

PORTFÖY BÜYÜKLÜĞÜ İLE RISK ARASINDAKİ İLİŞKİNİN MODELLENMESİ: BORSA İSTANBUL ÖRNEĞİ*

Doç. Dr. Mehmet Özçalıcı

Kilis 7 Aralık Üniversitesi
İktisadi ve İdari Bilimler Fakültesi
ORCID: 0000-0003-0384-6872



Öz

Birden fazla hisse senedine yatırım yapmak başka bir ifade ile portföy oluşturmak suretiyle, bireysel hisse senetlerinin sahip oldukları risk miktarından daha düşük bir risk değeri ile işlem yapmak mümkündür. Portföydeki düşük korelasyon katsayısına sahip senet sayısı arttıkça portföyün riski de azalmaktadır. Bu çalışmada portföydeki senet sayısı ile risk arasındaki ilişki matematiksel bir model ile ifade edilmiştir. Modelin parametrelerinin genetik algoritma ile optimize edilmesi sonucunda, gerçek değerler ile tahmin edilen değerler arasındaki farkın, literatürde raporlanan değerlerden daha düşük olduğu belirlenmiştir. Çalışmada BIST30, BIST50 ve BIST100 endeksindeki senetlerin 21 Mayıs 2018 ve 16 Ağustos 2019 tarihleri arasındaki günlük fiyat verileri kullanılmıştır. Belirli bir portföy büyüklüğünde risk miktarının ne olacağını tahmin edecek bir araç, bireysel yatırımcılar için olduğu kadar, portföy yöneticileri için de karar destek sistemi olarak kullanılabilir.

Anahtar Sözcükler: Borsa İstanbul, Portföy büyüklüğü, Risk, Genetik algoritma, Çeşitlendirme

Modelling the Relationship Between Portfolio Size and Risk: Borsa Istanbul Example

Abstract

By investing in more than one stock, in other words by creating a portfolio, it is possible to trade with a risk value lower than the risk of individual stocks. The risk of the portfolio decreases as the number of securities with low correlation coefficient increases in the portfolio. In this study, the relationship between the number of securities in the portfolio and risk is expressed with a mathematical model. As a result of optimizing the parameters of the model with genetic algorithm, the difference between the actual values and the estimated values was found to be lower than the values reported in the literature. In this study, price data of BIST30, BIST50 and BIST100 indexes between 21 May 2018 and 16 August 2019 are used. A tool for predicting the amount of risk in a given portfolio size can be used as a decision support system for individual investors as well as for portfolio managers.

Keywords: Borsa Istanbul, Portfolio size, Risk, Genetic algorithm, Diversification

* Makale geliş tarihi: 26.08.2019
Makale kabul tarihi: 27.02.2020
Erken görünüm tarihi: 07.04.2021

Portföy Büyüklüğü ile Risk Arasındaki İlişkinin Modellenmesi: Borsa İstanbul Örneği

Giriş

Bir yatırımcının karşı karşıya kaldığı risk, sistematik ve sistematik olmayan risklerin toplamından oluşmaktadır. Sistematik risk, tüm ekonomiyi ilgilendiren risklerdir. Bunlar; pazar riski, enflasyon riski ve faiz oranı riskidir (Sayılğan, 2013: 651). Sistematik olmayan risk ise, işletmeye ait risklerdir ve yönetim riski, işletme riski ve finansman riski olmak üzere üç grupta toplanabilir (Sayılğan, 2013: 654). Portföydeki senet sayısı yükseldikçe sistematik olmayan risk miktarı azalmakta ve belirli bir noktadan sonra, sadece sistematik risk kalmaktadır. Berk ve DeMarzo (2017: 372), bir menkul kıymetin fiyatını belirlemede önemli bir rol oynayan risk priminin, sistematik risk ile belirlendiğini ve sistematik olmayan riske bağlı olmadığını ifade etmektedirler. Yazarlara göre bir yatırım aracının risk primi belirlenirken, çeşitlendirme yoluyla elenemeyen sistematik risk göz önünde bulundurulmaktadır.

Yatırımcılar portföylerinde düşük korelasyon katsayısına sahip hisse senetleri buldurmak suretiyle çeşitlendirme gerçekleştirmektedirler. Bu çeşitlendirme ile portföy riskinin azaltılması amaçlanmaktadır. Bununla birlikte tam olarak kaç tane hisse senedi ile sistematik olmayan riskin en düşük değerine indirgenebileceği belirli değildir (Alexeev ve Tapon, 2013). Portföydeki menkul değerlerin sayısı, riskin azalmasında etkili olmaktadır. Başlangıçta portföydeki menkul değer sayısı sınırlı iken, az sayıda ilavelerle riskte büyük oranda düşme sağlanabilmesine karşın; menkul değer sayısı arttıkça sayının, riski azaltma etkisi zayıflamaktadır (Akgüç, 1997: 873). Portföyde az sayıda hisse senedi buldurmak, daha çok sistematik olmayan risk üstlenmeyi, çok sayıda hisse senedi buldurmak ise daha çok işlem maliyetlerini üstlenmeyi gerektirmektedir. Bir yatırımcı, portföyünde yer alması gereken hisse senedi sayısına karar verirken, çeşitlendirme yoluyla azalan risk ile daha fazla hisse senedi eklemekle artan işlem maliyetleri arasında bir denge gözetmek durumundadır (Eltan ve Gruber, 1977: 415). Fazla sayıda hisse senedine yatırım yapmanın; portföyü sağlıklı bir şekilde yönetememek, yeterli bilgiye erişmeden yatırım yapmak, aşırı araştırma gideri ve zamanı harcamak gibi olumsuz tarafları bulunmaktadır (Karan, 2011: 164).

Yatırımcıların tercihleri ve ekonomik durumdaki değişiklikler, farklı zamanlarda farklı sayılarda hisse senetlerinden oluşan portföylerin iyi

çeşitlendirilmiş olarak adlandırılmalarına neden olmuştur. Örneğin Evans ve Archer (1968) yaklaşık 10 hisse senedinin çeşitlendirme için yeterli olacağını ifade ederken, Statman (1977) en az 30 hisse senedine ihtiyaç duyulacağını ifade etmiştir. Tang (2004: 156) çalışmasında 20 farklı kaynaktan derlenen iyi çeşitlendirilmiş portföy büyüklüğü miktarlarını tablo halinde sunmuştur. Çalışmalarda, farklı portföy büyüklüklerinin önerildiği anlaşılmaktadır. Buradan hareketle, iyi çeşitlendirilmiş portföy büyüklüğünün gelecekte de değişebileceğini ve her zaman ve her borsada geçerli bir portföy büyüklüğünün olmayacağını ifade etmek mümkündür.

Borsa İstanbul için önceki çalışmalar bölümünde detaylı bir şekilde incelendiği üzere iyi çeşitlendirilmiş bir portföy büyüklüğünün ne olması gerektiğine ilişkin çalışmalar gerçekleştirilmiştir (Gökçe ve Cura, 2000; Tosun ve Oruç, 2010, İskenderoğlu ve Karadeniz, 2011). Söz konusu çalışmalarda 30 hisse senedi ile oluşturulabilecek bütün portföyler teker teker denenmiştir. Ancak daha fazla senet ile oluşturulacak portföylerin büyüklükleri ile risk değerleri arasındaki ilişki henüz incelenmemiştir. İncelenecek senet sayısı 100 olduğunda oluşturulabilecek her bir portföyün riskinin ne olacağını belirlemek, günümüz hesaplama teknolojisi ile rasyonel bir zamanda tamamlanamayacaktır. Ana kütlelin tamamına erişilemese de bazı denemeler yapmak suretiyle ana kütle hakkında fikir edinmek mümkündür. Bu çalışmada, her bir portföy büyüklüğünden rastgele seçimler yapmak suretiyle, BIST30, BIST50 ve BIST100 endekslerinden seçilecek portföylerin risk değerleri incelenmiştir. Veri sayısının artmasına bağlı olarak, portföydeki senet sayısı ile ortalama portföy riski arasındaki ilişki matematiksel bir fonksiyon olarak ifade edilebilmiştir. Senet sayısı ile risk arasındaki ilişkiyi temsil eden parametreler ise genetik algoritma yardımıyla optimize edilmiştir. Belirli bir portföy büyüklüğünde risk değerinin ne olacağını tahmin etmek, bireysel yatırımcıların ve portföy yöneticilerin yatırım faaliyetlerinde karar desteği olarak kullanılabilir.

Çalışma 4 bölümden oluşmaktadır. Bu giriş bölümünden sonraki bölümde önceki çalışmalar özetlenmiştir. Metodoloji bölümünde, tahmin edilen değerler ile gerçek değerler arasındaki farkı minimum kılacak denklemin parametrelerinin belirlenmesinde kullanılan genetik algoritma ve çalışmada kullanılan veri seti hakkında bilgi verilmiştir. Üçüncü bölümde analiz hakkında bilgi verilmekte, dördüncü bölümde ise analiz sonuçları yer almaktadır. Sonuç bölümünde ise çalışmada erişilen sonuçlar yorumlanmıştır.

1. Önceki Çalışmalar

Türkiye sermaye piyasasında, farklı portföy büyüklüklerinde, risk miktarında meydana gelen değişimi inceleyen dört çalışma olduğu belirlenmiştir. Bu çalışmalardan ilki Gökçe ve Cura (2003)'ya aittir. Yazarlar IMKB30

endeksinde listelenen 30 hisse senedinin, 1999 yılı Ocak ayı ile 2000 yılının Haziran ayına kadar olan bir buçuk yıllık süre zarfındaki haftalık getirilerini hesaplamışlardır (yaklaşık 78 haftaya ilişkin getiri oranı kullanılmıştır). Çalışmalarında hem eşit ağırlıklı, hem de piyasa değeri ağırlıklı portföyler oluşturulmuş ve sonuçlar karşılaştırılmıştır. Çalışmalarında en uygun portföy büyüklüğü farklı ölçütlere göre hesaplanmıştır. Bu ölçütler (i) portföylerin ortalama riskinin piyasa riskine oranlanması (ii) portföy büyüklük sınıflarındaki menkul kıymet çeşit sayısının artmasına bağlı olarak sistematik olmayan riskte gerçekleşen birikimli yüzdeler azalış ve (iii) portföy büyüklük sınıflarındaki menkul kıymet çeşit sayısının artışına bağlı olarak toplam riskte gerçekleşen yüzdeler azalış olmak üzere üç tanedir. İyi çeşitlendirilmiş bir portföyün eşit ağırlıklı portföyler için 6 ila 13, piyasa değeri ile ağırlıklı portföyler için ise 7 ila 14 menkul kıymet içermesi gerektiği ifade edilmektedir.

Keskintürk ve arkadaşları (2010) çalışmalarında 1999 yılı Ocak ayı ile 2000 yılının Temmuz ayı arasındaki haftalık getirilerini kullanmışlardır. Portföy riskinin piyasa riskine bölünmesi suretiyle hesaplanan bir oran yardımıyla optimal portföy büyüklüğünü araştırmışlardır. Sonuçta en az 3 ve en fazla 17 menkul kıymet ile portföy oluşturmanın uygun olacağını ifade etmektedirler.

Tosun ve Oruç (2010) çalışmalarında Ocak 2001 - Aralık 2008 tarihleri arasındaki aylık getirileri kullanmak suretiyle, söz konusu zaman aralığında IMKB30 endeksinde kesintisiz olarak işlem gören 20 adet hisse senedini dikkate almışlardır. Yatırımcılar için uygun portföy büyüklüğünün 5-7 senet olduğunu raporlamaktadırlar.

İskenderoğlu ve Karadeniz (2011) çalışmalarında IMKB30 endeksinde dâhil 30 senedin 2019 yılı içindeki günlük getirilerini kullanmışlardır. 30 hisse senedi ile oluşturulabilecek bütün alt kümeler için hem eşit ağırlıklı hem de optimal ağırlıklı model kullanılmıştır. Optimal modelde portföy riski minimize edilmektedir. Çalışmalarında $2^{30} - 1$ tane alt kümenin tamamında hesaplamalar gerçekleştirilmiştir. Portföydeki hisse senedi sayısının artması ile birlikte portföy riskinin azaldığı ancak bu azalışın optimal ağırlıklı portföylerde daha yüksek olduğu ifade edilmektedir. Çalışmalarında, değişim katsayısına ve standart sapma göstergelerine göre pazardan daha başarılı portföylerde olması gereken hisse senedi sayıları tablo halinde sunulmuştur. Sonuçta, eş çeşitlendirilmiş bir portföyde, 6 ile 8 arası hisse senedi bulunması durumunda, piyasaya göre daha yüksek performans gösterileceği ifade edilmektedir.

Dünya genelindeki sermaye piyasalarında portföy büyüklükleri ile risk arasındaki ilişkiyi inceleyen çalışmaları, yayınladıkları tarihleri göz önünde bulundurmak suretiyle aşağıdaki gibi özetlemek mümkündür.

Çeşitlendirme ile birlikte portföyün risk değerinde meydana gelen değişimi inceleyen çalışmalardan ilkinin Evans ve Archer (1968) 'e ait olduğu

kabul edilmektedir. Yazarlar 1958 yılında Standard & Poors endeksinde listelenen 470 hisse senedine ilişkin verileri kullanmışlardır. Çalışmalarının sonunda portföydeki hisse senedi sayısı ile portföy riski arasında durağan ve tahmin edilebilir bir ilişki olmadığını ifade etmektedirler.

Elton ve Gruber (1977) çalışmalarında New York Stock Exchange borsasında işlem gören senetlerin 1971 Haziran ve 1974 Haziran tarihleri arasındaki haftalık getirilerini kullanmak suretiyle çeşitlendirmenin portföy riski üzerindeki etkisini incelemişlerdir. İyi çeşitlendirilmiş bir portföy oluşturmak için, 15 ile 100 arasında senet kullanılması önerilmektedir.

Statman (1987) çalışmasında iyi çeşitlendirilmiş bir portföyde en az 30 hisse senedi bulunması gerektiğini ifade etmektedir.

Newbould ve Poon (1993) çalışmalarında S&P500 endeksinde yer alan hisse senetlerini çalışmanın evreni olarak kabul etmişler ve 1’den 80’e kadar her kategoride 1000 portföy oluşturup riskin nasıl değiştiğini güven aralıklarını raporlamak suretiyle incelemişlerdir. Çalışmalarında Ocak 1988 ve Aralık 1990 tarihleri arasındaki verileri kullanmışlardır. Çalışmada, genel kabul görmüş olan “20 adet hisse senedinin çeşitlendirme için yeterli olacağı” görüşünü eleştirmekte ve gerçekte iyi çeşitlendirilmiş bir portföy oluşturmak için 20 hisse senedinden çok daha fazlasına ihtiyaç duyulacağı ifade edilmektedir.

Gupta ve Khoon (2001) çalışmalarında Malezya hisse senedi piyasası için bir portföyde bulunması gereken senet sayısını araştırmışlardır. 213 hisse senedinin Eylül 1988 ile Haziran 1997 tarihleri arasındaki günlük verilerini kullanmışlardır. Farklı sayılarda rastgele senet seçimi ile oluşturulan portföylerin performansı incelenmiş ve sonuçta en az 27 hisse senedi ile iyi çeşitlendirilmiş bir portföy oluşturulacağı ifade edilmiştir.

Shawky ve Smith (2005) çalışmalarında yatırım fonlarında yer alan hisse senedi sayıları ile performans arasındaki ilişkiyi incelemişlerdir. 1992 – 2000 yılları arasındaki New York Stock Exchange Borsasında işlem gören yatırım fonlarını ve piyasa performansını incelemişlerdir. Sonuçta fonların önemli bir kısmının 40 ile 120 arasında hisse senedi barındırdığı ifade edilmektedir.

Domian ve arkadaşları (2007) çalışmalarında Amerika Birleşik Devletleri’nde 20 yıllık süreç boyunca bin hisse senedinin fiyat hareketlerini incelemişlerdir. Farklı endüstrilerden hisse senetlerini eklemek suretiyle portföyün riskinin azalacağı ifade edilmektedir. Bununla birlikte hisse senedi sayısı ne kadar artarsa, portföyün riskinin de o oranda azalacağı çalışmanın bulguları arasında ifade edilmektedir. Bin adet hisse senedinden rastgele 10, 20, 30, 50, 100 ve 200 ‘er senet seçmek suretiyle portföyler oluşturulmuştur. Her portföy büyüklüğü için birer milyon seçim işlemi gerçekleştirilmiştir.

Melkumian ve Melkumian (2009) çalışmalarında optimal portföy büyüklüğünün ne olması gerektiğini araştırmışlardır. Çalışmalarında kısa

pozisyonda işlem yapmaya olanak tanındığı durumlarda iyi çeşitlendirilmiş bir portföyde yer alması gereken senet sayısında bir azalma olacağı ifade edilmektedir. Ocak 1992 ile Aralık 2001 dönemi arasında on bin hisse senedinin aylık verileri kullanmıştır. Sonuçta 26 hisse senedinden oluşan bir portföyün iyi bir çeşitlendirme sağlayacağı ifade edilmektedir.

Wang (2010) çalışmasında Tayvan hisse senedi piyasasında işlem gören yatırım fonlarını incelemek suretiyle iyi çeşitlendirilmiş bir portföyde yer alması gereken senet sayısının ne olması gerektiğini belirlemeye çalışmıştır. 2000-2006 yıllarını kapsayan veri setinde 201 adet yatırım fonu bulunmaktadır. Çalışma sonunda iyi çeşitlendirilmiş bir portföyde bulunması gereken senet sayısının 20 ile 30 arası olduğu raporlanmaktadır. Buna ek olarak gereğinden fazla çeşitlendirmenin portföyün riskini artıracığı ve artan işlem maliyetleri nedeniyle portföyün getirisinin azalacağı ifade edilmektedir.

Alexeev ve Tapon (2013), NASDAQ, London, Tokyo, Toronto ve Avustralya borsalarından 1975 ve 2011 yılları arasında işlem gören hisse senetlerine ait veri setini bir araya getirmiş ve her borsayı birbirlerinden izole bir şekilde değerlendirmeye tabi tutmuş ve iyi çeşitlendirilmiş bir portföyde yer alması gereken senet sayısının ne olması gerektiğini araştırmışlardır. Çalışmalarında her bir stok sayısı için borsalardan onar bin adet hisse senedi rastgele seçilmiştir. Portföyler eşit ağırlıklı olarak oluşturulmuştur. Sonuçta her ülkede farklı olmak koşulu ile yatırımcıların sistematik olmayan risk miktarını %90 oranında azaltmak için portföylerinde 38-49 arasında hisse senedi bulundurmaları gerektiğini ifade etmişlerdir.

2. Metodoloji

Bu bölümde, çalışmanın nihai amacı olan, portföy büyüklükleri ile risk miktarı arasındaki ilişkinin parametrelerini hesaplamada kullanılacak olan genetik algoritma ve uygulamada kullanılan veri seti hakkında bilgi verilmektedir.

2.1. Yöntem: Genetik Algoritma

Genetik algoritma, seçim ve çaprazlama yöntemlerini kullanmak suretiyle arama uzayında yeni noktalar yaratan, ana kütle tabanlı bir optimizasyon algoritmasıdır (Armano vd, 2005). Genetik algoritma John Holland tarafından 1975 yılında literatüre kazandırılmıştır. Genetik algoritma prosedürü kısaca aşağıdaki gibi açıklanabilir (Gen ve Cheng, 2000: 1). Genetik algoritma sürecinde bir grup bireyden oluşan bir ana kütle bulunmaktadır. Bu ana kütle, t nesli için $P(t)$ ile temsil edilmektedir. Ana kütlede yer alan her bir birey, problem için bir çözüm adaydır. Her birey uygunluk fonksiyonu ile

değerlendirilmektedir. Seçilen bireyler üzerinde genetik işlemler uygulamak suretiyle yeni bireyler oluşturulmaktadır. Yenilemeler sonucunda, algoritmanın optimal veya optimale yakın en iyi bireyi belirlemesi beklenmektedir. Genetik algoritmanın temel adımları Şekil 1’de yer almaktadır.

Şekil 1. Genetik Algoritmanın Temel Presüdüğü (Gen ve Cheng, 2000: 1).

```

Prosedür: Genetik Algoritmalar
   $t = 0$ ;
  Başlangıç  $P(t)$  anakütlesinin oluşturulması;
   $P(t)$  nin değerlendirilmesi;
  while bitirme şartı sağlanmadığı müddetçe do
     $C(t)$  ‘yi elde etmek için  $P(t)$  ‘nin çaprazlanması
     $C(t)$  ‘nin değerlendirilmesi;
     $P(t)$  ve  $C(t)$  anakütlelerinden  $P(t + 1)$  ‘in oluşturulması
     $t = t + 1$ ;
  end while

```

Çaprazlama ve mutasyon olmak üzere iki tür genetik işlem bulunmaktadır. Çaprazlama işleminde anakütleden seçilen iki bireyden bilgi takası gerçekleştirilerek suretiyle yeni bireyler oluşturulmaktadır. Örneğin Şekil 1’e göre $P(t)$ anakütlesinden birey (1) ve birey (2) olmak üzere iki birey seçilsin. Bireylerin sahip oldukları gen üzerinde bir çaprazlama noktası belirlensin. Çaprazlama işleminde, çaprazlama noktasına kadar birinci bireyden ve geri kalanlar ikinci bireyden olmak üzere yeni bir birey oluşturulmaktadır. Aynı şekilde, çaprazlama noktasına kadar ikinci bireyden ve geri kalanlar birinci bireyden olmak üzere yeni bir birey daha oluşturulabilir. $P(t)$ anakütlesinden kullanıcının belirlediği oranda bireyler çaprazlama işlemine tabi tutulmaktadır.

Mutasyon işleminde ise anakütleden seçilen bir bireyin sahip olduğu gen üzerinde değişiklik yapılmaktadır. $P(t)$ anakütlesinden kullanıcının belirlediği mutasyon oranında bireyler mutasyon işlemine tabi tutulmak suretiyle genetik çeşitlilik sağlanmaya çalışılmaktadır.

Elitist stratejide ise $P(t)$ anakütlesinde yer alan ve en iyi uygunluk değerine sahip bireyler, bir sonraki nesile ($P(t + 1)$) hiçbir genetik işleme tabi olmadan olduğu gibi aktarılmaktadır. Kullanıcı tarafından belirlenecek elit birey sayısı kadar birey, bir sonraki nesilde yer almaktadır.

Uygunluk fonksiyonu genetik algoritmada önemli bir rol oynamaktadır. Bunun nedeni genetik algoritmanın esas görevinin uygunluk fonksiyonunu

minimum kılmaya çalışmasıdır. Uygunluk fonksiyonu aday bir çözümü girdi olarak kabul etmektedir ve bu aday çözümün performansını ölçen sayısal bir değer ortaya çıkarmaktadır. Bu çalışmada uygunluk fonksiyonu, modelin ürettiği değerler ile gerçek değerler arasındaki farktır. Genetik algoritma bu farkı minimum kılacak modelin parametrelerini belirlemeye çalışmaktadır.

Genetik algoritmanın, finans literatüründeki uygulama alanları ile gerçekleştirilen literatür taramalarından biri, Rivera ve arkadaşları (2015) 'na aittir. Çalışmalarında; arbitraj, iflas tahmini, nakit yönetimi, portföy oluşturma, kredi notu atama, tahmin, piyasa simülasyonu gibi alanlarda genetik algoritmanın kullanıldığı ifade edilmektedir.

Genetik algoritmanın bazı avantaj ve dezavantajları mevcuttur (Sivanandam ve Deepa, 2008: 34). Avantajları arasında paralel işlem yapmaya elverişli olması, global optimuma erişmenin kolay olması, büyük çaptaki optimizasyon problemlerinde iyi performans sergilemesi ve farklı türdeki optimizasyon problemleri için kullanılabilmesi sıralanabilir. Bununla birlikte, uygunluk fonksiyonu belirleme problemi, ana kütle büyüklüğü, mutasyon ve çaprazlama oranı, seçim oranı gibi parametrelerin belirlenmesinin zorluğu ve uygunluk fonksiyonun çok fazla sayıda değerlendirmeye tabi tutulması gibi dezavantajları da mevcuttur.

2.2. Çalışmanın Amacı ve Kapsamı

Bu çalışmanın amacı, Borsa İstanbul Hisse Senedi piyasasında, portföy büyüklüğü ile risk arasındaki ilişkinin modellenmesidir. Bu amaçla BIST30, BIST50 ve BIST100 endeksinde listelenen senetler araştırma kapsamında değerlendirilmiştir. Farklı büyüklüklerde oluşturulan portföylerin ortalama riskleri hesaplanmış ve portföy büyüklüğü ile risk arasındaki matematiksel ilişki ortaya çıkarılmıştır. Bu ilişkideki parametreler genetik algoritma yardımıyla belirlenmiştir.

2.3. Çalışmanın Kısıt ve Varsayımları

Çalışmanın kısıtlarında biri incelenen dönem boyunca kâr payı (temettü) dağıtımının göz ardı edilmiş olmasıdır. Dağıtılan kâr paylarının hisse senedi getiri oranı üzerinde etkisi olmasına rağmen, çalışmada kapanış fiyatı değişimleri üzerinden işlem yapılmıştır. Bunun yanı sıra, çalışmada getiri oranının hesaplanmasında, nominal getiri oranı kullanılmıştır. Enflasyon oranı ile düzeltilen reel getiri oranı kullanılmamıştır. İncelenen dönem süresince yatırımcıların beklentilerinde önemli bir değişiklik olmadığı da varsayımlar arasındadır.

2.4. Veri Seti ve Hazırlık Aşaması

Analizin yapılmaya başlandığı tarih olan 16 Ağustos 2019 tarihi itibarıyla endekslerde listelenen senetlere ilişkin 16-08-2000 ve 16-08-2019 tarihleri arasındaki kapanış fiyatları investing.com sitesinden indirilmiştir. Endekslerde listelenen senetlerin Borsa İstanbul'da işlem gördüğü kısaltmalar ve çalışma genelinde kullanılan sıra numaraları Tablo 1'de listelenmiştir.

Tablo 1. BIST30, BIST50 ve BIST100 içerikleri

BIST30 Endeksinde Listelenen Senetler: (01)AKBNK, (02)ARCLK, (03)ASELS, (04)BIMAS, (05)DOHOL, (06)EKGYO, (07)EREGL, (08)FROTO, (09)GARAN, (10)HALKB, (11)ISCTR, (12)KCHOL, (13)KOZAA, (14)KOZAL, (15)KRDMD, (16)PETKM, (17)PGSUS, (18)SAHOL, (19)SISE, (20)SODA, (21)TAVHL, (22)TCELL, (23)THYAO, (24)TKFEN, (25)TOASO, (26)TSKB, (27)TTKOM, (28)TUPRS, (29)VAKBN, (30)YKBNK

BIST50 Endeksinde Listelenen Senetler: (01)AKBNK, (02)ALARK, (03)ARCLK, (04)ASELS, (05)BIMAS, (06)COLA, (07)DOHOL, (08)ECILC, (09)EKGYO, (10)ENJSA, (11)EREGL, (12)FROTO, (13)GARAN, (14)HALKB, (15)ICBCT, (16)IPEKE, (17)ISCTR, (18)ISFIN, (19)KCHOL, (20)KOZAA, (21)KOZAL, (22)KRDMD, (23)MAVI, (24)MGROS, (25)ODAS, (26)PETKM, (27)PGSUS, (28)POLHO, (29)SAHOL, (30)SASA, (31)SISE, (32)SKBNK, (33)SODA, (34)SOKM, (35)TAVHL, (36)TCELL, (37)THYAO, (38)TKFEN, (39)TOASO, (40)TRKCM, (41)TSKB, (42)TTKOM, (43)TUPRS, (44)ULKER, (45)VAKBN, (46)VERUS, (47)VESTL, (48)YATAS, (49)YKBNK, (50)ZOREN

BIST100 Endeksinde Listelenen Senetler: (01)ADESE, (02)AEFES, (03)AFYON, (04)AGHOL, (05)AKBNK, (06)AKSA, (07)AKSEN, (08)ALARK, (09)ALBRK, (10)ALGYO, (11)ANACM, (12)ARCLK, (13)ASELS, (14)AVOD, (15)BERA, (16)BIMAS, (17)BJKAS, (18)COLA, (19)CEMAS, (20)CEMTS, (21)CLEBI, (22)DGKLB, (23)DOHOL, (24)ECILC, (25)EGEEN, (26)ENKAI, (27)EKGYO, (28)ENJSA, (29)EREGL, (30)FENER, (31)FROTO, (32)GARAN, (33)GENTS, (34)GEREL, (35)GOLTS, (36)GOZDE, (37)GSDHO, (38)GSRAY, (39)GUBRF, (40)HALKB, (41)HEKTS, (42)HURGZ, (43)ICBCT, (44)IEYHO, (45)IHLAS, (46)IHLGM, (47)INDES, (48)IPEKE, (49)ISCTR, (50)ISDMR, (51)ISFIN, (52)ISGYO, (53)ITTFH, (54)KARSN, (55)KCHOL, (56)KERTV, (57)KONYA, (58)KORDS, (59)KOZAA, (60)KOZAL, (61)KRDMD, (62)MAVI, (63)METRO, (64)MGROS, (65)MPARK, (66)NETAS, (67)NTHOL, (68)ODAS, (69)OTKAR, (70)OZGYO, (71)PARSN, (72)PETKM, (73)PGSUS, (74)POLHO, (75)PRKME, (76)SAHOL, (77)SASA, (78)SISE, (79)SKBNK, (80)SODA, (81)SOKM, (82)TAVHL, (83)TCELL, (84)THYAO, (85)TKFEN, (86)TMSN, (87)TOASO, (88)TRKCM, (89)TSKB, (90)TTKOM, (91)TTAK, (92)TUKAS, (93)TUPRS, (94)ULKER, (95)VAKBN, (96)VERUS, (97)VESTL, (98)YATAS, (99)YKBNK, (100)ZOREN

Hisse senetlerinin borsada işlem görmeye başlama tarihleri birbirlerinden farklıdır. Bu nedenle de farklı uzunluklarda fiyat matrisleri elde edilmiştir. BIST50 ve BIST100 endekslerinde listelenen Şok Marketler Zinciri, 21 Mayıs 2018 ile 16 Ağustos 2019 tarihleri arasında 307 fiyat ve hacim bilgisi ile en düşük sayıda veriyi içeren senet olmuştur.

Her bir senedin farklı sayılarda fiyat bilgisi içermesi bir problem olarak değerlendirilebilir. Veri setinin olduğu gibi kullanılması durumunda bazı senetler için iki bin civarı fiyat bilgisinden yola çıkmak suretiyle getiri değerleri hesaplanacakken, bu sayı bazı hisse senetleri için daha az olacaktır. Veri seti hacmindeki bu dengesizlik iki şekilde düzenlenebilir. İlk olarak belirli bir süre boyunca işlem gören senetler çalışmaya dâhil edilebilir. Bu durumda daha az sayıda fiyat verisi olan senetler çalışmadan çıkarılacaktır. İkinci olarak da bütün senetler analizde tutulabilir ve veri setinin zaman olarak uzunluğu en düşük sayıda gözlem içeren senede eşitlenir. Bu çalışmada senetleri analizden çıkarmak yerine, veri setinin uzunluğu en az sayıda veriyi içeren senede indirgenmiştir. Böylelikle indekslerin yapıları bozulmamıştır. Ayrıca, uzun vadede ekonomide ve teknolojiye yaşanan değişimler nedeniyle yatırımcıların davranışları değişebilmektedir. Örneğin, faizlerin veya enflasyonun yüksek olduğu dönemlerde yatırımcılar hisse senetlerinden daha yüksek getiri bekleyebilmektedirler. Bu çalışmada kısa dönem kullanıldığı için, yatırımcıların beklentilerinde önemli bir değişiklik olmadığı varsayılmıştır.

Sonuçta 100 adet hisse senedinin 21 Mayıs 2018 ve 16 Ağustos 2019 tarihleri arasındaki 307 işlem gününe ilişkin kapanış fiyatları çalışma kapsamında değerlendirilmiştir. Günlük getiri oranı Denklem (1) yardımıyla hesaplanmıştır.

$$r_t = \frac{K_t - K_{t-1}}{K_{t-1}} \times 100 \quad (1)$$

denklemde, r_t , t gününe ilişkin getiri oranını ve K_t ile K_{t-1} ise sırasıyla t ve $t - 1$ gününe ait kapanış fiyatlarını temsil etmektedir.

BIST30, BIST50 ve BIST100 endeksinde listelenen senetlerin ilgili tarihler arasındaki 306 güne ilişkin (Denklem (1) gereği ilk gün için getiri oranı hesaplanamamaktadır) getiri oranlarına ait tanımlayıcı istatistikler Tablo 2’de yer almaktadır. BIST50 ve BIST100 endekslerinde en yüksek günlük getiri %20 ile YATAS kodlu hisse senedine aittir. BIST50 endeksinde en düşük günlük getiri ise -%20 ile ISFIN kodlu, BIST100 endeksinde ise yine -%20 ile OZGYO senedine aittir. Her üç indeks için de getiri oranlarının ortanca (medyan) değeri sıfır olarak hesaplanmıştır. Günlük getirilerin ortalaması BIST30 endeksinde en yüksek düzeydedir. Günlük getirilerin standart sapması (getiri oranlarındaki dalgalanma) ise BIST30 endeksindeki senetler için en düşük, BIST100 endeksindeki senetler için en yüksektir. Çarpıklık değeri veri setinin asimetrisini ölçmektedir. Normal bir dağılımda çarpıklık değeri sıfır olacaktır. Çarpıklık değerinin BIST100 için sıfırdan biraz büyük olması, getiri oranlarının ortalamasının sağ tarafına doğru daha fazla dağıldığını göstermektedir. Basıklık ise veri setindeki dağılımın sivrilikliğini ölçmektedir. Normal bir dağılımda basıklık

değeri üç olarak hesaplanacaktır. BIST100 endeksinde listelen senetlerin günlük getirilerinin dağılımının yüksek basıklık değeri nedeniyle daha sivri olduğunu ifade etmek mümkündür.

Tablo 2. Endekslerdeki Senetlerin Getiri Oranlarına İlişkin Tanımlayıcı İstatistikler

	En Düşük	En yüksek	Ortanca	Ortalama	Standard Sapma	Çarpıklık	Basıklık
BIST30	-13,2159	17,9702	0,0000	0,0298	2,5808	0,0271	4,6101
BIST50	-20,0000	20,0000	0,0000	0,0076	2,7843	-0,0672	8,6996
BIST100	-20,0000	20,0000	0,0000	0,0092	3,0745	0,2593	12,5291

3. Analiz

3.1. Getiriler Arası Korelasyon Katsayısı

Korelasyon katsayısı iki değişken arasındaki ilişkinin şiddetini ve yönünü ölçmekte kullanılmaktadır. Korelasyon katsayısı $[-1,1]$ aralığında değerler almaktadır. Katsayının -1 olması, iki senedin getirileri arasında mükemmel negatif bir ilişki olduğunu göstermektedir. Başka bir ifade ile bir senedin getirisi düşerken diğeri de yükselmektedir. Katsayının 1 çıkması ise iki senedin getirileri arasında mükemmel pozitif bir ilişki olduğunu ifade etmektedir. Başka bir ifade ile bir senedin getirisi yükseldiğinde (düştüğünde), diğeri senedin de getirisi yükselmektedir (düşmektedir). Katsayının sıfır veya sıfıra yakın çıkması ise iki senedin getirileri arasında bir ilişki olmadığına işaret etmektedir. Korelasyon katsayısı aşağıdaki Denklem (2) yardımıyla hesaplanabilir (Berk ve DeMarzo, 2017: 393)

$$\Gamma_{ij} = \frac{Kov(r_i, r_j)}{\sigma_i \sigma_j} \quad (2)$$

denklemden, Γ_{ij} ifadesi, i numaralı senet ile j numaralı senedin getirileri arasındaki korelasyon katsayısını, σ_i ifadesi ise i senedinin getiri değerlerindeki standart sapmayı temsil etmektedir. $Kov(r_i, r_j)$ ise, senetler arasındaki kovaryans katsayısını temsil etmektedir ve Denklem (3) yardımıyla hesaplanmaktadır.

$$Kov(r_i, r_j) = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T (r_{i,t} - \bar{r}_i) (r_{j,t} - \bar{r}_j) \quad (3)$$

denklemden, T getirilerin hesaplandığı gün sayısını, $r_{i,t}$ ise i numaralı hisse senedinin t gününe ait getiri değerini, \bar{r}_i ise aynı senedin getirilerinin T günlük ortalamasını temsil etmektedir.

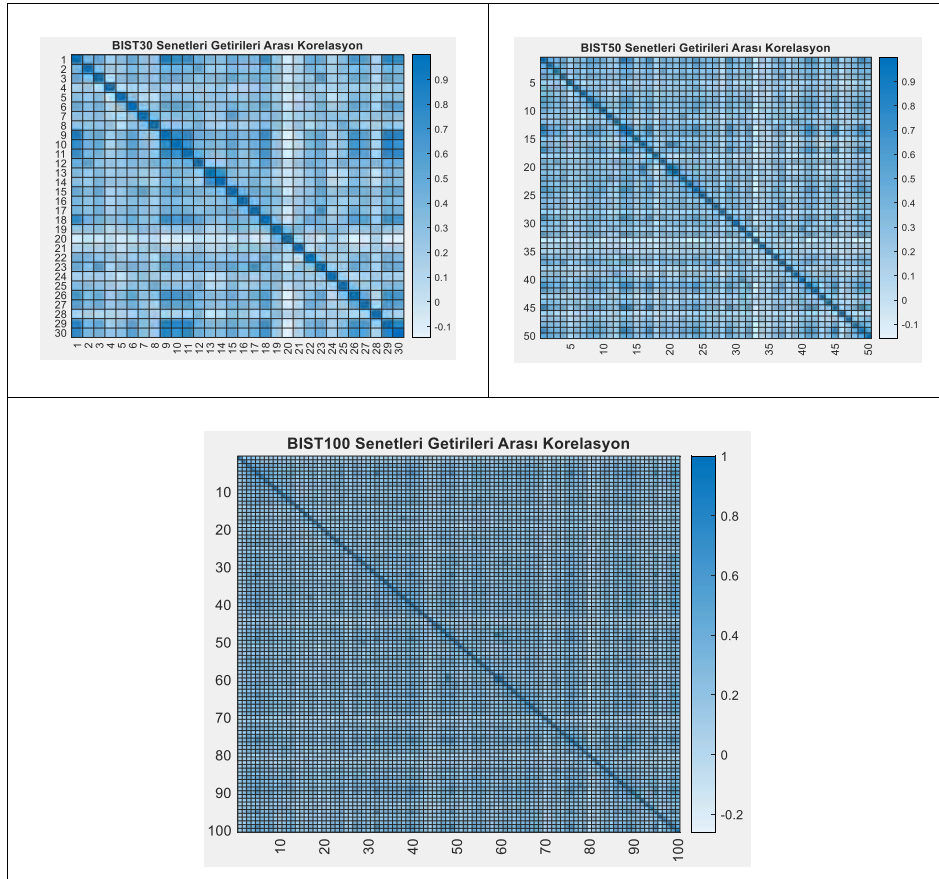
Çeşitlendirme ile risk miktarındaki azalmanın en iyi etkisi, hisse senedi getirilerinin birbirleriyle negatif korelasyona sahip olduğu durumda ortaya çıkacaktır (Brealey vd, 2012: 330). Bu çalışmada ise BIST30 senetlerinin getirileri arasındaki ortalama korelasyon değeri 0,3097 olarak hesaplanmıştır. Getiri oranları arasında, en düşük korelasyon katsayısı -0,1439 ile SODA ve TSKB kodlu senetler arasındadır. Bunun haricinde 13 senet çiftinin de negatif korelasyon katsayısına sahip olduğu belirlenmiştir. BIST50 senetleri için ortalama korelasyon katsayısı 0,2778 olarak hesaplanmıştır. En düşük korelasyon katsayısı, -0,1587 ile SODA ve YATAS kodlu senetler arasındadır. Buna ek olarak 30 senet çifti için de korelasyon katsayısı negatif olarak hesaplanmıştır. BIST100 senetleri için getiriler arası ortalama korelasyon katsayısı 0,2391 olarak hesaplanmıştır. Getiriler arası en düşük korelasyon katsayısı -0,2595 ile CEMAS ve ISFIN arasındadır. Bunun haricinde 109 senet çifti için de negatif korelasyon katsayısı hesaplanmıştır.

Her bir korelasyon katsayısını tablo halinde sunmak çalışmanın hacmini artıracaktır. Bu nedenle yukarıda özetlenen değerlerin haricindeki korelasyon katsayılarının ısı haritaları ile özetlenmiştir. Şekil 2’de BIST30, BIST50 ve BIST100 senetlerinin getirileri arasındaki korelasyon katsayıları ısı haritaları (heatmap) olarak gösterilmiştir. Satırlarda ve sütunlarda yer alan sayılar Tablo 1’deki senetlerin kodlarını temsil etmektedir. Şekillerin sağ tarafında renk çubukları (colour bar) da yer almaktadır. En koyu renkler yüksek korelasyon değerini, açık renkler ise düşük korelasyon değerini temsil etmektedir. Ana köşegende ise senetlerin kendileriyle olan korelasyon katsayısı yer almaktadır. Serilerin kendileri ile olan korelasyon katsayısı her zaman 1’e eşit olduğundan, ana köşegendeki değerler en koyu renkler ile gösterilmiştir.

BIST30 endeksinde yirminci sırada yer alan satırda (ve ısı haritası simetrik olduğundan, yirminci sırada yer alan sütunda) yer alan senedin (SODA: Soda Sanayii A.Ş.) diğer senetlerle korelasyon katsayısının düşük değerde olduğu anlaşılmaktadır. BIST50 listesinde söz konusu hisse sendi 33. sırada yer almaktadır. BIST50 ısı haritasında bu senedin getirilerinin, diğer senetlerin getirileri ile düşük korelasyon değerine sahip olduğu anlaşılmaktadır. BIST100 endeksinde ise söz konusu senedin sırası 80 dir.

Şekil 2 göz önünde bulundurulduğunda, getiri değerleri arasındaki en düşük korelasyon katsayısı $-0,2$ (%20) olarak belirlenmektedir. Getiriler arası korelasyon ne kadar düşük olursa oluşturulacak portföyün riski de bireysel senetlerin riskinden o denli az olacaktır. Bu durumda, incelenen senetlerle oluşturulacak portföylerin riski azaltma durumunun kısıtlı kalacağını ifade etmek mümkündür. Başka bir ifade ile en düşük korelasyon katsayısının -1 gibi düşük değerlerden oluşması durumunda, portföylerin risk değeri bireysel senetlerin risk değerinden çok daha düşük çıkacaktır. Bununla birlikte pazarlar arası karşılaştırma yapıldığında, BIST100 endeksinde yer alan senetlerin getiri oranları arasında hesaplanan korelasyon katsayısının düşük çıkması, bu senetler ile oluşturulan portföyün sistematik olmayan riskinin, diğer endekslerdeki senetlerle oluşturulan portföylere göre, daha düşük olacağını ifade etmektedir.

Şekil 2. BIST30, BIST50 ve BIST100 senetleri getirileri arası korelasyon katsayılarının ısı haritaları (heatmaps) (Tablo 1'deki sırada)



3.2. Piyasa Riskinin Hesaplanması

Bu çalışmada, karşılaştırma yapmak amacıyla piyasa risk ve getirisi üç farklı endeksin verilerini kullanmak suretiyle hesaplanmıştır. BIST30, BIST50 ve BIST100 endekslerinde listelenen senetleri kullanmak suretiyle eşit ağırlıklı (1/N) portföyler oluşturulmuş ve söz konusu dönem için risk ve getiri değerleri hesaplanmıştır. Bir portföyün getirisi Denklem (4) yardımıyla hesaplanmaktadır (Berk ve DeMarzo, 2017: 390)

$$r_p = w_1r_1 + w_2r_2 + \dots + w_nr_n = \sum_{i=1}^n w_ir_i \quad (4)$$

denklemden, r_p portföyün getirisini, w_i , portföyde yer alan i numaralı senedin ağırlığını ve r_i ise aynı senedin getirisini temsil etmektedir. $\sum_{i=1}^n w_i = 1$ olması gerekmektedir. Bir portföyün varyans değeri ise, Denklem (5) yardımıyla hesaplanabilir (Berk ve DeMarzo, 2017: 397).

$$\sigma_p^2 = Var(r_p) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n w_iw_j kov(r_i, r_j) \quad (5)$$

denklemden, r_p portföyün getirisini, $kov(r_i, r_p)$ ise, i numaralı senedin portföy getirisi ile kovaryansını ifade etmektedir.

BIST30 senetleri ile oluşturulan eşit ağırlıklı portföy incelenen dönem içinde %2,98 oranında getiri sağlarken (Denklem (4)'de $n = 30$ ve $w_i = 1/30$), risk değeri %1,4994 olarak hesaplanmıştır. BIST50 senetleri ile oluşturulan eşit ağırlıklı portföyün getirisi %0,76 (Denklem (4)'de $n = 50$ ve $w_i = 1/50$), risk değeri ise %1,4577 olarak hesaplanmıştır. BIST100 endeksinde listelenen senetlerle oluşturulan eşit ağırlıklı portföyün getirisi %0,92 (Denklem (4)'de $n = 100$ ve $w_i = 1/100$) ve standart sapması %1,3738 olarak hesaplanmıştır. Bu değerler piyasa getiri ve risk değerlerini temsil etmektedir. Çalışmada rastgele oluşturulan portföylerin bu risk değerlerinden daha iyi sonuç verip vermediği araştırılmaktadır.

3.3. Senetlerin Seçilmesi

n adet hisse senedi içinden k adet senet seçip portföy oluşturulmak istensin. Bu durumda olası seçimlerin sayısı kombinasyon formülü yardımıyla $\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$ hesaplanmaktadır. Örneğin BIST30 endeksinde listelenen senetlerden

bir tanesini seçip bir portföy oluşturmak istersek formül gereği $\left(\frac{30!}{1!(30-1)!}\right) = 30$ farklı seçim yapmak mümkündür. Başka bir ifade ile her senet ayrı ayrı seçilip portföy oluşturulabilir. Portföyde iki farklı senet olması istenirse, bu durumda oluşturulabilecek portföylerin sayısı $\left(\frac{30!}{2!(30-2)!}\right) = 435$ olacaktır. Buradan hareketle 1'den 30'a kadar bütün portföy büyüklüklerinde oluşturulabilecek olası portföylerin sayısı aşağıdaki gibi hesaplanacaktır.

$$\sum_{k=1}^{30} \frac{30!}{k!(30-k)!} = 2^{30} - 1 = 1.073.741.823$$

Söz konusu yaklaşık bir milyar portföy seçimi Gökçe ve Cura (2003), Keskinürk vd (2010) ve İskenderoğlu ve Karadeniz (2011) tarafından tek tek incelenebilmiştir (Tosun ve Oruç (2010) ise 20 senetten seçim işlemi gerçekleştirmiştir.) Ancak senet sayısı 100'e çıkarıldığında oluşturulabilecek olası portföylerin sayısı $2^{100} - 1 = 1,2677 \times 10^{30}$ olarak hesaplanmaktadır. Yazarın kullandığı bilgisayar donanımında yaklaşık on milyon portföy 3 dakikada incelenebilmektedir. Buna rağmen BIST50 veya BIST100 endekslerinde yer alan senetlerle oluşturulabilecek olası bütün portföyleri tek tek incelemek günümüz hesaplama teknolojisinde rasyonel bir zamanda tamamlanamayacaktır. Buna rağmen rastgele seçimler yapmak suretiyle ana kütle hakkında fikir edinmek mümkündür. Bu çalışmada BIST100 endeksinde yer alan senetlerde 1'den 100'e kadar bütün portföy büyüklükleri hesaplanmıştır. Eğer bir portföy büyüklüğünde gerekli kombinasyon sayısı 10 milyonu aşıyorsa, bu durumda senetlerden rastgele seçimler yapmak suretiyle bir milyon farklı portföy oluşturulmuş ve sonuçlar kaydedilmiştir. Buna ek olarak seçim işlemi on kere tekrar edilmiştir. Bunun nedeni farklı portföy bileşenlerinde ortaya çıkacak farklılıkları incelemektir. Böylelikle 10 farklı birer milyon kombinasyon içeren portföyler oluşturulmuştur. Aynı işlem BIST30 ve BIST50 endeksleri için de gerçekleştirilmiştir. Portföylerde, her senede eşit ağırlık atanmıştır.

4. Araştırmanın Bulguları

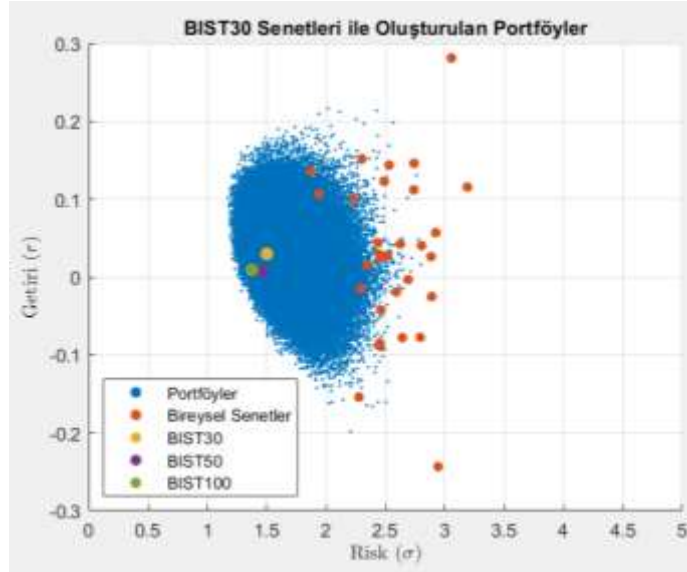
Bu bölümde analiz sonuçları, portföylerin ortalama risk değerleri, portföylerin Pazar portföylerinin risk değerlerini geçme durumları, portföy büyüklüğü ile risk arasındaki ilişkinin modeli ve önceki çalışmalar ile karşılaştırma yer almaktadır.

4.1. Portföylerin Risk ve Getiri Değerleri

Yukarıda açıklanan deney yordamı takip edildiğinde BIST 30 senetler ile 185.364.230, BIST50 senetleri ile 415.023.510 ve son olarak da BIST100 senetleri ile 933.335.010 olmak üzere toplamda 1.533.722.750 adet portföy oluşturulmuştur. Söz konusu portföyleri, yatay eksende risk değeri ve dikey eksende de ortalama getiri değerlerinin yer aldığı dağılım grafikleri yardımıyla incelemek mümkündür. Şekil 3’de BIST30 senetleri ile oluşturulan portföylerin ve Şekil 4’de de BIST50 ve BIST100 senetleri ile oluşturulan portföylerin dağılımı grafik halinde sunulmuştur.

Şekil 3 ve Şekil 4’de aynı zamanda, bireysel hisse senetlerinin risk ve getiri değerleri de yer almaktadır. Örneğin BIST30 endeksinde 30 senet bulunmaktadır ve her bir senedin incelenen tarih itibarıyla getirileri ve standart sapmaları hesaplanmış ve grafikte kırmızı ile işaretlenmiştir. Şekil 4’ün BIST50 bölümünde 50 tane, BIST100 bölümünde ise 100 tane kırmızı renk ile işaretlenen değer bulunmaktadır. Buna ek olarak BIST30, BIST50 ve BIST100 pazar endeksleri de her üç şekilde işaretlenmiştir.

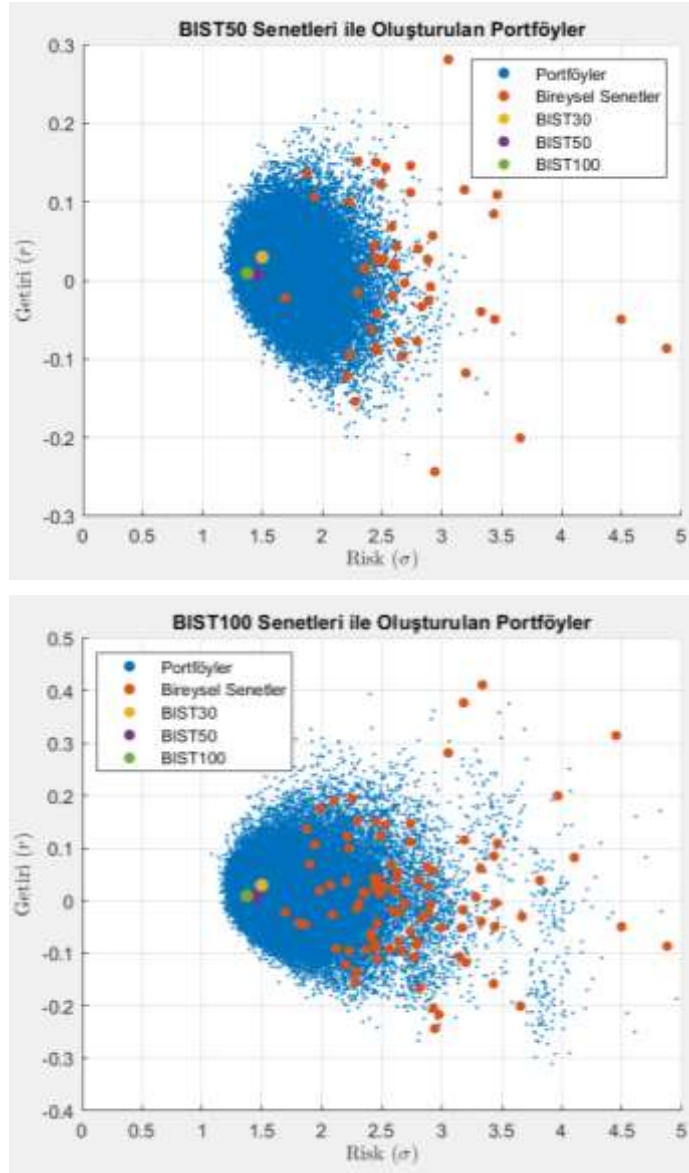
Şekil 3. BIST30 senetleri ile oluşturulan portföylerde risk ve getiri değerleri



Şekil 3 ve Şekil 4 portföylerin davranışlarına ilişkin önemli ipuçları içermektedir. Oluşturulan portföylerin önemli bir kısmı, bireysel senetlerin sahip olduğu risk değerlerinden daha düşüktür. Bununla birlikte piyasa portföyleri, bireysel senetleri kullanmak suretiyle oluşturulabilecek en düşük risk

veya en yüksek getiriye sahip senetler değildir. Başka bir ifade ile piyasa portföylerinden daha düşük risk değerine veya daha yüksek getiri değerine sahip portföylerin oluşturulması mümkündür.

Şekil 4. BIST50 ve BIST100 senetleri ile oluşturulan portföylerde risk ve getiri değerleri



4.1. Portföy Büyüklüklerinde Ortalama Risk Değerleri

Her bir portföy büyüklüğü için erişilen ortalama, en düşük ve en yüksek risk değerlerini tablo halinde sunabilmek için sırasıyla 30, 50 ve 100 satırdan oluşan tablolara ihtiyaç duyulacaktır. Ancak çalışmanın hacmini artırmamak adına her endeks büyüklüğünden mümkün olduğunca eşit aralıklı olmak üzere onar adet seçilmiş ve sonuçlar Tablo 3’de listelenmiştir.

Tablo 3. Farklı portföy büyüklüklerine ortalama, en düşük ve en yüksek risk değerleri

	BIST30			BIST50			BIST100				
	Ort	Min	Max	Ort	Min	Max	Ort	Min	Max		
1	2,57	1,87	3,19	1	2,73	1,69	4,88	1	2,92	1,69	7,14
4	1,79	1,21	2,62	6	1,72	1,11	2,45	12	1,56	1,09	2,07
7	1,65	1,17	2,42	12	1,57	1,14	2,11	23	1,46	1,14	1,82
11	1,58	1,19	2,15	17	1,53	1,17	1,97	34	1,43	1,17	1,7
14	1,55	1,22	2,02	23	1,5	1,21	1,86	45	1,41	1,2	1,64
17	1,54	1,25	1,92	28	1,49	1,24	1,78	56	1,4	1,22	1,58
20	1,52	1,29	1,83	34	1,48	1,29	1,7	67	1,39	1,25	1,53
24	1,51	1,35	1,71	39	1,47	1,32	1,64	78	1,38	1,28	1,49
27	1,5	1,42	1,62	45	1,46	1,38	1,56	89	1,38	1,31	1,45
30	1,5	1,5	1,5	50	1,46	1,46	1,46	100	1,37	1,37	1,37

Portföy büyüklüğü ve her portföy büyüklüğünde ortalama risk miktarı Şekil 5’de yer almaktadır. Şekil 5, her ne kadar tek çizgilerden oluşuyormuş gibi görünse de aslında, kombinasyon sayısı on binin üzerinde olan portföy büyüklükleri için onar tane çizgi barındırmaktadır. Şekildeki detayların daha iyi görülebilmesi için, önemli noktaların yakın çizimlerini içeren parçalar da şekle eklenmiştir.

Hem Tablo 3, hem de Şekil 5’den görülebileceği gibi BIST30 endeksinde yer alan senetler ile oluşturulan portföylerin riski %2,57’den başlayıp %1,5’e kadar düşebilmektedir. BIST50 endeksinde yer alan senetlere oluşturulan portföylerin riski ise %2,73’den başlayıp %1,46’ya kadar düşmektedir. BIST100 endeksinde yer alan senetlerle oluşturulan portföylerin riski ise %2,92 değerinden başlayıp %1,37 ye kadar düşmektedir.

Tablo 3 ve Şekil 5’deki değerler göz önüne alındığında erişilen ilk izlenim, BIST30 endeksinde yer alan senetlerle oluşturulan portföylerin risk aralığının daha düşük olduğu ve BIST100 endeksinde yer alan senetlerle oluşturulan portföylerin risk aralığının ise daha yüksek olduğu yönündedir. Başka bir ifade

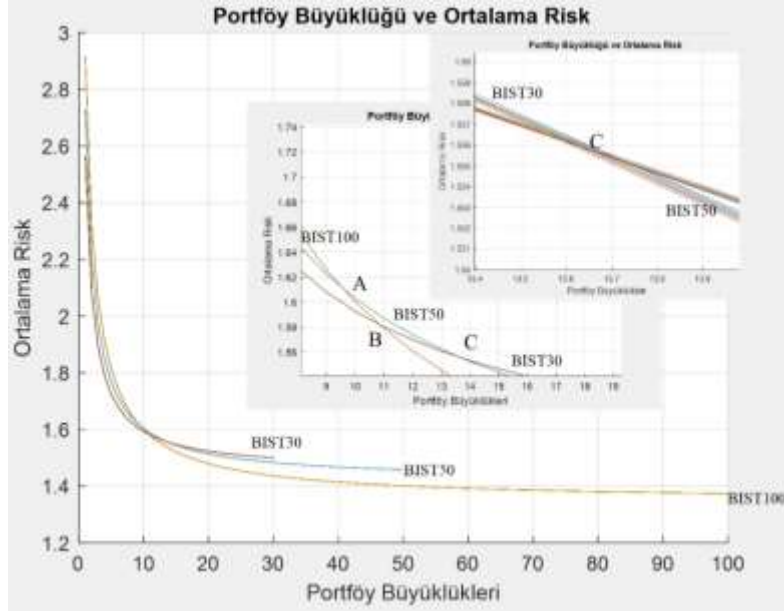
ile BIST100 endeksinde yer alan senetlerle, BIST30 ve BIST50 endeksi kıyaslandığında daha düşük riske sahip portföyler elde edebilmek mümkündür.

Bunun yanı sıra şekilde yer alan eğriler üç farklı noktada kesişmektedirler. Bu noktalar A, B ve C noktaları olarak isimlendirilmiştir. A noktasında BIST100 endeksinde yer alan senetlerle oluşturulan portföylerin ortalama risk değeri ile BIST50 endeksinde yer alan senetlerle oluşturulan portföylerin ortalama risk değeri kesişmektedir. A noktası portföy büyüklüğü [9-10] aralığını temsil etmektedir. 9'dan daha az sayıda senedin bulunduğu bütün portföylerde, BIST50 endeksinde listelenen senetlerden seçilen portföylerin ortalama risk değeri, BIST100 endeksinde listelenen senetler ile oluşturulan portföylerden daha düşük çıkmaktadır. Portföy büyüklüğü nün 10'dan fazla olduğu bütün durumlarda, BIST100 senetlerinden oluşturulan portföyler, BIST50 ile oluşturulan portföylerden daha düşük risk değerine sahip olmaktadır.

B noktasında BIST100 endeksi ile BIST30 endeksi kesişmektedir. B noktası portföy büyüklüğünün 11 olduğu durumu temsil etmektedir. Portföy büyüklüğünün 11'den az olduğu bütün durumlarda, BIST30 endeksinden seçilen senetlerle oluşturulan portföylerin ortalama riskleri en düşük değere sahiptir. B noktasından sonra ise, başka bir ifade ile portföy büyüklüğü 11'den büyük olduğu durumlarda, BIST100 endeksinde listelenen senetlerden seçilen portföylerin ortalama riski en düşük olmaktadır. Pratik bir kural olarak eğer portföy büyüklüğü 11'den az olacaksa, bu durumda BIST30 endeksinde listelenen senetlerden seçim yapılmalı, eğer portföy büyüklüğü 11'den fazla olacaksa, bu durumda BIST100 endeksinde listelenen senetlerden seçimler yapılmalıdır. Bu durumlarda en düşük risk değerleri ortaya çıkmaktadır.

Son kesişim noktası ise C noktasıdır. C noktasında BIST30 endeksinde listelenen senetlerle oluşturulan portföylerin ortalama risk değeri ile BIST50 endeksinde listelenen senetlerle oluşturulan portföylerin ortalama risk değerleri kesişmektedir. C noktasını kendisine en yakın olan portföy büyüklüğü olan 14 ile ifade edebiliriz. 14 veya daha az sayıda senetle oluşturulan portföylerde, BIST30 endeksinde yer alan senetlere seçim yapıldığı durumda, BIST50 endeksinde listelenen senetlere seçim yapıldığı durumlara göre ortalama olarak daha düşük risk değerleri ortaya çıkmaktadır. Bununla birlikte, portföy büyüklüğünün 14 olduğu durumda en düşük risk değerinin BIST100 endeksi ile oluşturulan portföylere ait olduğunda dikkat edilmelidir.

Şekil 5. Portföy Büyüklükleri ve Ortalama Risk

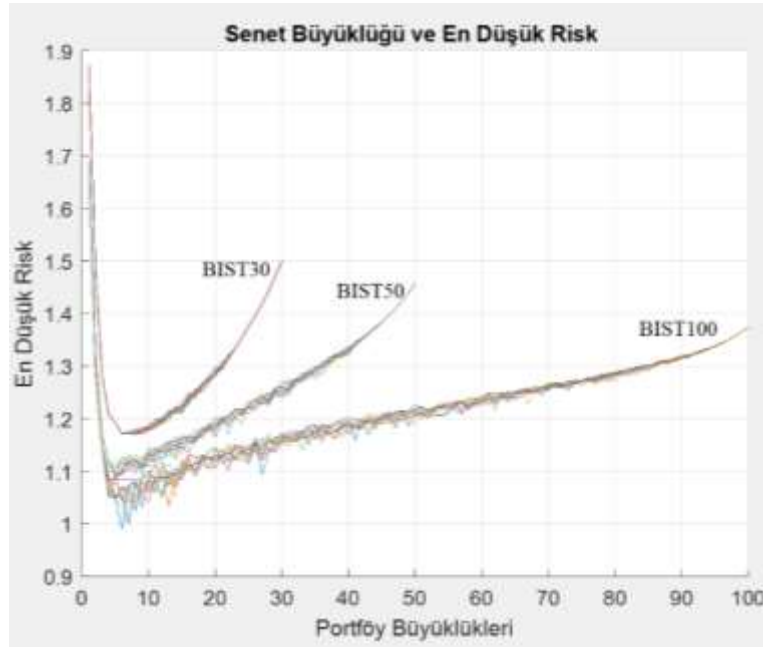


4.2. En Düşük Risk Oranındaki Değişim

Çalışmada, her bir portföy büyüklüğünde erişilen en düşük risk miktarı da incelenmiştir ve Şekil 6'da sunulmuştur. Şekil 6'da, bir milyon portföy seçiminin on kere tekrar edilmesinin yarattığı sonuç, bir önceki şekle kıyasla daha belirgindir. Şekilde üç farklı grup bulunmaktadır ve bu gruplar BIST30, BIST50 ve BIST100 endekslerinde listelenen senetlerle oluşturulan portföyler için en düşük risk değerini göstermektedir. Ancak her bir portföy büyüklüğü için tek bir değer yer almamakta, bazı portföy büyüklükleri için on farklı risk değeri yer almaktadır. Bunun nedeni, kombinasyon sayısının on milyondan büyük olduğu portföy büyüklükleri için on farklı denemenin yapılmış olmasıdır. BIST100 endeksi grubu için dalgalanmanın daha yüksek olduğu ve BIST30 için ise dalgalanmanın daha düşük olduğu şekilden görülebilmektedir. Bunun nedeni, BIST30 endeksi için seçilen portföylerin ana kütleinin daha yüksek bir hacmini kapsamaları olabilir. Örneğin, BIST30 endeksi için 10 senetle yaklaşık 30 milyon $\left(= \frac{30!}{10!(30-10)!} \right)$ portföy oluşturmak mümkündür. BIST100 endeksi için ise 10 senetle yaklaşık $1,73 \times 10^{13}$ $\left(= \frac{100!}{10!(100-10)!} \right)$ portföy oluşturmak mümkündür. Bu nedenle BIST30 senetleri ile oluşturulan senetlerde en düşük risk değerinde daha düşük bir dalgalanma gerçekleşmektedir.

En düşük risk oranı belirli bir portföy büyüklüğüne kadar azalmakta daha sonra ise artmaktadır. Bu bulgu Gökçe ve Cura (2003) ve Tosun ve Oruç (2010) çalışmasında erişilen bulgular ile uyumludur.

Şekil 6. Farklı Portföy büyüklüklerinde en düşük risk oranı



4.3. Portföylerin Pazar Portföylerini Geçme Durumu

Çalışmada incelenen yaklaşık bir milyar beş yüz milyon portföyün, pazar risklerini (eşit ağırlıklı oluşturulan BIST30, BIST50 ve BIST100 portföylerinin risk oranlarını) geçme durumları da incelenmiştir. İncelenen portföylerin yüzde kaçının pazar portföylerinin risk oranından daha düşük veya pazar riskine eşit olduğu Şekil 7'de gösterilmiştir.

BIST30 senetleri ile oluşturulan eşit ağırlıklı portföylerin pazar riskini geçme durumu Şekil 7'de yer almaktadır. Portföy büyüklüğü yükseldikçe, risk miktarının BIST30 pazar riskinden daha düşük olma ihtimali de yükselmektedir. Buna rağmen, BIST50 endeksinin riskinden daha düşük risk içeren portföylerin oranı düşük kalmaktadır. 17 senetle oluşturulan portföylerin %18'i BIST50 endeksi riskinden daha düşük veya eşit miktarda risk ortaya çıkarabilmiştir. Bu durum BIST100 risk oranı için daha da düşüktür. 11 senetle oluşturulan portföylerin en fazla %4'ü BIST100 riskinden daha düşük veya eşit bir risk

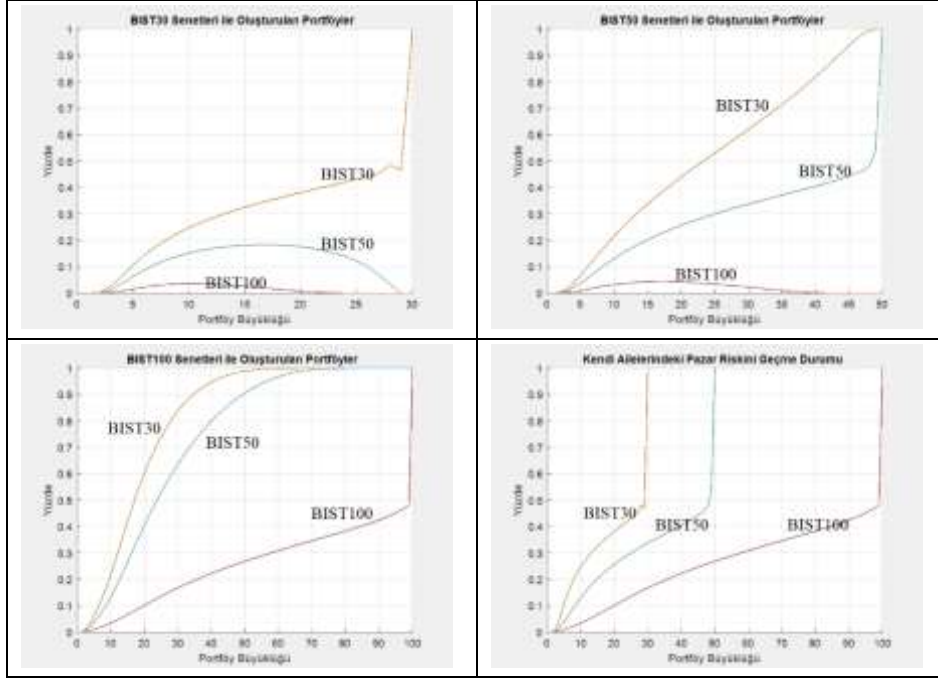
oranına erişebilmiştir. En fazla değer olan 30 senet seçildiğinde dahi, BIST50 veya BIST100 riskinden daha düşük bir risk değerine erişilememektedir.

BIST50 senetlerinin 44 veya daha fazlası ile oluşturulan portföylerin en az %91'i BIST30 pazar riskinden daha düşük risk üretebilmektedir. Bununla birlikte portföyler, BIST100 endeksinin riskini geçmekte başarısız olmaktadır. 18 senetle oluşturulan portföylerin %4'ü BIST100 endeksinden daha düşük veya eşit risk değerine sahip olmaktadır ve bu oran, bütün portföy büyüklüklerinde en büyük orandır. Ayrıca 34 veya daha fazla senetle oluşturulan portföylerin en fazla %1'i BIST100 endeksinin riskinden daha düşük veya eşit risk değerine sahiptir.

BIST100 endeksinde listelenen senetlerden rastgele seçimler yapmak suretiyle eşit ağırlıklı portföyler oluşturulduğunda portföyde 35 veya daha fazla senet olduğunda portföylerin en az %90'ı BIST30 piyasa riskinden daha düşük veya eşit risk üretebilmiştir. 60 veya daha fazla senetle oluşturulan portföylerin ise en az %99,87'si BIST30 endeksi riskinden daha düşük veya eşit risk ortaya çıkarabilmiştir. 50 veya daha fazla senetle oluşturulan portföylerin en az %91'i BIST 50 endeksinin riskinden daha düşük veya eşit risk oranına sahiptir.

Portföylerin kendi ailelerindeki piyasa riskini geçme durumlarında bir benzerlik yer almaktadır. Bu benzerlik Şekil 7'nin dördüncü bölümünde gösterilmektedir. Şeklin dördüncü bölümüne göre portföylerin kendi ailelerindeki piyasa riskini geçme durumları senet sayısı ile doğru orantılıdır. Başka bir ifade ile ne kadar fazla senet eklenirse, kendi ailelerindeki piyasa riskini geçme durumları da artmaktadır. Nihai olarak da portföy hacmi, kendi ailelerindeki senet sayısına eşit olduğunda, piyasa riskini geçme oranı %100 olmaktadır. Buna rağmen kendi ailelerindeki risk değerini geçme oranı, endeksteki senet sayısından önceki portföy hacmi için en fazla yüzde elli olmaktadır. Örneğin BIST30 senetlerinden 28 tanesinin seçilmesi durumunda portföylerin %49'u BIST30 riskinden daha düşük risk üretebilmektedir. Aynı şekilde, BIST50 endeksinde listelenen senetlerin 48 tanesi ile oluşturulan portföylerin %48'i BIST50 endeksinden daha düşük risk üretebilmektedir. BIST100 için ise 98 senetle %47 başarı oranına erişilmektedir. Başka bir ifade ile, rastgele senet seçimi yolu ile portföyler oluşturulduğunda, kendi ailelerindeki risk değerini geçme ihtimali düşük kalmaktadır.

Şekil 7. Portföylerin Pazar risk değerlerini geçme durumları



4.4. İyi Çeşitlendirilmiş Portföy Büyüklüğü

Çalışmada, iyi çeşitlendirilmiş bir portföyde kaç senet olması gerektiği araştırılmıştır. İyi çeşitlendirilmiş portföy büyüklüğü literatürde önerilen, sistematik olmayan riskte gerçekleşen kümülatif yüzdeler azalış ölçütüne göre belirlenmiştir (Cura ve Alp, 2000 ve Tosun ve Oruç 2010). Bu ölçütte, her portföy büyüklüğünün sistematik olmayan risk değeri, bir menkul kıymet içeren portföylerin sistematik olmayan risk değerinden çıkarılır ve aynı değere oranlanır. Matematiksel olarak Denklem (6) yardımıyla hesaplanmaktadır.

$$\rho_n = \frac{\sigma_n - \sigma_1}{\sigma_1} \times 100 \quad (6)$$

denklemden, ρ_n sistematik olmayan risk değerindeki kümülatif azalışı, σ_n ve σ_1 ise sırasıyla n ve 1 adet senetle oluşturulan portföylerin ortalama risk miktarını temsil etmektedir. Kümülatif azalışta meydana gelen değişimin %1 veya daha az olduğu nokta, iyi çeşitlendirilmiş portföy büyüklüğü olarak kabul edilmiştir. Çünkü bu durumda portföye yeni senet eklemek risk miktarını dikkate değer düzeyde azaltmayacaktır.

Portföy büyüklüğü değiştiğinde, kümülatif riskte meydana gelen yüzdelik azalış Tablo 4’de özet halinde sunulmuştur. Tablo 4’e göre BIST30 ve BIST50 senetleri ile oluşturulan portföylerde, senet sayısı 12’den 13’a çıktığında, ve BIST100 senetleri ile oluşturulan portföylerde senet sayısı 13’den 14’e çıktığında kümülatif risk miktarında meydana gelen değişim %1’in altına düşmektedir. Başka bir ifade ile raporlanan değerlerden daha fazla senet kullanılması, risk miktarında önemli bir azalışa neden olmamaktadır.

Tablo 4. Farklı senet büyüklüklerinde risk miktarında meydana gelen yüzde azalış miktarı

BIST30			BIST50			BIST100		
Senet Sayısı	ρ	% değişim	Senet Sayısı	ρ	% değişim	Senet Sayısı	ρ	% değişim
10	-37,93	1,59	10	-41,25	1,74	11	-45,88	1,62
11	-38,41	1,28	11	-41,83	1,42	12	-46,49	1,34
12	-38,82	1,06	12	-42,32	1,17	13	-47,02	1,13
13	-39,16	0,89	13	-42,74	0,99	14	-47,48	0,98
14	-39,46	0,76	14	-43,1	0,85	15	-47,88	0,84
15	-39,72	0,65	15	-43,41	0,73	16	-48,23	0,73

4.5. Portföy Büyüklüğü İle Risk Arasındaki İlişkinin Modellenmesi

Çalışmanın nihai amacı portföy büyüklüğü ile risk arasındaki ilişkinin modellenmesidir. Başka bir ifade ile belirli bir portföy büyüklüğünde, portföy riskinin ne olacağını önceden bilinmesini sağlayacak denklemi oluşturmaktır. Farklı portföy büyüklüklerinde onar adet birer milyon portföy oluşturulmuş ve bu değerlerin ortalamasını almak suretiyle, her portföy büyüklüğü için bir ortalama risk değeri elde edilmiştir. Portföy büyüklüğü yükseldikçe risk azalmaktadır ve bu ilişkinin doğrusal olmadığı Şekil 5’den anlaşılmaktadır.

Genel fonksiyon formları; doğrusal fonksiyonlar ($y = mx + b$), kuvvet fonksiyonları ($y = x^a$), polinomlar ($y = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + \dots + a_1 x + a_0$, burada n pozitif tamsayı olmak zorunda), oran fonksiyonları ($y = \frac{p(x)}{q(x)}$), trigonometrik fonksiyonlar, üssel fonksiyonlar ($y = a^x$) ve logaritmik fonksiyonlar ($\log_a x$) olarak sıralanabilir (Hass vd, 2020: 7-11). Polinomun derecesinin tamsayı olma zorunluluğu modelin, gerçek veri setine uyumunu zayıflatacaktır. Üssel fonksiyon ile deneme gerçekleştirilmiş ancak OMYH (Ortalama Mutlak Yüzde Hata) değerinin yüksek düzeyde olduğu belirlenmiştir

(BIST30 için yapılan denemede OMYH 1,2553 olarak hesaplanmıştır.). Bu nedenle, portföy büyüklüğü ile risk arasındaki ilişkiyi modellemek için

$$y = ax^b + c \quad (7)$$

denklem formunun (kuvvet fonksiyonu) kullanılması tercih edilmiştir. Modeldeki a , b ve c parametreleri, portföy büyüklüğü ve o portföy büyüklüğüne denk gelen ortalama risk değeri ile hesaplanmaktadır. Portföy büyüklüklerinin pozitif tam sayılardan ve risk değerlerinin de pozitif reel sayılardan oluşacağına dikkat edilmelidir. BIST30, BIST50 ve BIST100 senetleri için ayrı ayrı denklemler oluşturulacaktır.

Modelin tahmin ettiği değerler ile gerçek değerler arasındaki farkı minimum kılacak olan parametrelerin belirlenmesinde, genetik algoritmadan yararlanılmıştır. Uygunluk fonksiyonu gerçek risk değerleri ile modelin tahmin ettiği risk değerleri arasındaki ortalama mutlak yüzdelik hata (OMYH) olarak tanımlanmıştır. Çalışmada kullanılan uygunluk fonksiyonu Şekil 8'de özetlenmiştir. OMYH Denklem (8) yardımıyla hesaplanmaktadır.

$$OMYH = \frac{1}{n} \sum \left| \frac{\hat{y} - y}{y} \right| \times 100 \quad (8)$$

formülde, n gözlem sayısını, \hat{y} modelin tahmin ettiği değeri, y gerçek değeri temsil etmektedir. Bu değer ne kadar düşük olursa, modelin gerçek değerlere o kadar yakın sonuçlar ürettiği ifade edilir.

Şekil 8. Çalışmada kullanılan uygunluk fonksiyonu

Girdiler :

- Aday Çözüm (a , b ve c parametreleri)
- Portföy büyüklükleri (x vektörü) (1,2,..., (30, 50 veya 100))
- Gerçek ortalama risk değerleri (y vektörü) (BIST30, BIST50 ve BIST100 için Tablo 3'deki ortalama sütunları)

Çıktı: OMYH

Süreç:

- x vektöründeki her bir değer için $y = ax^b + c$ denklem formunu kullanmak suretiyle tahmin edilen \hat{y} değeri hesaplanır.
- Gerçek değerler (y vektörü) ile tahmin edilen değerler (\hat{y} vektörü) karşılaştırılır
- Denklem (8) yardımıyla OMYH değeri hesaplanır.

Çalışmada kullanılan genetik algoritmada, gen üç değerden oluşmaktadır ve bu değerler denklemdeki a, b ve c parametreleridir. Popülasyonda bin adet birey bulunmaktadır. Nesil sayısı iki bin olarak belirlenmiştir. Elit sayısı 5 birey, çaprazlama oranı %80 ve mutasyon oranı %20 olarak belirlenmiştir. Arama uzayının alt ve üst limitleri, $[-5,5]$ aralığı olarak belirlenmiştir. Başka bir ifade ile a, b ve c parametreleri $[-5,5]$ aralığında değerler alabilecektir. Sonuçta erişilen üç farklı denklem ve denklemlerin gerçek veri setine uyum iyiliği değerleri Tablo 5’de yer aldığı gibidir.

Tablo 5. Modeller ve Gerçek Veri Setine Uyum

	BIST30	BIST50	BIST100	
Model	$y = ax^b + c$	$y = ax^b + c$	$y = ax^b + c$	
Optimal Parametreler	$a =$	1,1780	1,4159	1,8403
	$b =$	-0,8856	-0,8616	-0,8518
	$c =$	1,4402	1,4076	1,3359
Denklem	$\hat{y} = \frac{1,1780}{x^{0,8856}} + 1,4402$	$\hat{y} = \frac{1,4159}{x^{0,8616}} + 1,4076$	$\hat{y} = \frac{1,8403}{x^{0,8518}} + 1,3359$	
OMYH	0,1197	0,1540	0,2028	
R^2	0,9980	0,9960	0,9832	
Düzeltilmiş R^2	0,9979	0,9959	0,9831	

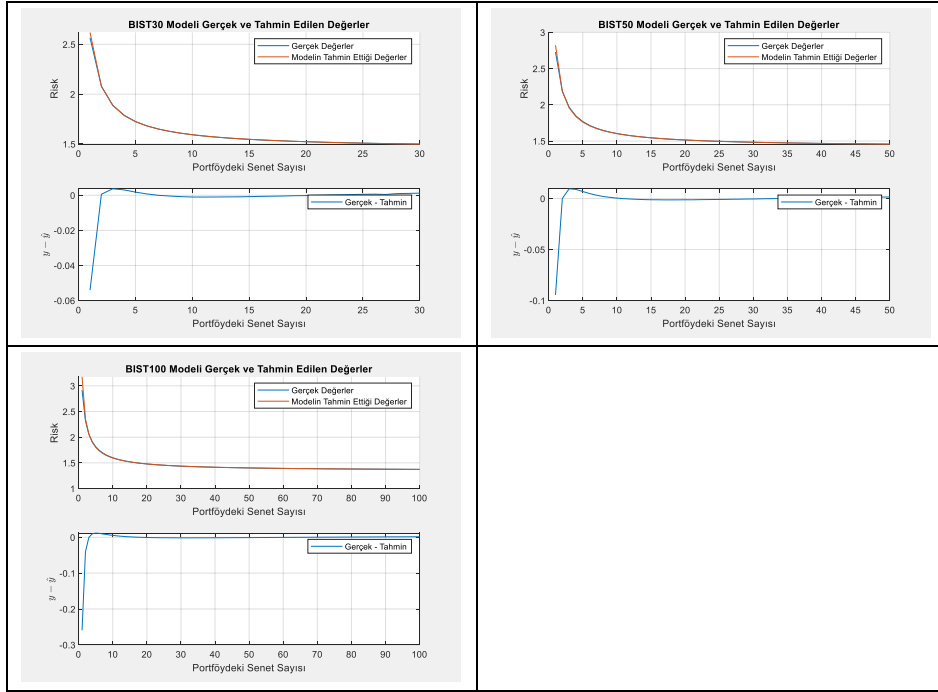
Tablo 5’den görüleceği gibi bütün modellerin OMYH, R^2 ve düzeltilmiş R^2 değerleri, modellerin, gerçek değerlere yakın değerler üretebildiğini göstermektedir. BIST100 denkleminde (a) ve (c) parametrelerinin toplamının diğerlerine kıyasla yüksek çıkması daha yüksek risk değerinden grafiğin başlayacağını ifade etmektedir. Modellerdeki (b) katsayısının BIST100 için (0,8518) en düşük çıkması risk miktarının daha yüksek oranda azalacağını ifade etmektedir.

Şekil 9’da modellerin tahmin ettiği değerler ile gerçek değerlerin grafik üzerinde karşılaştırılması yer almaktadır. Her indeks için çizilen şekiller iki bölümden oluşmaktadır. Şekillerin üst kısmında, farklı portföy büyüklüklerinde, hesaplanan (gerçek) ortalama risk değerleri ve şekillerin alt kısımlarında, gerçek değerler ile modellerin tahmin ettiği değerler arasındaki fark gösterilmiştir. Şekillerden, ilk beş senede kadar modellerin tahmin ettiği risk değerleri ile gerçek değerler arasında fark olduğu, sonraki portföy büyüklüklerinde ise modellerin risk değerlerini daha az hata payı ile tahmin edebildiği ortaya çıkmaktadır.

Lhabitant çalışmasında, sistematik olmayan riski belirli bir oranda azaltmak için kaç senet kullanılması gerektiğine ilişkin matematiksel bir hesaplama ve bu hesaplardan yola çıkmak suretiyle bir tablo oluşturmuştur

(Lhabitant, 2017: 96). Söz konusu tablodan 5 veya daha üzeri senet içinden, elenebilir riski %50 oranında azaltmak için iki senet ile portföy oluşturulması gerektiği ifade edilmektedir. Elenebilir riski %75 oranında azaltmak için ise 3 veya 4 senet kullanılması gerektiği ifade edilmektedir. Bu çalışmada erişilen denklemlerin ilk beş senet için, riski modellemede gerçek değerden daha fazla sapma göstermesinin nedeni de bu durum olabilir. Başlangıç aşamasında portföye eklenecek az sayıda senet, riskin azalmasında önemli etkiler yaratacakken, belirli bir aşamadan sonra, bu etkinin zayıflaması, modellerin ilk beş hisse senedine kadar olan portföy büyüklüğünde gerçek değerlerden sapma gösteren değerler tahmin etmesine neden olmuş olabilir.

Şekil 9. Modellerin Tahmin Ettiği Değerler ve Gerçek Değerler



Bu çalışmada portföy büyüklüğü ile portföy riski arasındaki ilişkinin kuvvet fonksiyonu ile modellenmesi gerçekleştirilmiştir. Bununla birlikte literatürde söz konusu ilişkinin doğrusal denklemlerle modellendiği çalışmalar mevcuttur. Chance ve arkadaşları (2011), çalışmalarında yüksek lisans öğrencilerinden portföy oluşturmalarını istemiş ve bu deneye üç yıl boyunca devam etmişlerdir. Çalışmalarında portföyün varyans değeri ile portföydeki senet sayısının çarpmaya göre ters değeri arasında doğrusal regresyon denklemi

kurmuşlardır. R^2 değerini en fazla 0,60 düzeyinde bulmuşlar ki bu durum modelin gerçek değerlere zayıf bir uyum içinde olduğunu göstermektedir. Alekneviciene vd (2012) çalışmalarında benzer doğrusal regresyon modelini kullanmışlardır. Litvanya hisse senedi piyasasında işlem gören senetlerin 2009-2010 yıllarındaki günlük getiri değerleri üzerinde hesaplamalarını gerçekleştirmişlerdir. Bağımsız değişken olarak hem portföydeki senet sayısı, hem de portföydeki senet sayısının çarpmaya göre tersi değişkenlerini kullanmışlardır. Sonuçta, portföydeki senet sayısı olduğu gibi kullandığında, R^2 değerini 0,479, senet sayısının çarpmaya göre tersi kullanıldığında ise 0,989 olarak hesaplamışlardır.

4.6. Önceki Çalışmalarla Karşılaştırma

Gökçe ve Cura (2003), Ocak 1999-Haziran 2000 arasında haftalık kapanış değerlerini kullanmış ve portföylerin risklerinin yaklaşık [7-10] aralığında dağıldığını, Tosun ve Oruç (2010) ise Ocak 2001 – Aralık 2008 tarihleri arasındaki aylık getirileri kullanmış ve risk değerlerinin [12-16] aralığında dağıldığını, İskenderoğlu ve Karadeniz (2011) ise Ocak 2009 – Aralık 2009 aralığındaki günlük getirileri kullanmak suretiyle risk değerlerinin [1-2] aralığında dağıldığını raporlamışlardır. Bu çalışmada ise günlük risklerin [1,3-3] aralığında dağıldığı belirlenmiştir (Şekil 5 ve Tablo 3’de BIST30 senedi ile ilgili değerler).

Farklı zaman dilimlerinde ve farklı getiri değerlerinin kullanıldığı çalışmaların sonuçlarını kıyaslayabilmek için, risk değerlerinin ortak bir zaman dilimine çevrilmesi gerekmektedir. Literatürde, yıllık getirilerin standart sapması ile aylık getirilerin standart sapması arasında $\sigma_y = \sigma_a \times \sqrt{12}$ ilişkisi olduğu ifade edilmektedir (Bodie vd. 2017: 133). Yıllık bazda, sistematik piyasa riski Gökçe ve Cura (2003) tarafından $7,7374\sqrt{52} = 55,80$, Tosun ve Oruç (2010) tarafından $13,35264\sqrt{12} = 46,25$, İskenderoğlu ve Karadeniz (2011) tarafından ise $1,768\sqrt{252} = 28,067$ olarak hesaplanmıştır (Bir yılda 252 işlem günü olduğu varsayımıyla). Bu çalışmada ise $1,5\sqrt{252} = 23,81$ olarak hesaplanmıştır. Başka bir ifade ile farklı zaman dilimlerinde ve farklı zaman aralıkları kullanmak suretiyle gerçekleştirilen bu çalışmalar sonunda, sistematik risk miktarının Borsa İstanbul için azaldığını ifade etmek mümkündür.

Sonuç

Çalışmada portföy büyüklüğü ile risk değeri arasındaki ilişki modellenmeye çalışılmıştır. 11’den daha az sayıda senetle portföy oluşturulmak isteniyorsa, senetlerin BIST30 endeksindeki senetlerden seçilmesi, portföyün,

daha düşük risk değerine (ortalama) sahip olmasını sağlayacaktır. Bununla birlikte BIST30 endeksinde yer alan senetlerle portföy riski belirli bir noktaya kadar düşecektir. Portföyün daha az risk değerine sahip olması isteniyorsa, bu durumda, portföyde on birden daha fazla senet bulundurulmalı ve bu senetler BIST100 endeksinde listelenen senetlerden seçilmelidir. BIST50 endeksinde yer alan senetlerle oluşturulan portföylerin ise her portföy büyüklüğünde BIST30 ile BIST100 risk değerleri arasında ortalama bir risk değerine sahip olduğu ifade edilebilir.

Çalışmada araştırılan konulardan biri de iyi çeşitlendirilmiş portföy büyüklüğüdür. Çalışmada erişilen bulgulara göre, 14'den daha fazla sayıda hisse senedi ile portföy oluşturulduğunda, portföyün risk değerinde önemli miktarda azalma meydana çıkmamaktadır.

Çalışmanın sonunda portföy büyüklüğü ile risk arasındaki ilişki matematiksel bir denklem yardımıyla ifade edilmiştir. Literatürde, risk ile portföydeki senet sayısının tersi arasında doğrusal bir ilişki olduğu varsayılmıştır. Buna bağlı olarak modellerin gerçek veri setine uyumda yetersiz kaldığı anlaşılmaktadır. Bu çalışmada ise, portföy riskinin, portföydeki hisse senedi sayısının kuvveti olduğu bir model kullanılmıştır. Modelin parametrelerinin genetik algoritma ile belirlenmesi sonucunda, oluşturulan modelin, gerçek değerler ile yüksek uyum içinde olduğu belirlenmiştir. Belirli bir portföy büyüklüğünde risk değerinin ne olacağını tahmin edilmesi bireysel yatırımcılar için olduğu kadar fon yöneticileri için de fayda sağlayacaktır. BIST30, BIST50 ve BIST100 senetleri için oluşturulan denklemler karşılaştırıldığında, BIST100 endeksinde listelenen senetleri kullanmak suretiyle oluşturulacak portföye eklenecek her bir senedin, risk miktarını, diğer endekslerde olduğundan daha yüksek oranda azaltacağını ifade etmek mümkündür.

Farklı zamanlarda yapılan çalışmalarda erişilen sonuçlarla karşılaştırma yapıldığında, Borsa İstanbul hisse senedi piyasasında sistematik risk miktarının zamanla azaldığı ortaya çıkmıştır. Bu çalışmada portföy getirileri göz ardı edilmiştir. Sonraki çalışmalarda farklı portföy büyüklüklerinde getiri oranının nasıl değişeceği araştırılabilir. Çalışmada portföyler eşit ağırlıklı olarak oluşturulmuştur. Optimal ağırlıklar ile oluşturulan portföylerin davranışı sonraki çalışmalarda araştırılabilir.

Kaynakça

- Akgüç, Öztin (1997), *Finansal Yönetim*, (İstanbul: Avcıol Basın-Yayın).
- Aleknevičienė, Vilija, Egle Aleknevičiūtė ve Rasa Rinkevičienė (2012), "Portfolio Size and Diversification Effect in Lithuanian Stock Exchange Market", *Inzinerine Ekonomika-Engineering Economics*, 23(4): 338-347.
- Alexeev, Vitali ve Francis Tapon, (2013), "Equity Portfolio Diversification: How Many Stocks are Enough? Evidence from Five Developed Markets", Tasmanian School of Business & Economics Discussion Paper Series N 2013-16.
- Armano, Giuliano, Michele Marchesi ve Andrea Murru (2005), "A Hybrid Genetic-Neural Architecture for Stock Indexes Forecasting", *Information Sciences*, 170(1): 3-33.
- Berk, Jonathan ve Peter DeMarzo (2017), *Corporate Finance* (London: Pearson Education Limited).
- Bodie, Zvi, Alex Kane ve Alan J. Marcus (2017), *Investments* (New York: McGraw Hill)(11. Baskı).
- Brealey, Richard, Stewart C. Myers ve Alan J. Marcus (2012), *Fundamentals of Corporate Finance* (New York: McGraw Hill) (7. Baskı).
- Chance, Don M., Andrei Shynkevich ve Tung-Hsiao Yang (2011), "Experimental Evidence on Portfolio Size and Diversification: Human Biases in Naive Security Selection and Portfolio Construction", *The Financial Review*, 46: 427-457.
- Domian, Dale L., David A. Louton ve Marie D. Racine (2007), "Diversification in Portfolios of Individual Stocks: 100 Stocks Are Not Enough", *The Financial Review*, 42: 557-570.
- Elton, Edwin, J. ve Martin J. Gruber (1977), "Risk Reduction and Portfolio Size: An Analytical Solution", *The Journal of Business*, 50(4): 415-437.
- Evans, John L. ve Stephen H. Archer (1968), "Diversification and the Reduction of Dispersion: An Empirical Analysis", *The Journal of Finance*, 23(5): 761-767.
- Gen, Mitsuo ve Runwei Cheng (2000), *Genetic Algorithms & Engineering Optimization* (New York: Wiley & Sons)
- Gökçe, Gökçe A. ve Tunçhan Cura (2003), "İMKB Hisse Senedi Piyasalarında İyi Çeşitlendirilmiş Portföy Büyüklüğünün Araştırılması", *Yönetim*, 14(44): 63-81.
- G.S. Gupta ve Ch'ng Huck Khoon (2001), "How Many Securities Make A Diversified Portfolio in KLSE Stocks?", *Asian Academy of Management Journal*, 6(1): 63-79.
- Hass, Joel R, Christopher Heil, Przemyslaw Bogacki, Maurice D. Weir ve George Thomas Thomas (2020). *University Calculus Early Transcendentals*. (New Jersey: Pearson Education)(4. Baskı).
- İskenderoğlu, Ömer ve Erdiç Karadeniz (2011), "Optimum Portföyün Seçimi: İMKB-30 Üzerinde Bir Uygulama", *Cumhuriyet Üniversitesi İktisadi ve İdari Bilimler Dergisi*, 12(2): 235-257.
- Karan, Mehmet Baha (2011), *Yatırım Analizi ve Portföy Yönetimi* (Ankara: Gazi Kitabevi)(3. Baskı)
- Keskintürk, Timur, Ebru Demirci ve Seda Tolun (2010), "İyi Çeşitlendirilmiş Portföy Büyüklüğünün Genetik Algoritma Tekniği Kullanılarak İncelenmesi", *Sosyal Bilimler Dergisi*, 2: 1-5.
- Lhabitant, François-Serge (2017), *Portfolio Diversification* (London: ISTE Press).
- Melkumian, Alla A. ve Arsen V. Melkumian (2009), "Is More Always Better? Empirical Evidence on Optimal Portfolio Size", *Eastern Economic Journal*, 35: 84-95.
- Newbould, Gerald D. ve Percy S. Poon (1993), "The Minimum Number of Stocks Needed for Diversification", *Financial Practice and Education*, 20: 15-26.

- Rivera, Ruben Aguilar, Manuel Valenzuela Rendon ve J.J. Rodriguez Ortiz (2015), "Genetic Algorithms and Darwinian Approaches in Financial Applications: A Survey", *Expert Systems with Applications*, 42: 7684-7697.
- Sayılgan, Güven (2013), Soru ve Yanıtlarıyla İşletme Finansmanı (Ankara: Turhan Kitabevi).
- Shawky, Hany A., ve David M. Smith (2005), "Optimal Number of Stock Holdings in Mutual Fund Portfolios Based on Market Performance", *The Financial Review*, 40: 481-495.
- Sivanandam, S.N. ve S.N. Deepa (2008), Introduction to Genetic Algorithms (Berlin: Springer).
- Statman, Meir, (1987), "How Many Stocks Make a Diversified Portfolio?", *The Journal of Financial and Quantitative Analysis*, 22(3): 353-363.
- Tan, Gordon, Y.N (2004), "How Efficient is Naive Portfolio Diversification? An Educational Note", *Omega*, 32: 155-160.
- Tosun, Ömür ve Eda Oruç (2010), "Portföy Büyüklüğünün Portföy Riski Üzerine Etkileri: İMKB-30 Üzerinde Test Edilmesi", *Süleyman Demirel Üniversitesi İktisadi ve İdari Bilimler Fakültesi Dergisi*, 15(2): 479-493.
- Wang, George, Y, (2010), "Portfolio Diversification and Risk Reduction-Evidence from Taiwan Stock Mutual Funds", 2010 International Conference on Management and Service Science.