözüm süreci için öğrenciden beklenen tamamlayıcı çizimlerdir. Boyut geçişi ise; boyut içi ve boyutlar arası alt başlıklarına ayrılmış olup boyut içi ile 2D~2D, 3D~3D; boyutlar arası geçiş ile 2D~3D, 3D~2D dönüşümleri üzerinde durulmuştur. Bu üç farklı davranış, aynı problemde kullanılabileceği gibi, sadece bir tanesinin kullanılarak çözümün gerçekleştirilebileceği problem türleri de mevcuttur. Araştırmacılar için, araştırma odağında yer alan becerilerin gözlemlenebilmesi önemli olduğundan, bu davranışlardan birinin ya da bir kaçının aynı problemde görülmesi durumunda her bir davranış süreci kendi sınırları içerisinde analiz edilmiştir.

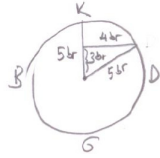
Sözel problemlerin görsel temsilleri: PS' deki geometri problemleri, bazı gruplarda görsel temsil kullanılarak ifade edilirken, bazı gruplarda sözel olarak verilmiştir. Bu bağlamda PS cevapları, problemin ifade edildiği temsilin problem çözme başarısını etkilediğini göstermiştir. Geometrik şekiller ile sunulan problemlerdeki başarı, sözel tanımlama yoluyla verilen problemlere göre daha yüksek çıkmıştır (Tablo 3). Bu durum, görsel öğeler yardımıyla sunulan geometri problemlerinde, öğrencilere geometrik destek sağlandığını göstermektedir. Problemin sözel olarak temsil edildiği durumlarda, verileri görsellemeden çözüme ulaşmaya çalışan öğrencilerden yalnızca ikisi doğru sonucu

ulaşmıştır. Söz konusu problem türlerinde, öğrencilerin çözüme şekil çizerek başlamaları anlamlı bulunmuştur. Öğrencilerin büyük bir bölümünde rastlanan (%78), sözel temsiller yardımıyla verilen problem verilerinin, şekil üzerine taşınmasının ardından ek çizim davranışlarına geçilmesi bulgusu, şekil çiziminin problemin çözümüne başlanması sürecinde önemli bir adım olduğu sonucunu çıkarmaktadır. Sözel problemlerin görsel temsili ile ilgili bir diğer bulgu boyut algısı üzerinedir. PS verileri üzerinden, sözel temsil kullanılarak ifade edilen ve iki boyutlu şekilleri içeren problemlerdeki başarının (1. ve 2. Grup), aynı temsillerle ifade edilen ve üç boyutlu şekilleri içeren problemlerdeki başarıya kıyasla daha yüksek olduğu belirlenmiştir (Tablo 2). Özellikle üç boyutlu şekilleri çizmekte büyük zorluk yaşayan öğrencilerin, sözel olarak tarif edilen üç boyutlu geometri problemlerini herhangi bir işlem yapmaksızın boş bıraktıkları ya da iki boyutlu şekil gibi çizdikleri görülmüştür. Şekil 2’de bir öğrencinin sözel temsiller yardımıyla verilen geometri problemine verdiği yanıt örneklenmiştir.

Sözel temsil kullanılarak ifade edilen problemlerdeki boş cevap yüzdelerinin yüksek olması bulgusu dikkat çekicidir. Öğrencilerin, zihinlerinde görsellemelerine rağmen kağıt üzerine aktaramadıkları süreçlerin boş cevap yüzdesindeki yüksekliğe neden olduğu sonucuna, öğrencilerle yapılan görüşme bulguları üzerinden ulaşılmıştır. Görüşme bulgularında, geometri problemlerinin sözel temsiller ile ifade edildiği durumlara alışkın olmadıklarını vurgulayan öğrenciler, geometri problemlerinin görsel temsiller yardımı ile sunulmasının kendileri için kolaylık sağladığını belirtmişlerdir.

5 numaralı grup problem örneği: Öğrenci çözümü:

Yarıçapı 5 br olan bir kürenin merkezinden kuzeye doğru 3br gidip, sonra doğuya doğru en az kaç br gidersek küre merkezinden çıkmış oluruz?



4 br doğuya gitmeliyiz

Şekil 2: Sözel temsil ile ifade edilen bir problem ve çözüm örneği

Şekil 2’de de görüldüğü gibi öğrenci 5 numaralı gruptaki problemi görsellemede güçlük çekmiş, üç boyutu olan küreyi, iki boyutlu bir şekil gibi resmetmiştir. Yalnız üç boyutlu cisim, baktığı perspektiften iki boyutlu şekle dönüşüren öğrencinin, problem çözümünde doğru ek çizimler yapması, doğru sonuca ulaşmasını sağlamıştır. Görsel temsiller yardımıyla ifade edilen problemlerde, öğrencilerin, var olan şekiller üzerinde farklı açılardan ek çizimlere gereksinim duyduğu ve bunlardan biri ile çözüm sürecini tamamladığı belirlenmiştir. Bu bağlamda, sözel problemlerin görsel temsili sürecinde karşılaşılan bir diğer zorluk ise ek çizim davranışları ile ilgilidir.

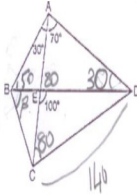
Ek çizim: Yapılan çalışmanın bulguları da görsellemenin bazen algı bazen şekil üzerindeki çizimler yoluyla (Delice, 2003) ortaya çıktığını göstermektedir. Öğrencilerin PS’ye verdiği cevaplarda bu görselleme süreçlerine rastlamak mümkündür. Bu bağlamda tüm cevaplar üzerinden, öğrencilerin %51’inin şekil üzerinde ek çizimler yaptığı, %26’ünün eski geometri bilgileri ile herhangi bir çizim yapmaksızın çözüme ulaşmaya

çalıştığı %12'sünün ilgili ek çizimleri kağıt üzerine yansıtmadan kullandığı (görüşme bulguları) %11'inin ise boş bıraktıkları belirlenmiştir. Şekil 3'te bu durumu örnekleyen bir probleme yer verilmiştir. Aynı probleme verilen üç farklı cevap türü incelendiğinde A çözümünü yapan öğrencinin, çokgende açı bulma problemini, zihindeki görsel öğeleri kâğıda dökerek yaklaştığı görülmektedir. ABCD dörtgeninin karşılıklı açılarının toplamının 180° olduğunu ve bu yüzden verilen dörtgenin bir kirişler dörtgeni olabileceğini fark eden öğrencinin dikdörtgen etrafına bir çember çizdiği ve böylece çözüme kolayca ulaştığı gözlenmiştir. B çözümünü yapan öğrenci ile yapılan görüşmelerde, ABCD dörtgeninin kirişler dörtgeni olduğunun farkına varan, bu dörtgenin köşelerini teğet geçen gizli bir çemberin içerisinde olduğunu söyleyen öğrencinin, görsel algıda tamamladığı şekli kâğıt üzerine aktarma gereği duymadığı belirlenmiştir. C çözümünü yapan öğrenci, ilk ikisinden farklı olarak matematiksel işlemlerle sonuca ulaşma çabası içerisinde olup, çözümü tamamlayamamıştır. Aynı probleme yönelik bu üç farklı çözüm, öğrencilerin görsel öğelerden yararlanarak sonuca ulaşma çabalarında farklılıklar olduğunu, bazı öğrencilerin bu becerileri kullanmadan sonuca ulaşma eğiliminde olduklarını göstermektedir.

3 numaralı grup problem örneği:

Yandaki ABCD dörtgeninde B, E, D noktaları doğrusal olduğuna göre, $m(\widehat{ABC})$ kaç derecedir?

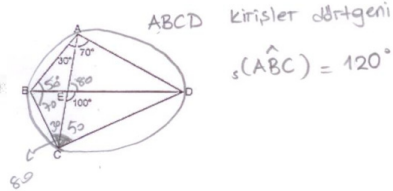
B çözümü:



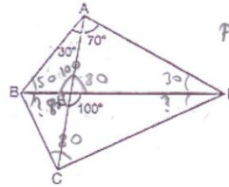
$$\beta = 70^\circ$$

$$\widehat{ABC} = 70 + 50 = 120^\circ$$

A çözümü:



C çözümü:



Şekil 3: Ek çizim gerektiren bir problem ve çözüm örnekleri

Görüşmelerle desteklenen bulgular, farkındalığın, ek çizim davranışlarını etkilediğini göstermektedir. Görüşmeye katılan öğrencilerinde dile getirdikleri farkındalık kavramı, ek çizimin ne zaman-nereye çekilmesi gerektiğinin farkına varılması durumudur. Bazı öğrenciler bu durumu deneme yanılma, sık karşılaşılan problem türleri ile bağdaştırma yoluyla ele aldıklarını ifade etseler de ek çizim gerektiren durumların farkında olma, doğru çözüme ulaşma davranışlarını doğrudan etkilemektedir. Bazı öğrencilerin ek çiziyi test tekniğinden kalan alışkanlıkları doğrultusunda çizdikleri, ek çizime neden ihtiyacı olduğu konusunda bir fikre sahip olmadıkları ve deneme-yanılma yolunu kullanarak şekli tamamlamaya çalıştıkları bulgularına görüşmeler üzerinden

ulaşmıştır. Geometri problemlerinin çözümünde daha önce öğrendikleri yöntemleri kullanmayı tercih eden öğrenciler farklı bir problemle karşılaştıklarında ek çizimlerle şekil üzerinde çeşitli değişiklikler yaparak ya da şekle farklı açılardan bakarak, problemi bildiği türlere dönüştürmeye çalışmışlardır. Çözüm sürecinde doğru görsel becerileri sergileyen öğrencilerin, geometrik bağlantıları hatalı ya da eksik kullanmaları nedeniyle doğru cevaba ulaşamadıkları belirlenmiştir.

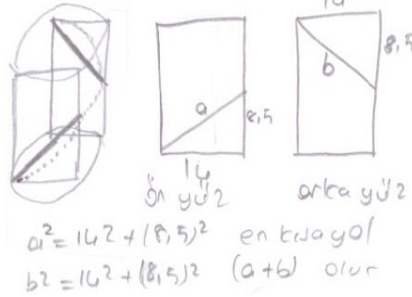
Boyut geçişleri: İki boyutlu geometrik şekilleri katlayarak üç boyuta, üç boyutlu nesnelere açarak iki boyuta dönüşüm becerilerinin gerektiği boyutlar arası geçiş problemlerinde, en sık karşılaşılan yanılğı, perspektif temellidir. İfade edilen problemleri farklı perspektiflerden ele alma becerisi eksik olan öğrencilerden birinin çözümü Şekil 4'te verilmiştir.

8 numaralı grup problem örneği:

Öğrenci Çözümü:



Yarı çapı 14 br yüksekliği 17 br olan yandaki silindire A noktasından harekete başlayan bir karıncanın B noktasına varması için alması gereken en kısa yolu hesaplayınız?



Şekil 4: Boyut geçişi gerektiren bir problem ve çözüm örneği

Şekil 4'de yer alan öğrenci çözümü üzerinden de görüleceği üzere, iki boyutta çalışma alışkanlığı yaşayan öğrenciler, üç boyutlu silindir problemini iki boyuta indirgeyemekte, gerekli ek çizimleri deneme-yanılma yoluyla gerçekleştirmektedir. Sözel temsiller yoluyla verilen ve boyutlar arası geçişlerinin gerektiği problemlerde, öğrencilerinden sözel problemlerin görsel temsili, ek çizim ve boyut geçiş davranışları bir arada beklendiğinden PS'deki başarı düşük düzeydedir. Bu tür bir problemde karşılaşılan zorluklar şeklin zihinde oluşturamaması, zihinde oluşturulan şeklin kâğıda dökülememesi, zihin ve kâğıt arasındaki geçişin sağlandığı süreçlerde ek çizim farkındalığının oluşmaması, perspektif yanılğısının şekil görünüm ve geçişlerini etkilemesi biçimde sıralanabilir.

TARTIŞMA

Bu çalışmada elde edilen bulgular öğrencilerin geometri problemlerinde kullandıkları görsel uzamsal beceriler ile yaptıkları ek çizimler arasında anlamlı ilişkiler olabileceğine yönelik önemli bilgiler vermektedir. Öğrencilerin ek çizim alışkanlıklarını süreçten bağımsız olarak bir nesne gibi kullandıkları, görsel-uzamsal becerileri ile matematik bilgilerini ilişkilendiremedikleri gözlenmiştir. Bu bulguya özellikle, problemin üç boyutlu

olarak verildiği durumlarda rastlanılmaktadır. Öğrenciler ek çizim gerektiren üç boyutlu problemlerde zorluk yaşamışlardır. Üç boyutlu problemlerde belirli problem türlerinin dışına çıkılmaması ve uzamsal becerilerin problem çözüm sürecine yansıtılmaması bu zorluğun yaşanmasına neden olmuş olabilir (Clement ve Battista, 1992). Ayrıca geometri ders kitaplarında, dolayısıyla öğretim ortamlarında üçgen, çokgen, daire gibi iki boyutlu geometrik şekillerin üzerinde daha baskın olarak durulmakta, üç boyutlu cisimlerin katlama veya döndürme yoluyla oluşturulması, hacimlerinin hesaplanması gibi konular ortaöğretimin son sınıfında “uzay geometri” dersi kapsamında işlenmektedir (Sevimli vd., 2008). Bu bağlamda iki boyutlu şekillere ders kitaplarında daha çok yerilmiş olmasının, farklı boyutlar arasında dönüşüm gereken problem türlerinin daha az vurgulanmasının, boyut geçişlerinin gerektiği problemlerde başarının düşük olmasına neden olduğu düşünülebilir.

Çalışmanın ortaya çıkardığı bir diğer bulgu görsel temsiller ile verilen problemlerdeki performansın, sözel temsillerden daha yüksek olmasıdır. Problemlerde şekil desteğinin performansı olumlu yönde etkilemesi, kavrama yönelik zihinsel temsillerin görsel temsillere dönüşmesi sürecinin önemini ortaya çıkarmaktadır (Dreyfus, 1991). İlgili alan yazında iç bileşenler olarak adlandırılan zihinsel temsillerde, problem türüne yönelik zayıf imgelerin bulunması, problem verilerinin görselleştirilmesini, dolayısıyla doğru çözüme ulaşma sürecini olumsuz etkilemektedir. Bir diğer deyişle, sözel olarak ifade edilen bir veriyi ve soyut ilişkileri görsel duruma dönüştürme, görsel imgeleri kullanabilme ve bir görsel imgeyi bir başkasına dönüştürebilme yeteneği, doğru çözüme ulaşma başarısını etkilemiştir. Öğrencilerin şekilleri birer yardımcı araç olarak görmeleri, ek çizimler ile şekli yeniden yapılandırılmaları ve matematiksel ilişkileri ortaya çıkarmaları problem çözme sürecine rehberlik etmesi açısından önemlidir. Çizilen her ek çizginin, çözüm sürecinde yardımcı rol alması farkındalık ile ilişkili olabilir. Görüşme bulguları matematik ve geometri bilgilerinin, ek çizim farkındalığını etkilediğini göstermiştir. Öğrencilerin geometrik şekillerle ilgili kavram imajı zenginliğinin, şekil-matematik bilgisi arasındaki etkileşimlerinin, uzamsal beceri gelişiminin, ek çizim farkındalığını olumlu etkileyebileceği düşünülmektedir (Yakimanskaya, 1991; Arcavi, 2003).

Çalışma çizgiyi nerden çekmeliyim sorusuna dikkat çekmekte, bu bağlamda hazırlanan PS’ de çözüm için öğrencinin ek çizgiye ihtiyaç duyacağı türden problemler yer almaktadır. Bu çizginin farkına varılması problemin çözülmesi için anahtar kilit ilişkisi taşımaktadır. Çözüm sürecine etki eden ek çizgiler öğrenci için çözüm sürecine yardımcı olan faktörler olarak görülebilir. Bu da Vygotsky’nin öğretmenlerin bilgiyi yapılandırmada öğrenciye gösterdikleri rehberlik ile benzerlik taşımaktadır (Berk ve Winsler, 1995). Farklılık olarak çizgilerin öğrenciye ait olması ve çizildikten sonra ek çizimin çözüm sürecine yapacağı pozitif rehberliğin öğrenci tarafından algılanabilmesi gösterilebilir. Ayrıca ek çizimin gerçekleşme süreci zihinsel ve görsel temsiller arasındaki etkileşim ve öğrencinin uzamsal becerileri ile alakalıdır (Nemirovsky ve Noble, 1997). Çünkü öğrenci çizgi çekme gereğini görmekten öte çektikten sonra şeklin nasıl olacağını zihinde yapılandırır; belki de zihinsel süreçte onlarca şekil oluşturduktan sonra, nihai karar verilen ek çizim gerçekleşir. PS cevapları, öğrencinin daha önce bu tip bir problem durumu ile

karşılaşmışsa çözüm için olası durumları deneme yanılma yoluyla bir bir uygulamaya koymaya çalıştığı görülmektedir, bu da ezberci bir anlayışı beraberinde getirir. Örneğin PS’deki birden fazla çözüm yolu olan problemlerde öğrenciler, görsel öğeleri kullanarak sonuca kolaylıkla ulaşabilecekleri yerde, alışılmış çözümler gereği herhangi bir çizim yapmadan matematiksel işlemleri kullanarak sonuca ulaşmayı tercih etmişlerdir (Şekil 3-C).

Konuyla ilgili uygulama yapılmadığı, soru çözülmediği veya kavrama biraz uzak kalındığı takdirde öğrencilerin aynı sorulara dahi cevap veremediği görülmektedir. Buna sebep olarak öğrencilerin merkezi sınavlara hazırlık kaynaklarından aynı türden olabildiğince çok soru çözerek geometrik kazanımları elde edebileceklerini düşünmeleri gösterilebilir (Sevimli vd., 2008). Diğer bir önemli nokta ise doğayla, günlük hayatla birebir özdeşleşen bir disiplin olan geometri’nin gerçek hayatta düşünülmemesidir. Yapılan çalışmalarda aynı problemlerin gerçek yaşamdaki uygulama örneklerine cevap verilemediği, bununda uluslar arası sınav performansımızdaki düşüklüğün sebebini ortaya çıkarması yönüyle önemli bir sonuç olduğu ifade edilebilir (Olkun ve Aydoğdu, 2003). Problem örnekleri biraz değiştirilerek öğrencilere verilen görsel desteği kendilerinin oluşturması beklenirse, öğrencinin verileri görselleştirmekte zorlandığı ve doğru çözüme ulaşma başarısının azaldığı çalışma sonuçlarında görülmektedir. Bu eksikliklerin oluşmasında programın ve öğretmenlerin geometri derslerinde kullandığı örnek tiplerinin veri ve şekilleri bir arada bulundurması, bir anlamda öğrenciye görsel destek sağlaması kaynaklı olabileceği söylenebilir.

Görselleştirme ile ilgili problemlerde, öğrencilerin bir kısmının geometrik bilgi ve becerilerini anlatımlara dönüştürmeden, yani hiçbir açıklama yapmadan bir sayısal değere ulaştıkları gözlenmiştir. Buna neden olarak okullarımızda her sınıf düzeyinde sürekli uygulanan çoktan seçmeli sınavların bilgiyi ifade edememe ya da aritmetik işlem alışkanlıklarıyla sonuca odaklanma gibi süreci önemsemeyen davranışlara yol açması gösterilebilir. Görsel imajları kullanan öğrencilerin bir kısmının imajları kâğıt üzerine geçirmede problem yaşamaları ve gerçek yaşam ile ilişkilendirememelerine sebep olarak; zihinsel-görsel temsiller arasındaki bağlantının sağlanamaması (Delice, 2003) ve öğrencilerin birbirini tamamlayan iki disiplin ‘matematik-geometri’ arasında bağlantı kurma ve geçiş sağlamada zorluklar yaşamaları verilebilir.

Öğrenciler problemin üç boyuta kıyasla, iki boyutlu; sözel temsillere kıyasla görsel temsilli, boyutlar arası geçişlere kıyasla boyut içi geçişlerin olduğu problem türlerinde daha başarılı oldukları belirlenmiştir. Sözel problemlerin görsel temsili, ek çizim ve boyut geçişlerinin gerektiği problemlerde, çözüm sürecine şekil üzerinde yapılacak değişikliklerin yansıtılmadığı ya da yanlış kullanıldığı, bunun süreci başarı ile tamamlamalarına engel olduğu gözlenmiştir. Diğer yandan görsel becerilerini kullanarak şekli değiştiren öğrencilerin matematiksel ifadelere geçişte zorlandıkları gözlenmiş ve ek çizim farkındalığında olmayan öğrencilerin deneme-yanılma yoluyla sonuca ulaşmaya çalıştıkları belirlenmiştir. Çalışma, bir kavrama yönelik zengin zihinsel imgelerin, bu kavramın görselleştirilmesine yardımcı olabileceği, zihinsel-görsel temsiller arasındaki geçişin problem çözümüne katkı sağlayabileceği sonuçlarına dikkat çekmektedir.

Araştırma bulguları ilgili alan yazın bağlamında değerlendirildiğinde, öğrencilerin genel olarak geometri problemlerini çözme sürecinde, merkezi sınavlara hazırlık amacıyla yayınlanan kaynaklardaki soruların etkisinde kaldığı ve alışkanlıkların çözüm sürecini etkilediği, çözümlerin ezbere yapıldığı, öğrencilere çözüm sürecinde seçtikleri yolun nedeni sorulduğunda cevaplayamadıkları görülmüştür. Geometri derslerindeki başarı, olabildiğince çok problem çözmekten ya da çözümü ezberlemekten değil farklı tipteki problemlerle öğrencinin yüzleştirilip bildiği yöntemleri farklı problem türlerine uyarlayabilmesi ve görsel-uzamsal becerileri kullanabilmesi altında yatar (Battista, 1990). Yapılan araştırmalarda 2005 yılında değişen müfredatta da geometri öğretiminde görselleme ve uzamsal yeteneği ölçücü soruların ihmal edildiği görülmektedir. Olkun ve Aydoğdu'nun (2003) yaptığı çalışma sonuçlarında öğretmenlerin öğrencileri geometrik bilgi ve beceri kazanım sürecinde yanlış yönlendirerek ezbere yönelttikleri bulgusunun yanı sıra başarısızlığa geometri konularına program sonlarında yer verilmesi, dolayısıyla gereken önemin verilmemesi ve programın yetiştirilememesi gibi etkenlerin neden olduğu belirtilmiştir.

Geometri problemlerindeki görselleme becerisinin öğrenciye verilmeye çalışılması çeşitli günlük uygulamaların sınıfa getirilmesi bu dersin en önemli kazanımlarından biri olarak nitelendirilebilir. Ayrıca uzamsal yeteneği ölçücü ve geliştirici örneklere ders süresinde yer verilmesi öğretmen için dersi monotonluktan kurtaran bir araç öğrenciler içinde anlamlı öğrenmenin sağlanacağı bir hayat pratiği olacaktır. TIMSS ve PISA gibi uluslar arası sınavlarında öğrencinin neyi bildiği değil bilgiyi nasıl yorumladığını ölçülmeye yönelik hazırlandığı düşünülürse, geometri programının günlük hayat ile daha çok ilişkilendirilmesi (Olkun ve Aydoğdu, 2003) ve öğrencinin görsel-uzamsal becerileri geliştirici problem çeşitleriyle karşılaştırılması ülkemizin uluslar arası arenadaki sınav başarısını arttıracığı söylenebilir.

KAYNAKLAR

- Arcavi, A. (2003). The role of visual representations in the learning of mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, 52, 215-241.
- Aydın, A.(2001). *Gelişim ve öğrenme psikolojisi*. Alfa Yayınları: İstanbul
- Battista, M. T. (1990). Spatial visualization and gender differences in high school geometry. *Journal for Research in Mathematics Education*, 21, 47–60.
- Baki, A. (2006). *Kuramdan uygulamaya matematik eğitimi*. (3. Baskı) Trabzon: Derya Kitabevi
- Berk,L. & Winsler,A. (1995). Scaffolding children's learning: Vygotsky and early childhood education. *National Association for the Young Children*. Washington, DC.
- Bishop A. (1980). Spatial abilities and mathematics education: A review. *Educational Studies in Mathematics*, 11 (3), 257-269.
- Burr, V. (1995). An introduction to social constructionism, London: Routledge.
- Clements, D. H. & Battista, M. T. (1992). Geometry and spatial reasoning. In D. A. Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning* . New York: Macmillan.
- Cohen, L., Manion, L. & Morrison, K. (2000). *Research methods in education* (5th Ed). London: Routledge.
- Delice, A. (2003). *A Comparative study of students' understanding of trigonometry in the United Kingdom and the Turkish Republic*. Yayınlanmamış Doktora Tezi, University of Leeds, İngiltere.
- Denis, M. (1989). *Image et cognition*, Presses Universitaires de France, Paris.
- Dreyfus, T. (1991). Advanced mathematical thinking processes. In D. Tall (Ed.), *Advanced mathematical thinking* (pp. 25-41). Dordrecht, The Netherlands: Kluwer Academic Publishers.
- Ferrini-Mundy, J. (1987). Spatial training for calculus students: sex differences in achievement and visualization ability. *Journal for Research in Mathematics Education*. 18(2), 126-140.
- Goldin, G. A. (1998). Representations, learning, and problem solving in mathematics. *Journal of Mathematical Behavior*, 17(2), 137-165.

- Guba, E. G. & Lincoln, Y. S. (1994). Competing paradigms in qualitative research. In N. Denzin & Y. Lincoln (Eds.), *Handbook of qualitative research*, Sage Publications.
- Gutiérrez, A. (1996). Visualization in 3-dimensional geometry: In search of a framework. In L. Puig & A. Gutierrez (Eds.), *Proceedings of the 20th PME International Conference*, 1, 3-19
- Hoffer, A. (1981), Geometry is more than proof. *Mathematics Teacher*, 74, 11-18.
- Krutetskii, V. A. (1976). *The psychology of mathematical abilities in schoolchildren*. Chicago: University of Chicago Press. (see p. 326).
- Konyalıoğlu, A. C. (2003). *Üniversite düzeyindeki vektör uzayları konusundaki kavramların anlaşılmasında görselleştirme yaklaşımının etkinliğinin incelenmesi*. Yayınlanmamış Doktora Tezi Atatürk Üniversitesi Fen Bilimleri Enstitüsü.
- Lawshe, C. H. (1975). A quantitative approach to content validity, *Personnel Psychology*, 28, 563-575.
- Milli Eğitim Bakanlığı, Talim ve Terbiye Kurulu Başkanlığı (MEB) (2005). *Ortaöğretim Matematik (9,10,11 ve 12) Sınıflar Dersi Öğretim Programı*, Ankara.
- Nemirovsky, R. & Noble, T. (1997). On mathematical visualization and the place where we live. *Educational Studies in Mathematics* 33(2), 99-131
- NCTM, (2000). Principles and standards for school mathematics. Reston, VA: *National Council of Teachers of Mathematics*.
- Olkun, S. ve Aydoğdu, T. (2003). Üçüncü uluslararası matematik ve fen araştırması (TIMSS) nedir? Neyi sorgular? Örnek geometri soruları ve etkinlikler. *İlköğretim-Online* 2(1). [Online]: <http://ilkogretim-online.org.tr>
- Patton, M. Q. (1990). *Qualitative evaluation and research methods*. (2nd Ed). Newbury Park, Calif: Sage Publicatio
- Presmeg, N. (1986). Visualization in high school mathematics. *For the Learning of Mathematics* 6(3), 42-46.
- Robson, C. (1993). *Real world research: A resource for social scientists and practitioner-researchers (1st Ed.)*. Oxford: Blackwell
- Sevimli, E., Yıldız, Ç. ve Delice, A. (2008). Geometri sorularında görselleme sürecine bir bakış: Nereden çiziyim? 8. *Ulusal Fen Bilimleri ve Matematik Eğitimi Kongresinde sunulan bildiri*, Abant İzzet Baysal Üniversitesi, Bolu.(Basımda)

- Tekin, A. T. (2007). *Dokuzuncu Ve On Birinci Sınıf Öğrencilerinin Zihinde Döndürme Ve Uzamsal Görselleştirme Yeteneklerinin Karşılaştırmalı Olarak İncelenmesi*, Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Ankara Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü.
- Wheatley, G. H. & Reynolds, M.A. (1999) Image maker: Developing spatial sense. *Teaching Children Mathematics*, 9, 374–378.
- Yakimanskaya, I. S. (1991). *The development of spatial thinking in schoolchildren*. NCTM: Reston, USA.
- Yıldırım, A. ve Şimşek, H. (2006). *Sosyal bilimlerde nitel araştırma yöntemleri* (6. Baskı). Ankara: Seçkin.
- Yin, R. (1994). *Case study research: Design and methods*, 2nd ed. Thousand Oaks, CA: Sage.
- Zimmerman, W. & Cunningham, S. (1991). Editor's introduction: What is mathematical visualization? In W. Zimmerman and S. Cunningham (eds.), *Visualization in Teaching and Learning Mathematics*, Mathematical Association of America, 1–8.