



# Negatif Olmayan Matris Ayırıştırma Yöntemlerinde Fetal Elektrokardiyogram İşaretin Ayırıştırılması

Hüsamettin Çelik<sup>1\*</sup>, Nurhan Karaboğa<sup>2</sup>

<sup>1\*</sup> Erzincan Binali Yıldırım Üniversitesi, Tercan Meslek Yüksekokulu, Bilgisayar Teknolojileri Bölümü, Erzincan, Türkiye, (ORCID: 0000-0002-7662-0674), [hcelik@erzincan.edu.tr](mailto:hcelik@erzincan.edu.tr)

<sup>2</sup> Erciyes Üniversitesi, Mühendislik Fakültesi, Elektrik-Elektronik Mühendisliği Bölümü, Kayseri, Türkiye (ORCID: 0000-0002-4550-5251), [nurhan\\_k@erciyes.edu.tr](mailto:nurhan_k@erciyes.edu.tr)  
(2nd International Conference on Access to Recent Advances in Engineering and Digitalization (ARACONF)-10–12 March 2021)

(DOI: 10.31590/ejosat.903201)

**ATIF/REFERENCE:** Çelik, H., Karaboğa, N. (2021). Negatif Olmayan Matris Ayırıştırma Yöntemlerinde Fetal Elektrokardiyogram İşaretin Ayırıştırılması. *Avrupa Bilim ve Teknoloji Dergisi*, (24), 247-251.

## Öz

Elektrokardiyogram (EKG) işareti, kalp atımları esnasında kalp kasları tarafından üretilen ve kalbin elektriksel aktivitesini öğrenmek için vücudun yüzeyine yerleştirilen elektrotlar yardımıyla alınan işaretlerdir. Elde edilen işaretler kuvvetlendirildikten sonra sayısal işaret işleme yöntemleri ile analiz edilebilirler. Analiz sonucunda elde edilen işaretler özellikle kalp hastalıklarının teşhis ve tedavisinde veya kişinin sağlığı açısından belirleyici etkiye sahip olacaktır. Ölçüm sonucunda insan vücudundan elde edilen işaretlerde en az iki işaretin karışmış şekli elde edilecektir. Bu çalışmada anne karınıdaki bebeğin EKG' sinin elde edilmesi için işaret ayırıştırma yöntemi olarak anne EKG, Fetal EKG (bebeğin) ve gürültü işaretlerinin karışımı olan veride işaret ayırıştırma işlemi yapılmıştır. Negatif olmayan matris ayırıştırma algoritmalarından Çarpımsal Güncelleme yöntemi ve Hiyerarşik Değişen En Küçük Kareler yöntemi kullanılarak performans analizleri ile birlikte işlem maliyetleri karşılaştırılmıştır. Uygun olan yöntemi belirlemek için işaret/gürültü oranı ölçütü kullanılmıştır.

**Anahtar Kelimeler:** Negatif Olmayan Matris Ayırıştırma, Çarpımsal Güncelleme, Hiyerarşik Alternatif En Küçük Kareler Yöntemi.

## Decomposition of Fetal Electrocardiogram Sign in Non-Negative Matrix Separation Methods

### Abstract

Electrocardiogram (ECG) sign is the signals produced by the heart muscles during heart beats and taken with the help of electrodes placed on the surface of the body to learn the electrical activity of the heart. After the obtained signals are strengthened, they can be analyzed by digital signal processing methods. The signs obtained as a result of the analysis will have a decisive effect especially in the diagnosis and treatment of heart diseases or in terms of the health of the person. As a result of the measurement, the mixed form of at least two marks in the marks obtained from the human body will be obtained. In this study, non-negative matrix separation method from blind source decomposition algorithms was used in signal decomposition to obtain the ECG of the baby in the mother's womb. As a source sign, the signal decomposition process was performed in the data that was a mixture of maternal ECG, Fetal ECG (baby's) and noise signals. Performance analysis and transaction costs were compared using the Multiplicative Update method and Hierarchical Least Squares method, which are non-negative matrix decomposition algorithms. Signal / noise ratio criterion was used to determine the appropriate method.

**Keywords:** Non-Negative Matrix Factorization, Multiplicative Updating, Hierarchical Alternating Least Squares Method.

\* Sorumlu Yazar: [hcelik@erzincan.edu.tr](mailto:hcelik@erzincan.edu.tr)

## 1. Giriş

Elektrokardiyogram işareti, kalpteki elektriksel aktivitenin gücünü ve zamanlamasını grafiksel olarak gösteren ve kalbin ritmik hareketlerindeki anormallikleri tespit etmek için kullanılan en önemli biyomedikal işaretlerden bir tanesidir. Yetişkinlerde olduğu gibi anne karnındaki bebeğin kalp atış hızı ve değişkenliğini gözlemlemek bebeğin ve annenin sağlığı açısından basit ve zahmetsiz bir uygulamadır.

Anne karnındaki bebeğin durumu ve sağlığı hakkında önemli bilgiyi veren Fetal Elektrokardiyografi (FEKG) işaretinin kaliteli bir şekilde elde edilmesi gerekmektedir. Nitekim anne karnındaki bebeğin sağlığı ve kalp hastalıkları açısından erken teşhisi anne ve bebek açısından son derece önemlidir (Ramli et al., 2020). Bebeğin EKG'sini ölçmek için anne karnına yerleştirilen elektrotlar yardımıyla işaretler elde edilir. Anneye ait güçlü EKG ve gürültü işaretleri, Fetal EKG işareti üzerinde bastırıcı etkiye sahiptir. Ölçüm sonucunda elde edilen bu işaretler, üç işaretin karışımını içerir. Bunlardan birincisi anneye ait düşük frekanslı EKG işareti, ikinci olarak bebeğe ait yüksek frekanslı EKG işareti ve üçüncü olarak da istenmeyen iç/dış veya düşük/yüksek frekanslı gürültü işaretleridir. Fetal Elektrokardiyogram işaretini sentezlemek için yüksek kalitede elde etmek gerekir ve bunun için de istenmeyen işaretlerden ayrıştırılması istenir (Gurve & Krishnan, 2020; Ziani et al., 2018).

En az iki işaretin karışmış halde bulunması ve bu karışmış işaretlerden her bir kaynağın elde edilmesine kör kaynak ayrıştırma (KKA) denilmektedir. Kullanılan kaynak işaretleri ve nasıl karıştıkları bilinmediğinden ayrıştırma kör kaynak ayrıştırma olarak tanımlanmaktadır. Biyomedikal uygulamalarda, haberleşmede, işaret işlemede ve güç elektroniği gibi pek çok alanda KKA algoritmaları aktif olarak kullanılmaktadır (Çelik et al., 2019).

Literatürde kör kaynak ayrıştırması alanında yapılan çalışmalarda (Çelik et al., 2019; Çelik & Karaboğa, 2020) tarafından karışmış ses işaretleri ayrıştırılmıştır. Güç elektroniğinde harmoniklerin analizi için kör kaynak ayrıştırma algoritmaları ile bir çalışma yapılmıştır (De Oliveira et al., 2021). Ayrıca haberleşme alanında gürültü içinde bulunan haberleşme işaretlerinin belirlenmesi için de yapılan çalışmalar literatürde mevcuttur (Çiflikli & Ilgin, 2020; Ilgin, 2020). EKG sinyallerini net şekilde elde etmek ve çeşitli kaynaklardan gelen gürültüyü bastırmak için farklı bir çalışma yapılmıştır (Mohebbian et al., 2020) ve diğer bir kör kaynak ayrıştırma çalışmasında ise otonom araç uygulamaları için "aktif işaret tabanlı sürücü ses ayırma" sistemi (Choi et al., 2021) üzerine farklı alanlarda çalışmalar yapılmıştır. Yaptığımız bu çalışmaya benzer bir uygulamada ise anne karnındaki bebeğe ait EKG ve anne EKG'si farklı kör kaynak ayrıştırma algoritmaları ile birbirinden ayrıştırılmıştır (Ramli et al., 2020).

Bu çalışmada Kör Kaynak Ayrıştırma algoritmaları kullanılarak tahmini istenen işareti, yani FEKG'yi karışmış işaretlerden çıkarmak için bir çalışma yapılmıştır. KKA kaynak işaretlerin herhangi bir veriyi bilmeden istenen işareti çıkarabilen ve bu alanda iyi bilinen bir ayırma yöntemidir. Bu çalışmanın amacı EKG işaretlerinde KKA algoritmalarının performansını ölçmektir.

Yapılan bu çalışmanın 2. Bölümünde algoritmaların çalışmaları hakkında bilgi verilmiştir. 3. Bölümde biyomedikal işaretlerin ayrıştırılmasındaki başarımlar oranları ve işlem

sürelerinin analizi verilmiştir. 4. Bölümde ise sonuçlar kısmında değerlendirilmeler yapılmıştır.

## 2. Materyal ve Metot

### 2.1. Negatif Olmayan Matris Ayrıştırma

Kör kaynak ayrıştırma yöntemleri içerisinde Negatif Olmayan Matris Ayrıştırma (NOMA) algoritmaları yaygın olarak kullanılmaktadır. Bu yöntemin kendi içerisinde farklı alt yöntemleri bulunmakta olup bu çalışmada iki farklı yöntem olarak; Çarpımsal Güncelleme (ÇG) Yöntemi ve Hiyerarşik Alternatif En Küçük Kareler (HAEKK) Yöntemi kullanılmıştır. Negatif olmayan matris ayrıştırma, bir dizi negatif olmayan veri dizisinden otomatik olarak aralıklı ve anlamlı özellikleri çıkardığı için yüksek boyutlu verilerin analizi için yaygın olarak kullanılan bir algoritmadır. NOMA, ortaya çıkan ayrıştırılmış matrislerin orijinal matristen daha az sayıda girdiye sahip olması nedeniyle bir boyut azaltma yöntemidir. Bu, bir ayrıştırma gerçekleştirmek için orijinal matrisin tüm girişlerine ihtiyaç duyulmadığı anlamına gelir, bu nedenle NOMA, hedef matristeki eksik girişleri işleyebilmelidir. NOMA'da, sensörlerden elde edilen veri matrisi  $n$  satır büyüklüğünde  $m$  adet gözlemden oluşan bir  $Y$  matrisi olduğu varsayılır. Karışım matrisi  $A$ , kaynak matrisi olarak isimlendirilirse  $Y$  matrisi Eşitlik 1 ile ifade edilir (Lee & Seung, 1999; Lin & Boutros, 2020).

$$Y = AX \quad (1)$$

Eşitlik 1'deki ifadenin  $Y \approx AX$  yaklaşık değerini bulmak için, önce yaklaşıklık kalitesini ölçen maliyet fonksiyonlarını tanımlamamız gerekir. Böyle bir maliyet fonksiyonu, iki negatif olmayan matris  $B$  ve  $C$  tanımlanarak bunlar arasındaki mesafe ölçüsü kullanılarak oluşturulabilir. Yararlı bir ölçü için  $B$  ve  $C$  arasındaki Öklid mesafesinin karesi alınarak bulunabilir (Lee & Seung, 2001).

$$\|B - C\|^2 = \sum_{ij} (B_{ij} - C_{ij})^2 \quad (2)$$

NOMA algoritmasında Eşitlik 3 ile amaç fonksiyonu belirlenerek minimize edilir.

$$F = \sum_{i,j} (Y - AX)_{i,j}^2 \quad (3)$$

$i$  ve  $j$  alt indisleri matrisin satır ve sütunlarını belirlerken bu noktadan sonra amaç fonksiyonunu en aza indirmek için Çarpımsal Güncelleme (ÇG) yöntemi önerilmiştir (Cichocki & Phan, 2009). NOMA için  $A$  ve  $X$ 'in yinelemeli güncellemelerine dayanan yöntemler uygulanmıştır. Algoritmanın her yinelenmesinde  $A$  veya  $X$ 'in yeni değeri, Eşitlik 1'deki mevcut değere yakınsamasının kalitesine bağlı bir faktörle çarpılarak bulunur. Bu aşamada çarpımsal güncelleme kurallarının uygulanmasıyla yakınsama kalitesinin monoton bir şekilde arttığı kanıtlanmıştır (Lee & Seung, 2001).

#### 2.1.1. Çarpımsal Güncelleme Yöntemi

NOMA algoritması için incelenen çok sayıda yöntem arasında en popüler olanlardan biri Lee ve Seung (Lee & Seung, 1999) tarafından geliştirilen çarpımsal güncelleme yöntemidir. Bu algoritmanın basit ve uygulanması kolay olma avantajı vardır ve NOMA'nın popülaritesine büyük katkı sağlamıştır. Bununla birlikte, çarpımsal güncellemenin yakınsama süresinin uzun olduğu bilinmektedir. Pratikte, Hiyerarşik Alternatif En Küçük Kareler (HAEKK) algoritmasının yakınsaması, çarpımsal güncellemeden çok daha hızlıdır.

Bu algoritmada, her eleman bir çarpma ile güncellenir ve  $A$  negatif olmayan matris gibi karşlanır. Güncelleme kuralları Eşitlik 4 ile belirtilmiştir (Badeau et al., 2011; Kim, 2011).

$$\begin{aligned} X &\leftarrow X \frac{A^T Y}{A^T A X} \\ A &\leftarrow A \frac{Y X^T}{A X X^T} \end{aligned} \quad (4)$$

Öklit mesafesi  $\|Y - AX\|$  güncelleme kurallarına göre artmadığı kanıtlanmıştır. Öklid mesafesi, bu güncellemelerde sadece  $A$  ve  $X$  mesafesinin sabit bir noktasındaysa değişmediği saptanmıştır. Ayrıca sapma (S),  $S(Y||AX)$  güncelleme kuralları altında artmadığı Eşitlik 5 ile gösterilmiştir.

$$\begin{aligned} X &\leftarrow X \frac{\sum_i A^T / A X}{\sum_k A} \\ A &\leftarrow A \frac{\sum_\mu X Y / A X}{\sum_\nu X} \end{aligned} \quad (5)$$

Eğer  $A$  ve  $X$  sapmanın sabit bir noktasındaysa iraksama değişmeyecektir. Böylelikle her güncellenenin bir çarpmadan oluştuğu anlaşılabilir. Özellikle,  $Y = AX$  ifadesinin bir bütün olarak çarpımsal faktör olduğu görülebilir ve böylece güncelleme kurallarının sabit bir noktası olması gerekmektedir. (Lee & Seung, 2001).

Bu bilgiler doğrultusunda ek güncelleme kuralları, tüm değerler pozitif olduğundan ve her güncellemede yalnızca çarpma ve bölmeler yer aldığından, negatif unsurlar oluşturamayan çarpımsal güncelleme kurallarına dönüştürülmesi sağlanır (Burred, 2014).

### 2.1.2. Hiyerarşik Alternatif En Küçük Kareler Yöntemi

Hiyerarşik alternatif en küçük kareler algoritması adı verilen, her bir sütunu ve yineleme başına her satırı güncelleyen bir yöntemdir. Bağımsız olarak incelenen bu algoritmayı istikrarlı hale getirmek için bir değişken yardımıyla algoritmanın yakınsama özelliği (Gillis & Glineur, 2008)'da kanıtlanmıştır (Kim & Park, 2012). Sütunları  $A = [a_1, a_2, \dots, a_j]$  ve  $B = [b_1, b_2, \dots, b_j]$  ile ifade edilirse, Öklid maliyet fonksiyonunu şu şekilde ifade edebiliriz:

$$\begin{aligned} J(a_1, \dots, a_j, b_1, \dots, b_j) &= \frac{1}{2} \|Y - AB^T\|_F^2 \\ &= \frac{1}{2} \|Y - \sum_{j=1}^j a_j b_j^T\|_F^2 \end{aligned} \quad (6)$$

Parametre setine göre  $(a_j, b_j)$  alternatif olarak maliyet fonksiyonlarının en aza indirilmesi Eşitlik 7 ile gösterilmiştir. Eşitlikte verilen  $a_j$  ve  $b_j$  değerleri sabit varsayılırsa;

$$\begin{aligned} D_A^j(a_j) &= \frac{1}{2} \|Y^j - a_j b_j^T\|_F^2, b_j \text{ sabit} \\ D_B^j(b_j) &= \frac{1}{2} \|Y^j - a_j b_j^T\|_F^2, a_j \text{ sabit} \end{aligned} \quad (7)$$

ifadesi elde edilir.

$j = 1, 2, \dots, J$  için sırasıyla  $a_j \geq 0$  ve  $b_j \geq 0$  parametre setlerine göre maliyet fonksiyonunun en aza indirilmesi

$$D_F^j(Y^j || a_j b_j^T) = \frac{1}{2} \|Y^j - a_j b_j^T\|_F^2 \quad (8)$$

eşitliği ile bulunur (Kim & Park, 2011).

HAEKK yöntemin uygulama adımları aşağıdaki algoritma ile gösterilmiştir (Cichocki & Phan, 2009).

NOMA için Hiyerarşik alternatif en küçük kareler algoritması

$A$  veya  $X = B^T$  başlat  
 $E = Y - AB^T$ ;

**repeat**

**for**  $j = 1$

$Y^j \leftarrow E + a_j b_j^T$ ;

$b_j \leftarrow [Y^{jT} a_j]_+$

$a_j \leftarrow [Y^T b_j]_+$

$a_j \leftarrow a_j / \|a_j\|_2$ ;

$E \leftarrow Y^j - a_j b_j^T$ ;

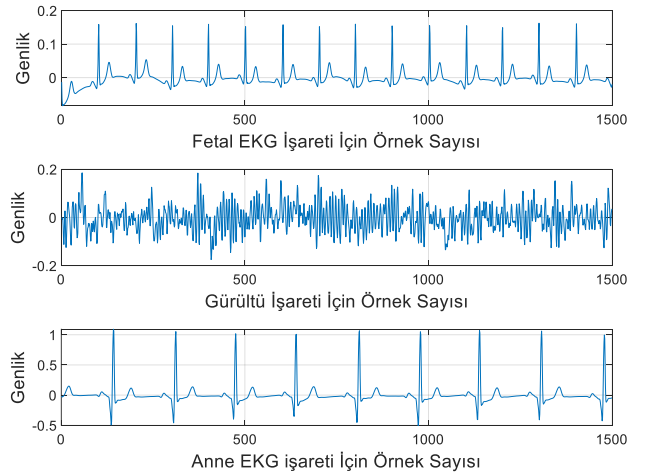
**end for**

**until** yakınsama kriterlerine ulaşıldığında

Noma için benzer güncelleme kuralları önerilmiştir (Ho, 2008). Bununla birlikte HAEKK yöntemin pratik uygulamalarında NOMA için kararlı bir şekilde çalışması sağlanmıştır.

## 3. Araştırma Sonuçları ve Tartışma

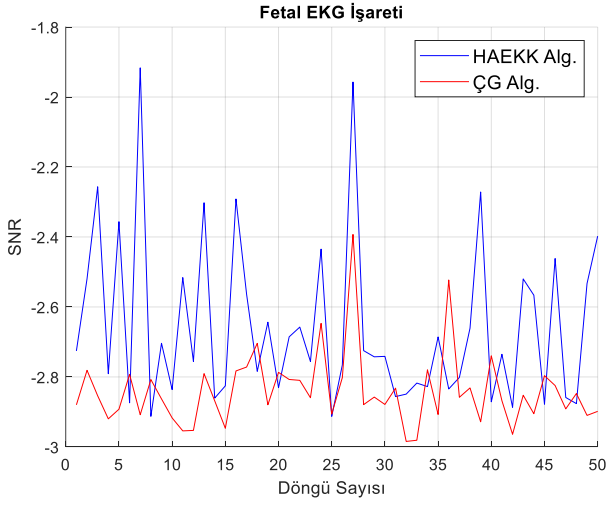
Kör kaynak ayrıştırmada, popülaritesini koruyan biyomedikal işaretlerin ayrıştırılması gittikçe önem kazanmaktadır. Bu doğrultuda anne karnındaki bebeğin EKG'si, annenin EKG'si ve istenmeyen gürültü işaretleri birbirlerinden ayrıştırılmıştır. Kullanılan işaretlere ait veri tabanı (<https://physionet.org/content/nifecgdb/1.0.0/>, 2021) sitesinden alınmıştır. Şekil 1'de bu üç işarete ait frekans farklılıklarının gözle görülmesi için 1500 örnek adımları dikkate alınarak gösterilmiştir. Bu işaretlerin ayrıştırılmasında kullanılan algoritmaların kararlı çalıştığını gözlemlemek için 50 kez tekrarlanarak gözlem verileri oluşturulmuştur. Fetal EKG işaretinin frekansı anne EKG işaretinin frekansına göre daha yüksektir. Farklı frekanslardaki pik noktalarından dolayı algoritmaların performansı çok değişkenlik göstermiştir.



Şekil 1. Kaynak İşaretleri

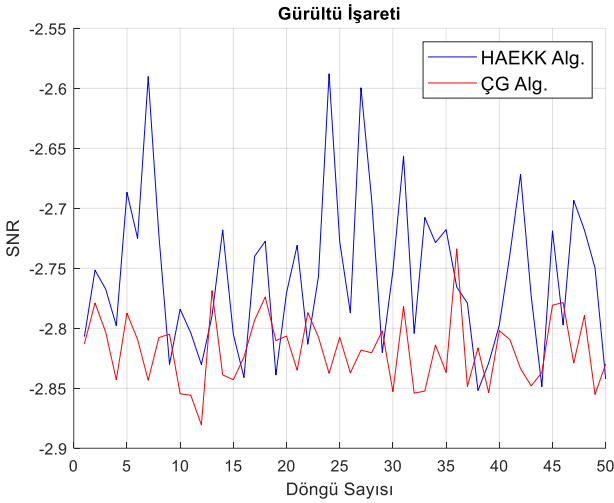
Şekil 2'deki grafikte Fetal EKG'ye ait işaretin HAEKK algoritması ve ÇG algoritmasına ait performansları karşılaştırılmıştır. HAEKK yönteminin ÇG yöntemine göre daha başarılı olduğu görülmektedir. İşaretlerin kararlı olarak veri ayrıştırılmasında ortalama 10000 örnek adımları dikkate alınarak ayrıştırma yapılmıştır. Şekil 2'ye bakıldığında HAEKK yönteminin ayrıştırma performansının karıştırma matrisi değerlerinden daha fazla etkilendiği görülmektedir. Bu yöntemde

SNR değerleri -1.6 dB ile -2.9 arasında değişmektedir. Buna rağmen ÇG yönteminde bu değişim daha azdır.



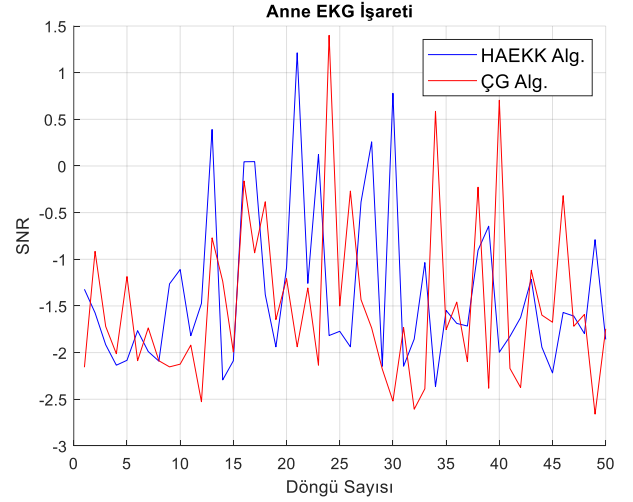
Şekil 2. Döngü Sayısına Göre Fetal EKG İşaretinin Ayrıştırılması

Her iki yöntemin gürültü işaretini ayrıştırma performansı Şekil 3’de verilmektedir. Şekilden anlaşıldığı üzere gürültü işaretinin ayrıştırılmasında HAEKK yöntemi daha başarılıdır. Rastgele oluşturulan karışım matrisinin değerine göre HAEKK yöntemi -2.6 dB’lik SNR ile gürültü işaretini ayrıştırmayı başardığı görülmektedir. Ayrıca HAEKK yöntemi en başarısız ayrıştırma da bile -2.85 dB’lik bir değer sağlamaktadır.



Şekil 3. Döngü Sayısına Göre Gürültü İşaretinin Ayrıştırılması

Şekil 4’de ise anne EKG’si ayrıştırılmış ve HAEKK yöntemi ile ÇG yöntemi değişken şekilde SNR oranlarına sahiptir. Şekil 4’den anlaşıldığı üzere, anne EKG ‘si için her iki yöntemin performansı birbirine oldukça yakındır.



Şekil 4. Döngü Sayısına Göre Anne EKG İşaretinin Ayrıştırılması

Tablo 1’de karışmış işaretlerin örnek sayıları dikkate alınarak yöntemler çalıştırılmış ve işlem süreleri yönünden karşılaştırılmıştır. Örnek sayıları 500, 1000, 5000, 10000 ve 15000 olarak alınmış ve saniye cinsinden değerleri verilmiştir. Tablo 1’de görüldüğü gibi HAEKK yöntemi maliyet açısından ÇG yöntemine göre zaman açısından avantaj sağlamıştır.

Tablo 1. Algoritmaların Çalışma Süreleri

Örnek Sayısı	HAEKK Alg. İçin Zaman (s)	ÇG Alg. için Zaman (s)
500	0.8530	2.3825
1000	1.5949	2.3186
5000	4.0680	13.8425
10000	5.4453	21.0146
15000	7.1224	25.4752

## 4. Sonuç

Negatif olmayan matris ayrıştırma algoritmalarının performanslarını ölçmek ve değerlendirmek için EKG ve Fetal EKG işaretlerinin standart veri tabanı kullanılarak gerekli simülasyonlar yapılmıştır. Bu çalışmada anne vücudundan alınan anne ile bebek EKG’leri negatif olmayan matris ayrıştırma yöntemlerinden olan HAEKK ve ÇG yöntemleri ile ayrıştırılmıştır. Özellikle anne EKG işareti ve Fetal EKG işaretinin ayrıştırılmasında HAEKK yöntemi çok iyi başarı oranı sağlamıştır. Ölçüm sonuçları işaret/gürültü oranı ile grafiklerde değerlendirilmiştir. İşlem maliyeti açısından bakıldığında da HAEKK yönteminin avantajlı olduğu saptanmıştır.

## Kaynakça

- Badeau, R., Bertin, N., & Vincent, E. (2011). Stability analysis of multiplicative update algorithms for non-negative matrix factorization. *ICASSP, IEEE International Conference on Acoustics, Speech and Signal Processing - Proceedings*, 2148–2151. <https://doi.org/10.1109/ICASSP.2011.5946752>
- Burred, J. J. (2014). *Detailed derivation of multiplicative update rules for NMF*.

- Çelik, H., Ilgin, F. Y., & Sevim, Y. (2019). Kanonik Korelasyon Analiz Tabanlı Ses Ayırıştırma Algoritmalarının İşlem Süresi Azaltımı. *Teknik Bilimler Dergisi*, 9(2), 55–59.
- Çelik, H., Ilgin, F. Y., & Sevim, Y. (2019). Müzik İşaretlerin Tek Kanal Kör Kaynak Ayırıştırma İle Ayırıştırılması. *Engineering Sciences (NWSAENS)*, 14(1), 26–38.
- Çelik, H., & Karaboğa, N. (2020). Ses İşaretlerinin Ayırıştırılmasında Kör Kaynak Algoritmalarının Performans Analizleri. *European Journal of Science and Technology Special Issue*, 399–404.
- Choi, H., Park, J., Lim, W., & Yang, Y. M. (2021). Active-beacon-based driver sound separation system for autonomous vehicle applications. *Applied Acoustics*, 171, 107549.
- Cichocki, A., & Phan, A. H. (2009). Fast local algorithms for large scale nonnegative matrix and tensor factorizations. *IEICE Transactions on Fundamentals of Electronics, Communications and Computer Sciences*, E92-A(3), 708–721.
- Çiflikli, C., & Ilgin, F. Y. (2020). Multiple Antenna Spectrum Sensing Based on GLR Detector in Cognitive Radios. *Wireless Personal Communications*, 110(4), 1915–1927.
- De Oliveira, D. R., Lima, M. A. A., Silva, L. R. M., Ferreira, D. D., & Duque, C. A. (2021). Second order blind identification algorithm with exact model order estimation for harmonic and interharmonic decomposition with reduced complexity. *International Journal of Electrical Power and Energy Systems*, 125, 106415.
- Gillis, N., & Glineur, F. (2008). *Nonnegative Factorization and The Maximum Edge Biclique Problem*.
- Curve, D., & Krishnan, S. (2020). Separation of Fetal-ECG from Single-Channel Abdominal ECG Using Activation Scaled Non-Negative Matrix Factorization. *IEEE Journal of Biomedical and Health Informatics*, 24(3), 669–680.
- Ho, N. D. (2008). *Nonnegative matrix factorization algorithms and applications*. SIAM Conference on Optimization.
- <https://physionet.org/content/nifecgdb/1.0.0/>. (2021). *Non-Invasive Fetal ECG Database v1.0.0*.
- Ilgin, F. Y. (2020). Energy-based spectrum sensing with copulas for cognitive radios. *Bulletin of the Polish Academy of Sciences: Technical Sciences*, 68(4), 829–834.
- Kim, J. (2011). *Nonnegative Matrix And Tensor Factorizations, Least Squares Problems, And Applications A Dissertation Presented To The Academic Faculty*. Georgia Institute of Technology.
- Kim, J., & Park, H. (2012). *Fast Nonnegative Tensor Factorization with an Active-Set-Like Method*.
- Lee, D. D., & Seung, H. S. (1999). Learning the parts of objects by non-negative matrix factorization. *Nature*, 401(6755), 788–791.
- Lee, D. D., & Seung, H. S. (2001). *Algorithms for non-negative matrix factorization*. Neural information processing systems foundation.
- Lin, X., & Boutros, P. C. (2020). Optimization and expansion of non-negative matrix factorization. *BMC Bioinformatics*, 21(1), 7.
- Mohebbian, M. R., Alam, M. W., Wahid, K. A., & Dinh, A. (2020). Single channel high noise level ECG deconvolution using optimized blind adaptive filtering and fixed-point convolution kernel compensation. *Biomedical Signal Processing and Control*, 57, 101673.
- Ramli, D. A., Shiong, Y. H., & Hassan, N. (2020). Blind source separation (BSS) of mixed maternal and fetal electrocardiogram (ECG) signal: A comparative Study. *Procedia Computer Science*, 176, 582–591.
- Ziani, S., Jbari, A., Bellarbi, L., & Farhaoui, Y. (2018). Blind Maternal-Fetal ECG Separation Based on the Time-Scale Image TSI and SVD - ICA Methods. *Procedia Computer Science*, 134, 322–327.