

BÜYÜME EĞRİSİ MODELLERİNİN KARŞILAŞTIRILMASI

Yavuz AKBAŞ¹

Özet

Yaşın bir fonksiyonu olarak bireyin ağırlığını ortaya koyan büyüme modelleri, mühendis, beslemeci, fizyolog, ekonomist ve yöneticilerin daima ilgisini çekmiştir. Ağırlığın yaşa bağlı olarak değişimi, doğrusal olmayan modeller kullanılarak daha az parametreyle tanımlanabilmektedir. Bu çalışmada büyüme eğrilerinin uyumunda kullanılan doğrusal olmayan modeller tanıtılarak, modellerin istatistik ve biyolojik özellikleri karşılaştırmalı olarak ele alınacaktır.

Giriş

Büyüme, bireyin o özellik bakımından genetik potansiyeli ile bulunduğu çevre arasındaki etkileşimin bir sonucudur. Büyüme eğrisi, bu etkileşimlerle ortaya çıkan verimin zamana (veya yaşa) bağlı olarak değişimini ortaya koyar. Yaşa bağlı olarak değişen verim, bireyin canlı ağırlığı olabileceği gibi belirli bir organın ağırlığı veya boyutu, doku kompozisyonu, hücre büyüklüğü veya hücre sayısı da olabilir (Eisen, 1976). Bu çalışmada canlı ağırlık bakımından büyüme üzerinde durulacaktır.

Hayvancılıkta büyüme eğrilerinin kullanımı Brody (1945)'nin çalışmasından sonra hız kazanmıştır. Bilgisayar teknolojisinin gelişmesi, kullanımının yaygınlaşması ve uygun bilgisayar yazılımlarının geliştirilmesi büyüme eğrilerinin elde edilmesindeki zorlukları büyük oranda ortadan kaldırmıştır.

Büyüme eğrilerinde amaç, yaşa bağlı olarak farklı noktalarda elde edilen ve yorumlaması zor olan bilgilerin, biyolojik olarak yorumlanabilir daha az parametre ile özetlenmesidir. Ayrıca büyüme hızı, yem gereksinimi ve seleksiyona tepki gibi önemli parametreleri tahminlemede de büyüme eğri parametreleri kullanılabilir.

Verilerin yapısı ve analizin amacı, büyüme eğrilerinde kullanılacak yöntemin seçiminde önemli iki faktördür. Ayrıca büyüme eğrilerini tahminlemede kullanılacak modele ait parametrelerin biyolojik olarak yorumlanabilir olması beklenir. Parametrelerin biyolojik yorumu özelliğe ait genetik ve çevre ilişkisinin iyi anlaşılmasına bağlıdır. Biyolojik yorum birey veya popülasyonların belirli bir özellik bakımından doğru bir şekilde sıralanmasına yönelik olmalıdır.

Hesaplama zorluğu, büyüme eğrilerinin uyumunda önemli bir diğer faktördür. Hesaplama zorluğu verilerin yapısı ile seçilen fonksiyona bağlıdır. İterasyon kullanarak sonuca

¹Dr. E.Ü. Ziraat Fakültesi, Zootekni Bölümü, Biyometri ve Genetik A.B.D., Bornova, İzmir.

ulaşan yöntemlerde başlangıç değerinin seçimi oldukça önemlidir. Seçilen başlangıç değerine bağlı olarak belirli bir iterasyonda sonuca ulaşamayabileceği gibi, matematik olarak doğru fakat biyolojik olarak hatalı sonuçlar da elde edilebilir.

Bu çalışmada büyüme eğrilerinin tahminlenmesinde yaygın bir şekilde kullanılan bazı doğrusal olmayan modeller tanıtılacak, ayrıca büyüme eğrisi parametrelerinin biyolojik yorumları ve modellerin farklı türlere ait canlı ağırlık verilerine uyum düzeyleri karşılaştırmalı olarak incelenecektir.

Büyüme Eğrilerinin Uyumunda Kullanılan Modeller ve Genel Özellikleri

Büyüme eğrilerinin uyumunda kullanılan modellerin ortak özelliği, iki temel biyolojik parametreyi kullanmasıdır. Bu parametreler, *bireyin veya grubun belirli bir noktada (genellikle ergin yaşta) gösterdiği performans ve büyüme hızı* ile ilgilidir. Bazı modeller için eklenebilecek üçüncü parametre, büyüme eğrisinin, büyüme hızı bakımından artış ve azalış gösterdiği iki bölüme ayrılmasında kullanılan *değişim noktasıdır (Point Of Inflection-POI)*.

Verim-yaş ilişkisinin uyumunda en yaygın seçenek, bireyin yaşı üzerine verimin regresyonudur. Bununla birlikte verim ile yaş arasındaki ilişkiye ait varsayımlar araştırmacıyı yanıtlanabilir. Çünkü yaş verimi değiştirmede etkili tek faktör değildir. Örneğin kümülatif besin maddesi tüketimi yaş yerine kullanılabilir diğer bir bağımsız değişkendir. Bu ilişkide kümülatif besin maddesi tüketiminin kullanımı, mevsime bağlı yem kalite ve miktarındaki değişiklikler ile üretim düzeyine bağlı yem tüketimi düzeyindeki değişiklikler sonucu canlı ağırlıkta görülen dalgalanmaların azalmasını sağlar. Fakat yem tüketiminin zor ölçülmesi, büyüme eğrilerinin tahminlenmesinde bağımsız değişken olarak yaşın seçilmesine yol açmıştır.

Büyüme-yaş ilişkisinin incelenmesinde doğrusal olmayan modellerin kullanımı yaygındır. Özellikleri Tablo 1'de verilen Richards (Richards, 1959), Bordy (Brody, 1945), Gompertz (Winsor, 1932), Logistik (Nelder, 1961) ve Bertalanffy (von Bertalanffy, 1957) modelleri büyüme eğrilerinin uyumunda literatürde en yaygın olarak kullanılan modellerdir.

Diğer modellerin temelini oluşturması nedeniyle öncelikle Richards modeli tanıtılacak daha sonra diğer modellerle karşılaştırılacaktır. Richards fonksiyonunda yaşa (t) bağlı olarak verimdeki (y_t) değişme $y_t = A (1 \pm b e^{-k \cdot t})^M$ şeklinde tanımlanmaktadır. Yaş sonsuza giderken modelin asimtotik limiti olan A, bireyin en yüksek ağırlığı değil, çevre etkileri sonucu oluşan kısa vadeli dalgalanmalardan bağımsız, ortalama ergin yaş verimidir. Başlangıç verimiyle ilişkili katsayı olan b nin işareti $M \geq 1$ durumunda negatif, $M < 0$ olduğu durumda ise pozitifdir. k değeri büyüme hızının bir fonksiyonudur. Erginleşme indeksi olarak da tanımlanmaktadır. Büyük hızı, modeldeki M ve A değerlerine bağlılık göstermektedir. k değeri hem büyüme hızının hem de büyüme hızındaki değişimin hızının ölçümüne yardımcı

olur. k'nın büyük olması erken gelişmeyi, küçük olması yavaş erginleşmeyi açıklamaktadır (Brown ve ark. 1976).

Tablo 1. Büyüme Eğrilerinin Tahminlenmesinde Kullanılan Modeller ve Bu Modellerden Hesaplanan Biyolojik Parametreler

Model	Eşitlik $y_t =$	M	u_t	Y_t	Erginleşme hızı	Asimtotik Ağırlık
Brody	$A(1-b^*e^{-kt})$	1	-	-	k	A
Bertalanffy	$A(1-b^*e^{-kt})^3$	3	8/27	0.296 A	k	A
Logistik	$A(1+b^*e^{-kt})^{-1}$	-1	0.5	0.5 A	k	A
Logistik	$A(1+b^*e^{-kt})^{-M}$	Değişken	$\{(M/M+1)\}^M$	$A\{(M/M+1)\}^M$	k	A
Gompertz	$A \exp(1-b^*e^{-kt})$	$M \rightarrow \infty$	e^{-1}	$A e^{-1}$	k	A
Richards	$A(1 \pm b^*e^{-kt})^M$	Değişken	$\{(M-1)/M\}^M$	$A\{(M-1)/M\}^M$	k	A

Tablo 1'e devam

Model	Eşitlik $y_t =$	Mutlak Büyüme Hızı dy/dt	Mutlak Erginleşme hızı $A^{-1} dy/dt$	Nisbi Büyüme hızı $y^{-1} dy/dt$
Brody	$A(1-b^*e^{-kt})$	$k * A(1-u)$	$k(1-u)$	$k(u^{-1}-1)$
Bertalanffy	$A(1-b^*e^{-kt})^3$	$3 k y(u^{-1/3}-1)$	$3 k u(u^{-1/3}-1)$	$3 k(u^{-1/3}-1)$
Logistik	$A(1+b^*e^{-kt})^{-1}$	$k y(1-u)$	$k u(1-u)$	$k(1-u)$
Logistik	$A(1+b^*e^{-kt})^{-M}$	$M k y(u^{1/M}-1)$	$M k u(u^{1/M}-1)$	$M k(u^{1/M}-1)$
Gompertz	$A \exp(1-b^*e^{-kt})$	$k y \ln(u^{-1})$	$k u \ln(u^{-1})$	$k \ln(u^{-1})$
Richards	$A(1 \pm b^*e^{-kt})^M$	$M k y(u^{-1/M}-1)$	$M k u(u^{-1/M}-1)$	$M k(u^{-1/M}-1)$

Eşitliklerde A ergin yaş canlı ağırlığı (asimtot), t bireyin ölçüm günündeki yaşını göstermektedir. Diğer parametrelerle ilgili bilgiler metin içinde verilmiştir.

Modeldeki M değeri, değişim (POI) noktasındaki erginleşme derecesiyle ilişkili bir parametredir ($u_t = ((M-1)/M)^M$). Erginleşme derecesi (u_t), t yaşında elde edilen verimin, ergin yaş verimine oranıdır.

$$u_t = y_t / A = (1 \pm b e^{-kt})^M$$

Richards fonksiyonunun özel durumlarında M değeri sabit olup logistik, Brody ve Bertalanffy modellerinde sırasıyla -1, 1 ve 3'dür (Fitzhugh, 1976). Brown ve ark (1976) farklı değişim noktasına sahip genelleştirilmiş logistik modeli dikkate almışlardır. Bu modelde üst olarak -1 yerine -M değeri kullanılmıştır.

y_t , büyüme hızının en yüksek olduğu yaşta (t_t) yani POI noktasındaki verimdir. Farklı modellerde doğrudan veya dolaylı olarak tahminlenen parametreler Tablo 1'de verilmiştir.

Modelde M değerinin sabit olması, b parametresinin alacağı değerini sınırlandırmaktadır. Aynı şekilde b'nin sabit (=bir) olması M'nin tahmininde sınırlamalara yol açmaktadır. M, değişim noktasındaki verim ile de ilişkilidir ($Y_t = A(M/(M+1))^M$).

Doğrusal olmayan modellerin uyumunda yaygın olarak kullanılan bilgisayar yazılımları BMDP (1982), SAAM (Berman ve Weiss,1978), SAS (1985) ve MINOS (Murtagh ve Saunders, 1987) şeklinde sıralanabilir.

Ricklefs Yöntemi

Ricklefs (1967) doğrusal olmayan modelleri (logistik, Gompertz ve Bertalanffy) doğrusal hale getiren bir yaklaşım sunmuştur. Bu yöntemde önce serinin asimtot değeri hesaplanır. Daha sonra serideki tüm değerler asimtot değerin yüzdesi cinsinden tanımlanır. Ayrıca incelenen modelin Tablo 2'de verilen eşitliklerle dönüşüm katsayıları hesaplanır. Dönüşüm katsayıları ile asimtotun yüzdesi cinsinden hesaplanan verim değerlerinin grafiği oluşturulur. Grafikte elde edilen değerler (serinin son %10'u hariç) doğrusal bir yapı gösteriyorsa uyumun iyi olduğundan söz edilir. Ricklefs'in görsel yaklaşımına karşın Anthony ve ark.(1986) çıkıştan asimtotun % 90'ına kadar olan seri için en düşük hata varyansını veren modeli 'en iyi' olarak kabul etmişlerdir. Grafikte serinin son değerlerinde ani değişiklikler gözleniyorsa asimtot değeri tekrar tahminlenir ve işleme devam edilir. İncelenen model için uyum yeterli görülmez ise bir başka modelin uyumuna geçilir.

Ricklefs modeline ait bazı parametre değerleri Tablo 2'de verilmiştir. Anthony ve ark. (1986,1991a ve 1991b) bıldırcın, hindi ve tavuklarda Ricklefs'in yaklaşımını kullanarak farklı modellerin uyumunu incelemişlerdir.

Tablo 2 Ricklefs Yaklaşımına ait Bazı Parametreler (Ricklefs, 1967)

Model	Eşitlik $y_i =$	Dönüşüm Katsayıları (Cy)	Değişim noktası (yi)	büyüme hızı ($y^{-1} dy/dt$)
Bertalanffy	$A \cdot (1 - b \cdot e^{-kt})^3$	$4/9 \ln(1/(3(1 - W^{1/3})))$	8/27	$3k W^{2/3} (1 - W^{1/3})$
Logistik	$A(1 + b \cdot e^{-kt})^{-1}$	$0.25 \ln(W/(1 - W))$	1/2	$k W (1 - W)$
Gompertz	$A \exp(1 - b \cdot e^{-kt})$	$e^{-1} \ln(-1/(\ln W))$	1/e	$-k W \ln(W)$

Büyüme Eğrisi Modellerinin Karşılaştırılması

• Uyum Testi

Her bireyin her dönem ölçüldüğü verilerde (longitudinal) hata varyansına dayanan uyum testi, uygun değildir (Brown ve ark,1976). Çünkü yaşla birlikte tekrarlanan ölçümlerin hataları birbirleriyle ilişkilidir. Bu problem çevresel varyasyon nedeniyle verimde görülen keskin dalgalanmaların bir sonucudur.

Model seçimi sistematik tahmin hatalarına yol açabilir. Eisen ve ark.(1969), Timon ve Eisen (1969) ve Brown ve ark. (1976) birbiriyle ilişkili hata kaynaklarının hata varyansını aynı

şekilde etkilediğini kabul edip ortak hata varyansı (pooled residual variance) ile modelleri karşılaştırmışlardır. Eisen ve ark. (1969) değişim noktası (POI) gibi belirli bir referans noktasındaki tahmin sapmalarını kullanarak modelleri karşılaştırmayı önermiştir. Rutledge ve ark. (1972) ise tahminlenen asimtot değeri ile ergin yaş ağırlığı arasındaki farkı kullanarak modelleri karşılaştırma yoluna gitmiştir. Brown ve ark. (1976) bütün modellerde aynı biyolojik parametreyi tanımlayan asimtotik değerinin, modelleri doğrudan karşılaştırmada diğer parametrelere göre daha avantajlı olduğunu bildirmişlerdir.

İncelenen modelde gerçek ve tahminlenen gözlem değerleri arasındaki sapma olabildiğince düşük olmalıdır. Büyüme dönemlerinde gerçek ve tahminlenen değerler arasındaki farklılığın yaşa bağlı olarak değişimi, büyüme modeline ait sapmaların sistematik eğilimini gösterir.

Parametre tahminleri verilerin yapısından farklı şekillerde etkilenmektedir. Örneğin Brown (1970) veri setinde ergin yaş verimi olmadığı durumda farklı modellerde yer alan A parametresinin değişen düzeylerde düşük tahminlendiğini saptamıştır.

Modellerin uyumu genotip ve yaşa göre farklılıklar gösterebilmektedir. Brown ve ark.(1976) sığırların büyüme eğrilerinde Richards fonksiyonunun en iyi uyumu gösterdiğini bildirmiştir. Brody fonksiyonu ise aynı verilerde sadece ilk altı ay için iyi uyum sağlarken, Bertalanffy, logistik ve Gompertz modelleri erken yaşlarda yüksek tahminler vermiştir. Logistik model ise A değerini düşük, k değerini yüksek tahminlemiştir.

Ptak ve ark. (1994) tavşanlarda Bertalanffy, Gompertz ve logistik modelleri kullanarak büyüme eğrilerinin uyumunu inceledikleri çalışmalarında en iyi uyumu Bertalanffy modelinin verdiğini bildirmişlerdir. Asimtotik ergin ağırlığı Bertalanffy modelinde büyük oranda sapsız tahminlenirken, Gompertz ve logistik modellerinde önemli düzeyde düşük tahminlemiştir. Anthony ve ark. (1986, 1991a ve 1991b) bildircin, hindi ve tavuklarda büyüme eğrisi açıklayan en iyi modelin Gompertz olduğunu bildirmişlerdir.

Büyüme eğrisinin şekli incelenen özelliğin yapısına bağlıdır. Farelerde doğum öncesi fötüs ağırlığı üstsel (exponential), fötüs uzunluğu ve doğum sonrası büyüme sigmoidal bir yapı sergilemektedir (Eisen, 1976). Aynı araştırmacı farelerin doğum sonrası gelişmesini en iyi Logistik modelin açıkladığını, dört parametrelili Richards modelinin üç parametrelili modellere göre uyumda bir artış sağlamadığını bildirmiştir. Tzeng ve Becker (1981) canlı ağırlık ve karkas ağırlığı bakımından Gompertz, karın yağı ağırlığı bakımından logistik, karın yağı yüzdesi bakımından ise Bertalanffy modelinin en iyi uyumu verdiğini saptamıştır.

• Karşılaşılan Zorluklar

İncelenen büyüme modellerinin parametreleri iterasyon tekniği kullanılarak genelleştirilmiş En-Küçük-Kareler yöntemiyle tahminlenmektedir. Çok sayıda bireyin dikkate alınması etkili bir algoritma ve bilgisayar kullanımını gerektirmektedir.

Farklı değişim noktalarına sahip dört parametrelili Richards modelinin verilere uyumu, üç parametrelili modellere göre daha zordur. Özellikle iterasyon tekniğinde sonuçların birbirine yaklaşmaması durumunda bazı bireylere ait parametre tahminleri elde edilemez. Bu durum, modeldeki parametreler arasındaki yüksek korelasyona bağlanabilir (Rutledge ve ark., 1972, Brown ve ark., 1976). Biyolojik olarak geçerli tahminler elde edilebilmesi için parametrelere bazı (örneğin $b \leq 1$ ve $0 < M \leq 6$ şeklinde) kısıtlamalar uygulanabilir. Ayrıca tahminleme kolaylığı bakımından logaritmik dönüşümler de kullanılabilir.

Yaşa bağlı olarak canlı ağırlıkta keskin dalgalanmalar görülebilir. Bu durum, bireylerin fizyolojik farklılıkları sonucu olabileceği gibi, bireylerin bulunduğu çevreler arasında farklılıklardan da kaynaklanabilir. Örneğin bireylerin bir kısmı eşeyssel olgunluğa ulaşırken diğerleri ulaşmamış, bir kısmı laktasyonda veya gebe olabilir. Bunlara ek olarak iklim, üretim düzeyi ve hastalık stresi gibi canlı ağırlıkta ani değişimlere neden olan faktörler de sözkonusu olabilir.

Büyüme eğrilerinin uyumunda kullanılan modeller uç (ekstrem) gözlemlere karşı duyarlıdır. Bireylerin aynı yaşta aynı fizyolojik yapıya sahip olduğu ve yaş ile büyüme arasında monoton bir ilişki bulunduğunu kabul eden bu modeller, olası varyasyonların bir kısmını düzeltirler. Fakat uç değerlerin parametre tahminlerini önemli ölçüde etkilediği durumda parametre tahminlerini yorumlama problemler ortaya çıkabilir. Bu durumu önlemek için sütten kesim, doğum ve laktasyon gibi önemli sapma kaynakları bakımından verilere düzeltme işlemleri uygulanabilir. Düzeltme işlemi büyüme eğrisinin uyumu öncesinde veya uyumu ile eş zamanlı yapılabilir. Düzeltmenin uyum ile eş zamanlı yapılmaması, düzeltme faktörlerinin tahmin hatasına bağlı olarak ek hata kaynakları doğurur. Fakat doğrusal olmayan modellerin uyumu sırasında uygulanacak eşzamanlı düzeltme işlemi, hesaplama bakımından zordur. Fitzhugh (1976) bu gibi durumlarda dalgalanmanın aşırı olduğu gözlemlerin analizden çıkarılabileceğini bildirmiştir. Fakat bu durumda verilere subjektif bir seçim uygulandığı unutulmamalıdır.

Büyüme Eğrisi Modellerindeki Parametreler Arasındaki Korelasyonlar

Farklı modellerde aynı biyolojik yoruma sahip parametreler arası korelasyonlar pozitif olmakla birlikte beklenen düzeyden düşüktür. Logistik ve Richards modellerinin k , A ve M parametreleri arasında sırasıyla 0.74, 0.69 ve -0.46 korelasyon bildirilmiştir (Brown ve

ark.,1976). Aynı çalışmada A parametresi bakımından Brody modeli ile diğerleri arasında saptanan düşük korelasyon, Brody modelinde değişim noktasının bulunmamasına bağlanmıştır.

Modelin uyumu ve parametrelerin tahminlemesi bakımından aynı modelde yer alan parametreler arasındaki korelasyonlar önemlidir. Çünkü parametrelerin bağımsızlığı, biyolojik yorumların ve tanımlamaların geçerliliğini artırır. Kimi araştırmacılar bu tip bağımlılıkları gözardı etmişlerdir.

Modelin parametreleri kullanılarak matematiksel olarak hesaplanan değerlere dayanan biyolojik yorumlar, parametre tahminleri arasındaki korelasyonlarla uyuşmayabilir. Örneğin, Richards fonksiyonunda değişim noktasındaki yaş (t_1), $k^{-1} \ln M^*b$ değerine eşittir. Burada t_1 ile modeldeki k, b ve M parametreleri arasında sırasıyla negatif, pozitif ve pozitif korelasyon beklenirken, Brown ve ark. (1976) ilgili korelasyonları sırasıyla 0.44, -0.28 ve 0.30 olarak tahminlemiştir. Burada parametreler arasındaki bağımlılık t_1 'nin tahminini önemli düzeyde etkilemiştir. Değişim noktasındaki yaş (t_1) ile k arasındaki pozitif korelasyon, erken erginleşen bireylerin, geç erginleşen bireylerden daha ileri yaşlarda değişim noktasına ulaştıklarını göstermektedir.

A ile k arasındaki ters ilişki erken erginleşen bireylerin daha düşük ergin canlı ağırlığa sahip olduklarını göstermiştir (Fitzhugh ve Taylor,1971, Taylor ve Fizthugh, 1971, Brown ve ark, 1976). A ile M arasındaki ilişki, değişim noktasında ağır olan bireylerin daha yüksek ergin ağırlık gösterdiklerini ortaya koymaktadır.

Brown ve ark.(1976) farklı modellerde yer alan farklı parametreler arasında yüksek korelasyonlar bildirmişlerdir. Bertalanffy modelindeki b parametresi, dört parametrelili logistik modelinin M parametresi ile yüksek düzeyde (-0.97) ilişkili bulunmuştur.

Sonuç

Genotipler (özellikle türler) arasında görülen büyüme farklılıkları, büyüme verilerinin uyumunda farklı modellerin kullanımını gerektirmektedir. Modellerin uyumu genotip yanında incelenen özelliğe göre de değişmektedir. Büyüme eğrilerinin uyumunda kullanılacak modelin seçiminde verilerin yapısı, modelin tahminlenme kolaylığı ve tahminlenen parametrelerin biyolojik olarak yorumlanabilmesi üzerinde durulmalıdır.

Summary

Growth models related with animal weight as a function of age are of value for engineers, nutritionists, geneticists, physiologists, economists and managers. A number of nonlinear models can be used to describe a series of age-weight data points using relatively few parameters. In this study, techniques for fitting data to estimate growth curve and utilization of growth curve parameters in term of biological interpretations are reviewed.

Literatür

- Anthony, N.B., K.E.Nestor, W.L.Bacon. 1986. Growth curves of Japanese quail as modified by divergent selection for 4-wk body weight. *Poultry Sci.* 65:1825.
- Anthony, N.B., D.A.Emmerson, K.E.Nestor. 1991a. Research note: Influence of body weight selection on the growth curve of turkeys. *Poultry Sci.* 70:192.
- Anthony, N.B., D.A. Emmerson, K.E.Nestor., W.L.Bacon. 1991b. Comparison of growth curves of weight selected populations of turkeys, quail and chickens. *Poultry Sci.* 70:13.
- Berman, M., M.F. Weiss. 1978. User's manual for SAAM. Laboratory of Theoretical Biology, DHEW Publication no.(NIH) 78-180.
- Bertalanffy, L.von.1957. Quantitative laws in metabolism and growth. *Quart.Rev.Biol.* 32:218.
- Bhadula, S.K., P.N.Bhat, 1980. Note on growth curves in sheep. *Indian J.Animal Science.* 50:1001.
- BMDP3R Statistical Software, Inc. 1982. BMDP Statistical Package. Regents Univ. California.
- Brody, S.1945. Biogenetics and growth. Rheinhold Pub. Corp., NY.
- Brown, J.E.1970. A comparison of five stochastic models on their ability to describe the weight-age relationship in cattle. PhD.Dissertation.Texas A&M Univ.,College Station.
- Brown,J.E., H.A.Fitzhugh, T.C.Cartwright, 1976. A compariaon of nonlinear models for describing weight-age relationships in cattle. *J.Anim. Sci.* 42:810.
- Buffington, D.E., K.A.Jordan, L.L.Boyd, W.A.Junnila.1973. Mathematical models of growth data of male and female Wroolstad White turkeys. *Poultry Sci.*52:1694.
- Eisen,E.J., B.J.Lang, J.E.Legates. 1969. Comparison of growth function within and between lines of selected for large and small body weight. *Theo.Appl.Gen.* 39:251.
- Eisen, E.J.1976. Results of growth curve analysis in mice and rats.*J.Anim.Sci.*42:1008.
- Fitzhugh, H.A.1976. Analysis of growth curves and strategies for altering their shape. *J.Anim.Sci.* 42:1036.
- Fitzhugh, H.A., St.C.S. Taylor.1971. Genetic analysis of degree of maturity.*J.Anim.Sci.* 33:717.
- Hurvitz, S., H.Talpaz, I.Bartov, I.Plannik.1991. Characterization of growth and development of male British united turkeys. *Poultry Sci.*70:2419.
- Lohse,C.L., Moss, F.P.,Butterfield, R.M.,1971.Growth patterns of muscles of Merino sheep from birth to 517 days.*Animal Production* 13:117.
- Marks, H. L.1978. Growth curve changes associate with long term selection for body weight in Japanese quail. *Growth* 42:129.
- Mellet, F. D., J.H. Randall. 1994. A note on the growth of body parts of the ostrich (*Struthio camelus*) *Anim.Prod.* 58:291.

- Murtagh, B. A., M.A.Saunders.1987. MINOA 5.1 User's Guide. Stanford Univ.Technical report SOL 83-20R, Stanford, CA.
- Nelder, J. A.1961. The fitting of generalization of the logistic curve. *Biometrics* 17:89.
- Preez, J. J.du, M.J.F. Jarvis, D. Capatos, J.de Kock.1992. A note on growth curves for the ostrich (*Struthia camelus*). *Anim.Prod.* 54:150.
- Ptak, E., J.Bieniek, W.Jagusiak. 1994. Comparison of growth curves of purebred and crossbred rabbits. *Proc. 5th World Cong. Genet. Appl. Livest. Prod.* 19:201.
- Richards, F. J.1959. A flexible growth function for empirical use. *J.exp.Bot.* 10:290.
- Ricklefs, R. E.1967. A grafical method of fitting equations to growth curves. *Ecology* 48:978.
- Roger, S. R., G.M. Pesti, H.L. Marks.1987. Comparison of three nonlinear regression models for describing broiler growth curves. *Growth* 51:229.
- Rutledge, J. J., O.W.Robison, E.J.Eisen, J.E.Legates.1972. Dynamics of genetic and maternal effects in mice. *J.Anim.Sci.* 35:911.
- SAS, 1985. SAS[®] User Guide: Statistics. SAS Inst.Inc.Cary., NC.
- Taylor, St.C.S., H.A. Fizthugh.1971. Genetic relationships between mature weight and time taken to measure within a breed. *J.Anim.Sci.*33:726.
- Timon, V.M., E.J.Eisen.1969. Comparison of growth curves of mice selected and unselected for postweaning gain. *Theor.Appl.Genet.*39:345.
- Tzeng,R.Y. W.A.Becker.1981. Growth patterns of body and abdominal fat weights in male broiler chickens. *Poultry Sci.*60:1101.
- Winsor, C.P. 1932. The Gompertz curve as a growth curve. *Proc.National Academy of Science* 18:1.