Öneri.C.9.S.34.
Temmuz 2010.233-246.

ÜRETİM PLANLAMASINDA HEDEF PROGRAMLAMA VE BULANIK HEDEF PROGRAMLAMA YÖNTEMLERİNİN KARŞILAŞTIRILMASI

Semra ERPOLAT

Mimar Sinan Güzel Sanatlar Üniversitesi Fen Edebiyat Fakültesi, İstatistik Bölümü, Yardımcı Doçent Dr.

THE COMPARISON OF GOAL PROGRAMMING AND FUZZY GOAL PROGRAMMING TECHNIQUES IN PRODUCTION PLANNING

Abstract: The purpose of the goal programming, one of the widely used multi-objective programming, is trying to accomplish goals with a minimum deviation as possible. However, in cases where the goals are uncertain fuzzy goal programming is used instead of goal programming which is providing flexibility.

In this study the production planning problem was solved by using goal programming and fuzzy goal programming methods and the results of them were compared. For fuzzy goal programming method determining the most appropriate membership function, linear and nonlinear membership functions were tested. From the obtained results it was seen that in real-life conditions because of goal programming can not bring acceptable limits for the deviations of goals it can not fully ensure production goals, whereas linear fuzzy goal programming method can bring acceptable limitations it provides all goals.

Keywords: Goal Programming, Fuzzy Goal Programming, Production Planning.

ÜRETİM PLANLAMASINDA HEDEF PROGRAMLAMA VE BULANIK HEDEF PROGRAMLAMA YÖNTEMLERİNİN KARŞILAŞTIRILMASI

Özet: Yaygın kullanılan çok amaçlı doğrusal programlama yöntemlerinden biri olan hedef programlamanın amacı, hedeflerin olası en az sapma ile başarılmaya çalışılmasıdır. Ancak hedeflerin belirsiz olduğu durumlarda hedef programlamanın yerine esneklik sağlayan bulanık hedef programlama kullanılmaktadır.

Bu çalışmada üretim planlama problemi hedef programlama ve bulanık hedef programlama yöntemleri ile çözülerek sonuçları karşılaştırılmıştır. Bulanık hedef programlama yönteminde en uygun üyelik fonksiyonunun belirlenebilmesi amacı ile doğrusal ve doğrusal olmayan üyelik fonksiyonları denenmiştir. Elde edilen sonuçlardan gerçek hayat koşullarında hedef programlamanın hedeflere konulacak sapmalar için kabul edilebilecek sınırlandırmaları getiremiyor olmasından dolayı üretim hedeflerini tam olarak sağlayamadığı, buna karşılık doğrusal bulanık hedef programlama yönteminin kabul edilebilir sınırlamalar getirebiliyor olmasından dolayı hedeflerin hepsini sağladığı görülmüştür.

Anahtar Kelimeler: Hedef Programlama, Bulanık Hedef Programlama, Üretim Planlaması.

I. GİRİŞ

Yöneylem araştırmalarının içeriğindeki çeşitli programlama yöntemlerinin tek amacı eldeki problemi optimal (en iyi) sonuca ulaştırmaktır. Fakat günümüzde yaşanan hızlı değişim sonucu günlük hayatta karşılaşılan pek çok sorunun tek bir amaçla ifade edilebilmesi mümkün olamamaktadır. Bu nedenle çok amaçlı karar verme modelleri geliştirilmiştir. Bunların içerisinde en önemli ve etkili olanı; hedef programlama modelidir. Hedef programlama modeli, problemin parametre değerleri ile sınırlarında belirsizliğin ya da bulanıklığın olması durumunda, bulanık küme teorisine ihtiyaç duymaktadır.

1965 yılında Prof. Dr. L. Askerzade. Zadeh tarafından temelleri atılan bulanık küme teorisi, problemlerin çözümünde klasik matematiğin yarattığı kesin sınırların aşılarak belirsizliğin karar verme süreçlerinde yer almasını sağlamış ve belirsizliklerin matematiksel boyuta taşınarak bir fonksiyon yardımı ile ifadesini mümkün kılmıştır. Bulanık küme teorisinden faydalanılarak, belirsizlik içeren tüm optimizasyon problemlerine çözüm yolları üretmek mümkündür. Optimizasyon problemlerine bulanık küme teoreminin uygulanmasına yönelik yapılan ilk çalışma 1970 yılında Bellman ve Zadeh tarafından gerçekleştirilmiştir. Bulanık küme teoreminin çok amaçlı problemler üzerinde kullanılması ise ilk olarak Zeleny'nin [1] yaptığı çalışmada gerçekleştirilmiştir. Bu çalışma Zimmermann [2] ve Hannan [3] tarafından geliştirilmiş ve üyelik fonksiyonu kavramından esinlenerek bulanık ortamda hedef programlama modelini formüle etmişlerdir.

Bu çalışmada, çok amaçlı karar verme modelleri arasında yer alan hedef programlama yöntemi ve incelenen problemin bünyesinde belirsizlik ya da bulanıklık olması durumunda belirsizlikleri çözümlemeye yönelik kullanılan bulanık hedef programlama modelinden bir üretim planlamasında nasıl yararlanılabileceği gösterilmiştir.

Temmuz 2010.233-246.

II. HEDEF PROGRAMLAMA

Hedef programlama yöntemi ilk olarak 1955 yılında Charnes, Cooper ve Ferguson tarafından doğrusal programlamanın bir versiyonu olarak ortaya konmuş ve yöntemin genel matematiksel şekli üzerinde durulup birkaç uygulamasına yer verilmiştir. Charnes ve Cooper 1961 yılında hedef programlamayı belirlenen kısıtlar altında, hedefleri olabildiğince sağlayacak amaç fonksiyonunun optimizasyonuna yarayan bir yöntem olarak tanımlamışlardır.

Hedef programlama 1960'lı yılların ortasında Ijiri tarafından genişletilmiş, 1970'li yıllarda ise Ignizio ve Lee tarafından geliştirilmiştir [4]. Çok amaçlı problemlerin çözümü için geliştirilen hedef programlama birden fazla hedefin aynı anda ele alınmasına imkan sağlayan bir yöntemdir [5]. Hedef programlama kullanıcıya, amaçların öncelikleri (üstünlükleri) bakımından optimal bir çözüm sunarken, birbirine zıt amaçların amaç fonksiyonunda yer almasına fırsat verir [6]. Birbirine zıt amaçların önceliklerine göre optimal bir sonuç elde edilir ve hedeflere ulaşılıp ulaşılmadığını göstermek için sapma değişkenleri dikkate alınır. Hedef programlama, doğrusal programlamada olduğu gibi amaç kriterini doğrudan maksimize veya minimize etmek yerine, hedefler arasındaki sapmaları minimize yapmaktadır [7].

II.1. Hedef Programlama Modeli

Hedef programlama modeli çok amaçlı programlama modellerinin özel bir türüdür. Çok amaçlı programlama modelleri; optimizasyon düşüncesine dayanır ve kendi aralarında çelişen amaçları kısıtlayıcı kümesine göre eşanlı olarak doyuran bir çözüm vektörünü belirlemeyi amaçlar. Diğer taraftan hedef programlama modeli ise, karar vericinin doyurucu bulduğu bir çözümü bulmayı amaçlar. Bu nedenle, hedef programlama modelinin optimizasyondan çok bir doyum düşüncesine dayandığı söylenebilir.

Hedef programlama modeli, doğrusal programlama modeli gibi, amaç fonksiyonu ve kısıtlayıcı kümesi şeklinde iki bölümde incelenebilir. Doğrusal programlama modelinde yer alan amaç fonksiyonları ve kısıtlayıcılar hedef programlama modelinin sadece kısıtlayıcı kümesini oluşturur. Ayrıca hedef programlama modelinde, amaç fonksiyonları için ulaşılmak istenen erişim değerlerini karar vericinin belirlemesi gerekir. Daha sonra belirlenen erişim değerli amaç fonksiyonları bir eşitlik halinde kısıtlayıcı kümesine eklenir. Ancak bu işlem her bir hedef fonksiyonu için sapma değişkenlerinin tanımlanmasını gerektirir.

Hedef fonksiyonlarının erişim düzeylerinden ne kadar uzaklaşıldığının ölçülmesini sağlayan sapma değişkenleri, negatif ve pozitif sapma olarak ikiye ayrılır. d_i^- ile ifade edilen negatif sapma değişkeninin değerinin pozitif olması, ilgili hedefin belirlenen erişim düzeyinin altında bir değere ulaştığını gösterir, d_i^+ ile ifade edilen pozitif sapma değişkeninin değerinin sıfırdan büyük olması durumu ise; ilgili hedef için belirlenen erişim düzeyinin aşıldığını gösterir. Negatif ve pozitif sapma değişkenlerinin sıfıra eşit olması ise ilgili hedef için belirlenen erişim düzeyine tam olarak ulaşıldığını gösterir.

Bir hedeften hem negatif yönlü hem de pozitif yönlü sapma olması mümkün değildir. Sapmalar tek yönlüdür. Hedeften eşanlı olarak tek bir sapma söz konusu olduğu için, sapma değişkenlerinin negatif olmaması gerekir. Hedef programlama modeli aşağıda verilen çok amaçlı doğrusal programlama modeline dayanarak açıklanabilir [8].

$$\begin{aligned}
&Maximum \quad Z_1 = f_1(x) \\
&Minumum \quad Z_2 = f_2(x) \\
&K \\
&\sum_{j=1}^{n} a_{1j} x_{1j} \le b_1 \\
&\sum_{j=1}^{n} a_{2j} x_{2j} \ge b_2 \\
&\sum_{j=1}^{n} a_{3j} x_{3j} = b_3
\end{aligned} \tag{1}$$

Yukarıdaki modelin hedef programlama modeli olarak ifade edilmesi için kısıtlayıcı kümesinin oluşturulması gerekir. $f_1(x)$ ve $f_2(x)$ ile gösterilen fonksiyonlara ilişkin erişim düzeylerinin b_4 ve b_5 olduğu varsayılıp çok amaçlı programlama modelinin amaç fonksiyonlarına negatif ve pozitif sapma değişkenleri eklendiğinde aşağıda verilen kısıtlayıcı kümesine ulaşılır.

$$\begin{aligned}
&\sum_{j=1}^{n} a_{1j} x_{1j} \le b_1 \\
&\sum_{j=1}^{n} a_{2j} x_{2j} \ge b_2 \\
&\sum_{j=1}^{n} a_{3j} x_{3j} = b_3 \\
&f_1(x) + d_1^- - d_1^+ = b_4 \\
&f_2(x) + d_2^- - d_2^+ = b_5 \\
&ve \\
&x_{ij} \ge 0 \qquad i = 1,2,3 \;\; ; \;\; j = 1,2,...,n \\
&d_i^-, d_i^+ \ge 0 \quad i = 1,2
\end{aligned} \tag{2}$$

Yukarıda verilen hedef programlama modelinde $f_1(x)$'in b_4'den büyük değerler alması istenen, b_4'den küçük değerler alması ise istenmeyen bir durumdur.

Dolayısıyla, negatif sapma değişkeni olan d_1^- 'nin 0'a yaklaşması ve hatta 0 değerini alması, pozitif sapma değişkeni olan d_1^+'nın da olabildiğince 0'dan büyük olması gerekir. Diğer taraftan, $f_2(x)$ fonksiyonu minimizasyon amaçlı olduğundan, bu fonksiyonun belirlenen erişim düzeyinden daha düşük değerler alması hedeflenir. Bu nedenle, negatif sapma değişkeni olan d_2^-'nin 0'dan olabildiğince büyük olması ve pozitif sapma değişkeni olan d_2^+'nın 0 değerini alması gerekir. Eğer, hedef fonksiyonunun belirlenen erişim düzeyine tam olarak eşit olması istenirse bu durumda negatif ve pozitif sapma değişkenlerinin 0'a olabildiğince yakın olması gerekir. Hedef programlama modelinde, hedefler için belirlenen erişim düzeylerinde meydana gelebilecek sapmaların minimizasyonu istenir. Tablo.1'de yukarıda belirtilen tüm ilişkilerin özeti verilmiştir [9].

Tablo.1. Hedef Tipi Formülasyonları.

Hedef Tipi	Hedef Programlama Formu	Minimize Edilecek Sapma Değişkenleri
$f_i(x) \le b_i$	$f_i(x) + d_i^- - d_i^+ = b_i$	d_i^+
$f_i(x) \ge b_i$	$f_i(x) + d_i^- - d_i^+ = b_i$	d_i^-
$f_i(x) = b_i$	$f_i(x) + d_i^- - d_i^+ = b_i$	$d_i^- - d_i^+$

Hedef programlama modelinde kullanılan amaç fonksiyonlarının farklı tipleri aşağıda verildiği gibidir [10].

$$Min\ Z = \sum_{i=1}^{n} d_i^- + d_i^+, \quad (i = 1, 2, 3, ..., n) \tag{3}$$

Bu eşitlikte Z, negatif ve pozitif sapmaların toplamının minimum değeridir. Bu tür amaç fonksiyonu, sapma değişkenleri için herhangi bir ağırlıklandırma veya öncelik söz konusu olmadığında kullanılır.

$$Min\ Z = \sum_{i=1}^{n} P_k \left(d_i^- + d_i^+\right), \quad (k = 1, 2, 3, ..., k) \quad (i = 1, 2, 3, ..., n) \tag{4}$$

Bu amaç fonksiyonunda; k tane hedefin her biri için P_k önceliklerini kullanılır. Hedefler önceliklerine göre sıralanmak istendiğinde kullanılır. Bu ilişki matematiksel olarak $P_1 > P_2 > .... > P_{n-1} > P_n$ şeklinde ifade edilir. Amaç fonksiyonunun oluşturulabilmesi için en önemliden daha az önemliye doğru sıralanan hedefler, ilk önce birinci öncelikli hedefin karşılanmasını daha sonra sırasıyla diğer hedeflerin karşılanmasını gerektirir.

$$Min\ Z = \sum_{i=1}^{n} W_k P_k \left(d_i^- + d_i^+\right), \quad (k = 1, 2, 3, ..., k), \quad (i = 1, 2, 3, ..., n) \tag{5}$$

Bu amaç fonksiyonunda ise; hedefler önceliklerine göre sıralanır ve sapma değişkenleri ağırlıklandırılır. Ağırlıklandırma $W_k \in [0,1]$ ile gösterilir ve k'ıncı i'inci hedeften oluşan sapmaya ilişkin matematiksel ağırlık olarak ifade edilir. Burada, W_k ile ifade edilen ağırlıkların toplam olarak 1'e eşit olması gerekir.

Yukarıda belirtilen amaç fonksiyonlarından hangisinin kullanılacağı, problemin durumuna göre belirlenir. Problemde hedeflere herhangi bir öncelik sıralaması yapma ihtiyacı duyulmuyorsa birinci, hedeflerin önceliklerine göre sıralanması istenip sapma değişkenleri için bir sıralama istenmiyorsa ikinci, hem hedeflerin hem de sapma değişkenlerinin farklılaştırılması isteniyorsa üçüncü amaç fonksiyonu kullanılır.

III. BULANIK HEDEF PROGRAMLAMA

Gerçek dünyaya ilişkin birçok durumda, karar vericiler tam olarak belli olmayan hedef ve amaçlarla karşı karşıyadırlar. Bu tür durumlarda karar verebilmek, bulanık küme teorisi ile mümkündür. Hedef programlama içerisine bulanık küme teorisinin uygulanmasıyla oluşturulan bulanık hedef programlama, kesin olmayan hedeflerin söz konusu olduğu durumlarda kullanılan bir yöntemdir. Amacın istem düzeylerini göstermek amacıyla da kullanılan hedefler "kesin" yerine, "civarında", "yakın" gibi belirsizlik içeren ifadeler içeriyorsa bulanık hedef olarak adlandırılırlar [11]. Bulanık bir ortamda hedeflerin belirsiz olan değerlerini belirli kılmak için Narasimhan [12] klasik hedef programlama modelini yeniden formüle etmiştir. Formülasyonda hedef fonksiyonundaki hedeflerden sapmayı belirlemek amacıyla üyelik fonksiyonlarını (tatmin düzeyi fonksiyonlarını) kullanmıştır. Bu fonksiyonlarda hedef değerlere ait belirsizliği karakterize etmek amacıyla kayıtsızlık eşiği kavramından yararlanmıştır. Böylelikle karar verici formülasyona kendi tercihini ekleyebilme olanağı bulmuştur.

Daha sonraki yıllarda, Hannan [3], Chen [13], Tiwari vd. [14], Yang [15] gibi bazı araştırmacılar bulanık hedef programlama alanında problem formülasyonu ve bulanık hedeflerin bulanık önceliklerine dair çalışmalar yapmışlar ve bunlara ait çözüm önerileri geliştirmişlerdir. Tiwari vd. dışındaki araştırmacıların çoğu bulanık hedef programlama formülasyonunda, bulanık hedef ve kısıtları gerçekleyen, bulanık kararlara ulaşmak için minimizasyon operatörlerini kullanmışlardır. Daha sonra da maksimizasyon kararı olarak bulanık kararın maksimum üyelik derecesine sahip karara bakılmıştır.

III.1. Bulanık Hedef Programlama Modeli

Bulanık hedef programlama modeli, hedeflerin öncelik yapısına göre bütün hedeflerin aynı tercih öncelikleri ile ele alındığı eşanlı olarak doyurulan bulanık hedef programlama modeli, hedeflerin farklı tercih öncelikleri ile ele alındığı ve karar vericinin tercihlerini dikkate alan öncelikli bulanık hedef programlama modeli olmak üzere iki şekilde ele alınabilir [16].

Amaç fonksiyonlarındaki ve kullanılan üyelik fonksiyonlarının yapısındaki farklılıklardan dolayı bulanık hedef programlama modelleri için geliştirilen çeşitli çözüm yaklaşımları mevcuttur. Bu yaklaşımlar; Üçgensel Üyelik Fonksiyonlarıyla Narasimhan Yaklaşımı, Üçgensel Üyelik Fonksiyonlarıyla Hannan Yaklaşımı, Üçgensel Üyelik Fonksiyonlarıyla Yang, Ignizio ve Kim Yaklaşımı, Üçgensel Üyelik Fonksiyonlarıyla Tiwari, Dharmar ve Rao Yaklaşımı, Üçgensel Üyelik Fonksiyonlarıyla Chen Yaklaşımı ve Tiwari, Dharmar ve Rao'nun Toplamsal Model Yaklaşımı olarak sıralanabilir. Bu yaklaşımların temelini Bellmann ve Zadeh [17] tarafından tanımlanan bulanık karar yaklaşımı oluşturmaktadır.

Aynı tercih önceliğine sahip hedeflerin bulunduğu bulanık hedef programlama modelleri için geliştirilen çözüm yaklaşımlarının tamamına yakınında, bulanık hedeflerin ortak bir doyum derecesine ulaşılmasına çalışılır. Bu durum, optimal çözümde bulanık hedeflerin aynı üyelik derecesini almaları ile sonuçlanır. Bulanık hedeflerin farklı düzeylerde doyurulabilmesi için, tercih öncelikli bulanık hedef programlama problemlerinde karar vericinin hedefler arasındaki tercih önceliğini belirlemesi gerekir.

Bu çalışmada, bulanık hedeflerin aynı tercih önceliğine sahip olduğu ve Zimmermann tipi üyelik fonksiyonların kullanıldığı basit toplamsal model formülasyonu kullanılmıştır. Formülasyon d_i, hedef değerden sübjektif olarak belirlenen maksimum kabul edilebilir sapma; b_i, tercih edilen değer; $b_i - d_i$, en kötümser değer; $b_i + d_i$, en iyimser değer olmak üzere aşağıda gösterildiği gibidir.

$$(Ax)_i \underset{\sim}{\leq} b_i \; (i = m_1 + 1, ..., m_2) \Rightarrow$$

$$\mu_i = \begin{cases} 0 & ; \quad e \quad (\quad)_i \geq \;_i + \;_i \\ 1 - \dfrac{(Ax)_i - b_i}{d_i} & ; \quad e \quad \;_i \leq (\quad)_i \leq \;_i + \;_i \\ 1 & ; \quad e \quad (\quad)_i \leq \;_i \end{cases} \tag{6}$$

$$(Ax)_i \underset{\sim}{\geq} b_i \left(i = m_2 + 1, 2, .., m_3\right) \Rightarrow$$

$$\mu_i = \begin{cases} 0 & ; \quad e \quad (\quad)_i \leq \;_i - \;_i \\ 1 - \dfrac{b_i - (Ax)_i}{d_i} & ; \quad e \quad \;_i - \;_i \leq (\quad)_i \leq \;_i \\ 1 & ; \quad e \quad (\quad)_i \geq \;_i \end{cases} \tag{7}$$

$$x \geq 0$$

III.2. Bulanık Hedef Programlama ve Doğrusal Olmayan Üyelik Fonksiyonları

Bulanık programlama problemlerinin sınırlarındaki belirsizlik her zaman doğrusal bir üyelik fonksiyonu ile ifade edilemeyebilir. Bu gibi durumlarda sınırlardaki hareketin doğrusal olmadığının kesinlikle bilinmesi ya da karşılaştırma amacı ile kısmi doğrusal, hiperbolik veya üstel yapıdaki üyelik fonksiyonlarının kullanılması gerekmektedir.

Doğrusal olmayan üyelik fonksiyonlarının kullanımı sonucunda ortaya çıkacak problem de doğrusal olmayan yapıda olacaktır. Bu nedenle birtakım dönüşümler yardımı ile doğrusal olmayan üyelik fonksiyonları, doğrusal üyelik fonksiyonlarına çevrilmektedir. Bu çalışmada, hiperbolik üyelik fonksiyonunun kullanımı için gerekli dönüşümler özetlenmeye çalışılacaktır.

Hiperbolik Üyelik Fonksiyonu : Hiperbolik üyelik fonksiyonu 1976 yılında Hersh ve Caramazza tarafından ortaya atılmıştır. Hiperbolik fonksiyon tanımlamasına göre bulanık hedef programlama probleminde kullanılan üyelik fonksiyonu z_i^0, i-inci hedefin alt sınırı; z_i^m, i-inci hedefin üst sınırı; $\alpha_i : 3/2(z_i^0 - z_i^m)$, i-inci hedef değer paremetresi olmak üzere aşağıdaki şekilde ifade edilir.

$$\mu_i(x) = \frac{1}{2}\left(\frac{e^{\left(z_i(x) - \left(z_i^m + z_i^0\right)/2\right)\alpha_i} - e^{-\left(z_i(x) - \left(z_i^m + z_i^m + z_i^0\right)/2\right)\alpha_i}}{e^{\left(z_i(x) - \left(z_i^m + z_i^0\right)/2\right)\alpha_i} - e^{-\left(z_i(x) - \left(z_i^m + z_i^0\right)/2\right)\alpha_i}} \right) + \frac{1}{2} \tag{8}$$

Bulanık programlama problemlerinin genel ifadesi aşağıdaki şekildedir.

$$\begin{aligned} & \max \lambda \\ & \lambda - \mu_i(x) \leq 0, \quad i = 1, ..., k \\ & x, \lambda \geq 0 \end{aligned} \tag{9}$$

Yukarıdaki eşitlikte, hiperbolik üyelik fonksiyonu kullanıldığında problem aşağıdaki biçimde ifade edilecektir.

$$
\begin{aligned}
&\max \lambda \\
&\lambda - \frac{1}{2}\left(\frac{e^{\left(z_i(x)-\left(z_i^m+z_i^0\right)/2\right)\alpha_i} - e^{-\left(z_i(x)-\left(z_i^m+z_i^m+z_i^0\right)/2\right)\alpha_i}}{e^{\left(z_i(x)-\left(z_i^m+z_i^0\right)/2\right)\alpha_i} - e^{-\left(z_i(x)-\left(z_i^m+z_i^0\right)/2\right)\alpha_i}} \right) \le \frac{1}{2} \qquad (10) \\
&i = 1,...,k \\
&x, \lambda \ge 0
\end{aligned}
$$

(10)'da ifade edilen problem doğrusal olmayan programlama problemidir. Problemin çözümü için öncelikle doğrusal bir yapıya kavuşturulması gerekmektedir. Bu amaçla, $x \in R$ olmak üzere $\tanh(x) = \dfrac{\left(e^x - e^{-x}\right)}{\left(e^x + e^{-x}\right)}$ kullanılarak çeşitli düzenlemeler yapıldığında Eşitlik (11) elde edilir.

$$
\begin{aligned}
&\max \lambda \\
&\tanh^{-1}(\tanh)\left[z_i(x) - \frac{1}{2}\left(z_i^m + z_i^0\right)\alpha_i \right] \ge \tanh^{-1}(2\lambda - 1) \qquad (11) \\
&i = 1,2,..,k \\
&x, \lambda \ge 0
\end{aligned}
$$

Daha sonra $\lambda = \frac{1}{2}\tanh\left(X_{n+1}\right) + \frac{1}{2}$ olmak üzere n tane değişken içeren problemde $(n+1)$'inci değişken olarak $X_{n+1} = \tanh^{-1}(2\lambda - 1)$ değişkeni tanımlanır ve problem Eşitlik (12)'de gösterilen doğrusal programlama problemine dönüştürülür. Bu problem, Eşitlik (10)'da verilen doğrusal olmayan programlama problemine denktir [18].

$$
\begin{aligned}
&\max X_{n+1} \\
&\alpha_i z_i(x) - X_{n+1} \ge \frac{1}{2}\alpha_i\left(z_i^m + z_i^0\right), \quad i = 1,2,..,k \qquad (12) \\
&x, \lambda \ge 0
\end{aligned}
$$

IV. ÜRETİM PLANLAMASI

Üretim planlaması, istenilen zamanda, nicelikte ve kalitede maddelerin ya da hizmetlerin üretiminin yapılmasının sağlanması ve işlemlerin uygulamaya konulması için konunun kuramsal yanının, yazılı, biçimsel ve matematiksel biçimde hazırlanması olarak tanımlanabilir [19]. Üretim planlaması gelecekteki imalat faaliyetlerinin düzeylerini ve limitlerini belirleyen bir fonksiyon olarak da tanımlanabilir. Bu açıdan bakıldığında üretim planlamasında ayrıntılara inilmediği ve kesinlik bulunmadığı söylenebilir. Üretim planları üzerinde gerekli görüldüğü zamanlarda değişiklikler yapılabilir. Bir işletmede üretim planlamasının temel amacı, talep edilen bir ürünü istenen miktarda ve istenilen zamanda hazır bulundurmaktır. Bunun sağlanabilmesi için üretim faktörlerinin yeterli miktarlarda ve uygun zamanda temin edilmesi gerekir. Bunlar ile birlikte işletmenin üretim planlamasında talep tahminleri de önemli bir yer tutmaktadır. Talep tahminlerinin duyarlılığını etkileyen başlıca iki zaman ve ayrıntıya inme derecesidir. Üretim planlanması uygun bir zaman aralığını kapsayacak biçimde ve fazla ayrıntıya inilmeden düzenlenmelidir. İşletmeler üretim planlamasına; üretim sistemlerinin karmaşıklığı ve faaliyetlerinin yoğunluğu; işletme içi koordinasyon zorluğu; işletmeler arası ilişki ve bağımlılık; talebin büyümesi ve çeşitlilik kazanması; tedarik ve dağıtım faaliyetlerinin geniş bir alana yayılması; kalite, fiyat, hizmet rekabetinde artış; malzeme, makine, işgücü kayıplarının en düşük düzeye indirilme zorunluluğu nedenlerinden dolayı ihtiyaç duyarlar [20].

Yukarıda yer alan amaçların hepsi, işletmelerin pazardaki yerlerini korumalarına ve varlıklarını devam ettirmelerine hizmet ettiğinden dolayı, üretim planlaması, işletmeler için hayati öneme sahip bir unsurdur ve muhakkak bilimsel yöntemlerden faydalanılarak yapılmalıdır.

IV.1. Piliç Fabrikası'nın Aylık Üretim Planlaması

Dünyanın genelinde temel besin maddeleri arasında yer alan piliç mamulleri, gerek hammadde yapısı gerekse üretim şekli ile herkes tarafından tanınan bir üründür. Gelişen teknoloji, diğer pek çok mamulün üretiminde olduğu gibi piliç mamullerinin üretiminde de köklü değişikliklere sebep olmuştur. Artan nüfusun beraberinde getirdiği talep artışı daha fazla ürünün daha kısa sürelerde üretimini zorunlu kılmıştır. Sonuçta geçmişte klasik yöntemlerle kesim yapılarak üretilen piliç eti ve mamullerinin yerini günümüzde piliç eti kesimhaneleri olarak da bilinen fabrikalar almıştır.

Bu çalışmada belirlenen bir piliç fabrikasındaki üretim ele alınmıştır. Fabrika, talep olması durumunda 6 çeşit piliç mamulü üretebilecek kapasite ve donanıma sahiptir.

IV.1.1. Karar Değişkenleri

Çalışmada fabrikada üretimi yapılan 6 farklı ürünün her biri karar değişkeni olarak ele alınmıştır. Karar değişkenlerinin birimi "kilogram (kg)" cinsinden olup X_1 : Bütün piliç, X_2: Ciğer, X_3: Taşlık, X_4: Kıyma, X_5: Parça ürünler, X_6: İleri işlenmiş ürünler olarak ifade edilmiştir.

IV.1.2. Hedef ve Kısıtların Belirlenmesi

Çalışmada belirlenen hedef ve kısıtlara ait sağ-yan değerleri kesin olmayıp üretici tarafından belirlenen ya da kabul edilen sapma miktarlarıdır. Bu nedenle sapma

Temmuz 2010.233-246.

değerleri bulanık ifadelerdir. Üretimdeki amaç en az maliyetle en fazla kar edilecek ve siparişlerin tümünün karşılanacağı bir üretimi gerçekleştirmektir. Çalışmada belirlenen hedefler minimum maliyet (TL), maksimum kar (TL) ve üretim (kg) olup bu hedefleri gerçekleştirecek bir üretim planı yapmaktır. Kısıtlar ise hammadde (et oranı (kg), katkı maddesi oranı (kg), su/buz oranı (kg)), üretim (kesim makinesinin kullanımı (dakika), karıştırma kazanının kullanımı (dakika)), ambalajlama (strech film kullanımı (cm), ince emici ped kullanımı (adet), etiket kullanımı (adet), tabak kullanımı (adet), çöp şiş kullanımı (adet), poşet kullanımı (adet), klips kullanımı (adet)) ve diğer (depo kullanımı (dakika), enerji sarfiyatı (dakika), çalışan işçi sayısı (kişi)) şeklinde belirtilen belirleyicilerdir.

Tablo.2'de fabrikada üretimi yapılan her bir ürün için maliyet ve kar değerleri ile toplam maliyet ve kar değerleri yer almaktadır. Buna göre fabrikanın toplam maliyetinin 2,200,000,000 TL, karının ise 275,000,000 TL olduğu ve bu değerlerden sırasıyla 350,000,000 TL, 31,000,000 TL'lik sapmaların Kabul edilebileceği görülmektedir.

Tablo.3'de fabrikada üretimi yapılan her bir ürün için, istenen minimum üretim miktarı ve bu miktardan sapmanın maksimum değeri yer almaktadır. Ayrıca tabloda toplam üretime de yer verilmektedir. Fabrikanın toplam üretimi 550,000 kg ve bu miktardan hoşgörülecek sapma ise 50,000 kg'dır.

Tablo.2. Ürünler İçin Tahmin Edilen Maliyet ve Kar

	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6	**Hedefler**	**Sapmalar**
Maliyet	22,000	22,000	23,000	22,000	23,000	23,000	2,200,000,000	350,000,000
Kar	3,000	3,000	2,000	2,000	2,000	2,000	275,000,000	31,000,000

Tablo.3. Ürünler İçin Tahmin Edilen Üretim Miktarları

	Hedefler	**Sapmalar**
Üretim X_1	72,500	7,000
Üretim X_2	50,000	6,250
Üretim X_3	10,000	1,250
Üretim X_4	2,750	550
Üretim X_5	2,500	400
Üretim X_6	1,800	280
Toplam Üretim	***550,000***	***50,000***

Tablo.4'de her bir ürünün belirlenen kısıt için birim başına düşen etkisi, her bir kısıtın maksimum hedefi ve bu hedeften sapması yer almaktadır.

Tablo.4. Kısıtlar İçin Belirlenen Hedef ve Sapmalar

Kısıtlar		X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6	**Hedefler**	**Sapmalar**
Hammadde	et oranı	1,806	1,806	2,194.2	1,806	451.5	1,806	840,000,000	15,000,000
	katkı maddesi oranı	2.25	2.25	2.7	2.25	0.6	2.7	367,500	52,000
	su/buz oranı	6.6	6.6	8.28	6.6	1.68	8.28	3,150,000	1,500,000
Üretim	kesim makinesinin kullanımı	0.036	0.036	0.0408	0.036	0.0084	0.0408	6,300	900
	karıştırma kazanının kullanımı	2.46	2.46	3.06	2.46	0.618	2.46	315,000	31,500
Ambalajlama	strech film kullanımı	10	10	12	10	3	10	4,666,667	2,100,000
	ince emici ped kullanımı	3	3	3	3	1	3	445,900	39,000
	etiket kullanımı	5	5	6	5	1	6	749,700	107,100
	tabak kullanımı	1	1	2	1	1	2	220,500	31,500
	çöp şiş kullanımı		10	15				315,000	50,000
	poşet kullanımı	2	2	3	2	1	3	343,000	30,000
	klips kullanımı	3	3	3	3	1	3	441,000	63,000
	depo kullanımı	0.12	0.12	0.12	0.12	0.12	0.12	15,750	1,575
	enerji sarfiyatı	0.123	0.123	0.153	0.123	0.0309	0.1230	15,750	1,575
Diğer	çalışan işçi sayısı	30	30	37	30	8	30	14,000,000	250,000

IV.2. Hedef Programlama Yöntemi ile Çözüm

Model ilk olarak hedef programlama yöntemi kullanılarak çözülmüştür. Çözüm sırasında hedefler arasındaki birim farklılıklarını gidermek amacıyla maliyet ve kar hedeflerine birinci, geri kalan hedeflere ise ikinci öncelik verilmiştir. Problemin hedef programlama ile çözümünü gerçekleştirecek formülasyon aşağıdaki gibidir.

Problem WINQSB paket programıyla çözülmüştür. Sonuçlardan maliyet minimizasyonu, kar ve üretim maksimizasyonu hedefleri gerçekleştirilmiştir. Buna göre üretici bütün piliçten 60,060 kg, parça ürünlerden 16,500 kg, ileri işlenmiş ürünlerden 10,000 kg, kıymadan 2,750 kg, ciğerden 8,110 kg ve taşlıktan 1,800 kg üretim yaparsa hedefleri sağlar. Analiz sonucunda birinci hedef değeri 0, ikinci hedef değeri ise 45940 olarak bulunmuştur. Ayrıca yapılan çözümleme sonucunda alternatif sonucun mevcut olduğu görülmüştür. Alternatif çözüm sonuçlarından da görüldüğü gibi hedef programlama yöntemi ile çözümde maliyet minimizasyonu, kar ve üretim maksimizasyonu hedefleri gerçekleştirilmiştir. Buna göre üretici bütün piliçten 45,060 KG, parça ürünlerden 31,500 KG, ileri işlenmiş ürünlerden 0 KG, kıymadan 2,750 KG, ciğerden 18,110 KG ve taşlıktan 1,800 KG üretim yaparsa hedefleri sağlar. Analiz sonucunda birinci hedef değeri 0, ikinci hedef değeri ise 55,940 olarak bulunmuştur.

$$Min \quad P_1\left(d_1^+ + d_2^-\right) + P_2\left(d_3^- + d_4^- + d_5^- + d_6^- + d_7^- + d_8^- + d_9^-\right)$$

$$22000X_1 + 22000X_2 + 23000X_3 + 22000X_4 + 23000X_5 + 23000X_6 + d_1^- - d_1^+ = 2200000000$$

$$3000X_1 + 3000X_2 + 2000X_3 + 2000X_4 + 2000X_5 + 2000X_6 + d_2^- - d_2^+ = 275000000$$

$$X_1 + d_3^- - d_3^+ = 72500$$

$$X_2 + d_4^- - d_4^+ = 50000$$

$$X_3 + d_5^- - d_5^+ = 10000$$

$$X_4 + d_6^- - d_6^+ = 2750$$

$$X_5 + d_7^- - d_7^+ = 2500$$

$$X_6 + d_8^- - d_8^+ = 1800$$

$$X_1 + X_2 + X_3 + X_4 + X_5 + X_6 + d_9^- - d_9^+ = 550000$$

$$1806X_1 + 1806X_2 + 2194.2X_3 + 1806X_4 + 451.5X_5 + 1806X_6 \leq 840000000$$

$$2.25X_1 + 2.25X_2 + 2.7X_3 + 2.25X_4 + 0.6X_5 + 2.7X_6 \leq 367500$$

$$6.6X_1 + 6.6X_2 + 8.28X_3 + 6.6X_4 + 1.68X_5 + 8.28X_6 \leq 3150000$$

$$0.036X_1 + 0.036X_2 + 0.0408X_3 + 0.036X_4 + 0.0084X_5 + 0.0408X_6 \leq 6300$$

$$2.46X_1 + 2.46X_2 + 3.06X_3 + 2.46X_4 + 0.618X_5 + 2.46X_6 \leq 315000$$

$$10X_1 + 10X_2 + 12X_3 + 10X_4 + 3X_5 + 10X_6 \leq 4666667$$

$$3X_1 + 3X_2 + 3X_3 + 3X_4 + X_5 + 3X_6 \leq 445900$$

$$5X_1 + 5X_2 + 6X_3 + 5X_4 + X_5 + 6X_6 \leq 749700$$

$$X_1 + X_2 + 2X_3 + X_4 + X_5 + 2X_6 \leq 220500$$

$$10X_2 + 15X_3 \leq 315000$$

$$2X_1 + 2X_2 + 3X_3 + 2X_4 + X_5 + 3X_6 \leq 343000$$

$$3X_1 + 3X_2 + 3X_3 + 3X_4 + X_5 + 3X_6 \leq 441000$$

$$0.12X_1 + 0.12X_2 + 0.12X_3 + 0.12X_4 + 0.12X_5 + 0.12X_6 \leq 15750$$

$$0.123X_1 + 0.123X_2 + 0.153X_3 + 0.123X_4 + 0.0309X_5 + 0.123X_6 \leq 15750$$

$$30X_1 + 30X_2 + 37X_3 + 30X_4 + 8X_5 + 30X_6 \leq 14000000$$

Temmuz 2010.233-246.

IV.3. Bulanık Hedef Programlama Yöntemi İle Çözüm

Bulanık hedef programlama yöntemini kullanabilmek için öncelikle bulanıklık taşıyan sağ-yan değerlerine ait üyelik fonksiyonlarının oluşturulması gerekmektedir. Bu çalışmada kurulan modelin hedef ve kısıtlarına ait sağ-yan değerleri bulanık olduğu için bütün hedef ve kısıtların sağ-yan değerleri için üyelik fonksiyonları oluşturulmuştur. Üyelik fonksiyonun oluşturulmasına yönelik birçok yöntem mevcuttur. Oluşturulan üyelik fonksiyonlarının kurulan modele uygun olduğunun kesinlikle bilindiği varsayımından hareket edilir. Bu çalışmada öncelikle üyelik fonksiyonunun yapısının doğrusal olduğu varsayımından hareket edilecektir. Bulanık hedef programlama ile ilgili çalışmalarda, doğrusal üyelik fonksiyonunun kullanımının daha etkin olması böyle bir tercih yapılmasına neden olmuştur.

IV.3.1. Doğrusal Üyelik Fonksiyonu İle Çözüm

Doğrusal üyelik fonksiyonundan yararlanarak çözümleme yapabilmek için öncelikle, belirsiz sınırlardaki hareketin doğrusal olduğunun kesinlikle bilindiği varsayımı yapılmıştır. Doğrusallığın hangi yapıda olduğuna (üçgensel, yamuksal, kısmi doğrusal, sabit eğimle azalan, sabit eğimle artan…) karar verme noktasında ise hedeflerin ve sapmaların yapısı incelenmiş, hedef değerlerinden yalnızca tek yönlü sapmaya izin verip, hedef değerlerine yaklaşıldıkça üyelik derecesinin ‘1’ olmasını sağlayan üyelik fonksiyonu araştırılmıştır. Çalışmada ayrıca $\geq$ yapısındaki bir sınırdan negatif sapma, $\leq$ yapısındaki bir sınırdan ise pozitif sapma derecelendirildiğinden bu durumları en iyi sağlayacak üyelik fonksiyonunun Eşitlik 6 ve 7’de tanımlanan üyelik fonksiyonu olacağına karar verilmiştir. Hedef ve kısıtların sağ-yan değerleri ise bulanıktır. Bulanık hedef programlamada hedef ve kısıtların bulanık olmaları durumunda hedef ve kısıt ayırımına gidilmez. Bu çalışmada da bütün hedef ve kısıtlar bulanık olduğundan böyle bir ayırım yapılmamıştır. Böylelikle çözümlenmesi gereken bulanık hedef programlama problemi aşağıdaki şekilde olacaktır.

$$Max \quad \lambda$$

$$22000X_1 + 22000X_2 + 23000X_3 + 22000X_4 + 23000X_5 + 23000X_6 + d_1^- - d_1^+ = 2200000000$$

$$3000X_1 + 3000X_2 + 2000X_3 + 2000X_4 + 2000X_5 + 2000X_6 + d_2^- - d_2^+ = 275000000$$

$$X_1 + d_3^- - d_3^+ = 72500$$

$$X_2 + d_4^- - d_4^+ = 50000$$

$$X_3 + d_5^- - d_5^+ = 10000$$

$$X_4 + d_6^- - d_6^+ = 2750$$

$$X_5 + d_7^- - d_7^+ = 2500$$

$$X_6 + d_8^- - d_8^+ = 1800$$

$$X_1 + X_2 + X_3 + X_4 + X_5 + X_6 + d_9^- - d_9^+ = 550000$$

$$\lambda - \left\{ \begin{matrix} (2200000000 + 350000000) - (22000X_1 + 2200X_2 + \\ 23000X_3 + 22000X_4 + 23000X_5 + 23000X_6) \end{matrix} \right\} / 350000000 \leq 0$$

$$\lambda - \{(3000X_1 + 3000X_2 + 2000X_3 + 2000X_4 + 2000X_5 + 2000X_6) - (275000000 - 31000000)\} / 31000000 \leq 0$$

$$\lambda - \{X_1 - (72500 - 7000)\} / 7000 \leq 0$$

$$\lambda - \{X_2 - (50000 - 6250)\} / 6250 \leq 0$$

$$\lambda - \{X_3 - (10000 - 1250)\} / 1250 \leq 0$$

$$\lambda - \{X_4 - (2750 - 550)\} / 550 \leq 0$$

$$\lambda - \{X_5 - (2500 - 400)\} / 400 \leq 0$$

$$\lambda - \{X_6 - (1800 - 280)\} / 280 \leq 0$$

$$\lambda - \{(550000 + 50000) - (X_1 + X_2 + X_3 + X_4 + X_5 + X_6)\} / 50000 \leq 0$$

$$\lambda-\left\{(840000000+15000000)-(1806X_1+1806X_2+2194.2X_3+1806X_4+451.5X_5+1806X_6)\right\}/15000000\le 0$$
$$\lambda-\left\{(367500+52000)-(2.25X_1+2.25X_2+2.7X_3+2.25X_4+0.6X_5+2.7X_6)\right\}/52000\le 0$$
$$\lambda-\left\{(3150000+1500000)-(6.6X_1+6.6X_2+8.28X_3+6.6X_4+1.68X_5+8.28X_6)\right\}/1500000\le 0$$
$$\lambda-\left\{(6300+900)-(0.036X_1+0.036X_2+0.408X_3+0.036X_4+0.0084X_5+0.0408X_6)\right\}/900\le 0$$
$$\lambda-\left\{(315000+31500)-(2.46X_1+2.46X_2+3.06X_3+2.46X_4+0.618X_5+2.46X_6)\right\}/31500\le 0$$
$$\lambda-\left\{(4666667+2100000)-(10X_1+10X_2+12X_3+10X_4+3X_5+10X_6)\right\}/2100000\le 0$$
$$\lambda-\left\{(445900+39000)-(3X_1+3X_2+3X_3+3X_4+X_5+3X_6)\right\}/39000\le 0$$
$$\lambda-\left\{(749700+107100)-(5X_1+5X_2+6X_3+5X_4+X_5+6X_6)\right\}/107100\le 0$$
$$\lambda-\left\{(220500+31500)-(X_1+X_2+2X_3+X_4+X_5+2X_6)\right\}/31500\le 0$$
$$\lambda-\left\{(315000+50000)-(10X_2+15X_3)\right\}/50000\le 0$$
$$\lambda-\left\{(343000+30000)-(2X_1+2X_2+3X_3+2X_4+X_5+3X_6)\right\}/30000\le 0$$
$$\lambda-\left\{(441000+63000)-(3X_1+3X_2+3X_3+3X_4+X_5+3X_6)\right\}/63000\le 0$$
$$\lambda-\left\{(15750+1575)-(0.12X_1+0.12X_2+0.12X_3+0.12X_4+0.12X_5+0.12X_6)\right\}/1575\le 0$$
$$\lambda-\left\{(15750+1575)-(0.123X_1+0.123X_2+0.153X_3+0.123X_4+0.0309X_5+0.123X_6)\right\}/1575\le 0$$
$$\lambda-\left\{(14000000+250000)-(30X_1+30X_2+37X_3+30X_4+8X_5+30X_6)\right\}/250000\le 0$$
$$X_i, d_i^-, d_i^+ \ge 0$$

Görüldüğü gibi çözümü gereken problem bir doğrusal programlama halini almıştır. Hedef programlama problemlerinin temelini oluşturan sapma değişkenleri burada yalnızca kısıt bazında yer almakta ve sapma değişkenlerinin minimizasyonu üyelik derecelerini maksimize etmek yolu ile dolaylı yoldan sağlanmaktadır. Bu çalışmada kullanılan problemde hedef ve kısıt ayrımına gidilmemiş olması nedeni ile modelde hedef değerlerine ilişkin sapmalara yer vermek gerekli bir durum değildir.

Problemin WINQSB paket programında çözümlenmesi sonucunda, gerek normal çözümde gerekse alternative çözümde amaç fonksiyonunun optimum değeri 0,98 olarak bulunmuştur. Bu değer, elde edilen sonuçların optimal karar kümesine olan üyelik derecesidir. Sıfır ile bir arasında değişen bir değer olan ve bire yaklaştıkça elde edilen sonuçların optimalitesinin yüksek olduğunu gösteren bir değer olan üyelik derecesinin bu çalışma için oldukça yüksek olduğu görülmüştür.

IV.3.2. Doğrusal Olmayan Üyelik Fonksiyonu İle Çözüm

Bulanık sınırlardaki belirsizliğin tanımlanmasında doğrusal üyelik fonksiyonunun daha iyi sonuçlar verdiği kesinlik taşımamaktadır. Bu nedenle problem doğrusal olmayan yapıdaki bir üyelik fonksiyonu ile de çözümlenip, sonuçlar değerlendirilmiştir. Bu değerlendirme için sınırlardaki bulanıklığın hiperbolik yapıda bir üyelik fonksiyonu ile ifade edildiği varsayımı yapılmıştır.

Eşitlik 12'de verilen tanımlamalardan yararlanarak, $\alpha_i = 3/2\left(z_i^0 - z_i^m\right)$ olmak üzere, kullanılacak parametre değerleri aşağıda gösterildiği gibidir.

$\alpha_1=-0.0000000021$	$\alpha_9=-0.000015$	$\alpha_{17}=-0.0000070028$
$\alpha_2=-0.0000000242$	$\alpha_{10}=-0.00000005$	$\alpha_{18}=-0.0000238095$
$\alpha_3=-0.0001071429$	$\alpha_{11}=-0.0000144231$	$\alpha_{19}=-0.000015$
$\alpha_4=-0.00012$	$\alpha_{12}=-0.0000005$	$\alpha_{20}=-0.000025$
$\alpha_5=-0.0006$	$\alpha_{13}=-0.0008333333$	$\alpha_{21}=-0.0000119048$
$\alpha_6=-0.0013636364$	$\alpha_{14}=-0.0000238095$	$\alpha_{22}=-0.0004761905$
$\alpha_7=-0.001875$	$\alpha_{15}=-0.0000003571$	$\alpha_{23}=-0.0004761905$
$\alpha_8=-0.0026785714$	$\alpha_{16}=-0.0000192308$	$\alpha_{24}=-0.000003$

Temmuz 2010.233-246.

Parametre değerlerinin kullanılması ile oluşturulan problem aşağıdaki şekli alır;

$Max \quad X_7$

$22000X_1 + 22000X_2 + 23000X_3 + 22000X_4 + 23000X_5 + 23000X_6 + d_1^- + d_1^+ = 2200000000$

$3000X_1 + 3000X_2 + 2000X_3 + 2000X_4 + 2000X_5 + 2000X_6 + d_2^- + d_2^+ = 275000000$

$X_1 + d_3^- + d_3^+ = 72500$

$X_2 + d_4^- + d_4^+ = 50000$

$X_3 + d_5^- + d_5^+ = 10000$

$X_4 + d_6^- + d_6^+ = 2750$

$X_5 + d_7^- + d_7^+ = 2500$

$X_6 + d_8^- + d_8^+ = 1800$

$X_1 + X_2 + X_3 + X_4 + X_5 + X_6 + d_9^- + d_9^+ = 550000$

$-0.0000000021\ (22000X_1 + 22000X_2 + 23000X_3 + 22000X_4 + 23000X_5 + 23000X_6) - X_7 \geq -4.7142857143$

$-0.0000000242\ (3000X_1 + 3000X_2 + 2000X_3 + 2000X_4 + 2000X_5 + 2000X_6) - X_7 \geq -6.6532258065$

$-0.0001071429\ X_1 - X_7 \geq -7.7678571429$

$-0.00012\ X_2 - X_7 \geq -6$

$-0.0006\ X_3 - X_7 \geq -6$

$-0.0013636364\ X_4 - X_7 \geq -3.75$

$-0.001875\ X_5 - X_7 \geq -4.6875$

$-0.0026785714X_6 - X_7 \geq -4.8214285714$

$-0.000015\ (X_1 + X_2 + X_3 + X_4 + X_5 + X_6) - X_7 \geq -8.25$

$-0.00000005\ (1806X_1 + 1806X_2 + 2194.2X_3 + 1806X_4 + 451.5X_5 + 1806X_6) - X_7 \geq -42$

$-0.0000144231\ (2.25X_1 + 2.25X_2 + 2.7X_3 + 2.25X_4 + 0.6X_5 + 2.7X_6) - X_7 \geq -5.3004807692$

$-0.0000005\ (6.6X_1 + 6.6X_2 + 8.28X_3 + 6.6X_4 + 1.68X_5 + 8.28X_6) - X_7 \geq -1.575$

$-0.0008333333\ (0.036X_1 + 0.036X_2 + 0.0408X_3 + 0.036X_4 + 0.0084X_5 + 0.0408X_6) - X_7 \geq -5.25$

$-0.0000238095\ (2.46X_1 + 2.46X_2 + 3.06X_3 + 2.46X_4 + 0.618X_5 + 2.46X_6) - X_7 \geq -7.5$

$-0.0000003571\ (10X_1 + 10X_2 + 12X_3 + 10X_4 + 3X_5 + 10X_6) - X_7 \geq -1.6666666667$

$-0.0000192308\ (3X_1 + 3X_2 + 3X_3 + 3X_4 + X_5 + 3X_6) - X_7 \geq -8.575$

$-0.0000070028\ (5X_1 + 5X_2 + 6X_3 + 5X_4 + X_5 + 6X_6) - X_7 \geq -5.25$

$-0.0000238095\ (X_1 + X_2 + 2X_3 + X_4 + X_5 + 2X_6) - X_7 \geq -5.25$

$-0.000015\ (10X_2 + 15X_3) - X_7 \geq -4.725$

$-0.000025\ (2X_1 + 2X_2 + 3X_3 + 2X_4 + X_5 + 3X_6) - X_7 \geq -8.575$

$-0.0000119048\ (3X_1 + 3X_2 + 3X_3 + 3X_4 + X_5 + 3X_6) \geq -5.25$

$-0.0004761905\ (0.12X_1 + 0.12X_2 + 0.12X_3 + 0.12X_4 + 0.12X_5 + 0.12X_6) - X_7 \geq -7.5$

$-0.0004761905\ (0.123X_1 + 0.123X_2 + 0.153X_3 + 0.123X_4 + 0.0309X_5 + 0.123X_6) - X_7 \geq -7.5$

$-0.000003\ (30X_1 + 30X_2 + 37X_3 + 30X_4 + 8X_5 + 30X_6) - X_7 \geq -42$

Problemin WINQSB paket programında çözümlenmesi sonucunda hem normal hemde alternatif sonuçta X_7 değişkeninin değeri "1" olarak bulunmuştur.

$$\lambda = \frac{1}{2}\tanh(X_7) + \frac{1}{2} = \frac{1}{2}\tanh(1) + \frac{1}{2} = 0.880797$$

şeklinde belirlenen doğrusal olmayan üyelik fonksiyonunun kullanımı sonucunda, elde edilen amaç fonksiyonu değeri (0.880797) olarak bulunmuştur. Buna göre, elde edilen sonucun optimal karar kümesine üyeliğinin derecesi (0.880797)'dir. Bu değerin, doğrusal yapıdaki üyelik fonksiyonu yardımı ile çözülen problemin verdiği sonucun üyelik derecesinden (0.98) daha düşük olduğu görülmektedir. Dolayısıyla aynı bulanık karar kümesi içinde daha yüksek üyelik derecesini veren çözüme doğrusal üyelik fonksiyonu kullanıldığında ulaşılmıştır. Aynı bulanık karar kümesi içinde en uygun üyelik fonksiyonun tespiti en yüksek üyelik derecesini veren çözüme göre belirlenebilmektedir. Buna göre, bu çalışma için en uygun üyelik fonksiyonunun doğrusal üyelik fonksiyonu olduğu açıkça görülmektedir.

Bu çalışmada kullanılan programlama türlerinin verdiği normal ve alternative sonuçları, parantez içinde verilen rakamların her biri X_i piliç ürününe ilişkin sonuç değerlerini göstermek üzere sırasıyla Tablo.6. ve Tablo.7'de özetlenmeye çalışılmıştır.

* : Doğrusal üyelik fonksiyonu kullanılarak yapılan çözümleme,

** : Doğrusal olmayan üyelik fonksiyonu kullanılarak yapılan çözümleme,

d_i^-, d_i^+ : İstenmeyen sapma değerleri,

Tablo.6. Çalışmada Kullanılan Yöntemlerin Çözüm Özeti

Hedefler	Hedef Programlama Sonuçları	Bulanık Hedef Programlama* Sonuçları	Bulanık Hedef Programlama** Sonuçları	Fabrika Yetkilileri Tarafından Kabul Edilen Sapma Miktarları
Maliyet ≤ 2200000000	$d_1^+ = 0$	$d_1^+ = 0$	$d_1^+ = 0$	$s_1 = 350000000$
Kar ≥ 275000000	$d_2^- = 0$	$d_2^- = 0$	$d_2^- = 0$	$s_2 = 31000000$
$X_1 \geq 72500$	$d_3^- = 12440$ (60060)	$d_3^- = 0$ (72500)	$d_3^- = 0$ (72500)	$s_3 = 7000$
$X_2 \geq 50000$	$d_4^- = 33500$ (16500)	$d_4^- = 0$ (9842,2)	$d_4^- = 0$ (24750)	$s_4 = 6250$
$X_3 \geq 10000$	$d_5^- = 0$ (10000)	$d_5^- = 40158,8$ (9979,7)	$d_5^- = 25250$ (0)	$s_5 = 1250$
$X_4 \geq 2750$	$d_6^- = 0$ (2750)	$d_6^- = 20,3$ (2741,4)	$d_6^- = 10000$ (2750)	$s_6 = 550$
$X_5 \geq 2500$	$d_7^- = 0$ (8110)	$d_7^- = 8,65$ (2493,5)	$d_7^- = 0$ (0)	$s_7 = 400$
$X_6 \geq 1800$	$d_8^- = 0$ (1800)	$d_8^- = 6,5$ (1795,7)	$d_8^- = 2500$ (0)	$s_8 = 280$
Üretim Kapasitesi ≤ 550000	$d_9^+ = 0$	$d_9^+ = 0$	$d_9^+ = 0$	$s_9 = 50000$

Tablo.7. Çalışmada Kullanılan Yöntemlerin Alternatif Çözüm Özeti

Hedefler	Hedef Programlama Sonuçları	Bulanık Hedef Programlama* Sonuçları	Bulanık Hedef Programlama** Sonuçları	Fabrika Yetkilileri Tarafından Kabul Edilen Sapma Miktarları
Maliyet ≤ 2200000000	$d_1^+ = 0$	$d_1^+ = 0$	$d_1^+ = 0$	$s_1 = 350000000$
Kar ≥ 275000000	$d_2^- = 0$	$d_2^- = 0$	$d_2^- = 0$	$s_2 = 31000000$
$X_1 \geq 72500$	$d_3^- = 27440$ (45060)	$d_3^- = 0$ (72500)	$d_3^- = 0$ (72500)	$s_3 = 7000$
$X_2 \geq 50000$	$d_4^- = 18500$ (31500)	$d_4^- = 0$ (9556)	$d_4^- = 0$ (14295,4)	$s_4 = 6250$
$X_3 \geq 10000$	$d_5^- = 10000$ (0)	$d_5^- = 40443,9$ (9999)	$d_5^- = 35704,5$ (10000)	$s_5 = 1250$
$X_4 \geq 2750$	$d_6^- = 0$ (2750)	$d_6^- = 0,96$ (2749,8)	$d_6^- = 0,96$ (2750)	$s_6 = 550$
$X_5 \geq 2500$	$d_7^- = 0$ (18110)	$d_7^- = 0,15$ (2499,7)	$d_7^- = 0,15$ (0)	$s_7 = 400$
$X_6 \geq 1800$	$d_8^- = 0$ (1800)	$d_8^- = 0,31$ (1800)	$d_8^- = 2500$ (0)	$s_8 = 280$
Üretim Kapasitesi ≤ 550000	$d_9^+ = 0$	$d_9^+ = 0$	$d_9^+ = 0$	$s_9 = 50000$

V. SONUÇ ve ÖNERİLER

Bu çalışmada, bulanık hedef programlama yönteminin işlevi bir üretim planlaması problemi üzerinde gözlemlenmeye çalışılmıştır. Bu amaçla hedef programlama ve bulanık hedef programlama yöntemleri karşılaştırılmıştır. Bulanık hedef programlama yöntemi doğrusal ve doğrusal olmayan olmak üzere iki farklı üyelik fonksiyonu ile çözümlenmiştir. Yöntemlere ilişkin sonuçlar Tablo.6. ve Tablo.7'deki gibi özetlenmiştir.

Tablo.6.'daki çözümler incelendiğinde, elde edilen optimal çözümlere göre hedef programlama yöntemi için d_3 ve d_4 sapma değerlerinin, doğrusal üyelik fonksiyonlu bulanık hedef programlama yöntemi için d_5 ve doğrusal olmayan üyelik fonksiyonlu bulanık hedef programlama yöntemi için ise d_5, d_6 ve d_8 sapma değerlerinin üretici tarafından kabul edilen sapma değerlerini aştığı görülmektedir. Tablo.7'deki alternatif çözümler incelendiğinde ise, elde edilen optimal çözümlere göre hedef programlama yöntemi için d_3, d_4 ve d_5 sapma değerlerinin, doğrusal üyelik fonksiyonlu bulanık hedef programlama yöntemi için d_5 ve doğrusal olmayan üyelik fonksiyonlu bulanık hedef programlama yöntemi için ise d_5 ve d_8 sapma değerlerinin üretici tarafından kabul edilen sapma değerlerini aştığı görülmektedir. Bu sonuçlara göre Piliç Fabrikası'na ait aylık üretim planlama problemi için en uygun çözümün doğrusal üyelik fonksiyonlu bulanık hedef programlama yönteminin olduğu görülmektedir. Ayrıca Tablo.6'dan hedef programlama yöntemi ile çözümde X_5 (parça ürünler) için, doğrusal olmayan üyelik fonksiyonlu bulanık hedef programlama yöntemi ile çözüm de ise X_3 (taşlık), X_5 (parça ürünler) ve X_6 (ileri işlenmiş ürünler) için talebin üzerinde üretim yapılmasının gerekli olduğu görülmektedir. Benzer şekilde Tablo.7'den hedef programlama yöntemi ile çözümde X_3 (taşlık) için üretimin yapılmaması, X_5 (parça ürünler) için talebin üzerinde; doğrusal olmayan üyelik fonksiyonlu bulanık hedef programlama yöntemi ile çözüm de ise X_5 (parça ürünler) ve X_6 (ileri işlenmiş ürünler) için üretimin yapılmaması gerektiği görülmektedir. Elde edilen sonuçlar fabrika yetkililerinin minumum maliyet ve maksimum kar hedeflerini gerçeklemektedir.

Tablolardan, hedef programlama yöntemi ile elde edilen çözümlerin fabrika yetkililerinin belirlediği üretim hedeflerinden büyük oranda saptığı görülmektedir. Böyle bir sonuca ulaşmadaki en büyük neden hedef programlamanın hedeflere verilecek sapmalar üzerinde gerçek hayat koşullarında kabul edilebilecek sınırlandırmaları getiremiyor olmasıdır. Buna karşılık bulanık hedef programlama yönteminin çözüm öncesinde sapma değerlerine gerçek hayat koşullarında kabul edilebilir sınırlamalar getirebiliyor olmasından dolayı, doğrusal üyelik fonksiyonlu bulanık hedef programlama yönteminin hedeflerin hepsini fabrika yetkilileri tarafından kabul edilebilir sapmalar dahilinde sağladığı görülmektedir.

Çalışmada başka bir görüş açısı getirmek amacıyla kullanılan doğrusal olmayan üyelik fonksiyonlu bulanık hedef programlama yöntemi ile çözüm de de belirlenen hedeflerden sapmaların olduğu görülmüştür. Ayrıca, bulanık hedef programlama problemlerinin temelini oluşturan üyelik fonksiyonlarının optimal karar üzerindeki etkinliği de, ayrı yapılardaki üyelik fonksiyonları yardımı ile gözlemlenmiştir. Doğrusal yapıdaki üyelik fonksiyonunu ile elde edilen optimal karar kümesine üyelik derecesi (0.98), doğrusal olmayan üyelik fonksiyonunun kullanımı sonucunda elde edilen optimal karar kümesine üyelik derecesinden (0.880797) yüksektir. Aynı bulanık karar kümesi içerisinde en yüksek üyelik derecesini veren çözüm en iyi çözüm olarak kabul edildiğinden, doğrusal üyelik fonksiyonunun üstünlüğü, bu çalışmada yer alan üretim planlama problemi için ispatlanmıştır.

Hedef programlama, hedef değerlerinden sapmaların minimizasyonu üzerine kuruludur. Problemdeki sapma değerleri minimize edilmeye çalışılmakta fakat sapmaların alabileceği değerler üzerinde herhangi bir sınırlama yapılamamaktadır. Buna karşılık, bulanık hedef programlamada, hedef değerlerinden sapmalar, daha önceden belirlenen, kabul edilebilir aralıklar şeklinde ifade edilmektedir. Sapmaların minimizasyonu, kullanılan üyelik fonksiyonları yardımı ile sağlanmaktadır. Böylelikle elde edilen optimal çözüm, problemi gerçek hayat koşullarında kabul edilebilir bir sonuca ulaştırmaktadır.

Bu çalışmadan da görüldüğü gibi sınır değerlerindeki hareketi tam olarak tanımlayamayan yanlış yapıdaki bir üyelik fonksiyonu ile yapılacak çözümleme, büyük sapma değerleri içeren sonuçlar vermektedir. Bu nedenle, zaman alıcı olmasına rağmen farklı yapılardaki üyelik fonksiyonlarının çözüm değerlerinin gözlemlenmesinin, karar vericinin ulaşacağı sonuca daha güvenilir bir yapı kazandıracağı söylenebilir.

YARARLANILAN KAYNAKLAR

[1] Zeleny, M. (1973). *Multiple Criteria Decision Making*. NewYork: McGraw-Hill Book Company.

[2] Zimmerman, H.J. (1987). *Fuzzy Set Theory and its Applications*. Boston: Kluwer Academic Publishers.

[3] Hannan, E.L. (1981). On Fuzzy Goal Programming. *Decision Sciences*, 12(3), 523-531.

[4] Davis, K.M. & Patrick, G. (1981). *Quantitative Models for Management*. Boston: Kent Publishing Company.

[5] Cinemre, N. (2004). *Yöneylem Araştırması*. 2. Baskı. İstanbul: Beta Yayınları.

[6] Dağdeviren, M.; Akay, D. & Kurt, M. (2004). İş Değerlendirme, Faktör Derece Puanlarının Belirlenmesinde Hedef Programlama Yönteminin Kullanılması. *Gazi Üniv. Müh. Mim. Fak. Dergisi*, 19(1), 89-95.

[7] Güneş, M. & Umarusman, N. (2004). Bir Karar Destek Amacı Bulanık Hedef Programlama ve Yerel Yönetimlerde Vergi Optimizasyonu Uygulaması. *Review of Social, Economic & Business Studies*, 2(1), 242-255.

[8] Özkan, M.M. (2003). *Bulanık Hedef Programlama*. Bursa: Ekin Kitabevi.

[9] Ignizio, J.P. (1982). *Linear Programming in Single-Multiple Objective Systems*. Englewood Cliffs: Prentice Hall Inc.

[10] Schiederjans, M.J. (2004). *Information Technology Investment: Decision-Making Methodology*. Singapore: World Scientific Publishing Company.

[11] Martel, J.M. & Belaid A. (1998). Diverse Imprecise Goal Programming Model Formülations. *Journal of Global Optimization*, 12(2), 127-138.

[12] Narasimhan, R. (1980). Goal Programming in a Fuzzy Environment. *Decision Sciences*, 11(1), 325-336.

[13] Chen, Y.W. & Moussa, L. (2006). Two-Person Zero-Sum Game Approach for Fuzzy Multiple Decision Making Problems. *Fuzzy Sets and Systems*, 157(1), 34-51.

[14] Tiwari, R.N.; Dhamar, S. & Rao, J.R. (1987). Fuzzy Goal Programming: An Additive Model. *Fuzzy Sets and Systems*, 24(1), 27-34.

[15] Yang, T.; Ignizio, J. & Kim, H.J. (1991). Fuzzy Programming With Nonlinear Membership Function: Piecewise Linear Approximation. *Fuzzy Sets and Systems*, 41(1), 39-53.

[16] Hwang, L.H. (1994). *Fuzzy Multiple Objective Decision Making-Methods and Aplications*. New York: Springer-Verlag.

[17] Bellman, R. & Zadeh, L. (1970). Decision Making in a Fuzzy Environment. *Management Science*, 17(4), 141-164.

[18] Leberling H. (1981). On Finding Comprimise Solutions In Multicriteria Problems Using The Fuzzy Min-Operator. *Fuzzy Sets and Systems.* 6(1), 105-118.

[19] Demir, M.H. & Gümüşoğlu, Ş. (1998). *Üretim Yönetimi (İşlemler Yönetimi)*. Gözden Geçirilmiş Genişletilmiş 5. Baskı. İstanbul: Beta Yayınları.

[20] Çelikçapa, F.O. (1998). *Endüstri İşletmelerinde Üretim Yönetimi ve Teknikleri*. 2. Baskı. Bursa: Vipaş Yayınları.

Temmuz 2010.233-246.

Semra ERPOLAT

serpolat@msgsu.edu.tr

She was educated from Hacettepe University, Faculty of Science, Statistics Section in 1999. She was get M.Sc. degree in 2002 from Hacettepe University, Faculty of Science, Statistics Section, and ph.D. degree from Mimar Sinan Fine Art University, Faculty of Science and Lecture, Statistics Section. And the second ph.D degree from Marmara University, Faculty of Economics and Administrative Sciences, Department of Econometrics, Operation Research Section in 2009.