



## ÇİFT PARABOLİK KUŞATMA ALTINDA KUANTUM SİSTEMİ ELEKTRONİK ENERJİ DÜZEYLERİ

SEZAI ELAGÖZ\*, OSMAN USLU VE PINAR BAŞER

*Cumhuriyet Üniversitesi Fen Edebiyat Fakültesi, Sivas, Turkey*

*Alındığı Tarih: 14 Şubat 2008*

*Kabul Tarihi: 03 Mart 2008*

**Özet.** Bu çalışmada çift parabolik kuşatma altındaki GaAs/Ga<sub>1-x</sub>Al<sub>x</sub>As'den oluşan silindirik kuantum telinde taban durumu elektronik enerji düzeyinin tel yarıçapı ve manyetik alana bağlılığı incelendi. Elde edilen veriler parçacık bulunma olasılığı kullanılarak yorumlandı. Sonuçta taban durumu ve uyarılmış enerji düzeylerinin manyetik alana ve yarıçap değerlerine bağlılığının, kare kuyu ve tek parabol potansiyellerinden oldukça farklı olduğu, enerji düzeylerinin bu parametrelere güçlü bir şekilde bağımlı olduğu gözlenmiştir.

**Anahtar Kelimeler:** Kuantum teli, çift parabolik kuşatma, manyetik alan

## ELECTRONIC ENERGY STATES OF QUANTUM SYSTEMS UNDER DOUBLE PARABOLIC CONFINEMENT

---

\* Faks: + 90 (346) 219 11 86 ve e- posta: [elagoz@cumhuriyet.edu.tr](mailto:elagoz@cumhuriyet.edu.tr)

**Summary:** In this study, we investigated the magnetic field and the wire radius dependency of electronic energy states for fixed wire radius in cylindrical GaAs/Ga<sub>1-x</sub>Al<sub>x</sub>As quantum well wires (QWWs) under double parabolic confinement. We analyzed the results via localization probability functions. We have calculated the first five energy states to determine the magnetic field dependency of the excited states. As a result, we illustrated that the electronic energy eigenstates are strongly dependent to magnetic field strength and wire radius, unlike the square well and single parabolic confinements.

**Keywords:** Quantum wires, double parabolic confinement, magnetic field

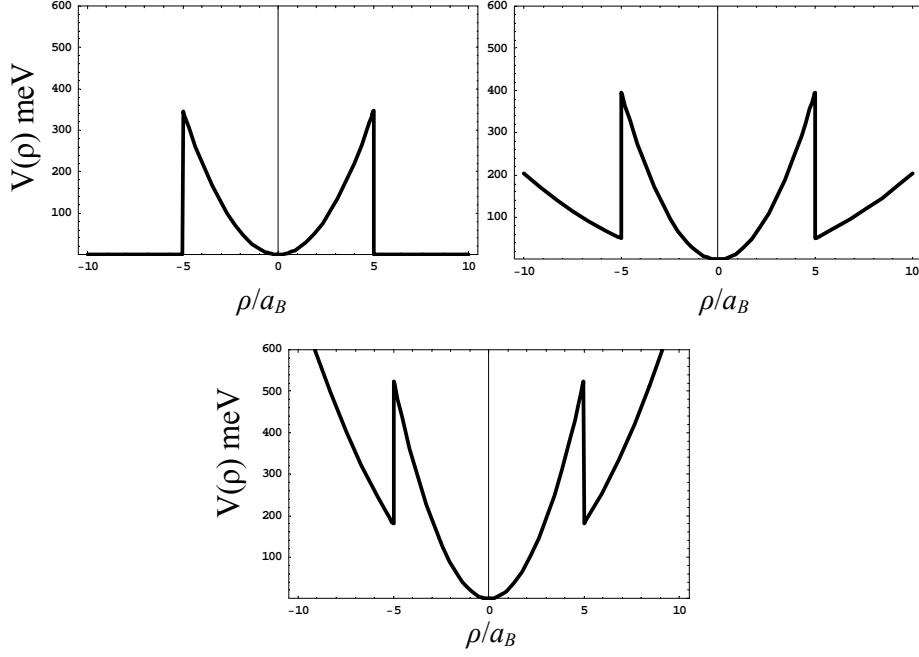
## GİRİŞ

Moleküler ışın epitaksi (MBE), sıvı faz epitaksi (LPE), buhar faz epitaksi (VPE), moleküler kimyasal buhar depolama (MOCVD) gibi epitaksiyel büyütme tekniklerinin gelişmesiyle birlikte düşük boyutlu sistemler üzerine gösterilen ilgi oldukça artmıştır [1-6]. Epitaksiyel tek kristal büyütme teknikleri ile kuantum kuyuları (QW), kuantum telleri (QWs) ve kuantum noktaları (QDs) gibi nano yapıları üretmemiz mümkündür. Bu sistemlerde, yapının optik ve elektronik özellikleri külçe yapılara göre oldukça değişmektedir. Bunun temel nedeni çarpışmaların azalması ve potansiyel etkileşmelerin sadeleşerek önemsenebilir bağlanmalara yol açmasıdır.

Kuantum nano yapılarda boyut azaldıkça yani kuşatma etkisi arttıkça nano yapıların fiziksel özelliklerini belirleyen parametreler de ayarlanabilir duruma gelmektedir. Bu sayede özel fonksiyonlara sahip aletler tasarlanabilir. Düşük boyutlu sistemlerde son derece dar ve iyi tanımlanmış enerji düzeylerini elde etmek mümkündür. Buna ek olarak bu sistemlerde elektron (veya boşluk) yoğunluğu katkılama yoluyla istenildiği gibi değiştirilebilir.

Bu çalışmanın amacı, düşük boyutlu sistemlerdeki elektron gazının davranışını manyetik alan altında inceleyerek olası uygulamaları araştırmaktır. Daha önce Elagöz ve diğerleri [7,8], Kasapoğlu ve diğerleri [9,10] ve Villamil vd. [11] kare kuyu ve silindirik kuyu üzerinde elektrik ve manyetik alan etkilerini araştıran çalışmalar yapmışlardır. Özellikle manyetik alanın parabolik bir kuşatma yaratması, acaba iki tane iç içe parabol kuşatması nasıl bir etki yaratır sorusunu gündeme getirmiştir. Bu olguyu araştırmak için, sistem üzerine

manyetik alan uygulayarak oluşturulan parabolik kuşatmaya ek olarak ayrıca uzaysal kuşatmayı da parabolik seçerek Şekil 1’de görüldüğü gibi ikincil bir parabolik kuşatma etkisi yaratıldı. Burada amaç, oluşan sistemin simetrisini hiç bozmadan sadece iki parabolik potansiyel arasında oluşan (step) yükseklik farkından yararlanarak, elektronları, iki parabolün üst üste geldiği (overlapped) yerde oluşan cepte hapsetmektir. Bu şekilde seçilen bir yapının özel bir kuşatmaya sahip olduğu açıktır. Parabolik uzaysal kuşatmadaki parametreler kristal büyüme esnasında belirlendiğinden değiştirilemez. Ancak bu yapıda manyetik alan şiddetini değiştirmek, parabolik kuşatmayı değiştirmek demektir. Değişimin etkisini görebilmek için, bu sistemin elektronik enerji düzeylerinin manyetik alanla değişimini inceledik.



**Şekil 1. a)** Uzaysal parabolik potansiyel ( $B = 0$  kG), **b)** manyetik alanın küçük değerlerinde çift parabolik potansiyel, **c)** manyetik alanın büyük değerlerinde çift parabolik potansiyel

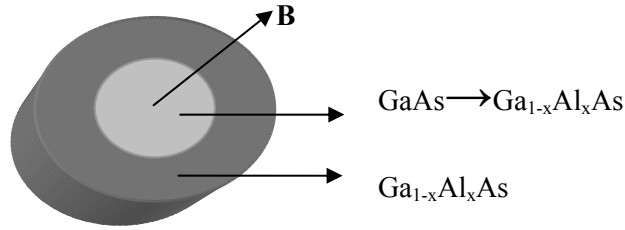
Silindirik simetriye sahip bir sistemde uzaysal kuşatma potansiyelini

$$V(\rho, \phi) = \begin{cases} V_0 \left( \frac{\rho}{R} \right)^2, & \rho < R \\ 0, & \rho > R \end{cases} \quad (1)$$

şeklinde seçerek düzlemde ışınal parabolik bir potansiyeli oluşturmuş olduk. Bu potansiyelin çeşitli manyetik alan değerleri için gösterimi Şekil 1’de verilmiştir.

### MATERYAL VE YÖNTEM:

GaAs/Ga<sub>1-x</sub>Al<sub>x</sub>As materyal sisteminden oluşan silindirik kuantum teli Şekil 2’de şematik olarak gösterilmiştir.



Şekil 2. Silindirik kuantum telinin şematik gösterimi

Tel eksenine paralel uygulanan bir manyetik alan altında  $R$  yarıçaplı silindirik kuantum telindeki elektron için Hamiltonyen

$$H = \frac{(\mathbf{P} + \frac{e}{c}\mathbf{A})^2}{2m^*} + V(\rho, \phi) \quad (2)$$

ile verilir. Burada  $\mathbf{P}$  elektronun momentumunu,  $e$  elektronun yükünü,  $m^*$  elektronun etkin kütleini gösterir.  $\mathbf{A}$  ise  $\mathbf{A} = (\mathbf{B} \times \mathbf{r})/2$  şeklinde seçilen vektör

potansiyelidir. Hamiltonyen'deki radyal kuşatma potansiyeli  $V(\rho, \phi)$ , Denklem 1 de verildiği gibi seçilmiştir.

**P** momentum operatörü ve **A** vektör potansiyelinin değeri yerine yazılırsa sistemin Hamiltonyenini silindirik koordinatlarda

$$H = -\frac{\hbar^2}{2m^*} \left( \frac{\partial^2}{\partial \rho^2} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} + \frac{1}{\rho^2} \frac{\partial^2}{\partial \phi^2} \right) - \frac{\hbar^2}{2m^*} \frac{\partial^2}{\partial z^2} + \frac{eB}{2m^*c} L_z + \frac{e^2 B^2}{8m^*c^2} + V(\rho, \phi) \quad (3)$$

şeklinde yazılabilir. Enerji özdeğeri ve özfonksiyonları bulmak için

$$H\Psi(\rho, \phi, z) = E\Psi(\rho, \phi, z) \quad (4)$$

özdeğer denklemi çözümlenmelidir. Bu sistemde, -z yönünde parçacığın serbest olduğu ve açısız simetriye sahip bir potansiyel etkisinde hareket ettiği göz önüne alınırsa, en genel dalga fonksiyonu;

$$\Psi(\rho, \phi, z) = N e^{ik_z z} e^{im\phi} U(\rho) \quad (5)$$

şeklinde yazılabilir. Burada  $U(\rho)$  parçacığın  $\rho$  yönündeki çözümü,  $N$  ise normalizasyon sabitidir. Enerji düzeyleri ve dalga fonksiyonlarını bulmak için denklem (5) ifadesi Schrödinger denkleminde yerine yazılıp denklemi boyutsuz hale getirmek için  $\xi = \omega_c \rho^2$  dönüşümü yapılırsa

$$\xi \frac{d^2 U(\xi)}{d\xi^2} + \frac{dU(\xi)}{d\xi} + \left( -\frac{m^2}{4\xi} - \frac{\xi}{4} + \frac{\epsilon}{\hbar\omega_c} \lambda_0 - \frac{m}{2} \lambda_0 \right) U(\xi) = 0 \quad (6)$$

denklemi elde edilir. [12] Burada  $\omega_c$  siklotron frekansıdır ve  $\omega_c = \hbar/m_e \alpha_c^2$  şeklinde tanımlanır. ( $\alpha_c^2 = \hbar c/eB$ ,  $\gamma = (\hbar e/2m^* c R_B) B$ ) Bu denkleme asimptotik yaklaşım yöntemi uygulanarak çözüm elde edilebilir. Bu durumda denklemin  $\xi \rightarrow 0$  ve  $\xi \rightarrow \infty$  limit durumlarında asimptotik çözümleri

$$U(\xi) = e^{-\frac{\xi}{2}} \xi^{\frac{|m|}{2}} \left( A \text{Hypergeometric} U \left[ -a'_{|m|}, 1 + |m|, \xi \right] + B \text{Laguerre} L \left[ -a_{|m|}, |m|, \xi \right] \right) \quad (7)$$

şeklinde elde edilir. Denklem 5' teki dalga fonksiyonu

$$\psi(\xi, \phi, z) = e^{im\phi} e^{ik_z z} U(\xi) \quad (8)$$

gibi yazılabilir. Ancak  $\xi \rightarrow 0$  durumunda  $HypergeometricU[-a'_{|m|}, 1+|m|, \xi]$  fonksiyonu,  $\xi \rightarrow \infty$  durumunda  $LaguerreL[-a_{|m|}, |m|, \xi]$  fonksiyonu ıraksak olduğundan taban durumu ( $l = 1$  ve  $m = 0$ ) için en genel dalga fonksiyonu

$$\psi(\xi) = \begin{cases} A e^{-\frac{\xi}{2}} LaguerreL[a_{01}, \xi] e^{-\lambda\sqrt{\rho^2+z^2}} & ; 0 \leq \rho \leq R \\ B e^{-\frac{\xi}{2}} HypergeometricU[-a'_{01}, 1, \xi] e^{-\lambda\sqrt{\rho^2+z^2}} & ; R \leq \rho \end{cases} \quad (9)$$

şeklinde verilir. Dalga fonksiyonunun taban durumu  $a_{01}$  ve  $a'_{01}$  öz değerleriyle  $A$  ve  $B$  normalizasyon sabitleri  $(\partial\psi_{iç}/\partial\rho)|_{\rho=R} = (\partial\psi_{dış}/\partial\rho)|_{\rho=R}$  sınır koşullarından bulunabilir. Buradan, taban durumdaki enerji ifadesi

$$E = \hbar\omega_c \left[ \left( a'_{01} + \frac{1}{2} \right) \left( 1 + \frac{8V_0}{\omega_c^2 R^2} \right)^{1/2} \right] \quad (10)$$

şeklinde elde edilir. Burada  $V_0 \rightarrow 0$  olduğu durumda,  $a'_{01}$  enerji özdeğerini belirleyen terim büyük yarıçap değerlerinde tamsayılara gideceğinden enerji ifadesi

$$E_n = \left( n + \frac{1}{2} \right) \hbar\omega_c, \quad (n \text{ tamsayı}) \quad (11)$$

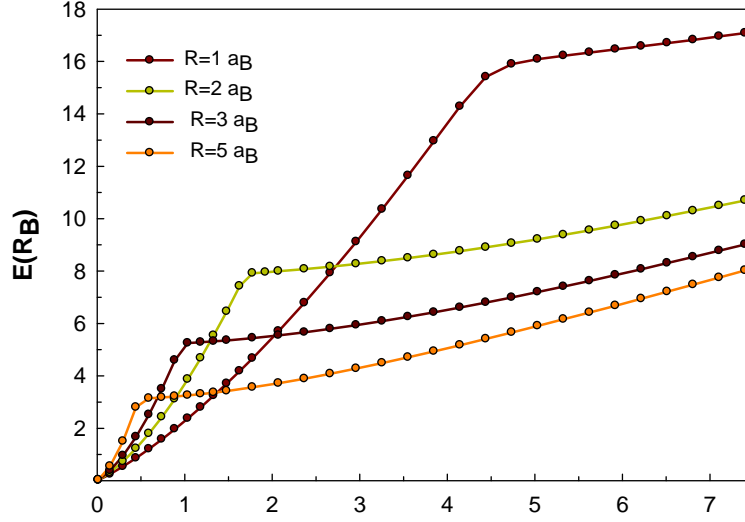
bulunur. Bu da manyetik alan etkisindeki bir parçacığın enerji düzeylerinin beklenildiği gibi Landau düzeyleri ile verildiğinin gösterebilir.

## SONUÇLAR VE TARTIŞMA

Bu çalışmada GaAs/Ga<sub>1-x</sub>Al<sub>x</sub>As materyal sistem olarak seçilmiştir. Bu materyallerin bant yapıları birbirine çok yakın olduğundan kuantum telinde her yerde elektronun etkin kütlesi  $m^* = 0.067m_0$ , dielektrik sabiti,  $\epsilon_0 = 12.5$ , Bohr yarıçapı  $a_B = 98 \text{ \AA}$  ve Rydberg sabiti  $R_B = 5.8 \text{ meV}$  alınmıştır. Bu değerler külçe GaAs için geçerli olan değerlerdir. Kuantum telinde meydana gelen potansiyel engelinin yüksekliği Branis, Li ve Bajaj'ın çalışmalarında verildiği gibi;  $V_0 = Q_e (1.36x + 0.22x^2) eV$  şeklinde tanımlanmıştır. [13] Burada  $Q_e = 0.6$ 'dır

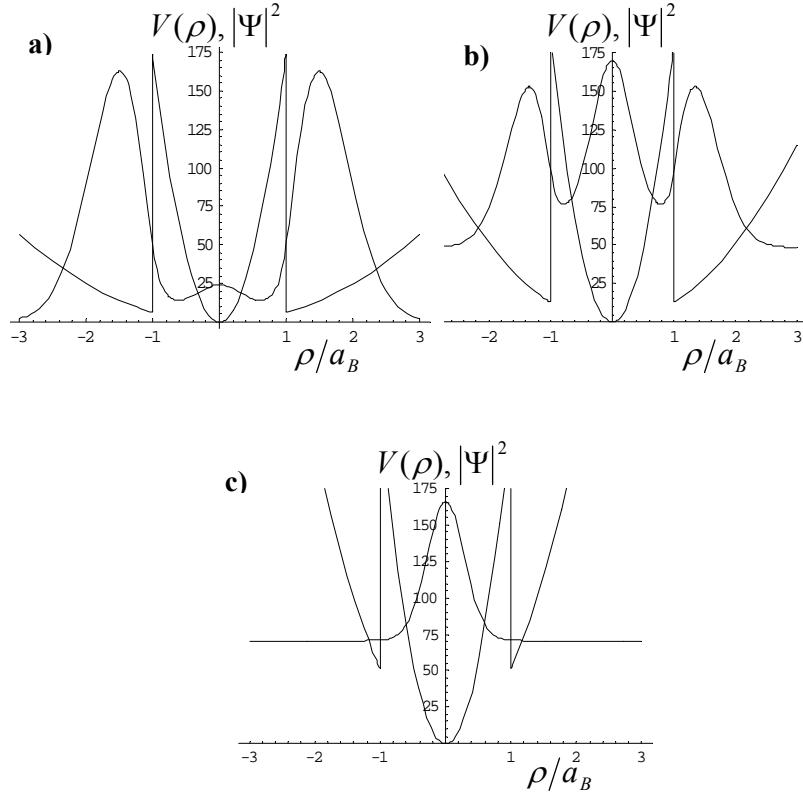
ve  $x$ , Al konsantrasyonunu gösterir.  $x$  değerleri değiştirilerek farklı engel yükseklikleri elde edilebilir.

Yapılan bu çalışmada çift parabolik kuşatma altındaki GaAs/Ga<sub>1-x</sub>Al<sub>x</sub>As kuantum telinde Al konsantrasyonu  $x = 0.2$  ( $V_0 = 168.48$  meV) iken sabit yarıçap değerleri için manyetik alanla enerji değişimleri incelenmiş, daha sonra da belli bir manyetik alan değeri için taban durum enerji düzeyinin yarıçapla değişimi çizilmiştir. Şekil 3’de  $R = a_B, 2a_B, 3a_B, 5a_B$  yarıçap değerleri için elektronik enerjinin manyetik alana bağlı değişimi verilmiştir.



Şekil 3. Al konsantrasyonunun  $x = 0.2$  değeri çift parabolik kuşatma altında manyetik alanla enerji değişimi.

Şekil 3’den görüldüğü gibi elektronik enerji manyetik alanla doğrusal olarak artmaktadır ancak kritik bir manyetik alan ve yarıçap değerinde artış hızı azalmaktadır. Örneğin  $R = 1a_B$  için  $\gamma \cong 4$ ’e kadar daha yüksek bir hızla artarken, bu değerden sonra enerjinin alanla artış hızı azalmaktadır. Enerjideki bu artışlar yaklaşık lineer sayılabilir.



**Şekil 4.**  $R = a_B$  için bazı manyetik alan değerlerinde dalga fonksiyonunun karesinin çizimi. **a)**  $\gamma = 1.48$ , **b)**  $\gamma = 2.96$ , **c)**  $\gamma = 5.92$  için dalga fonksiyonunun karesinin çizimi.

Bu grafiği daha iyi yorumlayabilmek için belli noktadaki dalga fonksiyonun karelerinin çizimlerine bakalım. Şekil 4'de  $R = 1a_B$  için,  $\gamma = 1.48, 2.96, 5.92$  değerlerinde elektronun bulunma olasılık grafikleri verilmiştir.

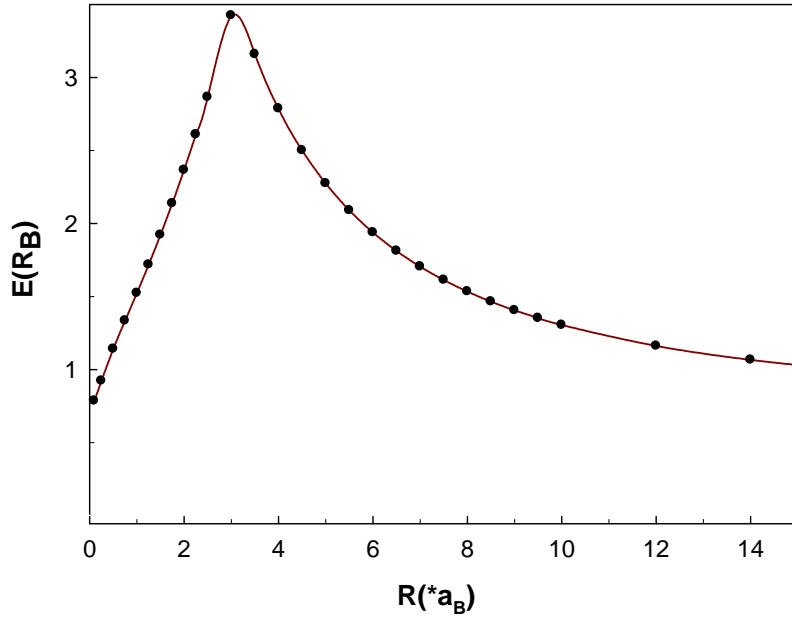
Şekil 4 a'dan görüldüğü gibi  $\gamma$ 'nın küçük değerleri için manyetik alandan kaynaklanan parabolik kuşatma daha etkin olduğundan parçacık tamamen kuyu dışında lokalize olmuştur.  $\gamma$  değeri artırıldığı zaman parçacık uzaysal kuşatmadan kaynaklanan potansiyeli de görmeye başlamış ve Şekil 4 b' den de



görülebileceği gibi parçacık kuyu içersine sızmaya başlamıştır.  $\gamma = 5.92$  değerinde ise parçacıklar tamamen kuyu içerisinde lokalize olmuşlardır (Şekil 4 c).

Kısaca özetlemek gerekirse, gamanın düşük değerlerinde elektronlar manyetik parabol ile uzaysal potansiyel duvarı arasındadır, bu nedenle de artan gama değerleri ile elektronlar kuyu duvarına doğru itilirken manyetik alan ile doğrusal olarak artmaktadır. Bu özelliği ile Landau enerji düzeylerine benzer davranış sergilemektedir. Şekil 4'teki grafikten de anlaşılacağı gibi sadece dış parabolik (manyetik) kuşatma etkisindedir. Ancak gamanın daha yüksek değerlerinde parçacık iç bölgeye sızır. Bu andan itibaren içteki kuşatma potansiyelinin etkisinde kalır. Bu kuşatma potansiyeli ise manyetik alandan kaynaklanan parabol ile uzaysal kuşatmadan kaynaklanan parabolün toplamıdır. Bu bölgede parçacık, tamamen Landau düzeyindedir diyebiliriz, yani manyetik alan ile çizgisel olarak değişmektedir. Değişim hızlarının neden farklı olduğu ise Şekil 1'den anlaşılabilir. Artan manyetik alan ile birlikte dış kuşatma potansiyelinin minimumu hızla artar. Oysaki iç kuşatma potansiyelinin minimumu manyetik alanın değerleri ile değişmemektedir. Bu nedenle parçacık dışarıda iken elektronik enerji düzeylerinin manyetik alan ile değişim hızı daha büyüktür.

Şekil 5'te  $\gamma = 0.74$  değeri için taban durum enerjisinin yarıçapa bağlılığı verilmiştir. Şekil 5'ten görüldüğü gibi artan yarıçap değerleri ile birlikte taban durum enerjisi artarak bir maksimuma ulaşır, daha sonra azalmaktadır. Bu durumu  $\gamma = 0.74$  değeri için Şekil 3'den inceleyelim. Görüldüğü gibi  $R = 1a_B$  değerinde parçacık kuyu dışında sadece manyetik alandan kaynaklanan parabolik potansiyel etkisindedir. Tel yarıçapının yaklaşık  $3a_B$  değerine kadar parçacık bu bölgede hareketine devam etmektedir. Artan  $\gamma$  değerleri ile birlikte parçacık uzaysal kuşatmaya doğru itildiğinden ve potansiyel minimumu yükseldiğinden, taban durum enerjisi artmaktadır. Ancak bu  $R$  değerinde Şekil 3'de  $\gamma = 0.74$  değerine karşılık gelen grafiklere bakıldığında parçacığın içeri sızmaya başladığı görülür. Bu nedenle  $R = 3a_B$  değerinde taban durum enerjisi maksimumdan geçerek, azalmaya başlar. Yarıçapın daha büyük değerlerinde parçacık tamamen iç kuşatma etkisine girer ve kuşatma potansiyeli genişlediğinden enerji azalmaya devam eder. Taban durumu enerjisindeki bu azalma enerji külçe Landau düzeyi değeri olan  $E = 1R_B$  limit değerine ulaşır.



Şekil 5.  $\gamma = 0.74$  Değerinde taban durum enerji düzeyinin yarıçapla değişimi

Bu çalışmada ilk olarak, Al konsantrasyonunun  $x = 0.2$  değeri ve  $R = 1a_B, 2a_B, 3a_B, 5a_B,$  için taban durumu elektronik enerjisinin  $\gamma$ 'ya (manyetik alana) bağlılığı incelenmiştir. Manyetik alana bağlılığı belirten  $\gamma$  parametresinin düşük değerlerin de parçacığın manyetik alan etkisinde ancak uzaysal kuşatma dışında kaldığı,  $\gamma$  artması ile; parçacığın uzaysal kuşatma bölgesine sızdığı ispatlanmıştır. Bu olay sonucunda, taban durumu bağlanma enerjisinin, sızma bölgesinde manyetik alan ve yarıçap parametrelerinin bir fonksiyonu olarak önemli ölçüde değiştiği gözlenmiştir. İkinci olarak ise  $\gamma$ 'nın 0.74 değeri için yarıçapla taban durumu enerji düzeyinin değişimi incelenmiştir. Burada da yukarıdaki açıklamaya paralel olarak, tel yarıçapının küçük olduğu değerlerde, parçacık kuyu dışındadır ve yarıçap arttıkça parçacığın enerjisi artar. Ancak,

kritik kuyu yarıçapı değerlerinde, parçacık kuyu içine sızmaya başlar. Bu andan itibaren, enerji düzeyi azalmaya başlar. Yarıçap büyüdükçe, parçacık kuyu etkilerini daha az hissetmeye, dolayısı ile sadece manyetik alan etkisinde hareket etmeye başlar. Bu da parçacığın limit enerji durumunun külçe Landau düzeylerine oturması ile doğrulanmıştır.

Bu çalışma sonucunda parçacığın manyetik alana duyarlı lokalizasyonlar gösterdiği ve elektronik enerji düzeylerinin manyetik alanla değiştiği görülmüştür. Böylece fiziksel kuşatma değiştirilmeksizin sadece manyetik alan şiddeti değiştirilerek parçacığın istenilen yerde, yani kuyu içinde veya dışında lokalize edilmesi sağlanabilir. Bu kontrol mekanizması kullanılarak, benzer yapılarda hidrojenik safsızlık ve eksitonik bağlanma enerjilerinin manyetik alanla kontrol edilebileceği açıktır. Bu konudaki çalışmalar devam etmektedir. [14,15] Bu özellikleri dolayısı ile çift parabolik kuşatma içeren yapılar kullanılarak manyetik alana duyarlı sensörler ve optoelektronik cihazlar tasarlanabilir.

## TEŞEKKÜR

Bu çalışma kısmen Cumhuriyet Üniversitesi Bilimsel Araştırma Projeleri Birimi tarafından CÜBAP-F-196 nolu proje olarak desteklenmiştir. Sayın S. Kutluya yardımlarından dolayı teşekkür ederim.

## REFERANSLAR

- [1] Wegschneider, W.; Pfeiffer, L.N.; Dignam, M.M., Pinchuk, A.; West, K.W.; McCall, S.L; Hull, R.: “Dimensional Crossover and Confinement-induced Optical Anisotropy in GaAs T-shaped Quantum Wires”, *Phys. Rev. Lett.*, 71 (1993) 4071.
- [2] Akiyama, H.; Someya, T.; Sakaki, H.: “Optical Anisotropy in 5-nm-scale T Shaped Quantum Wires Fabricated by the Cleaved- Edge Overgrowth Method”, *Phys. Rev. B*, 53 (1996) R4229-R4232.
- [3] Akiyama, H.; Someya, T.; Sakaki, H.: “Dimensional Crossover and Confinement-Induced Optical Anisotropy in GaAs T-Shaped Quantum Wires”, *Phys. Rev. B*, 53 (1996) R10520-R10523.
- [4] Poghosyan, B.Z. ; Demirjian, G. H. : “Binding Energy of Hydrogenic Impurities in Quantum Well Wires”, *Physica B*, 338 (2003) 357 -360.

- [5] Hong, J.M.; Smith, T. P.; Lee, K. Y.; Knoedler, C. M.; Laux, S. E; Kern, D. P.; Esaki, L.: “One- and Zero-Dimensional Systems: Fabrication and Characterization”, *J. Crystal Growth*, 95 (1989) 266-268.
- [6] Brum, J.A.; Bastard, G.; Chang, L. L; Esaki, L.: “Energy Levels in Quasi Uni-Dimensional Semiconductor Heterostructures”, *Superlattices and Microstructures*, 3 (1987) 47-50.
- [7] Karki, H.D.; Elagoz, S.; Baser, P.; Amca, R.; Somken, I.: “Barrier Height Effect on Binding Energies of Shallow Hydrogenic Impurities in Coaxial GaAs/ Al<sub>x</sub>Ga<sub>1-x</sub>As Quantum Well Wires Under a Uniform Magnetic Field”, *Superlattices and Microstructures*, 41 (4) (2007) 227-236.
- [8] Elagoz, S.; Elagoz, H.; Sari, H.; Ergün, Y.; Karasu (Başer), P.; Sökmen, I.: “Double Quantum Well Electronic Energy Spectrum Within a Tilted Magnetic Field”, *Superlattices and Microstructures*, 26 (1999) 299-305.
- [9] Kasapoglu, E.; Sari, H.; Ergun, Y.; Elagoz, S.; Sökmen, I.: “Binding Energies of Excitons in Symmetric and Asymmetric Quantum Wells in a Magnetic Field”, *Superlattices and Microstructures*, 24 (1998) 359-368.
- [10] Sari, H.; Ergün, Y.; Elagöz, S.; Kasapoğlu, E.; Sökmen, I.; Tomak, M.: “Subband And Excitonic Binding of Graded GaAs/Ga<sub>1-x</sub>Al<sub>x</sub>As Quantum Wells Under an Electric Field”, *Superlattices and Microstructures*, 23 (1998) 1067-1074.
- [11] Villamil, P.; Porras-Montenegro, N.: “Binding and Transition Energies of Sallow Impurities in Cylindrical GaAs Quantum-Well Wires under a Uniform Magnetic Field”, *J. Phys.:Condens. Matter*, 10(47) (1998) 10599.
- [12] USLU, M. O.: “Çift Parabolik Kuşatma Altında Kuantum Sistemi Elektronik Enerji Düzeyleri”, *Yüksek Lisans Tezi*, Cumhuriyet Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Sivas Türkiye, (2006).
- [13] Branis , S. V.; Li, G.; Bajaj, K. K.: “Hydrogenic Impurities in Quantum Wires in the Presence of a Magnetic Field”, *Phys. Rev. B*, 47 (1993) 1316.
- [14] Kutlu, S.: “Çift Parabolik Kuşatma Altında Kuantum Sistemi Eksitonik Bağlanma Enerjileri”, *Yüksek Lisans Tezi*, Cumhuriyet Üniversitesi, Fen Bil. Enstitüsü, Sivas Türkiye, (2007).
- [15] Amca, R.; Kutlu, S.; Elagöz, S.: “Calculation of Hydrogenic Impurity Binding Energy in Double Parabolic Potential Confinement on Cylindrical Quantum Well Wire Under An Externally Applied Magnetic Field”, *TFD 24 Fizik Kongresi*, İnönü University, Malatya, Turkey, August 28-30, 2007.