



<http://kefad.ahievran.edu.tr>

Ahi Evran Üniversitesi Kırşehir Eğitim Fakültesi Dergisi

ISSN: 2147 - 1037

A Critical Overview of Van Hiele Level Numberings and Level Nomenclatures

Gül Kaleli Yılmaz
Hülya Sert Çelik

Article Information



CrossMark

DOI: 10.29299/kefad.908248

Received: 02.04.2021

Revised: 26.02.2022

Accepted: 17.03.2022

Keywords:

Geometric Thinking

van Hiele

Document Analysis

Abstract

The van Hiele theory, which is widely used and directs geometry education, was put forward by Dina van Hiele and Pierre van Hiele in 1957. According to the van Hiele couple, geometric thinking levels consist of five hierarchical and sequential levels. When the studies available in the literature are examined, it is seen that different numbering and nomenclature are used for these levels. This study aims to reveal the similarities and differences in the van Hiele level numbering and the nomenclature given to the levels used in Turkish and English literature studies. In this context, a total of 126 studies were identified in the Turkish (80) and English (46) literature. As a result of the data obtained in the research, it has been determined that most Turkish studies were numbered 1-5 while the English studies were numbered 0-4. At the same time, there was much variation in the names given to the levels. The most commonly used names for the 5th level are "Görsel Dönem", "Analiz", "Yaşantıya Bağlı Çıkarım", "Çıkarım" and "En İleri Dönem" in Turkish nomenclature and "Visualization", "Analysis", "Informal Deduction", "Deduction" and "Rigor" in English nomenclature. It is thought that this research will make significant contributions to the creation of a standard for Turkish nomenclature to be given to van Hiele geometric thinking levels.

Van Hiele Düzey Numaralandırmaları ve Düzey İsimlendirmelerine Eleştirel Bir Bakış

Makale Bilgileri



CrossMark

DOI: 10.29299/kefad.908248

Yükleme: 02.04.2021

Düzeltilme: 26.02.2022

Kabul: 17.03.2022

Anahtar Kelimeler:

Geometrik Düşünme

Van Hiele,

Doküman Analizi

Öz

Yaygın olarak kullanılan ve geometri eğitimi yönlendiren van Hiele teorisini, 1957 yılında Dina van Hiele ve Pierre van Hiele çifti ortaya koymuştur. Van Hiele çiftine göre geometrik düşünme düzeyleri hiyerarşik ve sıralı olan beş düzeyden oluşmaktadır. Alanyazında mevcut olan çalışmalar incelendiğinde, bu düzeyler için farklı numaralandırma ve isimlendirmelerin kullanıldığı görülmektedir. Bu çalışmada, Türkçe ve İngilizce alanyazında yer alan çalışmalarda kullanılan van Hiele düzey numaralandırmalarını ve düzeylere verilen isimlendirmelerdeki benzerlik ve farklılıkların ortaya çıkarılması amaçlanmıştır. Bu kapsamda Türkçe (80) ve İngilizce (46) alanyazında toplam 126 çalışma belirlenmiştir. Araştırmada elde edilen veriler sonucunda Türkçe çalışmaların büyük bir kısmının 1-5; İngilizce çalışmaların ise 0-4 şeklinde numaralandırıldığı tespit edilmiştir. Aynı zamanda düzeylere verilen isimlerde de çok fazla farklılık görülmüştür. En sık kullanılan düzey adlarının; Türkçe isimlendirmelerde sırasıyla "Görsel Dönem", "Analiz", "Yaşantıya Bağlı Çıkarım", "Çıkarım" ve "En İleri Dönem" iken; İngilizce isimlendirmelerde "Visualization", "Analysis", "Informal Deduction", "Deduction" ve 5. Düzey için "Rigor" şeklinde olduğu görülmektedir. Bu araştırmanın, van Hiele geometrik düşünme düzeylerine verilecek Türkçe isimlendirmeler için bir standart oluşturulması yolunda önemli katkılar sağlayacağı düşünülmektedir.

Sorumlu Yazar : Hülya Sert-Çelik, Doktora Öğrencisi, Uludağ Üniversitesi, Türkiye, hlyasert@gmail.com, ORCID ID: 0000-0002-5021-7449

Gül Kaleli-Yılmaz, Doç. Dr., Uludağ Üniversitesi, Türkiye, gulkaleli@uludag.edu.tr, ORCID ID: 0000-0002-8567-3639

Alt Bilgi: Bu çalışma, 19-22 Kasım 2020, Bursa'da düzenlenen 2. Uluslararası Fen, Matematik, Girişimcilik ve Teknoloji Eğitimi Konferansı'nda (E-Konferans) sözlü bildiri olarak sunulmuştur.

Atıf için: Sert-Çelik, H., & Kaleli-Yılmaz, G. (2022). Van hiele düzey numaralandırmaları ve düzey isimlendirmelerine eleştirel bir bakış. *Kırşehir Eğitim Fakültesi Dergisi*, 23(Özel Sayı), 287-329.

Giriş

Geometri, kavramları, akıl yürütme yollarını ve mekansal ortamları görselleştirmek için kullanılan bir temsiller ağı sistemidir (Altun, 2015; Battista, 2007). Geometri öğretiminin öğrencilerin zihinlerini görselleştirme, eleştirel düşünme, üç boyutlu nesnelere iki boyuta indirgeme, varsayımlarda bulunma, mantıksal çıkarımlar yapma ve ispat becerilerinin gelişmesine katkı sağlaması beklenmektedir (Battista, 2007). Geometri öğretimi bir taraftan geometrik bilgi ve beceri kazandırmayı hedeflerken, diğer yandan geometrik düşünme seviyesini arttırmalıdır (Baykul, 2014). Geometrik düşünme ise, geometrik şekil ve kavramların ve bu kavramlar arası prensip ve ilişkilerin geometri problemlerinde kullanımını ihtiva eden matematiksel düşünme yöntemidir (van de Walle, 2004).

Geometrik düşünmenin nasıl geliştiğine dair ilgi gören bir çalışma, Hollandalı araştırmacılar van Hiele çifti tarafından gerçekleştirilmiştir (Baki, 2019). Bu model, öğrenmenin bağlantılı bir süreç olmadığı, ancak öğrenme eğrisinde sıçramaların olduğu fikrine dayanmaktadır, bu da ayrı ve farklı düşünme düzeyleri olduğu anlamına gelir (Olivero, 2002). Van Hiele teorisi iki bölümden oluşmaktadır: Birincisi, "düşünme seviyeleri", öğrencilerin geometri alanındaki düşünme yollarının belirlenmesi ve teoriye göre öğrencilerin öğrenme aşamasında birtakım düşünme düzeylerinden geçtiğinden bahseder. İkinci bölümü olan "öğrenmenin aşamaları, öğrencilerin mevcut düşünme düzeylerinden bir sonraki düzeye geçmelerini kolaylaştırmak ve teşvik etmek için öğretmenlere öğretimin nasıl organize edileceğine dair bir öneri sunmaktadır (Gutiérrez, 1992).

Matematik eğitiminde van Hiele teorisi, öğrencilerin geometriyi nasıl öğrendiklerini tanımlayan ve dünyada yapılan birçok çalışma ile doğruluğu kabul görmüş bir teoridir (Burger ve Shaughnessy, 1986; Fuys, Geddes ve Tischler 1988; Usiskin 1982). Teori, orijinalinde düzlem geometrisine ilişkin olsa da üç boyutlu cisimlerde de uygulamaları yapılmıştır (Gray, 1999; Guillen, 1996; Gutierrez, 1992; Lawrie, Pegg ve Gutierrez, 2000, 2002; Owens, 1999; Saads ve Davis, 1997). Öğrencilerin geometriyi nasıl anladıklarını açıklayan bu teori, aşağıdaki tanımlayıcı özelliklere sahiptir: (Crowley, 1987; Usiskin, 1982; Van De Walle, 2004)

- Düzeyler hiyerarşiktir. Bir düzeyde olabilmek için bir öncekinin mutlaka geçilmiş olması gerekmektedir.
- Düzeyler arasındaki ilerleme yaş ve gelişimden ziyade verilen öğretimin konusu ve niteliğine bağlıdır.
- Düzeylerin kendine has dil yapısı, sembol ve ilişkileri vardır.
- Öğrencilerin bulunduğu düzeyden farklı düzey konularına göre yapılan öğretimde istenilen öğrenmenin gerçekleşmesi beklenemez.

Van Hiele geometrik düşünme düzeylerini sıralı ve hiyerarşik beş düzey oluşturur. Fakat bu modelde düzeylerin hem sayısı hem de numaralandırması değişkenlik göstermektedir. Bahsi geçen beş düzey van Hiele çiftinin kendi çalışmalarında ve sonrasında yapılan bazı çalışmalarda 0-4 olarak numaralandırılırken bazı çalışmalarda 1-5 olarak numaralandırılmıştır. Düzeylerin sırası ve bileşimi ile ilgili farklılar olmasına rağmen düzeylerin hiyerarşik oldukları ve geometrik düşünmeyi ölçtükleri konusunda fikir birliği vardır (Fuys ve diğerleri., 1988; Hoffer, 1981; Mayberry, 1983; Shaughnessy ve Burger, 1985; Usiskin, 1982).

Van Hiele Düzey İsimlendirmeleri ve Düzey Açıklamaları

Van Hiele' nin 1986 yılından önce yazılan tez ve makalelerinde geometrik düşünme düzeyleri için şekillerin sınıflandırılması esas alınmış ve herhangi bir isimlendirme yapılmamıştır. Van Hiele düzeylerini ilk isimlendiren Hoffer (1981), düzey isimlendirmelerini 1'den 5'e kadar sırasıyla "Recognition", "Analysis", "Ordering", "Deduction" ve "Rigor" şeklinde ifade etmiştir. Bu isimlendirmelerden sonra van Hiele (1986) beş düşünme düzeyinden "Visual Level", "Descriptive Level", "Theoretical Level", "Formal Logic Level" ve "The Nature of Logical Laws Level" olarak bahsetmiş ve bu sınıflandırmanın teorisinin matematiksel yapısına uygun olduğunu ifade etmiştir. (van Hiele, 1986, aktaran Curcio, 1986, ss. 568). Daha sonra yayınlanan bir makalesinde ise Theoretical Level yerine Informal Deduction adını kullandığı görülmüştür (Van Hiele, 1999). Ayrıca yapılan çalışmalarda, öğrenciler kavramları yeterli düzeyde tanımlayamadıkları için (Mayberry 1983; Senk 1989; Usiskin 1982), van Hiele tarafından belirlenen düzeylerin altında bir düzeyin olabileceği vurgulanmıştır. Nitekim van Hiele'nin bahsettiği düzeyin daha altında ilkel düşüncenin varlığını ortaya koyan araştırmalar vardır ve Clements ve Battista (1992) bu beş düzeyden önce "Pre-Recognition" düzeyinin varlığını tanımlamaktadır.

"Pre-Recognition": Bu düzeyde öğrenci geometrik şekilleri algılar, ancak pek çok yaygın şekli tanımlayamaz. Ayrıca aynı şekil sınıfındaki birçok ortak şekil arasında ayırım yapamazlar (Clements, Swaminathan, Hannibal ve Sarama, 1999). Bununla birlikte kare ve çember gibi yuvarlak ve köşeli şekilleri ayırt edebilirler. Ancak kare ve üçgeni ayırt edemezler.

"The Visual Level": Bu düzeyde öğrenciler geometrik şekilleri bütünsel görünüşleriyle tanırlar. Yani geometrik şekillerin, parçalardan meydana geldiğini ya da özelliklerini fark etmezler sadece şekillerin fiziksel görünüşleriyle ilgilenirler. Bu düzeyde öğrenciler şekilleri genel görsel özelliklerine dayanarak tanırlar ve adlandırır. Şekilleri benzerliklerine göre değerlendirip, benzer görünen şekil gruplarını sıralayabilirler (Fuys ve diğerleri., 1988).

Örneğin, bu düzeyde yer alan bir öğrenci üçgeni "palyaço şapkası" olarak tanımlayabilir fakat üçgenin yönü değiştirildiğinde bu kez palyaço şapkasına benzetemeyebilir (Cathcart, Pothier ve Vance, 2000). Şekil 1a. öğrenciler için üçgen iken ki bunu palyaço şapkasına benzediği için

tanımaktadır. Aynı üçgenin duruş yönü değiştiğinde şekil 1b.'deki gibi şeklin üçgen olduğunu düşünemez.

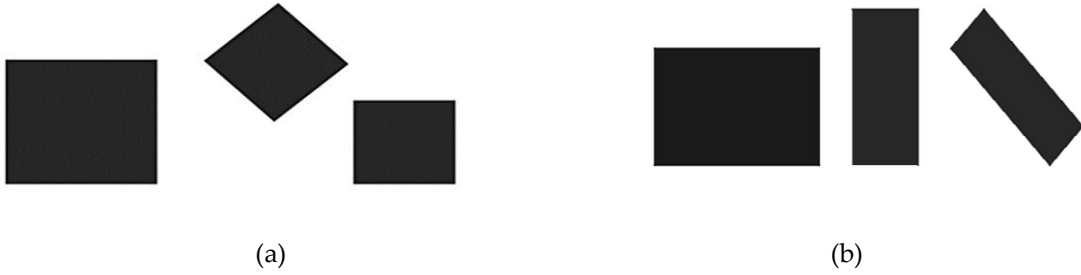


Şekil 1a.



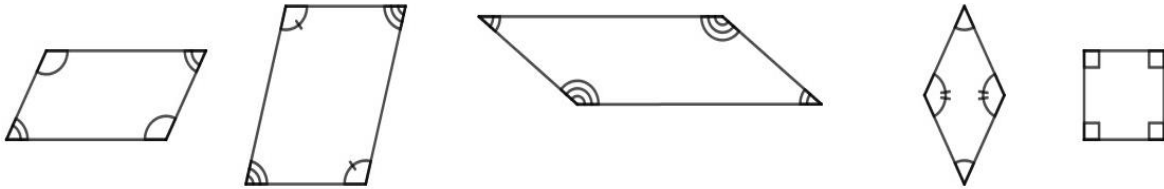
Şekil 1b.

Örneğin, şekil 2'deki şekiller verildiğinde, bu düzeydeki bir öğrenci (a)'da kareler ve (b)'de dikdörtgenler olduğunu fark edebilir, çünkü bunlar daha önce karşılaşılan kareler ve dikdörtgenlere benzer şekildedir. Ancak şekillerin sahip oldukları özellikleri kendiliğinden anlatamazlar (Crowley, 1987).



Şekil 2. Kare ve dikdörtgen grupları (Crowley, 1987) çalışmasından uyarlanmıştır.

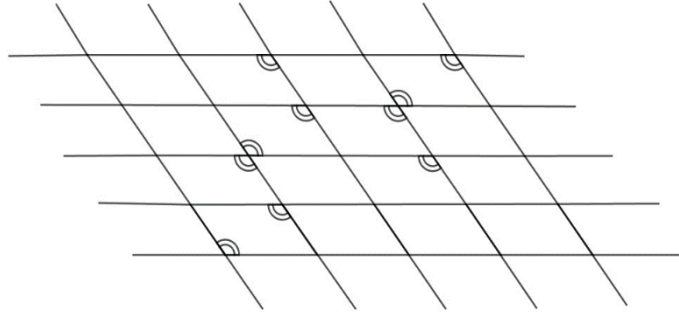
Örneğin, aşağıdaki gibi paralelkenarlar verildiğinde öğrenci paralelkenarın açılarını ölçebilir (Fuys, 1985).



Şekil 3. Paralelkenar grupları (Fuys, 1985) çalışmasından uyarlanmıştır.

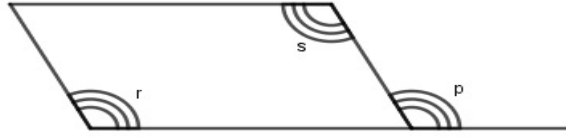
“The Descriptive Level”: Bu düzeyde öğrenciler geometrik şekillerin parçalarını ve bu parçaların arasındaki ilişkileri analiz eder. Öğrenciler deneysel olarak (örn; katlayarak, ölçerek, bir ızgara veya diyagram kullanarak) bir şekil sınıfının özelliklerini / kurallarını keşfeder ancak sınıflar arası hiyerarşik ilişkiyi kuramazlar (Fuys ve diğerleri., 1988).

Örneğin, öğrencilerin çeşitli paralelkenarlar ile çalıştıktan sonra Şekil 3'teki gibi bir paralelkenar ızgarası verildiğinde, eşit açılarını renklendirerek paralelkenarların karşılıklı açılarının eşit olduğu düşüncesine ulaşması sağlanabilir. Bu türden etkinliklerin paralelkenarın alt sınıfı olan kare, dikdörtgen ve eşkenar dörtgenle yapılmasından sonra, öğrenciler paralelkenarlar sınıfı için genellemeler yapabilirler. Ancak şekillerin özellikleri arasındaki ilişkiler bu düzeydeki öğrenciler tarafından henüz açıklanamamaktadır.



Şekil 4. Paralelkenar ızgarasında karşılıklı açların eşit olduğunu göstermeye yönelik etkinlik örneği (Fuys ve diğerleri., 1988 çalışmasından uyarlanmıştır).

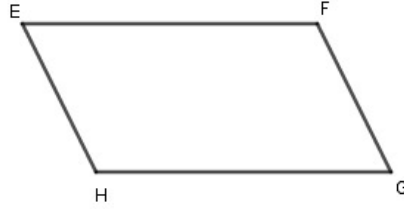
“**The Theoretical Level (The Informal Deduction Level)**”: Bu düzeyde öğrenciler, hem şekillerin kendi özellikleri arasında (örneğin, bir dörtgende, karşılıklı kenarların paralel olması karşılıklı açlarının da eşit olmasını gerektirir) hem de şekil sınıfları arasında (kare bir dikdörtgendir çünkü bir dikdörtgenin tüm özelliklerine sahiptir) bağ kurabilirler (Crowley, 1987). Ayrıca öğrenciler bir şekli tanımlamak için uzun uzun özelliklerinden bahsetmek yerine yeter ve gerek şartları söyleyerek kısa bir tanım yapabilirler. Bu düzeyde öğrenciler informal düşüncelerden hareketle mantıksal ilişkiler kurabilirler. Geometrik bir ispatı takip edebilirler fakat kendileri ispat yapamazlar (Fuys ve diğerleri., 1988).



Şekil 5. Paralelkenarda karşılıklı açların eşit olduğunu göstermeye yönelik etkinlik örneği (Fuys (1985) çalışmasından uyarlanmıştır).

Örneğin, bu düzeyde öğrencilere şekil 4’teki gibi bir paralelkenar verip karşıt açların neden eşit olduğu hakkında bir informal argüman ortaya koyması beklenebilir (Fuys,1985).

“**Formal Logic**”: Bu düzeyde öğrenciler aksiyomatik bir sistem içinde kendi kendilerine ispat yapabilirler. Öğrenciler geometriyi konu alan ispat çalışmalarında aksiyomları, postülatları, tanımları ve teoremleri kullanabilir. Gerek ve yeter koşulları belirleyip bunları sonuç çıkarma ve ispat yapmada kullanabilir. Ayrıca teoremlerden ve ispatlanmış aksiyomlardan yararlanarak tümdengelim yoluyla farklı teoremleri ispatlayabilirler. Bu düzeye erişmiş öğrenciler için geometrik şekil özellikleri, cisim ve şekilden bağımsız bir yapı şeklindedir (Hoffer, 1981).



Yandaki EFGH paralelkenarın karşılıklı açılarının eşit olduğunu ispatlayınız.

Şekil 6. (Fuys, 1985) çalışmasından uyarlanmıştır.

Örneğin, öğrenci aksiyomları, tanımları veya daha önce kanıtlanmış teoremleri kullanarak yukarıda verilen ispatı yapabilmek için tümdengelimli argüman verir (Fuys, 1985).

“The Nature of Logical Laws”: Bu düzeyde öğrenciler çeşitli aksiyomatik sistemlerin arasındaki ilişkileri ve farklılıkları tespit eder. Öklid ve Öklid dışı geometriyi kavrarlar ve Öklid geometrisinin aksiyom, teorem ve tanımlarını Öklid dışı geometride yorumlayıp, bu tanımlar ile ilgili uygulamalar gerçekleştirebilirler. (Hoffer, 1981). Belli bir geometrik sisteme bir aksiyom eklemenin veya çıkarmanın etkisini tanımlayabilirler (Vojkuvkova, 2012).

Örneğin, öğrenci Öklid dışı hiperbolik bir geometride paralel doğruları, paralelkenarları ve açıları inceler ve tümdengelimli teoremler oluşturur.

Araştırmanın Amacı ve Problemleri

Alanyazın incelendiğinde Van Hiele geometrik düşünme düzeyleri için farklı numaralandırmalar ve farklı isimlendirmeler kullanıldığı görülmektedir. Bu alanda çalışma yapmak isteyen araştırmacılar, hangi numaralandırmayı ve hangi isimlendirmeleri kullanmaları gerektiği konusunda çelişkiye düşmekte ve karar vermede zorlanmaktadırlar. Ayrıca alanda bu ihtiyacı karşılayan, Türkçe ve İngilizce çalışmaları bir arada ele alan bir çalışmaya da rastlanmamıştır. Bu bağlamda bu çalışmada bu karışıklığı gidermek için van Hiele'nin bu düzeylere vermiş olduğu orijinal isimlerin neler olduğu, hem Türkçe, hem İngilizce alanyazında hangi isimlendirmelerin ve düzey numaralandırmalarının kullanıldığının ortaya çıkarılması amaçlanmıştır. Bu amaç kapsamında araştırmada aşağıdaki problemler ele alınmıştır:

1. Türkçe ve İngilizce çalışmalarda van Hiele geometrik düşünme düzey numaralandırmaları nasıldır?
2. Türkçe ve İngilizce çalışmalarda van Hiele geometrik düşünme düzeylerine verilen isimlendirmeler nelerdir?
 - 2.1 Türkçe ve İngilizce çalışmalarda van Hiele'in ilk 5 düzeyine atanamayanlar için oluşturulan alt düzeye verilen isimlendirmeler nelerdir?
 - 2.2 Türkçe ve İngilizce çalışmalarda van Hiele'nin “Visual Level” olarak adlandırdığı düzeye verilen isimlendirmeler nelerdir?

- 2.3 Türkçe ve İngilizce çalışmalarda van Hiele'nin "Descriptive Level" olarak adlandırdığı düzeye verilen isimlendirmeler nelerdir?
- 2.4 Türkçe ve İngilizce çalışmalarda van Hiele'nin öncesinde "Theoretical Level" sonrasında "The Informal Deduction Level" olarak adlandırdığı düzeye verilen isimlendirmeler nelerdir?
- 2.5 Türkçe ve İngilizce çalışmalarda van Hiele'nin "Formal Logic" olarak adlandırdığı düzeye verilen isimlendirmeler nelerdir?
- 2.6 Türkçe ve İngilizce çalışmalarda van Hiele'nin "The Nature of Logical Laws" olarak adlandırdığı düzeye verilen isimlendirmeler nelerdir?

Yöntem

Bu çalışma, alanyazında mevcut çalışmalarda kullanılan van Hiele geometrik düşünme düzey numaralandırmalarını ve bu düzeylere verilen isimlendirmelerdeki farklılık ve benzerlik durumlarını doküman analizi yöntemi ile ortaya koymak ve sebeplerini sorgulamayı amaçlamaktadır. Doküman analizi yöntemi, araştırılması planlanan konu ile ilgili bilgi içeren yazılı materyallerin belirli norm veya sistem dahilinde kodlanıp incelenmesi işlemidir (Çepni, 2018). Çalışma kapsamında İngilizce dilinde yazılmış 46 makale, Türkçe 29 makale ve 51 tez çalışmasının nasıl belirlendiği ve nasıl analiz edildiği bu kısımda açıklanacaktır.

Verilerin Toplanması:

Bu araştırma kapsamında Türkiye'de van Hiele düzeylerine hangi isimlerin verildiğinin tespit edilebilmesi için Yüksek Öğretim Kurumu'nun (YÖK) Ulusal Tez Merkezi'nde 2000-2020 yılları arasında yayınlanan 51 lisansüstü tez ve Google Academic, TÜBİTAK ULAKBİM DergiPark gibi veri tabanlarında taranan 29 makale incelenmiştir. Ayrıca van Hiele düzeylerine uluslararası alan yazında hangi isimlerin verildiğinin tespit edilebilmesi ve bu isimlerle Türkiye'de kullanılan düzey isimlerinin karşılaştırılabilmesi için 46 makale incelenmiştir. Bu makalelerin tamamı İngilizce dilinde yazılmış olup, çalışmalar seçilirken herhangi bir tarih sınırlaması yapılmamıştır. İngilizce makaleler seçilirken, makale yazarlarının bu alanda söz sahibi olması ve makalelerin atıf sayısının çok olmasına dikkat edilmiştir. Literatür aramalarında yer alan anahtar kavramlar "van Hiele", "van Hiele geometrik düşünme düzeyleri (van Hiele Geometric Thinking Levels)", "Geometrik Düşünme (Geometric Thinking)" şeklindedir. Hem Türkçe hem de İngilizce olarak anahtar kavramlar taranmıştır. Araştırmaya dahil edilecek Türkçe çalışmalar belirlenirken Türkiye'de olması ve Türk araştırmacılar tarafından yürütülmüş makale ve tez çalışmaları şartı aranmıştır. Ayrıca veri tekrarı olmaması için aynı isimli çalışma hem tez hem makale olarak yayınlanmışsa sadece makale olarak basımı yapılan çalışmalar bu araştırma dahilinde ele alınmıştır. Aynı zamanda yapılan çalışmalarda van Hiele'in beş düzeyine ait isimlendirmeleri vermeyen çalışmalar araştırmaya dahil edilmemiştir. Başlangıçta 152

sayıda makale ve teze ulaşılmış olmasına rağmen van Hiele düzey isimlendirmelerinin yalnızca üçünü alan ya da tamamına yer vermeyen çalışmalar, araştırmaya dahil edilmemiştir. Yapılan eleme işlemlerinden sonra 51 tanesi tez ve 29 tanesi makale olmak üzere Türkçe 80 çalışma; İngilizce 46 çalışma üzerinde araştırma yürütülmüştür. Ayrıca veri fazlalığı olmaması maksadıyla incelenen her bir çalışma Türkçe yayınlar için; A1, A2,....., A89, İngilizce yayınlar için; E1, E2,....., E46 biçiminde kodlanmış ve araştırma kapsamında bu kodlar kullanılmıştır.

Araştırmanın Geçerlilik ve Güvenilirliği:

Araştırmaya dahil olan çalışmaların van Hiele düzey isimlendirmelerine yönelik bölümleri detaylı bir şekilde incelenip, her bir düzeye verilen isimler ve açıklamalar dijital ortamda kaydedilmiştir. İncelenen çalışmalardan elde edilen veriler iki araştırmacı tarafından da ayrı ayrı kodlanmış, kodlanacak bilgiler yoruma dayalı olmadığından, kodların birbiri ile tamamen uyumlu olduğu tespit edilmiştir. Ayrıca çalışma van Hiele üzerine çalışmaları bulunan bir uzman öğretim üyesine incelettirilerek görüşleri alınmıştır. Bu görüş neticesinde Türkçe ve İngilizce isimlendirmelerin makalelerde yer aldığı şekilde hiç değişiklik yapılmadan kullanılmasının uygun olacağı, düzeylerdeki "level" kelimesini kullanmaya gerek olmadığı tespit edilmiştir.

Verilerin Analizi:

Bu araştırmada elde edilen veriler içerik analizi yöntemi kullanılarak çözümlenmiştir. İçerik analizinde amaç, birbiriyle benzeşen verileri belli kavram ve temalar çerçevesinde birleştirmek ve bunları okurun anlayabileceği bir şekilde organize ederek yorumlamaktır (Çepni, 2018). Araştırmada her bir alt problem için incelenen çalışmalardan elde edilen veriler, tablolar ile sunulmuştur. Sunumun bu şekilde yapılmasındaki amaç, verilerin hem görsel olmasını sağlamak hem de yürütülen çalışmalar hakkında ilk izlenimde fikir edinilmesine imkân tanınmasıdır. Tablolarda verilere ait kod ve frekans değerleri yer almaktadır. Her bir tablonun altında verilere ait açıklamalar sunulmuştur.

Bulgular

Bu bölümde verilerin analizi sonucunda elde edilen bulgulara yer verilmiştir. Bulgular problemlerle uyumlu şekilde sunulmuştur.

Türkçe ve İngilizce Çalışmalardaki van Hiele Geometrik Düşünme Düzey Numaralandırmaları

Araştırma kapsamında öncelikle İngilizce alanyazında van Hiele düzeyleri için hangi numaralandırmaların kullanıldığı verilmiştir.

Tablo 1. İncelenen İngilizce çalışmalarda kullanılan düzey numaralandırmaları

| Düzye numaralandırmaları | Çalışma kodları | f |
|--------------------------|--|----|
| 0-4 | E1, E4, E11, E12, E17, E19, E20, E24, E25, E27, E29, E30, E31, E37, E38, E39, E41, E44, E45, E46 | 20 |
| 1-5 | E2, E3, E6, E8, E13, E15, E21, E22, E23, E26, E32, E33, E34, E35, E40, E42 | 16 |
| 0-5 | E7, E9, E10, E16, E28 | 5 |

Tablo 1 incelendiğinde çalışmaların 20'sinde 0-4 sıralaması, 16'sında 1-5 sıralaması, 5 tanesinde ise 0-5 sıralaması kullanılmıştır. Bu alanın duayenlerinden olan ve van Hiele düşünme düzeyleri için test geliştiren Usiskin (1982) ise 1-5 düzey sıralamasını kullanmıştır (E42).

Tablo 2. İncelenen Türkçe çalışmalarda kullanılan düzey numaralandırmaları

| Düzye numaralandırmaları | Çalışma kodları | f |
|--------------------------|--|----|
| 0-4 | A1, A2, A3, A4, A5, A7, A10, A14, A16, A21, A23, A24, A25, A31, A35, A36, A40, A43, A46, A49, A50, A51, A52, A53, A55, A57, A64, A67, A70, A71, A72, A73, A75, A76, A77, A79 | 36 |
| 1-5 | A6, A8, A11, A13, A18, A19, A20, A22, A26, A27, A28, A29, A32, A33, A34, A37, A38, A39, A41, A42, A44, A45, A54, A56, A62, A63, A65, A66, A68, A69, A74, A78, A80 | 34 |
| 0-5 | A9, A12, A15, A17, A30, A47, A48, A58, A59, A60, A61 | 10 |

İncelenen Türkçe çalışmalarda da İngilizce çalışmalara benzer şekilde en çok 0-4, onu takiben 1-5 ve en az 0-4 sıralamasının tercih edildiği görülmüştür.

Türkçe ve İngilizce Çalışmalardaki van Hiele Geometrik Düşünme Düzeylerine Verilen İsimlendirmeler

Bu bölümde sırasıyla Türkçe ve İngilizce çalışmalarda düzeylere verilen isimlendirmelere ait bulgular sunulacaktır.

van Hiele'nin ilk 5 düzeyine atanamayanlar için oluşturulan alt düzeye verilen isimlendirmeler:

Araştırma kapsamında incelenen İngilizce çalışmalarda oluşturulan alt düzeye verilen isimlendirmelere ilişkin veriler Tablo 4'de sunulmuştur.

Tablo 3. İncelenen İngilizce çalışmalarda alt düzeye verilen isimlendirmeler

| Düzeye verilen adlar | Çalışma kodları | f |
|----------------------|-----------------|---|
| Pre-Recognition | E7, E10, E28 | 3 |
| Pre-Recognitive | E9, E16 | 2 |

Tablo 3 incelendiğinde incelenen 46 İngilizce çalışmanın yalnızca 5 tanesinde alt düzeyin kullanıldığı ve bu düzeye verilen isimlendirmelerin birbirine çok benzer olduğu görülmüştür.

Tablo 4. İncelenen Türkçe çalışmalarda alt düzeye verilen isimlendirmeler

| Düzeye verilen adlar | Çalışma kodları | f |
|--------------------------|---|---|
| Tanuma Öncesi | A15, A17, A30, A47, A48, A49, A58, A60, A61 | 9 |
| Gözünde Yarı Canlandırma | A15, A48, A49 | 3 |
| Ön tanuma | A9 | 1 |
| Biliş-Öncesi | A12 | 1 |
| Yarı Canlandırma | A60 | 1 |

Türkçe çalışmaların da az bir kısmında alt düzeyin kullanıldığı ancak İngilizce çalışmaların aksine bu düzeye farklı isimlendirmeler verildiği görülmektedir. En çok tercih edilen isimlendirme “Tanuma Öncesi” dir.

van Hiele’nin “Visual Level” olarak adlandırdığı düzeye verilen isimlendirmeler: Araştırma kapsamında incelenen İngilizce çalışmalarda van Hiele’nin orijinalde “Visual Level” olarak adlandırdığı düzeye hangi isimlendirmeleri verdiklerine ilişkin bilgiler Tablo 5’de sunulmuştur.

Tablo 5. İncelenen İngilizce çalışmalarda “Visual Level” için kullanılan isimlendirmeler

| Düzeye verilen adlar | Çalışma kodları | f |
|----------------------|---|----|
| Visualization | E1, E2, E3, E5, E6, E7, E8, E11, E12, E17, E19, E21, E24, E25, E28, E29, E30, E31, E32, E33, E34, E35, E37, E39, E41, E44, E45, E46 | 28 |
| Recognition | E4, E6, E7, E10, E13, E14, E18, E20, E21, E22, E23, E36, E40, E41, E42, E43 | 16 |
| Visual | E9, E10, E13, E15, E16, E26, E27, E38 | 8 |

İngilizce çalışmalar incelendiğinde van Hiele’nin aksine “Visualization Level” isimlendirmesinin daha sık kullanıldığı, bunu “Recognition Level”in takip ettiği görülmektedir. Usiskin (1982), Fuys (1985) gibi bu alanda önemli çalışmaları olan bilim adamları ise “Recognition Level”i kullanmayı tercih etmişlerdir (E20, E42).

Tablo 6. İncelenen Türkçe çalışmalarda “Visual Level” için kullanılan isimlendirmeler

| Düzeye verilen adlar | Çalışma kodları | f |
|------------------------|---|----|
| Görsel | A1, A2, A4, A5, A6, A7, A8, A9, A10, A11, A12, A13, A14, A15, A16, A17, A18, A19, A21, A22, A23, A24, A28, A29, A30, A31, A32, A34, A35, A36, A37, A38, A39, A41, A42, A43, A44, A45, A46, A47, A48, A49, A50, A51, A52, A53, A54, A55, A56, A57, A58, A59, A60, A61, A62, A63, A66, A68, A69, A73, A74, A75, A76, A77, A78, A79, A80 | 67 |
| Görselleştirme | A20, A26, A27, A33, A40, A65, A67, A70, A71, A72 | 10 |
| Göz önünde canlandırma | A25, A64 | 2 |
| Gözünde canlandırma | A3 | 1 |
| Hayalinde canlandırma | A71 | 1 |

Tablo 6 incelendiğinde “Visual Level” olarak adlandırılan düzey için Türkçe çalışmaların önemli bir bölümünde “Görsel” kullanılmıştır. Çalışmalar incelendiğinde level kelimesinin Türkçe’ye düzey, dönem, seviye gibi farklı şekillerde çevrildiği, bu nedenle bazı çalışmalarda görsel düzey (A7, A8, A12, A14, A16, A21, A23, A30, A38, A39, A41, A42, A44, A45, A47, A52, A54, A59, A60, A61, A63, A66, A74, A77, A78, A80), bazılarında görsel dönem (A1, A4, A5, A6, A9, A10, A11, A13, A15, A17,

A18, A24, A28, A29, A31, A32, A34, A35, A36, A43, A46, A48, A49, A53, A55, A57, A58, A62, A68, A69, A73, A75, A79), bir tanesinde ise görsel seviye (A19) olarak kullanıldığı görülmüştür. “Gözünde canlandırma”, “Göz önünde canlandırma”, “Hayalinde canlandırma” gibi düzey adlarının temelde aynı anlama geldiği ancak çeviri farklılıkları nedeniyle bu şekilde isimlendirildikleri düşünülmektedir.

van Hiele'nin “Descriptive Level ” olarak adlandırdığı düzeye verilen isimlendirmeler: Araştırma kapsamında incelenen İngilizce çalışmalarda van Hiele'nin orijinalde “Descriptive Level” olarak adlandırdığı düzeye hangi isimlendirmeleri verdiklerine ilişkin bilgiler Tablo 7'de sunulmuştur.

Tablo 7. İncelenen İngilizce çalışmalarda “Descriptive Level” için kullanılan isimlendirmeler

| Düzeye verilen adlar | Çalışma kodları | f |
|----------------------|--|----|
| Analysis | E1, E2, E3, E4, E5, E6, E7, E8, E10, E11, E12, E13, E14, E17, E18, E19, E20, E21, E22, E23, E24, E25, E27, E28, E29, E30, E31, E32, E33, E34, E36, E37, E39, E40, E41, E42, E43, E44, E45, E46 | 40 |
| Descriptive | E6, E9, E10, E15, E16, E26, E38, E41 | 8 |
| Analytic | E9, E15, E16 | 3 |
| Description | E13, E35 | 2 |

Çalışmalar incelendiğinde van Hiele'nin aksine “Descriptive Level” in daha az tercih edildiği “Analysis Level” in ise sıklıkla kullanıldığı görülmüştür.

Tablo 8. İncelenen Türkçe çalışmalarda “Descriptive Level” için kullanılan isimlendirmeler

| Düzeye verilen adlar | Çalışma kodları | f |
|----------------------|--|----|
| Analiz | A1, A2, A4, A5, A7, A9, A10, A11, A12, A13, A14, A16, A17, A18, A19, A20, A21, A23, A24, A25, A26, A27, A29, A30, A31, A32, A33, A35, A36, A38, A39, A40, A41, A42, A43, A44, A45, A46, A47, A48, A49, A52, A53, A57, A58, A64, A65, A67, A68, A69, A70, A71, A72, A74, A75, A77, A78, A80 | 58 |
| Analitik | A6, A8, A15, A24, A28, A34, A37, A50, A51, A54, A55, A59, A60, A62, A66, A73, A76, A79 | 18 |
| Betimsel | A1, A22, A56, A61, A63, A79, A81 | 7 |
| Analiz Etme | A3 | 1 |

Tablo 8 incelendiğinde İngilizce çalışmalarda olduğu gibi Türkçe çalışmalarda da “Analiz Düzeyi” nin sıklıkla tercih edildiği dikkat çekmektedir. “Analitik Düzey” isimlendirmesini kullanan çalışma sayısı ise İngilizce çalışmalara oranla daha fazla sayıdadır. En az van Hiele'nin orijinal isimlendirmesinin çevirisi olan “Betimsel Düzey” isimlendirmesinin kullanılması ilginç bir durumdur.

van Hiele'nin “öncesinde Theoretical Level sonrasında Informal Deduction” olarak adlandırdığı düzeye verilen isimlendirmeler: Araştırma kapsamında incelenen İngilizce çalışmalarda van Hiele'nin orijinalde “Theoretical Level” olarak adlandırdığı düzeye hangi isimlendirmeleri verdiklerine ilişkin bilgiler Tablo 9'da sunulmuştur.

Tablo 9. İncelenen İngilizce çalışmalarda "Theoretical Level-*Informal Deduction*" için kullanılan isimlendirmeler

| Düzeğe verilen adlar | Çalışma kodları | f |
|--------------------------|--|----|
| Informal Deduction | E1, E2, E3, E4, E6, E7, E8, E10, E11, E17, E18, E19, E27, E29, E30, E34, E37, E38, E40, E41, E44, E45, E46 | 23 |
| Abstraction | E5, E12, E21, E24, E25, E28, E31, E32, E33, E35 | 10 |
| Order | E6, E8, E10, E21, E42, E43, E44 | 7 |
| Ordering | E13, E14, E22, E23, E36 | 5 |
| Relational | E9, E13, E15, E16 | 4 |
| Abstract | E9, E15, E16 | 3 |
| Theoretical | E26, E41 | 2 |
| Logical ordering | E20 | 1 |
| Deduction Informal Logic | E39 | 1 |

İngilizce çalışmaların önemli bir bölümünde van Hiele'in de sonrasında kullandığı gibi "Informal Deduction" isimlendirmesinin sıklıkla tercih edildiği, bunu takiben "Abstraction" ve "Order" isimlendirmelerinin kullanıldığı görülmüştür.

Tablo 10. İncelenen Türkçe çalışmalarda "Theoretical-*Informal Deduction*" için kullanılan isimlendirmeler

| Düzeğe verilen adlar | Çalışma kodları | f |
|----------------------------------|--|----|
| Yaşantıya Bağlı Çıkarım | A5, A6, A8, A11, A15, A17, A20, A21, A23, A24, A25, A28, A31, A34, A36, A37, A39, A43, A48, A49, A52, A53, A60, A62, A64, A66, A68, A73, A74, A75, A76, A77, A80 | 33 |
| İnformal Tümdengelim | A6, A7, A15, A18, A24, A28, A34, A51, A54, A59, A60 | 11 |
| Mantıksal Çıkarım Öncesi | A19, A30, A38, A41, A42, A45, A47, A65 | 8 |
| Basit Çıkarım | A1, A22, A56, A61, A63, A78, A80 | 7 |
| İnformal Çıkarım | A12, A26, A27, A39, A40, A70 | 6 |
| Formal Olmayan Çıkarım | A1, A18, A39, A57, A58, A69 | 6 |
| Biçimsel Olmayan Tümdengelim | A5, A17, A36, A48, A71, A74 | 6 |
| Formal Olmayan Sonuç Çıkarma | A10, A13, A29, A35, A46, A72 | 6 |
| Sıralama | A9, A11, A68, A80 | 4 |
| Soyutlama | A4, A50, A79 | 3 |
| Düzenleme | A14, A71 | 2 |
| Basit Anlamda Tümdengelim | A2 | 1 |
| Bilgi Çıkarma | A3 | 1 |
| İnformal Tümdengelimsel Çıkarım | A9 | 1 |
| Formal Olmayan Tümdengelim | A14 | 1 |
| Formal Çıkarım | A16 | 1 |
| İnformal Yaşantıya Bağlı Çıkarım | A32 | 1 |
| Yaşantısal Çıkarım | A33 | 1 |
| Tümdengelim | A55 | 1 |
| Gizil Tümdengelim | A67 | 1 |

Tablo 7 incelendiğinde Türkçe çalışmalarda "Theoretical Level-*Informal Deduction*" için en sık tercih edilen düzey adının "Yaşantıya Bağlı Çıkarım" olduğu, bunu takiben "İnformal

Tümdengelim" ve "Mantıksal Çıkarım Öncesi" nin kullanıldığı görülmektedir. Ayrıca İngilizce çalışmaların aksine Türkçe çalışmalarda kullanılan isimlendirmelerde çok fazla farklılık olduğu, "Sıralama", "Soyutlama" gibi orijinal isimlendirmeye çok ilişkili olmayan adların kullanıldığı dikkat çekmektedir.

van Hiele'nin "Formal Logic" olarak adlandırdığı düzeye verilen isimlendirmeler: Araştırma kapsamında incelenen İngilizce çalışmalarda van Hiele'nin orijinalde "Formal Logic" olarak adlandırdığı düzeye hangi isimlendirmeleri verdiklerine ilişkin bilgiler Tablo 11'de sunulmuştur.

Tablo 11. *İncelenen İngilizce çalışmalarda "Formal Logic" için kullanılan isimlendirmeler*

| Düzeye verilen adlar | Çalışma kodları | f |
|----------------------|---|----|
| Deduction | E1, E4, E5, E6, E7, E8, E10, E12, E13, E14, E17, E19, E20, E21, E22, E23, E24, E25, E27, E28, E29, E30, E31, E32, E33, E34, E35, E36, E39, E41, E42, E43, E44, E45, E46 | 35 |
| Formal Deduction | E2, E3, E9, E11, E15, E18, E37, E38, E40 | 9 |
| Formal Deductive | E16 | 1 |
| Formal Logic | E26 | 1 |

Tablo 11 incelendiğinde bu düzeye sıklıkla "Deduction" isimlendirmesinin verildiği, bunu takiben "Formal Deduction" un kullanıldığı görülmektedir. Orijinal isimlendirmenin ise sadece bir çalışmada kullanılması dikkat çekmektedir.

Tablo 12. *İncelenen Türkçe çalışmalarda "Formal Logic" için kullanılan isimlendirmeler*

| Düzeye verilen adlar | Çalışma kodları | f |
|----------------------|---|----|
| Çıkarım | A6, A18, A20, A21, A22, A23, A25, A26, A27, A28, A33, A34, A35, A37, A40, A50, A53, A56, A58, A61, A62, A63, A64, A69, A70, A73, A76, A80 | 28 |
| Sonuç Çıkarma | A3, A5, A9, A11, A14, A17, A31, A36, A43, A48, A68, A71, A74, A75 | 14 |
| Mantıksal Çıkarım | A8, A13, A19, A30, A38, A39, A41, A42, A44, A45, A47, A65, A66 | 13 |
| Formal Tümdengelim | A6, A7, A15, A18, A28, A34, A51, A54, A59, A60, A67 | 11 |
| Formal Çıkarım | A1, A12, A24, A32, A39, A52, A57, A77, A78, A80 | 10 |
| Tümevarım | A4, A9, A10, A11, A14, A46, A55, A72, A79 | 9 |
| Biçimsel Tümdengelim | A5, A17, A36, A71, A74 | 5 |
| Tümdengelim | A2, A29 | 2 |
| Basitleştirme | A2 | 1 |
| İnformal Çıkarım | A16 | 1 |

İncelenen Türkçe çalışmalarda bu düzey için sıklıkla "Çıkarım", sonrasında "Sonuç Çıkarma" isimlendirmesinin kullanıldığı görülmektedir. Bu düzey için de "Tümevarım", "Tümdengelim", "Basitleştirme" gibi farklı anlamlara gelen isimlendirmelerin kullanılması dikkat çekicidir.

van Hiele'nin "The Nature of Logical Laws" olarak adlandırdığı düzeye verilen isimlendirmeler: Araştırma kapsamında incelenen İngilizce çalışmalarda van Hiele'nin orijinalde "The Nature of Logical Laws" olarak adlandırdığı düzeye hangi isimlendirmeleri verdiklerine ilişkin bilgiler Tablo 13'de sunulmuştur.

Tablo 13. İncelenen İngilizce çalışmalarda “The Nature of Logical Laws” için kullanılan isimlendirmeler

| Düzeğe verilen adlar | Çalışma kodları | f |
|----------------------------|---|----|
| Rigor | E1, E2, E3, E4, E5, E6, E7, E8, E9, E10, E11, E12, E13, E14, E15, E17, E18, E19, E20, E21, E22, E23, E24, E25, E27, E28, E29, E30, E31, E32, E33, E34, E35, E36, E37, E38, E39, E40, E41, E42, E43, E44, E45, E46 | 44 |
| Metamathematical | E15 | 1 |
| Mathematically rigorous | E16 | 1 |
| Accuracy | E19 | 1 |
| The nature of logical laws | E26 | 1 |

Tablo 13 incelendiğinde orijinal isimlendirmenin yalnızca bir çalışmada kullanıldığı, sıklıkla “Rigor” isimlendirmesinin tercih edildiği dikkat çekmektedir.

Tablo 14. İncelenen Türkçe çalışmalarda “The Nature of Logical Laws” için kullanılan isimlendirmeler

| Düzeğe verilen adlar | Çalışma kodları | f |
|--|---|----|
| En İleri Dönem | A5, A6, A7, A8, A17, A18, A23, A25, A28, A30, A31, A32, A34, A36, A37, A47, A48, A53, A54, A58, A59, A60, A62, A64, A66, A67, A69, A73, A74, A75, A76 | 31 |
| İlişkileri Görebilme | A4, A5, A6, A9, A10, A11, A17, A20, A29, A35, A36, A39, A48, A49, A50, A55, A74, A79 | 18 |
| Rigor | A3, A4, A6, A9, A10, A11, A13, A15, A35, A59, A67, A68, A74, A79 | 14 |
| En Üst | A1, A12, A16, A19, A21, A24, A38, A39, A41, A42, A43, A44, A45 | 13 |
| Sistematik Düşünme | A22, A26, A27, A33, A40, A56, A61, A63, A70, A78, A80 | 11 |
| Kesinlik | A1, A2, A3, A52, A57, A71, A77 | 7 |
| Eleştiri | A9, A11, A13, A15, A39, A68 | 6 |
| İlişkileri Görebilme ve Kesinlik | A14 | 1 |
| İlişkileri görebilme ve matematiksel olarak ifade edebilme | A46 | 1 |
| Soyut Çıkarım | A51 | 1 |
| Son Düzey | A65 | 1 |
| En üst düzey ilişkileri görebilme | A72 | 1 |

Tablo 14 incelendiğinde Türkçe çalışmalarda bu düzey için sıklıkla “En İleri Dönem” isimlendirmesinin kullanıldığı, bu isimlendirmeyi “İlişkileri Görebilme” ve “Rigor” isimlendirmelerinin takip ettiği görülmüştür.

Sonuç ve Tartışma

Bu bölümde yapılan araştırmadan elde edilen bulgular, araştırma problemleri doğrultusunda tartışılacaktır. Araştırma kapsamında 2000-2020 yılları arasında Türkiye’de gerçekleştirilen 80 çalışmanın bulguları incelendiğinde van Hiele geometrik düşünme düzeylerinin numaralandırılması ve isimlendirilmesinin çok değişken olduğu görülmektedir. Van Hiele geometrik düşünme düzeylerini konu alan çalışmalarda 0-4, 0-5, 1-5 numaralandırmaları kullanılmasına rağmen hem Türkçe hem de İngilizce çalışmalarda sıklıkla 0-4 numaralandırmasının kullanıldığı görülmüştür.

Ancak bu alanın duayenlerinden olan ve van Hiele Geometrik Düşünme Testi'ni geliştiren Usiskin (1982) bile 1-5 numaralandırmasını kullanırken 0-4 numaralandırmasının neden bu kadar çok tercih edildiğinin nedeni anlaşılamamaktadır. Ayrıca van Hiele' in herhangi bir düzeyine atanamayanların 0. düzeyde olduğunu belirten çalışmalar mevcuttur (Alex ve Mammen, 2016; Baah-Duodu, Osei-Buabeng, Cornelius, Hegan ve Nabie 2020; Bashiru ve Nyarko, 2019; Clements ve diğerleri., 1999; Mason, 2009). Bu nedenle van Hiele'nin ilk düzeyinin 0. düzey olarak numaralandırılması önemli bir karmaşıklığa yol açmaktadır. Düzeylerin 1-5 şeklinde numaralandırılması hem Usiskin'in testi analiz edilirken kolaylık olması hem de düzeylere atanamayanların sınıflandırılmasında karışıklık olmaması için daha faydalı olacaktır.

Bulgular incelendiğinde Türkçe ve İngilizce çalışmalarda düzeylere verilen isimlendirmelerin çok fazla farklılık gösterdiği görülmektedir. Bunun nedeni düzeylere ilk isimleri veren Hoffer (1981) ile van Hiele (1986)'nin verdiği isimlendirmeler arasında önemli farklıklar bulunmasıdır. Bunun yanı sıra Van Hiele'nin orijinalde tanımlamadığı, ilk 5 düzeye atanamayanlar için oluşturulan alt düzeye az sayıda çalışmada yer verildiği dikkat çekmektedir. İngilizce çalışmalarda bu düzey için "Pre-Recognition", Türkçe çalışmalarda ise "Ön Tanıma" isimlendirmesinin daha çok tercih edildiği görülmüştür. "Ön Tanıma", "Pre-Recognition"un Türkçe çevirisi ile uyumlu olmasına rağmen Türkçe çalışmalarda kullanılan "Gözünde yarı canlandırma", "Yarı Canlandırma" gibi isimlendirmelerin neden kullanıldığına dair net bir açıklama yoktur.

Van Hiele'nin orijinalde "Visual Level" olarak adlandırdığı düzeye İngilizce çalışmalarda sıklıkla "Visualization", Türkçe çalışmalarda ise "Görsel" denildiği görülmüştür. Türkçe çalışmalarda alt düzeyle benzer şekilde "Göz Önünde Canlandırma", "Hayalinde Canlandırma" gibi isimlendirmeler kullanılmıştır. Alt düzeye "Gözünde Yarı Canlandırma" denildiğinde ilk düzeye "Gözünde Canlandırma" denilmesi uygundur. Ancak "Gözünde Canlandırma", "Göz Önünde Canlandırma", "Hayalinde Canlandırma" gibi aynı anlama gelen farklı isimlendirmelerin neden kullanıldığı anlaşılamamaktadır.

Van Hiele'in "Descriptive Level" olarak adlandırdığı düzeye İngilizce çalışmalarda sıklıkla "Analysis", Türkçe çalışmalarda da paralel şekilde "Analiz" düzeyi denildiği görülmüştür. Duatepe-Paksu (2016) çalışmasında bu düzeyi "Betimsel Düzey" olarak isimlendirmesine rağmen farklı çalışmalarda bu düzey adının "analiz dönem" olarak da kullanıldığına vurgu yapmaktadır. Bu düzey için hem Türkçe hem İngilizce çalışmalarda kullanılan isimlerin çok benzer olduğu fark edilmiş ancak van Hiele'in orijinal isimlendirmesinin neden daha az tercih edildiği anlaşılamamıştır.

Van Hiele'in başlangıçta "Theoretical" sonrasında "Informal Deduction" olarak adlandırdığı düzey için hem Türkçe hem de İngilizce çalışmalarda çok farklı isimlendirmeler kullanılmıştır. van Hiele' in Yapı ve İçgörü (1986) kitabından sonra 1999 yılında yayınlanan bir makalesinde bu düzeyi farklı bir şekilde isimlendirmesinin bu karmaşaya yol açtığı düşünülmektedir. Özellikle Türkçe

çalışmalarda diğer düzeylerde olduğu gibi bu düzeyde de aynı anlamı taşıyan birbirine çok yakın isimlendirmeler kullanılmıştır. Örneğin “İnformal Çıkarım”, “Formal Olmayan Çıkarım”, “Formal Olmayan Sonuç Çıkarım” gibi isimlendirmeler birbirinin neredeyse aynısıdır.

Van Hiele’in “Formal Logic” olarak adlandırdığı düzeye İngilizce çalışmalarda sıklıkla “Deduction”, Türkçe çalışmalarda ise “Çıkarım” adı verildiği görülmüştür. Türkçe çalışmalarda diğer düzeylere benzer şekilde aynı anlama gelen çok farklı isimlendirmeler kullanıldığı fark edilmiştir. Yalnızca A2 kodlu çalışmada diğerlerinden daha farklı olarak “Basitleştirme” isimlendirmesi kullanılmıştır. Esasında yazarlarla birebir görüşme yapıp neden bu isimlendirmeyi kullandıklarının tartışılması faydalı olacaktır.

Bulgular incelendiğinde van Hiele’nin orijinalde “The nature of Logical Laws” olarak adlandırdığı düzeye İngilizce çalışmalarda sıklıkla “Rigor”, Türkçe çalışmalarda ise “En İleri Dönem” isimlendirmesinin kullanıldığı görülmüştür. Diğer düzeylerde olduğu gibi orijinal isimlendirme yalnızca bir çalışmada kullanılmıştır (E26). Ancak hem Türkçe hem de İngilizce çalışmalarda bu düzey için diğer düzeylerden farklı olarak kullanılan isimlendirmeler daha farklı anlamlar taşımaktadır. Örneğin Türkçe çalışmalarda kullanılan “En Üst”, “İlişkileri Görebilme”, “Kesinlik”, “Eleştiri” isimlendirmeleri oldukça farklı anlamlar taşımaktadır.

Literatürde düzey adlarının çevrilmesi esnasında eş değerlik açısından sorunlar ve zorluklarla karşılaşıldığı gözlemlenmiştir. Çeviri yapılırken birebir karşılıklarını ya da eş anlamlarını aramak yerine benzerlikleri ve çağrışımları yakalamak gerekir (Çoruk, Büyük- Güler ve Kayalı, 2016). Duatepe-Paksu (2016) düzeylere verilen Türkçe isimlendirmelerde sıra düzeylerinin özelliklerini dikkate alarak isimlendirme yapıldığını ifade etmektedir.

Daha önce de belirttiğimiz gibi bu kadar farklı isimlendirme olması özellikle bu alanda çalışma yapmak isteyen yeni araştırmacıların kafasını karıştırmakta ve hangi isimlendirmeyi seçmeleri gerektiği konusunda ciddi bir sorun yaşamaktadırlar. Bu nedenle düzey isimlendirmeleri konusunda acilen bir standart oluşturulması elzemdir. Belirli bir standart oluşturulana kadar, bu alanda çalışma yapmak isteyen yeni araştırmacılar, alanyazında en sık tercih edilen “Görsel”; “Analiz”; “Yaşantıya Bağlı Çıkarım”; “Çıkarım” ve “En İleri Dönem” isimlendirmelerini tercih edebilirler.

Not: Türkiye’de kullanılan van Hiele düzey isimlendirmeleri ile uluslararası literatürde kullanılan isimlendirilmelerin karşılaştırılması ve bir standart oluşturulması hedeflendiği için İngilizce isimler bilinçli olarak Türkçe’ye çevrilmemiştir.



<http://kefad.ahievran.edu.tr>

Ahi Evran University Journal of Kırşehir Education Faculty

ISSN: 2147 - 1037

ENGLISH VERSION

Introduction

Geometry is a system of representations used to visualize concepts, ways of reasoning, and spatial environments (Altun, 2015; Battista, 2007). Geometry teaching is expected to contribute to the development of students' ability to visualize their minds, think critically, reduce three-dimensional objects to two dimensions, make assumptions, make logical inferences, and develop their ability to prove (Battista, 2007). While teaching geometry aims to provide geometric knowledge and skills, it should increase the level of geometric thinking (Baykul, 2014). On the other hand, geometric thinking is a mathematical thinking method that includes the use of geometric shapes and concepts and the principles and relations between these concepts in geometry problems (van de Walle, 2004).

An interesting study on how geometric thinking develops was carried out by the Dutch researchers van Hiele couple (Baki, 2019). This model is based on the idea that learning is not a connected process, but there are leaps in the learning curve, which means there are separate and different levels of thinking (Olivero, 2002). Van Hiele's theory consists of two parts: the first one is "thinking levels," which state the determination of students' ways of thinking in the field of geometry, and that according to the theory, students go through many thinking levels in the learning phase. The second part is "stages of learning," which offers teachers a suggestion on organizing teaching to facilitate and encourage students to move from their current level of thinking to the next level (Gutiérrez, 1992).

The van Hiele theory in mathematics education is a theory that defines how students learn geometry, and that has been accepted by many studies in the world (Burger and Shaughnessy, 1986; Fuys, Geddes, and Tischler 1988; Usiskin 1982). Although the theory was originally related to plane geometry, it has also been applied to three-dimensional objects (Gray, 1999; Guillen, 1996; Gutierrez, 1992; Lawrie, Pegg and Gutierrez, 2000, 2002; Owens, 1999; Saads and Davis, 1997). This theory, which explains how students understand geometry, has the following defining features: (Crowley, 1987; Usiskin, 1982; Van De Walle, 2004)

- Levels are hierarchical. To be at a level, the previous one must be passed.

- Progress between levels depends more on the subject and quality of instruction than on age and development.
- Levels have their language structure, symbols, and relations.
- It is impossible to expect the desired learning to occur in the teaching carried out according to the subjects at a level different from the level of the students.

Van Hiele creates five hierarchical and sequential levels of geometric thinking. However, in this model, both the number and the numbering of the levels vary. While these five levels are numbered as 0-4 in the Van Hiele couple's studies and many studies conducted after, they are numbered as 1-5 in some studies. Although there are differences regarding the order and composition of the levels, there is consensus that the levels are hierarchical and measure geometric thinking (Fuys et al., 1988; Hoffer, 1981; Mayberry, 1983; Shaughnessy and Burger, 1985; Usiskin, 1982).

Van Hiele Level Names and Descriptions

In Van Hiele's theses and articles written before 1986, the classification of shapes was based on geometric thinking levels, and there was no naming. Hoffer (1981), who was the first to name the Van Hiele levels, expressed the level nomenclature from 1 to 5 as "Recognition", "Analysis", "Ordering", "Deduction" and "Rigor" respectively. After these naming, van Hiele (1986) mentioned five levels of thinking as "Visual Level", "Descriptive Level", "Theoretical Level", "Formal Logic Level" and "The Nature of Logical Laws Level" and stated that this classification is suitable for the mathematical structure of the theory. (van Hiele, 1986, cited by Curcio, 1986, pp. 568). In an article published later, he used the name "Informal Deduction" instead of "Theoretical Level" (Van Hiele, 1999). In addition, it was emphasized in the studies that there could be a level below the levels determined by van Hiele because the students could not define the concepts adequately (Mayberry 1983; Senk 1989; Usiskin 1982). As a matter of fact, some studies reveal the existence of primitive thought below the level that van Hiele mentioned, and Clements and Battista (1992) define the existence of the "Pre-Recognition" level before these five levels.

"Pre-Recognition": At this level, the student perceives geometric shapes but cannot identify many standard shapes. In addition, they cannot distinguish between many common shapes in the same shape class (Clements, Swaminathan, Hannibal, and Sarama, 1999). They can distinguish round and angular shapes, such as squares and circles. However, they cannot distinguish between squares and triangles.

"The Visual Level": At this level, students recognize geometric shapes with their holistic view. In other words, they do not realize that geometric shapes consist of parts or their properties; they are only interested in the physical appearance of the shapes. Students recognize and name shapes based

on their general visual characteristics. They can evaluate shapes according to their similarities and rank groups of shapes that look similar (Fuys et al., 1988).

For example, a student at this level may describe the triangle as a "clown hat" but may not compare it to a clown hat when the direction of the triangle is changed (Cathcart, Pothier, and Vance, 2000). Figure 1a is a triangle, which they recognize because it looks like a clown hat for students. When the direction of the same triangle changes, they cannot think that the shape is a triangle, as in figure 1b.



Figure 1a.



Figure 1b.

For example, given the shapes in figure 2, a student at this level may notice that there are squares in (a) and rectangles in (b) because they are similar to squares and rectangles encountered before. However, they cannot explain the properties of shapes themselves (Crowley, 1987).

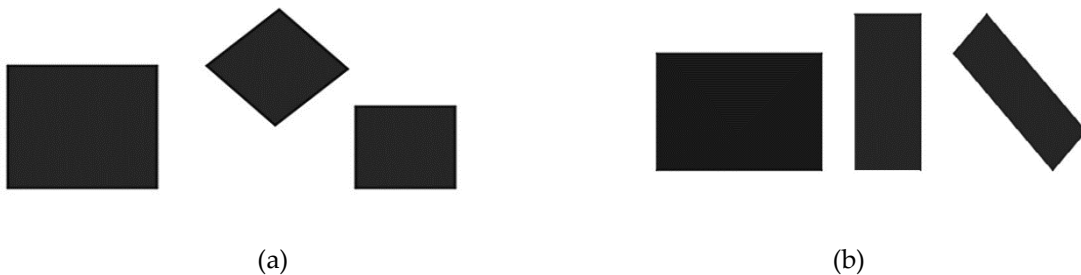


Figure 2. Adapted from the study of groups of squares and rectangles (Crowley, 1987).

For example, given the parallelograms below, the student can measure the angles of the parallelogram (Fuys, 1985).

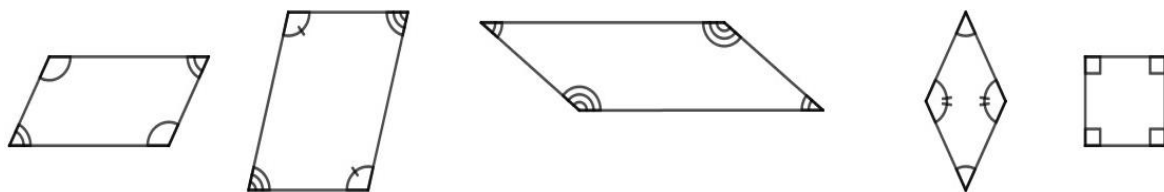


Figure 3. Adapted from the study of groups of parallelograms (Fuys, 1985).

“The Descriptive Level”: At this level, students analyze the parts of geometric shapes and the relationships between these parts. Students discover the properties/rules of a shape class experimentally (e.g., by folding, measuring, using a grid or diagram) but cannot establish a hierarchical relationship between classes (Fuys et al., 1988).

For example, when students are given a grid of parallelograms as in Figure 3 after working with various parallelograms, they can realize that the opposite angles of parallelograms are equal by coloring equal angles. After doing such activities with the subclasses of parallelogram, square, rectangle, and rhombus, students can generalize the parallelograms class. However, the relationships between the properties of shapes cannot be explained by students at this level yet.

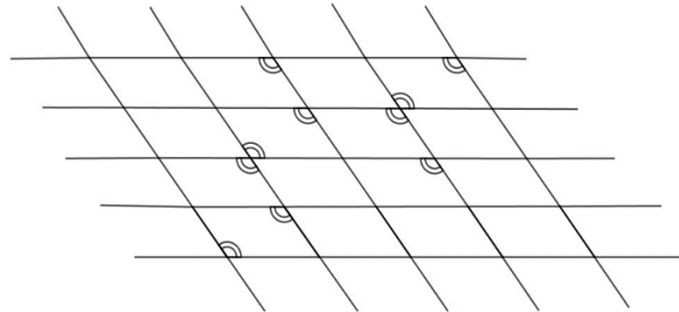


Figure 4. Example of activity to show that opposite angles are equal in a parallelogram grid (Adapted from the study by Fuys et al., 1988).

“The Theoretical Level (The Informal Deduction Level)”: At this level, students can make connections both between the properties of shapes themselves (for example, in a quadrilateral, parallel sides require opposite angles to be equal) and classes of shapes (a square is a rectangle because it has all the properties of a rectangle) (Crowley, 1987). In addition, students can make a short definition by saying enough and necessary conditions to define a shape, instead of talking about its features for a long time. At this level, students can establish logical relationships based on informal considerations. They can follow a geometric proof but cannot prove themselves (Fuys et al., 1988).

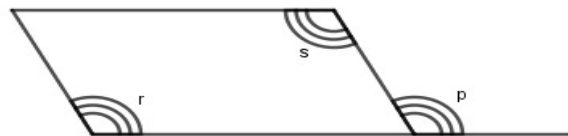


Figure 5. An example of an activity to show that opposite angles in a parallelogram are equal (Adapted from the study by Fuys (1985)).

For example, at this level, students can be expected to present an informal argument about why opposite angles are equal by giving them a parallelogram as in Figure 4 (Fuys, 1985).

“Formal Logic”: At this level, students can prove themselves in an axiomatic system. Students can use axioms, postulates, definitions, and theorems in proof work on geometry. They can determine the necessary and enough conditions and use them in drawing conclusions and making proofs. They can also prove different theorems deductively by making use of theorems and proven axioms. For students who have reached this level, geometric shape features are a structure independent from the object and shape (Hoffer, 1981).

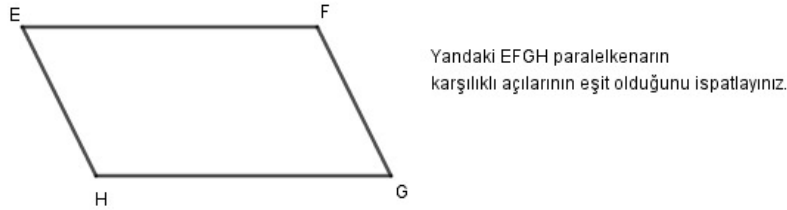


Figure 6. Adapted from the study by (Fuys, 1985).

For example, the student gives a deductive argument to prove the above by using axioms, definitions, or previously proven theorems (Fuys, 1985).

“The Nature of Logical Laws”: At this level, students identify the relationships and differences between various axiomatic systems. They comprehend Euclidean and non-Euclidean geometry and can interpret the axioms, theorems, and definitions of Euclidean geometry in non-Euclidean geometry and perform applications related to these definitions. (Hoffer, 1981). They can describe the effect of adding or subtracting an axiom to a particular geometric system (Vojkuvkova, 2012).

For example, the student studies parallel lines, parallelograms, and angles in non-Euclidean hyperbolic geometry and constructs deductive theorems.

Purpose and Problems of the Research

When the literature is examined, it is seen that different numbering and different nomenclature are used for Van Hiele geometric thinking levels. Researchers who want to work in this field are conflicted about which numbering and nomenclature they should use, and they have difficulty making a decision. Also, no study meets this need in the field and deals with Turkish and English studies together. In this context, this study aims to reveal what the original names van Hiele gave to these levels, which naming and level numbering are used in both Turkish and English literature, to eliminate this confusion. For this purpose, the following problems were addressed in the study:

1. How are the van Hiele geometric thinking level numberings in Turkish and English studies?
2. What are the nomenclatures given to van Hiele geometric thinking levels in Turkish and English studies?
 - 2.1 What are the nomenclatures given to the lower level created for those who could not be assigned to the first 5 levels of van Hiele in Turkish and English studies?
 - 2.2 What are the nomenclatures given to the level that van Hiele called "Visual Level" in Turkish and English studies?

- 2.3 What are the nomenclatures given to the level that van Hiele called "Descriptive Level" in Turkish and English studies?
- 2.4 What are the nomenclatures given to the level that van Hiele called "Theoretical Level" and then "The Informal Deduction Level" in Turkish and English studies?
- 2.5 What are the nomenclatures given to the level that van Hiele called "Formal Logic" in Turkish and English studies?
- 2.6 What are the nomenclatures given to the level that van Hiele called "The Nature of Logical Laws" in Turkish and English studies?

Method

This study aims to reveal the van Hiele geometric thinking level numberings used in current studies in the literature and the differences and similarities in the nomenclature given to these levels by document analysis method and question their reasons. The document analysis method is the process of coding and examining written materials containing information about the subject planned to be investigated within a specific norm or system (Çepni, 2018). Within the scope of the study, it will be explained in this section how 46 articles written in English, 29 articles in Turkish, and 51 thesis studies were determined and how they were analyzed.

Data Collection:

Within the scope of this research, we examined 51 postgraduate theses published between 2000-2020 in the National Thesis Center of the Council of Higher Education (CoHE), and 29 articles scanned in databases such as Google Academic, TÜBİTAK ULAKBİM DergiPark to determine which names were given to the van Hiele levels in Turkey. In addition, 46 articles were examined to determine which names were given to van Hiele levels in the international literature and compare these names with the level names used in Turkey. These articles were written in English, and there was no date limitation when selecting the studies. While selecting articles in English, attention was paid to the fact that the authors of the articles had a say in this field and that the number of citations of the articles was high. Key concepts in the literature searches were "van Hiele", "van Hiele Geometric Thinking Levels", "Geometric Thinking". Key concepts were scanned in both Turkish and English. While determining the Turkish studies to be included in the research, the condition of being conducted in Turkey and by Turkish researchers was sought in the articles and thesis studies. In addition, if the study with the same name was published as both a thesis and an article, only the studies published as an article were discussed to avoid data repetition. At the same time, studies that did not give the nomenclature of van Hiele's five levels were not included in the study. Although 152 articles and theses were reached initially, studies that included only three or all of the van Hiele level nomenclatures were not included in the study. After the elimination processes, the research was

conducted on 80 studies in Turkish, 51 of which were thesis and 29 of which were articles, and 46 studies in English. In addition, each study examined was coded as A1, A2,....., A89 for Turkish publications and E1, E2,....., E46 for English publications to avoid redundancy of data. These codes were used within the scope of the research.

Validity and Reliability of the Research

The sections of the studies included in the research on van Hiele level naming were examined in detail, and the names and explanations given to each level were recorded in the digital environment. The data obtained from the studies examined were coded separately by both researchers. Since the information to be coded was not based on interpretation, the codes were completely compatible with each other. In addition, the study was examined by an expert lecturer who had studied van Hiele, and his/her opinions were taken. As a result of this opinion, it would be appropriate to use the Turkish and English nomenclature in the articles without any changes. There is no need to use the word "level" in the levels.

Data Analysis

The data obtained in this study were analyzed using the content analysis method. The purpose of content analysis is to combine similar data within the framework of specific concepts and themes and organize and interpret them so that the reader can understand (Çepni, 2018). The data obtained from the studies examined for each sub-problem in the research are presented with tables. The purpose of making the presentation in this way is to ensure that the data are visual and provide an opportunity to get an idea about the studies carried out at the first impression. The tables contain the code and frequency values of the data. Explanations of the data are presented in each table.

Findings

In this section, findings obtained as a result of the qualitative data analysis are included. The findings are presented following the problems.

The van Hiele geometric thinking level numberings in Turkish and English studies

Firstly, within the research scope, it was presented which numberings were used for van Hiele levels in the English literature.

Table 1. *Level numberings used in the reviewed English studies*

| Level Numberings | Study Codes | f |
|------------------|--|----|
| 0-4 | E1, E4, E11, E12, E17, E19, E20, E24, E25, E27, E29, E30, E31, E37, E38, E39, E41, E44, E45, E46 | 20 |
| 1-5 | E2, E3, E6, E8, E13, E15, E21, E22, E23, E26, E32, E33, E34, E35, E40, E42 | 16 |
| 0-5 | E7, E9, E10, E16, E28 | 5 |

When Table 1 was examined, the order of 0-4 was used in 20 of the studies, 1-5 in 16, and 0-5 in 5 of them. Usiskin (1982), one of the masters of this field and who developed a test for van Hiele thinking levels, used the order of 1-5 levels (E42).

Table 2 *Level numberings used in the reviewed Turkish studies*

| Level Numberings | Study Codes | f |
|------------------|--|----|
| 0-4 | A1, A2, A3, A4, A5, A7, A10, A14, A16, A21, A23, A24, A25, A31, A35, A36, A40, A43, A46, A49, A50, A51, A52, A53, A55, A57, A64, A67, A70, A71, A72, A73, A75, A76, A77, A79 | 36 |
| 1-5 | A6, A8, A11, A13, A18, A19, A20, A22, A26, A27, A28, A29, A32, A33, A34, A37, A38, A39, A41, A42, A44, A45, A54, A56, A62, A63, A65, A66, A68, A69, A74, A78, A80 | 34 |
| 0-5 | A9, A12, A15, A17, A30, A47, A48, A58, A59, A60, A61 | 10 |

Like the English studies, the Turkish studies examined mostly preferred 0-4, followed by 1-5 and at least 0-4.

The nomenclatures given to van Hiele geometric thinking levels in Turkish and English studies

In this section, the findings regarding the nomenclature given to the levels in Turkish and English studies will be presented, respectively.

The names given to the lower level created for those who cannot be assigned to the first 5 levels of van Hiele: The data on the nomenclature given to the lower level created in the English studies examined within the scope of the research are presented in Table 4.

Table 3. *The nomenclatures given to the lower level in the reviewed English studies*

| The nomenclatures given to the level | Study Codes | f |
|--------------------------------------|--------------|---|
| Pre-Recognition | E7, E10, E28 | 3 |
| Pre-Recognitive | E9, E16 | 2 |

When Table 3 was examined, it was seen that only 5 of the 46 English studies examined used the lower level, and the nomenclature given to this level was very similar to each other.

Table 4. *The nomenclatures given to the lower level in the reviewed Turkish studies*

| The nomenclatures given to the level | Study Codes | f |
|--------------------------------------|---|---|
| Tanıma Öncesi | A15, A17, A30, A47, A48, A49, A58, A60, A61 | 9 |
| Gözünde Yarı Canlandırma | A15, A48, A49 | 3 |
| Ön tanıma | A9 | 1 |
| Biliş-Öncesi | A12 | 1 |
| Yarı Canlandırma | A60 | 1 |

It was seen that the lower level was used in a small number of Turkish studies, but unlike the English studies, different names were given to this level. The most preferred nomenclature was "Tanıma Öncesi".

The nomenclatures given to the level that van Hiele called the "Visual Level": Table 5 presents information on the English studies examined within the scope of the research about naming the level that van Hiele originally named as "Visual Level".

Table 5. *The nomenclatures given to the "Visual Level" in the reviewed English studies*

| The nomenclatures given to the level | Study Codes | f |
|--------------------------------------|---|----|
| Visualization | E1, E2, E3, E5, E6, E7, E8, E11, E12, E17, E19, E21, E24, E25, E28, E29, E30, E31, E32, E33, E34, E35, E37, E39, E41, E44, E45, E46 | 28 |
| Recognition | E4, E6, E7, E10, E13, E14, E18, E20, E21, E22, E23, E36, E40, E41, E42, E43 | 16 |
| Visual | E9, E10, E13, E15, E16, E26, E27, E38 | 8 |

When the studies in English were examined, it was seen that the nomenclature "Visualization Level" was used more frequently, in contrast to van Hiele, and it was followed by "Recognition Level". Scientists who have essential studies in this field, such as Usiskin (1982) and Fuys (1985), preferred to use the "Recognition Level" (E20, E42).

Table 6. *The nomenclatures given to the "Visual Level" in the reviewed Turkish studies*

| The nomenclatures given to the level | Study Codes | f |
|--------------------------------------|---|----|
| Görsel | A1, A2, A4, A5, A6, A7, A8, A9, A10, A11, A12, A13, A14, A15, A16, A17, A18, A19, A21, A22, A23, A24, A28, A29, A30, A31, A32, A34, A35, A36, A37, A38, A39, A41, A42, A43, A44, A45, A46, A47, A48, A49, A50, A51, A52, A53, A54, A55, A56, A57, A58, A59, A60, A61, A62, A63, A66, A68, A69, A73, A74, A75, A76, A77, A78, A79, A80 | 67 |
| Görselleştirme | A20, A26, A27, A33, A40, A65, A67, A70, A71, A72 | 10 |
| Göz önünde canlandırma | A25, A64 | 2 |
| Gözünde canlandırma | A3 | 1 |
| Hayalinde canlandırma | A71 | 1 |

When Table 6 was examined, "Görsel" was used in a significant part of Turkish studies for the level called "Visual Level." When the studies were examined, it was seen that the word level was translated into Turkish in different ways such as "düzey", "dönem", "seviye"; therefore, in some studies, it was used as "görsel düzey" in some studies (A7, A8, A12, A14, A16, A21, A23, A30, A38, A39, A41, A42, A44, A45, A47, A52, A54, A59, A60, A61, A63, A66, A74, A77, A78, A80), "görsel dönem" in some (A1, A4, A5, A6, A9, A10, A11, A13, A15, A17, A18, A24, A28, A29, A31, A32, A34, A35, A36, A43, A46, A48, A49, A53, A55, A57, A58, A62, A68, A69, A73, A75, A79), and "görsel seviye" in one of them (A19). It is thought that the level names such as "Gözünde canlandırma", "Göz önünde canlandırma", "Hayalinde canlandırma" basically mean the same thing, but they are named in this way due to translation differences.

The nomenclatures given to the level that van Hiele called the "Descriptive Level": Table 7 presents information on the English studies examined within the scope of the research about the naming of the level that van Hiele originally named as "Descriptive Level".

Table 7. *Nomenclature given to the "Descriptive Level" in the reviewed English studies*

| The nomenclatures given to the level | Study Codes | f |
|--------------------------------------|--|----|
| Analysis | E1, E2, E3, E4, E5, E6, E7, E8, E10, E11, E12, E13, E14, E17, E18, E19, E20, E21, E22, E23, E24, E25, E27, E28, E29, E30, E31, E32, E33, E34, E36, E37, E39, E40, E41, E42, E43, E44, E45, E46 | 40 |
| Descriptive | E6, E9, E10, E15, E16, E26, E38, E41 | 8 |
| Analytic | E9, E15, E16 | 3 |
| Description | E13, E35 | 2 |

When the studies were examined, it was seen that "Descriptive Level" was less preferred and "Analysis Level" was used frequently, unlike van Hiele.

Table 8. *The nomenclatures given to the "Descriptive Level" in the reviewed Turkish studies*

| The nomenclatures given to the level | Study Codes | f |
|--------------------------------------|--|----|
| Analiz | A1, A2, A4, A5, A7, A9, A10, A11, A12, A13, A14, A16, A17, A18, A19, A20, A21, A23, A24, A25, A26, A27, A29, A30, A31, A32, A33, A35, A36, A38, A39, A40, A41, A42, A43, A44, A45, A46, A47, A48, A49, A52, A53, A57, A58, A64, A65, A67, A68, A69, A70, A71, A72, A74, A75, A77, A78, A80 | 58 |
| Analitik | A6, A8, A15, A24, A28, A34, A37, A50, A51, A54, A55, A59, A60, A62, A66, A73, A76, A79 | 18 |
| Betimsel | A1, A22, A56, A61, A63, A79, A81 | 7 |
| Analiz Etme | A3 | 1 |

When Table 8 was examined, it was noteworthy that "Analiz Düzeyi" was frequently preferred in Turkish and English studies. The number of studies using the nomenclature of "Analitik Düzey" was higher than those in English. The nomenclature "Betimsel Düzey" which was a translation of van Hiele's original nomenclature, was interestingly used the least.

The nomenclatures given to the level that van Hiele initially called "Theoretical Level" and then "Informal Deduction": Table 9 presents information on the English studies examined within the scope of the research about the naming of the level that van Hiele originally named as "Theoretical Level".

Table 9. *The nomenclatures given to the "Theoretical Level-Informal Deduction" in the reviewed English studies*

| The nomenclatures given to the level | Study Codes | f |
|--------------------------------------|--|----|
| Informal Deduction | E1, E2, E3, E4, E6, E7, E8, E10, E11, E17, E18, E19, E27, E29, E30, E34, E37, E38, E40, E41, E44, E45, E46 | 23 |
| Abstraction | E5, E12, E21, E24, E25, E28, E31, E32, E33, E35 | 10 |
| Order | E6, E8, E10, E21, E42, E43, E44 | 7 |
| Ordering | E13, E14, E22, E23, E36 | 5 |
| Relational | E9, E13, E15, E16 | 4 |
| Abstract | E9, E15, E16 | 3 |
| Theoretical | E26, E41 | 2 |
| Logical ordering | E20 | 1 |
| Deduction Informal Logic | E39 | 1 |

It was observed that in a significant part of the English studies, the nomenclature "Informal Deduction" was frequently preferred, as van Hiele later used, and they were followed by the nomenclatures of "Abstraction" and "Order."

Table 10. *The nomenclatures given to the "Theoretical Level- Informal Deduction" in the reviewed Turkish studies*

| The nomenclatures given to the level | Study Codes | f |
|--------------------------------------|--|----|
| Yaşantıya Bağlı Çıkarım | A5, A6, A8, A11, A15, A17, A20, A21, A23, A24, A25, A28, A31, A34, A36, A37, A39, A43, A48, A49, A52, A53, A60, A62, A64, A66, A68, A73, A74, A75, A76, A77, A80 | 33 |
| İnformal Tümdengelim | A6, A7, A15, A18, A24, A28, A34, A51, A54, A59, A60 | 11 |
| Mantıksal Çıkarım Öncesi | A19, A30, A38, A41, A42, A45, A47, A65 | 8 |
| Basit Çıkarım | A1, A22, A56, A61, A63, A78, A80 | 7 |
| İnformal Çıkarım | A12, A26, A27, A39, A40, A70 | 6 |
| Formal Olmayan Çıkarım | A1, A18, A39, A57, A58, A69 | 6 |
| Bıçimsel Olmayan Tümdengelim | A5, A17, A36, A48, A71, A74 | 6 |
| Formal Olmayan Sonuç Çıkarma | A10, A13, A29, A35, A46, A72 | 6 |
| Sıralama | A9, A11, A68, A80 | 4 |
| Soyutlama | A4, A50, A79 | 3 |
| Düzenleme | A14, A71 | 2 |
| Basit Anlamda Tümdengelim | A2 | 1 |
| Bilgi Çıkarma | A3 | 1 |
| İnformal Tümdengelimsel Çıkarım | A9 | 1 |
| Formal Olmayan Tümdengelim | A14 | 1 |
| Formal Çıkarım | A16 | 1 |
| İnformal Yaşantıya Bağlı Çıkarım | A32 | 1 |
| Yaşantısal Çıkarım | A33 | 1 |
| Tümdengelim | A55 | 1 |
| Gizil Tümdengelim | A67 | 1 |

When Table 10 was examined, it was seen that the most preferred level name for "Theoretical Level- Informal Deduction" in Turkish studies was "Yaşantıya Bağlı Çıkarım", followed by "İnformal Tümdengelim" and "İnformal Tümdengelim". It was also noteworthy that, unlike the English studies, there were many differences in the nomenclatures, and names were not significantly related to the original nomenclatures such as "Sıralama" and "Soyutlama" in Turkish studies.

The nomenclatures given to the level that van Hiele called "Formal Logic": Table 11 presents information on the English studies examined within the scope of the research about the naming of the level that van Hiele originally named as "Formal Logic".

Table 11. *The nomenclatures given to the "Formal Logic" in the reviewed English studies*

| The nomenclatures given to the level | Study Codes | f |
|--------------------------------------|---|----|
| Deduction | E1, E4, E5, E6, E7, E8, E10, E12, E13, E14, E17, E19, E20, E21, E22, E23, E24, E25, E27, E28, E29, E30, E31, E32, E33, E34, E35, E36, E39, E41, E42, E43, E44, E45, E46 | 35 |
| Formal Deduction | E2, E3, E9, E11, E15, E18, E37, E38, E40 | 9 |
| Formal Deductive | E16 | 1 |
| Formal Logic | E26 | 1 |

When Table 11 was examined, it was seen that this level was often called "Deduction," and it was followed by "Formal Deduction." It was noteworthy that the original nomenclature was used only in one study.

Table 12. *The nomenclatures given to the "Formal Logic" in the reviewed Turkish studies*

| The nomenclatures given to the level | Study Codes | f |
|--------------------------------------|---|----|
| Çıkarım | A6, A18, A20, A21, A22, A23, A25, A26, A27, A28, A33, A34, A35, A37, A40, A50, A53, A56, A58, A61, A62, A63, A64, A69, A70, A73, A76, A80 | 28 |
| Sonuç Çıkarım | A3, A5, A9, A11, A14, A17, A31, A36, A43, A48, A68, A71, A74, A75 | 14 |
| Mantıksal Çıkarım | A8, A13, A19, A30, A38, A39, A41, A42, A44, A45, A47, A65, A66 | 13 |
| Formal Tümdengelim | A6, A7, A15, A18, A28, A34, A51, A54, A59, A60, A67 | 11 |
| Formal Çıkarım | A1, A12, A24, A32, A39, A52, A57, A77, A78, A80 | 10 |
| Tümevarım | A4, A9, A10, A11, A14, A46, A55, A72, A79 | 9 |
| Bıçimsel Tümdengelim | A5, A17, A36, A71, A74 | 5 |
| Tümdengelim | A2, A29 | 2 |
| Basitleştirme | A2 | 1 |
| İnformal Çıkarım | A16 | 1 |

In the Turkish studies examined, it was seen that the nomenclature "Çıkarım" and then "Sonuç Çıkarım" were frequently used for this level. It was noteworthy that for this level, nomenclatures with different meanings such as "Tümevarım", "Tümdengelim", "Basitleştirme" were used.

The nomenclatures given to the level that van Hiele called "The Nature of Logical Laws": Table 13 presents information on the English studies examined within the scope of the research about the naming of the level that van Hiele originally named as "The Nature of Logical Laws".

Table 13. *The nomenclatures given to the "The Nature of Logical Laws" in the reviewed English studies*

| The nomenclatures given to the level | Study Codes | f |
|--------------------------------------|---|----|
| Rigor | E1, E2, E3, E4, E5, E6, E7, E8, E9, E10, E11, E12, E13, E14, E15, E17, E18, E19, E20, E21, E22, E23, E24, E25, E27, E28, E29, E30, E31, E32, E33, E34, E35, E36, E37, E38, E39, E40, E41, E42, E43, E44, E45, E46 | 44 |
| Metamathematical | E15 | 1 |
| Mathematically rigorous | E16 | 1 |
| Accuracy | E19 | 1 |
| The nature of logical laws | E26 | 1 |

When Table 13 was examined, it was noteworthy that the original nomenclature was used only in one study, and the nomenclature "Rigor" was frequently preferred.

Table 14. *The nomenclatures given to the "The Nature of Logical Laws" in the reviewed Turkish studies*

| The nomenclatures given to the level | Study Codes | f |
|--|---|----|
| En İleri Dönem | A5, A6, A7, A8, A17, A18, A23, A25, A28, A30, A31, A32, A34, A36, A37, A47, A48, A53, A54, A58, A59, A60, A62, A64, A66, A67, A69, A73, A74, A75, A76 | 31 |
| İlişkileri Görebilme | A4, A5, A6, A9, A10, A11, A17, A20, A29, A35, A36, A39, A48, A49, A50, A55, A74, A79 | 18 |
| Rigor | A3, A4, A6, A9, A10, A11, A13, A15, A35, A59, A67, A68, A74, A79 | 14 |
| En Üst | A1, A12, A16, A19, A21, A24, A38, A39, A41, A42, A43, A44, A45 | 13 |
| Sistemik Düşünme | A22, A26, A27, A33, A40, A56, A61, A63, A70, A78, A80 | 11 |
| Kesinlik | A1, A2, A3, A52, A57, A71, A77 | 7 |
| Eleştiri | A9, A11, A13, A15, A39, A68 | 6 |
| İlişkileri Görebilme ve Kesinlik | A14 | 1 |
| İlişkileri görebilme ve matematiksel olarak ifade edebilme | A46 | 1 |
| Soyut Çıkarım | A51 | 1 |
| Son Düzey | A65 | 1 |
| En üst düzey ilişkileri görebilme | A72 | 1 |

When Table 14 was examined, it was seen that the nomenclature of "En İleri Dönem" was frequently used for this level in Turkish studies and it was followed by the nomenclatures of "İlişkileri Görebilme" and "Rigor."

Conclusion and Discussion

In this section, the findings obtained from the research will be discussed in line with the research problems. When the findings of 80 studies conducted in Turkey between 2000-2020 within the scope of the research were examined, it was seen that the numbering and nomenclatures of van Hiele geometric thinking levels were very variable. Although 0-4, 0-5, 1-5 numbering was used in studies on Van Hiele geometric thinking levels, it was observed that 0-4 numbering was frequently used in both Turkish and English studies. However, it was impossible to understand why 0-4 numbering was preferred so much while even Usiskin (1982), who was one of the masters of this field and developed the van Hiele Test of Geometric Thinking, used 1-5 numbering. In addition, studies are stating that those who cannot be assigned to any level of van Hiele are at level 0 (Alex and Mammen, 2016; Baah-Duodu, Osei-Buabeng, Cornelius, Hegan, and Nabie 2020; Bashiru and Nyarko, 2019; Clements et al., 1999; Mason, 2009). Therefore, the numbering of van Hiele's first level as level 0 causes significant complexity. Numbering the levels as 1-5 will be more helpful for convenience when

analyzing Usiskin's test and for avoiding confusion in the classification of those who cannot be assigned to levels.

When the findings were examined, it was seen that the nomenclature given to the levels in Turkish and English studies differed a lot. This was because there were significant differences between the names given by Hoffer (1981) and van Hiele (1986), who first named the levels. In addition, it is noteworthy that few studies included the sub-level created for those who could not be assigned to the first 5 levels, which Van Hiele did not initially define. It was seen that the nomenclature of "Pre-Recognition" was preferred more in English studies and "Ön Tanıma" in Turkish studies. Although "Ön Tanıma" is compatible with the Turkish translation of "Pre-Recognition", there is no clear explanation as to why the nomenclatures such as "Gözünde yarı canlandırma" and "Yarı Canlandırma" were used in Turkish studies.

It was observed that the level that Van Hiele originally called "Visual Level" was often called "Visualization" in English studies and "Görsel" in Turkish studies. Similar to the lower level, in Turkish studies, nomenclatures such as "Göz Önünde Canlandırma" and "Hayalinde Canlandırma" were used. When the lower level is called "Gözünde Yarı Canlandırma", it is appropriate to call the first level "Gözünde Canlandırma." However, it is not clear why different nomenclatures with the same meaning, such as "Gözünde Canlandırma", "Göz Önünde Canlandırma", "Hayalinde Canlandırma" were used.

It was observed that the level that Van Hiele called the "Descriptive Level" was often called the "Analysis" in English studies and the "Analiz" in Turkish studies. Although Duatepe-Paksu (2016) named this level "Betimsel Düzey" in her study, she emphasized that this level was also used as "analiz dönem" in different studies. It was noticed that the names used for this level in both Turkish and English studies were very similar, but it was not understood why van Hiele's original naming was less preferred.

For the level that Van Hiele initially called "Theoretical" and then "Informal Deduction", very different nomenclatures were used in both Turkish and English studies. It is thought that this confusion was caused by van Hiele's naming of this level differently in an article published in 1999 after his book *Structure and Insight* (1986). Especially in Turkish studies, very close namings with the same meaning were used for this level as in the other levels. For example, nomenclatures such as "İnformel Çıkarım", "Formal Olmayan Çıkarım", "Formal Olmayan Sonuç Çıkarma" are almost the same.

It was observed that the level that Van Hiele called "Formal Logic" was often called "Deduction" in English studies and "Çıkarım" in Turkish studies. In Turkish studies, it was noticed that very different nomenclatures with the same meaning were used, similar to the other levels. Only in the A2 coded study, the nomenclature "Basitleştirme" was used differently from the others. In fact,

it would be helpful to have one-on-one interviews with the authors and discuss why they used this nomenclature.

When the findings were examined, it was seen that the nomenclature of "Rigor" in English studies and "En İleri Dönem" in Turkish studies were frequently used for the level that van Hiele originally called "The nature of Logical Laws." As in the other levels, the original nomenclature was used only in one study (E26). However, in Turkish and English studies, the nomenclature used for this level had different meanings unlike the other levels. For example, the nomenclatures "En Üst", "İlişkileri Görebilme", "Kesinlik", "Eleştiri" used in Turkish studies have quite different meanings.

There were problems and difficulties encountered in terms of equivalence in the literature during the translation of level names. While translating, it is necessary to catch similarities and associations instead of looking for exact equivalents or synonyms (Çoruk, Büyük- Güler, and Kayalı, 2016). Duatepe-Paksu (2016) states that in the Turkish nomenclatures given to the levels, the naming is done by taking into account the characteristics of the order levels.

As we mentioned before, the fact that there are so many different nomenclatures confuses new researchers who want to work in this field. They have a severe problem about which nomenclature they should choose. For this reason, it is essential to establish a standard for level nomenclature urgently. Until a particular standard is established, new researchers who want to work in this field may prefer the nomenclatures of "Görsel"; "Analiz"; "Yaşantıya Bağlı Çıkarım"; "Çıkarım" and "En İleri Dönem" which were the most frequently preferred.

Note: English nomenclatures were not translated into Turkish on purpose, as it was aimed to compare the van Hiele level nomenclature used in Turkey with the nomenclature used in the international literature and to establish a standard.

Kaynakça

- Alex, J. K. & Mammen, K. J. (2016). Lessons learnt from employing van Hiele theory based instruction in senior secondary school geometry classrooms. *EURASIA Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, 12(8), 2223-2236. <https://doi.org/10.12973/eurasia.2016.1228a>
- Altun, M. (2015). *Eğitim fakülteleri ve sınıf öğretmenleri için matematik öğretimi* (19. Baskı). Bursa: Alfa Aktüel.
- Baah-Duodu, S., Osei-Buabeng, V., Cornelius, E. F., Hegan, J. E., & Nabie, M. J. (2020). Review of literature on teaching and learning geometry and measurement: a case of Ghanaian standards based mathematics curriculum. *International Journal of Advances in Scientific Research and Engineering (IJASRE)*, 6(3), 103-123. <https://doi.org/10.31695/IJASRE.2020.33766>
- Baki, A. (2019). *Matematiği öğretme bilgisi* (2. Baskı). Ankara: Pegem Akademi Yayınları.
- Bashiru, A., & Nyarko, J. (2019). Van hiele geometric thinking levels of junior high school students of atebubu municipality in Ghana. *African Journal of Educational Studies in Mathematics and Sciences*, 15(1), 39-50. <https://dx.doi.org/10.4314/ajesms.v15i1.4>
- Battista, M. T. (2007). *The development of geometric and spatial thinking*. In F. K. Lester (Ed.), *Second handbook of research on mathematics teaching and learning* (pp. 843-908). Charlotte, NC: Information Age.
- Baykul, Y. (2014). *Ortaokulda matematik öğretimi*. Ankara: Pegem Akademi Yayınları.
- Burger, W. F., & Shaughnessy, J. M. (1986). Characterizing the van Hiele levels of development in geometry. *Journal for Research in Mathematics Education*, 31-48. <https://doi.org/10.5951/jresmetheduc.17.1.0031>
- Cathcart, G. W., Pothier, Y. M., & Vance, J. H. (2000). *Learning Mathematics in Elementary and Middle Schools* (3rd ed). Scarborough, ON: Prentice Hall Allyn and Bacon.
- Clements, D. H., & Battista, M. T. (1992). *Geometry and spatial reasoning*. In D. A. Grouws (Ed.), *Handbook of research on mathematics teaching and learning: A project of the National Council of Teachers of Mathematics* (p. 420-464). Macmillan Publishing Co, Inc.
- Clements, D. H., Swaminathan, S., Hannibal, M. A. Z., & Sarama, J. (1999). Young children's concepts of shape. *Journal for Research in Mathematics Education*, 30(2), 192-212.
- Crowley, M. L. (1987). The van Hiele model of the development of geometric thought. *Learning and teaching geometry, K-12*, 1-16.
- Curcio, F. R. (1986). *Structure and insight: A theory of mathematics education* (L, P) by Pierre M. van Hiele.
- Çepni, S. (2018). *Araştırma ve proje çalışmalarına giriş* (8. Baskı). Trabzon: Celepler Yayınları.
- Çoruk, F., Büyük- Güler, S., & Kayalı, Y. (2016). Çeviride kültürel aktarım sorunu: karamazov kardeşler örneği. *Uluslararası Sosyal Araştırmalar Dergisi*, 9(42).

- Duatepe- Paksu, A. (2016). Van Hiele geometrik düşünme düzeyleri. İçinde Bingölbali, E., Özarslan, S., & Zembat İ. Ö. (Ed.), *Matematik eğitiminde teoriler* (s. 266-275). Ankara: Pegem Akademi Yayınları.
- Fuys, D. (1985). Van Hiele levels of thinking in geometry. *Education and Urban Society*, 17(4), 447-462. <https://doi.org/10.1177/0013124585017004008>
- Fuys, D., Geddes, D., & Tischler (1988). The van Hiele model of thinking in geometry among adolescents [monograph number 3]. *Journal for Research in Mathematics Education*. Reston, VA: NCTM. <https://doi.org/10.2307/749957>
- Gray, E. (1999). *Spatial strategies and visualization*. In O. Zaslavsky (Ed.), Proceedings of the 23rd PME Conference (s.235-242). Haifa, Israel: Israel Institute of Technology.
- Guillen, G. (1996). *Identification of Van Hiele levels of reasoning in three-dimensional geometry*. In O. Puig & L. Gutierrez, (Eds.), Proceedings of 20th PME International Conference (s.43-50). Valencia, Spain: University of Valencia.
- Gutierrez, A. (1992). Exploring the links between Van Hiele levels and 3-dimensional geometry. *Structural Topology* 18, 31-48. <http://hdl.handle.net/2099/1073>
- Hoffer, A. (1981). Geometry is more than proff. *Mathematics Teacher*, 74(1), 11-18. <https://doi.org/10.5951/MT.74.1.0011>
- Lawrie, C., Pegg, J., & Gutierrez, A. (2000). *Coding the nature of thinking displayed in responses on nets of solids*. In T. Nakahara & M. Koyama (Eds.), Proceedings of the 24th PME Conference (s.215-222). Hiroshima, Japan: Hiroshima University.
- Lawrie, C., Pegg, J., & Gutierrez, A. (2002). *Unpacking students meaning of cross-sections: A frame for curriculum development*. In Cockburn, A. D., Nardi, E. (Edt.) Proceedings of the 26th PME Conference.
- Mason, M. (2009). The van Hiele levels of geometric understanding. *Colección Digital Eudoxus*, 1(2).
- Mayberry, J. (1983). The Van Hiele levels of geometric thought in undergraduate preservice teachers. *Journal for Research in Mathematics Education*, 14(1), 58- 69. <https://doi.org/10.5951/jresematheduc.14.1.0058>
- Olivero, F. (2002). *The proving process with in a dynamic geometry environment*. (Unpublished doctoral dissertation). Bristol, UK: University of Bristol, Graduate School of Education. <https://telearn.archives-ouvertes.fr/hal-00190412>
- Owens, K. (1999). *The role of visualization in young students' learning*. In O. Zaslavsky (Eds.), Proceedings of the 23rd PME Conference (s.220-234). Haifa, Israel: Israel Institute of Technology.
- Pegg, J. (1992). *Students' understanding of geometry: theoretical perspectives*. In: Southwell, B., Perry, B. and Owens, K. (eds), Space: The First And Final Frontier, Proceedings Of The 15th Conference Of The Mathematics Education Research Group Of Australasia. Sydney: MERGA.

- Saads, S., & Davis, G. (1997). *Spatial abilities, van Hiele levels and language use in three dimensional geometry*. In Erkki Pehkonen (Edt.), *Proceedings of the 21th PME Conference* (s.104-111). Lahti, Finland: University of Helsinki. <http://www.leeds.ac.uk/educol/documents/000000143.htm>
- Senk, S. L. (1989). Van Hiele levels and achievement in writing geometry proofs. *Journal for Research in Mathematics Education*, 309-321. <https://doi.org/10.5951/jresmetheduc.20.3.0309>
- Teppo, A. (1991). Van Hiele levels of geometric thought revisited. *The Mathematics Teacher*, 84(3), 210-221. <https://doi.org/10.5951/MT.84.3.0210>
- Usiskin, Z. (1982). *Van Hiele levels and achievement in secondary school geometry*. Final report of the cognitive development and achievement in secondary school geometry project, University of Chicago, Department of Education.
- Van Hiele, P. M. (1959). The child's thought and geometry. *English translation of selected writings of Dina van Hiele-Geld of and Pierre M. van Hiele*, 243-252. <http://geometryandmeasurement.pbworks.com/f/VanHiele.pdf>
- Van de Walle, J.A. (2004). *Elementary and middle school mathematics* (Fifth Edition). Virginia Commonwealth University.
- Van Hiele, P. M. (1999). Developing geometric thinking through activities that begin with play. *Teaching Children Mathematics*, 310-316. <https://doi.org/10.5951/TCM.5.6.0310>
- Vojkuvkova, I. (2012). *The van Hiele model of geometric thinking*. WDS'12 Proceedings of Contributed Papers, 1, 72-75. https://www.mff.cuni.cz/veda/konference/wds/proc/pdf12/WDS12_112_m8_Vojkuvkova.pdf

Ek 1. Araştırma Kapsamında İncelenen Çalışmalar

Türkçe Yayınlar

- A1. Akkan, Y., Akkan, P., Öztürk, M., ve Demir, Ü. (2018). Görsel teoremler üzerine matematik öğretmenleriyle nitel bir çalışma. *Journal of Instructional Technologies and Teacher Education*, 7(2), 56-74. <https://dergipark.org.tr/en/pub/jitte/issue/41978/431508>
- A2. Akkurt, Z. (2010). *Kavram haritaları yardımıyla ilköğretim öğretmen adaylarının geometrik kavramları ilişkilendirmeleri üzerine bir inceleme*. Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi. Hacettepe Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü, Ankara.
- A3. Aktaş-Arnas, Y. ve Aslan, D. (2004). Okul öncesi dönemde geometri. *Eğitim Bilim Toplum*, 3(9), 36-45. https://scholar.google.com/scholar?hl=tr&as_sdt=0%2
- A4. Altıntaş, K. (2018). *Ortaokul 7. sınıf çember-daire ve çokgenler konularının öğretiminde probleme dayalı öğrenmenin öğrencilerin van hiele geometri düşünme düzeylerine etkisi*. Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi. Gazi Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Ankara.
- A5. Anıkaydın, Ö. (2017). *Öğrencilerin geometriye yönelik öz-yeterlik algıları, geometri tutumları ve geometrik düşünme düzeyleri arasındaki ilişkinin incelenmesi*. Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Adnan Menderes Üniversitesi, Sosyal Bilimler Enstitüsü, Aydın.
- A6. Aşık-Ünal, Ü. Ö. (2019). *Sınıf öğretmenlerinin geometrik düşünme düzeylerinin bazı değişkenlere göre incelenmesi*. Yayınlanmamış Yüksek lisans tezi, Akdeniz Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Antalya.
- A7. Ataş, Y. (2019). *Sekizinci sınıf öğrencilerinin geometri ve ölçme problemlerini çözme süreçlerindeki cebirsel düşünme becerileri*. Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Anadolu Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Eskişehir.
- A8. Aydoğdu, M. Z. (2014). *9. sınıf üstün zekalı öğrencilerin geometri problem çözme stratejileri ve van hiele geometrik düşünme düzeyleri ile ilişkilendirilmesi*. Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Dokuz Eylül Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, İzmir.
- A9. Bal, A. P. (2011). Sınıf öğretmeni adaylarının geometrik düşünme düzeyleri ve tutumları. *Inonu University Journal of the Faculty of Education (INUJFE)*, 12(3), 97-115.
- A10. Bal, A. P. (2011). Oluşturmacı öğrenme ortamının sınıf öğretmenliği öğrencilerinin temel matematik dersinde akademik başarı ve van hiele geometri düşünme düzeyine etkisi. *Pegem Journal of Education & Instruction*, 1(3), 47-57.
- A11. Bal, A.P. (2012). Öğretmen adaylarının geometrik düşünme düzeyleri ve geometriye yönelik tutumları. *Eğitim Bilimleri Araştırma Dergisi*, 2(1), 17-34.
- A12. Berkant, H. G. ve Çadırlı, G. (2019). Ortaokul öğrencilerinin geometri öz-yeterlik inançlarının ve geometrik düşünme becerilerinin incelenmesi. *Turkish Journal of Educational Studies*, 6(3), 29-52. <https://doi.org/10.33907/turkjes.602382>
- A13. Budak, A., Budak, İ., ve Demir, F.(2011). Üniversite öğrencilerinde geometrik düşünmenin gelişimi. *UOT*: 37:001.891.573; 37:007; 37:001.891
- A14. Bulut, N. (2013). *Çember kavramının dinamik matematik yazılımı ile öğretilmesinin matematik öğretmeni adaylarının başarıları ve düşünme düzeylerine etkisi*. Yayınlanmamış Doktora Tezi, Gazi Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Ankara.
- A15. Bulut, İ., Öner-Sünkür, M., Oral, B., ve İlhan, M. (2012). 8. sınıf öğrencilerinin geometrik düşünme düzeyleri ile zekâ alanları arasındaki ilişkinin incelenmesi. *Electronic Journal of Social Sciences*, 11(41), 161-173

- A16. Burak, B.S. (2010). *İlköğretim 6. sınıf matematik dersi geometri öğrenme alanında kavram haritası kullanmanın öğrencilerin başarıları ve bilgilerinin kalıcılığı üzerine etkisi*. Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Gazi Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Ankara.
- A17. Buyruk- Akıl, Y. (2020). *8. sınıf öğrencilerinin dönüşüm geometrisi konusundaki matematiksel başarıları ile van hiele geometrik düşünme düzeyleri ilişkisinin incelenmesi*. Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Erciyes Üniversitesi Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Kayseri.
- A18. Cantürk- Günhan, B. (2006). *İlköğretim II kademedeki matematik dersinde probleme dayalı öğrenmenin uygulanabilirliği üzerine bir araştırma*. Yayınlanmamış Doktora Tezi, Dokuz Eylül Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, İzmir
- A19. Coşkun, F. (2009). *Ortaöğretim öğrencilerinin Van Hiele geometri anlama seviyeleri ile ispat yazma becerilerinin ilişkisi*. Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Karadeniz Teknik Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Trabzon.
- A20. Çağlıyan, K. (2018). *İşitme engelli ortaokul öğrencilerinin geometri öz-yeterlikleri ve van hiele geometrik düşünme düzeylerinin belirlenmesi*. Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Gazi Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Ankara
- A21. Çakmak, D. ve Güler, H.K. (2014). *İlköğretim matematik öğretmeni adaylarının geometrik düşünme düzeylerinin belirlenmesi*. *Journal of Turkish Educational Sciences*, 12(1), 1-16.
- A22. Çaylan, B., Takunyacı, M., Masal, M., Masal, E., ve Ergene, Ö. (2017). *Origami ile matematik dersi süresince ilköğretim matematik öğretmeni adaylarının van hiele geometrik düşünme düzeyleri ile origami inançları arasındaki ilişkinin belirlenmesi*. *Journal of Multidisciplinary Studies in Education*, 1(1), 24-35.
- A23. Çelebi-Akkaya, S.(2006). *Van hiele düzeylerine göre hazırlanan etkinliklerin ilköğretim 6.sınıf öğrencilerinin tutumuna ve başarısına etkisi*. Yayınlanmamış Yüksek lisans tezi, Abant İzzet Baysal Üniversitesi, Sosyal Bilimler Enstitüsü, Bolu.
- A24. Dağdelen, M. G. (2012). *İlköğretim 5. sınıf geometri öğretiminde özel dörtgenlerin kavratılmasında origaminin etkisi*. Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Ondokuz Mayıs Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Samsun.
- A25. Demir, V. (2010). *Cabri 3d dinamik geometri yazılımının, geometrik düşünme ve akademik başarı üzerine etkisi*. Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Marmara Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, İstanbul.
- A26. Demir, E. (2019). *7. sınıf öğrencilerinin çember ve daire konusundaki matematiksel başarıları ile van hiele geometrik düşünme düzeyleri ilişkisinin incelenmesi*. Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Erciyes Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Kayseri.
- A27. Demir, Ö. ve Kurtuluş, A. (2019). *Dönüşüm geometrisi öğretiminde 5e öğrenme modelinin 7. sınıf öğrencilerinin van hiele dönüşüm geometrisi düşünme düzeylerine etkisi*. *Eskişehir Osmangazi Üniversitesi Sosyal Bilimler Dergisi*, 20, 1279-1299. <https://doi.org/10.17494/ogusbd.555483>
- A28. Doğan-Temur, Ö. (2007). *Öğretmenlerin geometri öğretimine ilişkin görüşleri ve sınıf içi uygulamaların van hiele seviyelerine göre irdelenmesi üzerine fenomenografik bir çalışma*. Yayınlanmamış Doktora Tezi, Gazi Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Ankara.
- A29. Dokumacı-Sütçü, N. (2018). *Geometrik-mekanik zeka oyunlarının öğretmen adaylarının geometrik düşünme düzeylerinin gelişimine etkisi*. *Electronic Journal of Education Sciences*, 7(14), 154-163.

- A30. Er, G. (2019). *Ortaokul öğrencilerinin van hiele geometri düşünme düzeylerinin ve geometriye yönelik tutumlarının incelenmesi*. Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Trabzon Üniversitesi, Lisansüstü Eğitim Enstitüsü, Trabzon.
- A31. Erdoğan, T. (2006). *Van Hiele modeline dayalı öğretim sürecinin sınıf öğretmenliği öğretmen adaylarının yeni geometri konularına yönelik hazırbulunuşluk düzeylerine etkisi*. Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Abant İzzet Baysal Üniversitesi, Sosyal Bilimler Enstitüsü, Bolu.
- A32. Ergin, A.S. (2014). *8. sınıf öğrencilerinin geometrik cisimler üzerindeki imgeleri ve sınıflama stratejileri*. Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Dokuz Eylül Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, İzmir
- A33. Ersoy, M. (2019). *7. sınıf öğrencilerinin dörtgenler konusundaki matematiksel başarıları ile van hiele geometrik düşünme düzeyleri ilişkisinin incelenmesi*. Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Erciyes Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Kayseri.
- A34. Fidan, Y. ve Türnüklü, E. (2010). *İlköğretim 5. sınıf öğrencilerinin geometrik düşünme düzeylerinin bazı değişkenler açısından incelenmesi*. *Pamukkale Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 27(27), 185-197.
- A35. Gecü, Z. (2011). *Fotoğrafların dinamik geometri yazılımı ile birlikte kullanılmasının başarıya ve geometrik düşünme düzeyine etkisi*. Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Marmara Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, İstanbul.
- A36. Gül, B. (2014). *Ortaokul 8. sınıf öğrencilerinin üçgenler konusundaki matematiksel başarıları ile van hiele geometri düşünme düzeyleri ilişkisinin incelenmesi*. Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Gazi Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Ankara.
- A37. Gündoğdu-Alaylı, F. (2012). *Geometride şekil oluşturma ve şekli parçalarına ayırma çalışmalarında ilköğretim 6. 7. ve 8. sınıf öğrencilerinin düşünme süreçlerinin incelenmesi ve bu süreçteki düzeylerinin belirlenmesi*. Yayınlanmamış Doktora Tezi, Dokuz Eylül Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, İzmir.
- A38. Güney, E. (2018). *Ortaöğretim 9. sınıf üçgenler konusunda origami yardımıyla düzenlenen etkinliklerin van hiele geometrik düşünme düzeylerine etkisi*. Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Yüzüncü Yıl Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Van.
- A39. Gür, H. ve Kobak-Demir, M. (2017). *Pergel-Cetvel Kullanarak Temel Geometrik Çizimlerin Öğretmen Adaylarının Geometrik Düşünme Düzeyleri*. *Eğitimde Kuram ve Uygulama*, 13(1), 88-110. <http://acikerisim.lib.comu.edu.tr:8080/xmlui/handle/COMU/1679>
- A40. Gürhan, S. (2015). *Ortaokul öğrencilerinin dörtgenleri sınıflandırmaya dair kavramsal anlayışlarının bilgisayar destekli ortamlarda geliştirilmesi*. Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Mevlana Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Konya.
- A41. Güven, B. (2006). *Öğretmen adaylarının küresel geometri anlama düzeylerinin karakterize edilmesi*. Yayınlanmamış Doktora tezi, Karadeniz Teknik Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Trabzon.
- A42. Güven, Y. (2006). *Farklı geometrik çizim yöntemleri kullanımının öğrencilerin başarı, tutum ve Van Hiele geometri anlama düzeylerine etkisi*. Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Karadeniz Teknik Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Trabzon.
- A43. Hurma, A.R. (2011). *9. sınıf geometri dersi çokgenler açısı ünitesinde van hiele modeline dayalı öğretimin öğrencinin problem çözme başarısına ve öğrenmenin kalıcılığına etkisi*. Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Atatürk Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Erzurum.
- A44. Kalay, H. (2015). *7. sınıf öğrencilerinin uzamsal yönelim becerilerini geliştirmeye yönelik tasarlanan öğrenme ortamının değerlendirilmesi*. Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Karadeniz Teknik Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Trabzon.

- A45. Kaleli-Yılmaz, G. ve Yüksel, M. (2019). Tasarlanan farklı öğrenme ortamlarının 7. sınıf öğrencilerinin geometrik düşünme düzeylerine etkisi. *Turkish Journal of Computer and Mathematics Education*, 10(2), 426-455. <https://doi.org/10.16949/turkbilmat.459195>
- A46. Kamlı-Erol, F. (2008). *İlköğretim 8. sınıf öğrencilerinin çember ve daire konularına yönelik matematiksel becerilerinin araştırılması*. Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Gazi Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Ankara.
- A47. Karakarçayıldız, R. Ü. (2016). *7. sınıf öğrencilerinin geometrik düşünme düzeyleri ile çokgenleri sınıflama becerileri ve aralarındaki ilişki*. Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Eskişehir Osmangazi Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Eskişehir.
- A48. Karapınar, F. (2017). *8. sınıf öğrencilerinin geometrik cisimler konusundaki bilgilerinin van hiele geometrik düşünme düzeyleri açısından incelenmesi*. Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Erciyes Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Kayseri.
- A49. Kılıç, Ç. (2003). *İlköğretim 5. sınıf matematik dersinde Van Hiele düzeylerine göre yapılan geometri öğretiminin öğrencilerin akademik başarıları, tutumları ve hatırd tutma düzeyleri üzerindeki etkisi*. Yayınlanmamış Yüksek lisans tezi, Anadolu Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Eskişehir.
- A50. Kılıç, Ç., Yavuzsoy-Köse, N., Tanışlı, D. ve Özdaş, A. (2007). İlköğretim 5. sınıf öğrencilerinin süsleme etkinliklerindeki van hiele geometrik düşünce düzeylerinin belirlenmesi. *Elementary Education Online*, 6(1),11-23. <https://app.trdizin.gov.tr/publication/paper/detail/TnpjMU16VTE>
- A51. Kılıç, H. (2013). Lise öğrencilerinin geometrik düşünme, problem çözme ve ispat becerileri. *Necatibey Faculty of Education Electronic Journal of Science and Mathematics Education*, 7(1), 222-241. <https://doi.org/10.12973/nefmed160>
- A52. Koyal, A.(2020). *10. sınıf çokgenler, dörtgenler ve yamuk konularında 5e öğrenme döngüsü modeline dayalı öğretimin öğrencilerin van hiele geometrik düşünme düzeylerine etkisi*. Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Bahçeşehir Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, İstanbul.
- A53. Koçak, B.B. (2009). *Süsleme etkinliklerinin ilköğretim 5. sınıf öğrencilerinin van hiele geometrik düşünme düzeylerine etkisi*. Yayınlanmamış Yüksek lisans tezi, Eskişehir Osmangazi Üniversitesi, Sosyal Bilimler Enstitüsü, Eskişehir.
- A54. Koparan T. (2019). Üniversite öğrencilerinin öklid-dışı geometrilere yönelik algılarının ve tasarlanan öğrenme ortamlarından yansımaların incelenmesi. *Journal of Higher Education and Science*, 9(1), 180-191.
- A55. Kula-Yeşil, D. (2015). *Sekizinci sınıf öğrencilerinin dörtgenler bağlamında matematik dili kullanımları: Sentaks ve semantik bileşenler*. Yayınlanmamış Yüksek lisans tezi, Anadolu Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Eskişehir.
- A56. Kurtuluş, A. ve Avcu, T. (2016). Altıncı sınıf öğrencilerinin geometrik şekillerin çevre-alan ilişkisini anlama düzeyleri üzerine bir inceleme. *Eskişehir Osmangazi Üniversitesi Türk Dünyası Uygulama ve Araştırma Merkezi Eğitim Dergisi*, 1(1), 77-87. <https://dergipark.org.tr/en/pub/estudamegitim/issue/45352/596378>
- A57. Kurtuluş, A. ve Akay, S. (2017). Öğretmen adaylarının geometrik düşünme düzeyleri ve beyin baskınlıklarının bazı değişkenler açısından incelenmesi. *Mehmet Akif Ersoy Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 1(41), 38-61. <https://doi.org/10.21764/efd.10273>
- A58. Oflaz, G. (2010). *Geometrik düşünme seviyeleri ve zekâ alanları arasındaki ilişki*. Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Cumhuriyet Üniversitesi, Sosyal Bilimler Enstitüsü, Sivas.
- A59. Oral, B. ve İlhan, M. (2012). İlköğretim ve ortaöğretim matematik öğretmen adaylarının geometrik düşünme düzeylerinin çeşitli değişkenler açısından incelenmesi. *Necatibey Faculty of Education Electronic Journal of Science and Mathematics Education*, 6(1), 201-219.

- A60. Oral, B., İlhan, M. ve Kınay, İ. (2013). İlköğretim 8. sınıf öğrencilerinin geometrik ve cebirsel düşünme düzeyleri arasındaki ilişkinin incelenmesi. *Pamukkale Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 34(34), 33-46.
- A61. Osmanoğlu, A. (2019). Sınıf öğretmeni adaylarının van hiele geometrik düşünme düzeyleri ve öğrenme eksikleri. *Mehmet Akif Ersoy Üniversitesi Eğitim Fakültesi Dergisi*, 49, 60-80.
- A62. Özcan, B. N. ve Türnüklü, E. (2013). Buluş yoluyla öğrenme yönteminin ilköğretim öğrencilerinin geometrik düşünme düzeylerine etkisinin İncelemesi. *The Western Anatolia Journal Of Educational Sciences*, 4(7), 29-45.
- A63. Özkan, E. ve Öner, D. (2019). Investigation of the development of van Hiele levels of geometric thinking in a computer supported collaborative learning (CSCL) environment. *Mersin University Journal of The Faculty of Education*, 15(2), 473-490. <https://doi.org/10.17860/mersinefd.522491>
- A64. Öztürk, B. (2012). *GeoGebra matematik yazılımının ilköğretim 8. sınıf matematik dersi trigonometri ve eğim konuları öğretiminde, öğrenci başarısına ve Van Hiele geometri düzeyine etkisi*. Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Sakarya Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Sakarya.
- A65. Polat, K., Oflaz, G. ve Akgün, L. (2019). The relationship of visual proof skills with van Hiele levels of geometric thinking and spatial ability. *Erciyes Journal of Education*, 3(2), 105-122.
- A66. Sağır-Gürlevik, T. M. (2017). *Üstün/özel yetenekli öğrencilerin geometri düzeylerinin bazı değişkenler açısından belirlenmesi*. Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Dokuz Eylül Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, İzmir.
- A67. Saraçoğlu, M. (2015). *Türkiye’de geometrik düşünme üzerine yapılan araştırmalara ilişkin bir meta-sentez*. Yayınlanmamış Doktora Tezi, Dicle Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Diyarbakır.
- A68. Şahin, O. (2008). *Sınıf öğretmenlerinin ve sınıf öğretmeni adaylarının Van Hiele geometrik düşünme düzeyleri*. Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Afyon Kocatepe Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü, Afyonkarahisar.
- A69. Şahin, Y. (2012). *İlköğretim matematik öğretmen adaylarının geometrik akıl yürütmelerinin bazı değişkenler açısından incelenmesi*. Yayınlanmamış Yüksek lisans tezi, Hacettepe Üniversitesi Sosyal Bilimler Enstitüsü, Ankara.
- A70. Şahin, T. (2013). *Somut ve sanal manipülatif destekli geometri öğretiminin 5. Sınıf öğrencilerinin geometrik yapıları inşa etme ve çizmedeki başarılarına etkisi*. Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Abant İzzet Baysal Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Bolu.
- A71. Terzi, M. (2010). *Van hiele geometrik düşünme düzeylerine göre tasarlanan öğretim durumlarının öğrencilerin geometrik başarı ve geometrik düşünme becerilerine etkisi*. Yayınlanmamış Doktora Tezi, Gazi Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Ankara.
- A72. Turgut, M. ve Yılmaz, S. (2010). Teknoloji destekli lineer cebir öğretiminin öğrencilerin geometrik düşünme düzeylerine etkisi. *E-Journal of New World Sciences Academy Education Sciences*, 5(3), 702-712.
- A73. Türnüklü, E. ve Özcan, B. (2014). Öğrencilerin geometride rbc teorisine göre bilgiyi oluşturma süreçleri ile van hiele geometrik düşünme düzeyleri arasındaki ilişki: örnek olay çalışması. *Mustafa Kemal University Journal of Graduate School of Social Sciences*, 11(27), 295-316.
- A74. Uzun, Z. B. (2019). *Ortaokul öğrencilerinin geometrik düşünme düzeyleri, uzamsal yetenekleri ve geometriye yönelik tutumları*. Yayınlanmamış Yüksek lisans tezi, Balıkesir Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Balıkesir.
- A75. Yıldırım, A. (2009). *Euclidean reality geometri etkinliklerinin, işitme durumuna göre öğrencilerin van hiele geometri düzeylerine, geometri tutumlarına ve başarılarına etkisi*. Yayınlanmamış Yüksek lisans tezi, Eskişehir Osmangazi Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Eskişehir.

- A76. Yıldırım, A. ve Anapa-Saban, P. (2014). Euclidean realty geometri etkinliklerinin işitme durumuna göre öğrencilerin van hiele geometrik düşünme düzeylerine ve geometri başarlarına etkisi. *Education Sciences*, 9(4), 364-379. <http://dx.doi.org/10.12739/NWSA.2014.9.4.1C0624>
- A77. Yıldız, A. (2014). *5e öğrenme döngüsü modelinin 6. sınıf ğrencilerinin geometrik başarı ve van hiele geometrik düşünme düzeylerine etkisi*. Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Gazi Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Ankara.
- A78. Yıldız, N. (2018). *Ortaokul sınıflarında geometrik düşünmenin geliştirilmesine yönelik bir mesleki gelişim modelinin öğrencilerin van hiele geometrik düşünme düzeylerine etkisi*. Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Gaziantep Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Gaziantep.
- A79. Yılmaz, S. (2011). *7. sınıf ğrencilerinin 'doğrular ve aıllar' konusundaki hata ve kavram yanılđılarının van hiele geometri anlama düzeyleri açısından analizi*. Yayınlanmamış Yüksek Lisans Tezi, Kastamonu Üniversitesi, Fen Bilimleri Enstitüsü, Kastamonu.
- A80. Zeybek, A. (2019). *Ortaokul ğrencilerinin geometrik düşünme düzeyleri ve geometri öğrenme alanına ilişkin ğretmen görüşleri*. Yayınlanmamış Yüksek lisans tezi, Pamukkale Üniversitesi, Eğitim Bilimleri Enstitüsü, Denizli.

İngilizce Yayınlar

- E1. Abduh, M. F., Waluya, S. B. & Mariani, S. (2020). Analysis of problem solving on ideal problem solving learning based on van hiele theory assisted by geogebra on geometry. *Unnes Journal of Mathematics Education Research*, 9(2), 170-178. <https://journal.unnes.ac.id/sju/index.php/ujmer/article/view/33198>
- E2. Abdullah, A. H. & Zakaria, E. (2013). The effects of Van Hiele's phases of learning geometry on students' degree of acquisition of Van Hiele levels. *Procedia-Social and Behavioral Sciences*, 102, 251-266. <https://doi.org/10.1016/j.sbspro.2013.10.740>
- E3. Abdullah, A. H. & Zakaria, E. (2013). Enhancing students' level of geometric thinking through van hiele's phase-based learning. *Indian Journal of Science and Technology*, 6(5), 4432-4446.
- E4. Abu, M. S., Ali, M. B., & Hock, T. T. (2012). Assisting primary school children to progress through their van Hiele's levels of geometry thinking using Google SketchUp. *Procedia-Social and Behavioral Sciences*, 64, 75-84. <https://doi.org/10.1016/j.sbspro.2012.11.010>
- E5. Al-ebous, T. (2016). Effect of the van hiele model in geometric concepts acquisition: the attitudes towards geometry and learning transfer effect of the first three grades students in jordan. *International Education Studies*, 9(4), 87-98.
- E6. Alex, J. K. & Mammen, K. J. (2012). A survey of South African grade 10 learners' geometric thinking levels in terms of the Van Hiele theory. *The Anthropologist*, 14(2), 123-129. <https://doi.org/10.1080/09720073.2012.11891229>
- E7. Alex, J. K. & Mammen, K. J. (2016). Lessons learnt from employing van Hiele theory based instruction in senior secondary school geometry classrooms. *EURASIA Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, 12(8), 2223-2236. <https://doi.org/10.12973/eurasia.2016.1228a>
- E8. Armah, R. B. & Kissi, P. S. (2019). Use of the van Hiele Theory in investigating teaching strategies used by college of education geometry tutors. *EURASIA Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, 15(4), em1694. <https://doi.org/10.29333/ejmste/103562>
- E9. Baah-Duodu, S., Osei-Buabeng, V., Cornelius, E. F., Hegan, J. E., & Nabie, M. J. (2020). Review of literature on teaching and learning geometry and measurement: a case of ghanaian standards based mathematics curriculum. *International Journal of Advances in Scientific Research and Engineering (IJASRE)*, 6(3), 103-123. DOI: 10.31695/IJASRE.2020.33766

- E10. Bashiru, A., & Nyarko, J. (2019). Van hiele geometric thinking levels of junior high school students of atebubu municipality in ghana. *African Journal of Educational Studies in Mathematics and Sciences*, 15(1), 39-50. <https://dx.doi.org/10.4314/ajesms.v15i1.4>
- E11. Breyfogle, M. L., & Lynch, C. M. (2010). Van Hiele revisited. *Mathematics teaching in the Middle school*, 16(4), 232-238.
- E12. Burger, W. F., & Shaughnessy, J. M. (1986). Characterizing the van Hiele levels of development in geometry. *Journal for research in mathematics education*, 31-48. <https://doi.org/10.5951/jresematheduc.17.1.0031>
- E13. Chen, Y. H., Senk, S. L., Thompson, D. R., & Voogt, K. (2019). Examining psychometric properties and level classification of the van Hiele Geometry Test using CTT and CDM frameworks. *Journal of Educational Measurement*, 56(4), 733-756. <https://doi.org/10.1111/jedm.12235>
- E14. Choi-Koh, S. S. (1999). A student's learning of geometry using the computer. *The Journal of Educational Research*, 92(5), 301-311. <https://doi.org/10.1080/00220679909597611>
- E15. Clements, D. H., & Battista, M. T. (1992). Geometry and spatial reasoning. *Handbook of research on mathematics teaching and learning*, 420-464.
- E16. Clements, D. H., Swaminathan, S., Hannibal, M. A. Z., & Sarama, J. (1999). Young children's concepts of shape. *Journal for research in Mathematics Education*, 192-212. <https://doi.org/10.2307/749610>
- E17. Crowley, M. L. (1987). The van Hiele model of the development of geometric thought. *Learning and teaching geometry*, K-12, 1-16.
- E18. Dindyal, J. (2007). The need for an inclusive framework for students' thinking in school geometry. *The Mathematics Enthusiast*, 4(1), 73-83. Retrieved from <https://scholarworks.umt.edu/tme/vol4/iss1/5>.
- E19. Fitriyani, H., Widodo, S. A. ve Hendroanto, A. (2018). students' geometric thinking based on van hiele's theory. *Infinity Journal*, 7(1), 55-60. doi:10.22460/infinity.v7i1.p55- 60.
- E20. Fuys, D. (1985). Van Hiele levels of thinking in geometry. *Education and Urban Society*, 17(4), 447-462. <https://doi.org/10.1177%2F0013124585017004008>
- E21. Haviger, J., & Vojkůvková, I. (2014). The van Hiele geometry thinking levels: gender and school type differences. *Procedia-Social and Behavioral Sciences*, 112, 977-981. doi: 10.1016/j.sbspro.2014.01.1257
- E22. Hoffer, A. (1981). Geometry is more than proof. *The Mathematics Teacher*, 74(1), 11-18. <https://doi.org/10.5951/MT.74.1.0011>
- E23. Idris, N. (2009). The impact of using Geometers' Sketchpad on Malaysian students' achievement and van Hiele geometric thinking. *Journal of mathematics Education*, 2(2), 94-107.
- E24. Jupri, A., Gozali, S. M., & Usdiyana, D. (2020). An analysis of a geometry learning process: the case of proving area formulas. *Prima: Jurnal Pendidikan Matematika*, 4(2), 154-163. <http://dx.doi.org/10.31000/prima.v4i2.2619>
- E25. Jurdak, M. (1991). Van Hiele levels and the SOLO taxonomy. *International Journal of Mathematical Education in Science and Technology*, 22(1), 57-60. <https://doi.org/10.1080/0020739910220109>
- E26. Ma, H. L., Lee, D. C., Lin, S. H., & Wu, D. B. (2015). A Study of van hiele of geometric thinking among 1st through 6th graders. *Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, 11(5), 1181-1196. <https://doi.org/10.12973/eurasia.2015.1412a>
- E27. Malloy, C. (2002). *The Van Hiele Framework*. Retrieved from http://www.aug.edu/~lcrawford/Readings/Geom_Nav_6-8/articles/geo3arn.pdf on the 20.10.2020.
- E28. Mason, M. (2009). The van Hiele levels of geometric understanding. *Colección Digital Eudoxus*, 1(2).

- E29. Monaghan, F. (2000). What difference does it make? Children's views of the differences between some quadrilaterals. *Educational Studies in Mathematics*, 42(2), 179-196. <https://doi.org/10.1023/A:1004175020394>
- E30. Nisawa, Y. (2018). Applying van Hiele's Levels to Basic Research on the Difficulty Factors behind Understanding Functions. *International Electronic Journal of Mathematics Education*, 13(2), 61-65. <https://doi.org/10.12973/iejme/2696>
- E31. Njurumana, N. Y., Baidawi, M., & Rahayuningsih, S. (2020). Analysis of students' ability to complete the problem of geometry and building side rooms based on van hiele geometry thoughts on class ix students of smp PGRI Pongokusumo Malang. *MEJ (Mathematics Education Journal)*, 3(2), 109-118. <https://doi.org/10.22219/mej.v3i2.11068>
- E32. Omotosho, G. A. (2015). Geometric cognitive growth: an information and communication technology (ict) approach. *Journal of Physical Science and Innovation*, 7(1).
- E33. Pujawan, I., Suryawan, I., & Prabawati, D. A. A. (2020). The effect of van hiele learning model on students' spatial abilities. *International Journal of Instruction*, 13(3), 461-474. <https://doi.org/10.29333/iji.2020.13332a>
- E34. Primasatya, N., & Jatmiko, J. (2018). Implementation of geometry multimedia based on van hiele's thinking theory for enhancing critical thinking ability for grade V students. *International Journal of Trends in Mathematics Education Research*, 1(2). <https://doi.org/10.33122/ijtmer.v1i2.40>
- E35. Salazar, D. A. (2012). Enhanced-group moore method: effects on van hiele levels of geometric understanding, proof-construction performance and beliefs. *Online Submission*, 594- 605.
- E36. Senk, S. L. (1989). Van Hiele levels and achievement in writing geometry proofs. *Journal for Research in Mathematics Education*, 309-321. <https://doi.org/10.5951/jresmetheduc.20.3.0309>
- E37. Shaughnessy, J. M., & Burger, W. F. (1985). Spadework prior to deduction in geometry. *The Mathematics Teacher*, 78(6), 419-428. Retrieved from <http://www.jstor.org/stable/27964574>.
- E38. Škrbec, M., & Čadež, T. H. (2015). Identifying and fostering higher levels of geometric thinking. *EURASIA Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, 11(3), 601-617. <https://doi.org/10.12973/eurasia.2015.1339a>
- E39. Suwito, A., Yuwono, I., Parta, I. N., Irawati, S., & Oktavianingtyas, E. (2016). Solving geometric problems by using algebraic representation for junior high school level 3 in van hiele at geometric thinking level. *International Education Studies*, 9(10), 27-33. <http://dx.doi.org/10.5539/ies.v9n10p27>
- E40. Swafford, J. O., Jones, G. A., & Thornton, C. A. (1997). Increased knowledge in geometry and instructional practice. *Journal for Research in Mathematics Education*, 467-483. <https://doi.org/10.5951/jresmetheduc.28.4.0467>
- E41. Tan, T. H., Tarmizi, R. A., Yunus, A. S. M., & Ayub, A. F. M. (2015). Understanding the primary school students' van Hiele levels of geometry thinking in learning shapes and spaces: A Q-methodology. *Eurasia Journal of Mathematics, Science and Technology Education*, 11(4), 793-802. <https://doi.org/10.12973/eurasia.2015.1439a>
- E42. Usiskin, Z. (1982). *Van Hiele levels and achievement in secondary school geometry*. Final report of the cognitive development and achievement in secondary school geometry project, University of Chicago, Department of Education.
- E43. Usman, H., Yew, W. T., & Saleh, S. (2020). Effects of van hiele's phase-based teaching strategy and gender on retention of achievement in geometry among pre-service mathematics teachers' in niger state, nigeria. *International Journal of Pedagogical Development and Lifelong Learning*, 1(2). <https://doi.org/10.30935/ijpdll/9139>

- E44. Yazdani, M. A. (2007). Correlation between students' level of understanding geometry according to the van hieles' model and students achievement in plane geometry. *Journal of Mathematical Sciences & Mathematics Education*, 2(2), 40-45.
- E45. Yi, M., Flores, R., & Wang, J. (2020). Examining the influence of van Hiele theory-based instructional activities on elementary preservice teachers' geometry knowledge for teaching 2-D shapes. *Teaching and Teacher Education*, 91, 103038. <https://doi.org/10.1016/j.tate.2020.103038>
- E46. Yudianto, E., Sunardi, S. T., Susanto, S., & Trapsilasiwi, D. (2018). *The identification of van Hiele level students on the topic of space analytic geometry*. In J. Phys. Conf. Ser, 983(1), 1- 5. <https://doi.org/10.1088/1742-6596/983/1/012078>